

# **Riesgo de tasa de interés en el sector asegurador con la metodología de Smith-Wilson**

## **Realizado por:**

Ana Isabel Fernández Duque

## **Asesores:**

Horacio Fernández Castaño

Fredy Ocaris Pérez Ramírez



**UNIVERSIDAD DE MEDELLIN**

**Maestría en Finanzas**

**Facultad de Ingenierías**

**Universidad de Medellín**

**Medellín**

**2020**

## **Riesgo de tasa de interés en el sector asegurador con la metodología de Smith-Wilson**

**Resumen:** Las aseguradoras que cuentan con soluciones que representan una renta vitalicia, están constantemente expuestas al riesgo de tasa de interés, puesto que a veces existe un descalce entre las tasas a las que se invierte el portafolio de inversiones, y las tasas con las que se valora la obligación financiera con los clientes. Adicionalmente, en los mercados financieros no se encuentran instrumentos financieros que tengan vencimientos cercanos al vencimiento del pasivo, por ejemplo, en el caso colombiano, el instrumento financiero de más largo plazo vence en el 2049 y los pasivos tienen vencimiento hasta en 2140, y por esto, es necesario utilizar metodologías de extrapolación, como la propuesta por Smith-Wilson, para hallar las tasas probables a las que la compañía podría invertir en un futuro una vez se llegue al vencimiento total del activo, y encontrar así el activo necesario para terminar de calzar el pasivo dentro de las reservas generadas. Finalmente, las aseguradoras deberían tener siempre dicho activo dentro de los balances y dentro del pasivo, para que así puedan confrontar los movimientos de tasas de interés esperados.

**Abstract:** Insurances companies that offer solutions that represent an annuity obligation in life products are constantly exposed to interest rate risk, since there is sometimes a mismatch between the rates at which the investment portfolio is invested, and the rates that the company uses to value the reserves and keep the capital saved. Additionally, in the financial markets, there are no instruments that have a match with the liabilities on time and their maturity, for example, in the Colombian case, the longest-term financial instrument matures in 2049, and the liabilities mature until 2140, and for that reason is necessary to use extrapolation methodologies like Smith-Wilson to find the probable rates at which, in the long time, resources may have to be invested once the maturity of the asset is reached, and estimate the necessary capital to match the rest of the liability. Finally, insurance companies must always have that capital in the balance sheets that allows them to face the expected interest rate movements.

**Palabras clave:** Tasas de interés, aseguradoras, productos de vida, reserva matemática, Smith Wilson.

**Key words:** Interest rates, insurance, life products, mathematical reserve, Smith Wilson.

**Clasificación JEL:** C50, E43, G22.

## Índice de contenido:

1. Introducción .....	4
2. Marco teórico .....	7
2.1. Modelo Smith-Wilson .....	9
2.2. Curvas representativas del mercado .....	19
2.3. Cuantificación riesgo de tasa de interés esperado.....	21
3. Desarrollo modelo .....	22
3.1. Tasas de interés .....	23
3.2. Flujos pasivos.....	27
3.3. Flujos activos .....	28
3.4. Cálculo.....	29
4. Conclusiones .....	35
5. Bibliografía .....	40
6. Índice de tablas.....	41
7. Índice de gráficas .....	42

## 1. Introducción

Los mercados, tanto nacionales como internacionales, se han preocupado por enfrentar una serie de riesgos a los cuales las compañías están expuestas diariamente según la naturaleza de su operación. Se incluyen aquí los llamados riesgos financieros, en el que se puede dar el riesgo de liquidez, el riesgo de crédito o contraparte y el riesgo de mercado, en el que se da el riesgo de tasa de interés, entendido como lo que se produce por las volatilidades generadas en las tasas de corto, mediano y largo plazo en los mercados. Si bien estos factores son importantes, en la literatura se ha tratado de cuidar la relevancia que tienen los elementos estocásticos y volatilidades esperadas, y que muchas veces no se reflejan de manera tan directa en los estados de resultados del corto plazo, en el que los resultados podrían variar drásticamente con el tiempo según las estimaciones realizadas. (Craine & Pierce, 1978).

Específicamente en el sector financiero existe el *riesgo de tasa de interés*, ya que las compañías de este sector emiten pasivos con una duración mayor a los activos que conforman sus portafolios. Esta consecuencia se deriva de diferentes factores, entre ellos, los productos que ofrecen los emisores en el mercado de capitales, en los que los plazos al vencimiento son menores que los que tienen las obligaciones, y que se presenta tanto a nivel nacional como internacional. Sin embargo, a pesar de que hay algunos emisores internacionales, la liquidez y el fácil acceso a dichos mercados es reducida.

Las compañías de seguros de vida o rentas vitalicias al momento de emisión de las pólizas no conocen con certeza el monto ni el plazo al vencimiento del producto, ya que el cálculo se basa en tablas de mortalidad, que reflejan finalmente las probabilidades a las que se tengan que realizar dichos desembolsos en términos de probabilidad de muerte de los asegurados. Adicionalmente, con el fin de provisionar los pagos futuros, se constituye la denominada “reserva”, en donde las aseguradoras llevan dicho monto a su pasivo en valor presente, sin embargo, las tasas de interés en el mercado generan incertidumbre, pues lo ideal es lograr invertir el activo, al mismo nivel de tasas que se firmaron dentro del contrato de emisión de cada una de las pólizas, ya que es esencial para cumplir con los compromisos que se obtuvieron con los clientes. Cuando esto ocurre, no hay forma de evitar una materialización del riesgo de tasa de interés, desatado a partir de un movimiento imprevisto en el diferencial de las curvas. (Craine &

Pierce, 1978)

Con el fin de cubrir los pasivos que se tienen dentro de los balances, las aseguradoras buscan calzar (diferencia entre activo y pasivo) de manera positiva, buscando así que patrimonialmente se reconozca la sensibilidad que tiene dicho balance ante variaciones en la tasa de interés. Sin embargo, dicho reconocimiento por parte del patrimonio ocasiona que se incurra en un mayor costo frente a los accionistas, ya que, por el patrimonio expuesto que tiene cada uno de ellos, se les debe de reconocer el costo de capital previamente definido. De esto, resulta que el riesgo de tasa de interés sea una preocupación importante para las compañías que conforman el sector financiero. Adicionalmente, debido a los impactos que esto tiene en el patrimonio, la literatura internacional ha mostrado que existe una alta correlación entre el rendimiento de las acciones de cada compañía y los movimientos que se presentan en las tasas de interés (Brewer, Carson, Elyasani, & Mansur, 2007).

La tasa de interés representa el parámetro más importante para determinar el valor de las obligaciones con los clientes en valor presente, por lo que movimientos en las tasas de interés hacen que los resultados de la entidad aseguradora se vean altamente afectados y, por lo tanto, la capacidad de pago para con sus asegurados. De igual manera, un patrimonio muy alto también le genera presiones de capital a la compañía, por tener dentro de la misma recursos que finalmente no son necesarios para cubrir las obligaciones, y que son recursos que los accionistas de cierta manera tienen invertidos, y están cobrando un costo de capital por el mismo. La optimización de capital no se encuentra bajo el estudio de este proyecto, sin embargo, podría ser el objetivo de otro trabajo, con el fin de encontrar la forma más eficiente de usar los excesos de capital de las aseguradoras.

Este riesgo, como se mencionó anteriormente, también hace presencia debido a las distintas duraciones que tienen los pasivos y los portafolios que respaldan dichos pasivos, en donde la de los activos es significativamente menor que la de los pasivos, particularmente, en los seguros de vida. La diferencia en duraciones es desatada por las particularidades que hoy en día se encuentran dentro del mercado bursátil colombiano, en donde los títulos de deuda, emitidos por diferentes compañías e incluso el mismo gobierno colombiano, no ascienden a más de 30 años

de plazo al vencimiento y, en donde las obligaciones se derivan de rentas vitalicias que pueden tener un plazo al vencimiento de hasta 80 años, y que pueden estar siendo descontadas a tasas, que no necesariamente se encuentran en el mercado, bajo determinado tiempo.

Las diferencias encontradas en las duraciones son de carácter internacional, sin embargo, en el mercado colombiano son aún más impactantes en los estados financieros de las compañías, debido a lo pequeño del mercado de capitales, y a las diversas restricciones que tienen que enfrentar las aseguradoras, bajo los límites definidos por la Superintendencia Financiera de Colombia para realizar las inversiones que buscan respaldar las obligaciones financieras. La materialización del riesgo surge cuando las tasas que se encuentran en el mercado se ubican por debajo de la tasa de interés garantizada al asegurado, ya que, el spread que se da entre ambas tasas (la del activo y la del pasivo) los márgenes de los retornos adquiridos comienzan a disminuir.

En el sector asegurador colombiano, al igual que en los demás países, se hace inminente el estudio del riesgo de tasa de interés para aquellas compañías que emiten seguros de vida y de riesgos laborales. Por un lado, cobra importancia para que las aseguradoras se encuentren preparadas ante movimientos adversos en las tasas y puedan optimizar su manejo de capital, pero aún más, entendiendo que independiente de las realidades de mercado por la que está pasando su portafolio, ellas deben cumplir las obligaciones con los clientes, ya que son compromisos pactados y por esto, es importante la estimación de una reserva y/o provisión que le permita tener en todo momento el dinero suficiente para realizar el pago de sus obligaciones y no incurrir en la materialización de riesgos adicionales.

## 2. Marco teórico

Históricamente se han realizado diversos estudios en los que se ha cuantificado la estrecha relación que tiene una compañía aseguradora de vida, con los movimientos en las tasas de interés, e incluso, las correlaciones que dichos resultados han tenido, de acuerdo con las políticas monetarias de cada país.

Se han hecho varias investigaciones a nivel internacional, en las cuales se han medido las sensibilidades que tienen los rendimientos del sector financiero, por ejemplo en los rendimientos de capital de los bancos, reflejando que los precios de las acciones disminuyen significativamente luego de que se generen aumentos imprevistos en el nivel o en la pendiente de la curva de rendimiento, en donde los cambios inducidos parecen afectar las utilidades generadas, a través de disminuciones de márgenes y de cambios en la composición de los balances bancarios (English, Van den Heuvel, & Zakrajsek, 2018). Eso, con el fin de identificar la relevancia que tiene el estudio del riesgo de tasa de interés dentro de las aseguradoras.

Adicionalmente, la preocupación de los inversionistas ha llevado a que se utilicen modelos econométricos de mercado, para medir el impacto de los movimientos en las curvas en las acciones bancarias, entre ellos, modelos que asumen varianza constante, tanto en los rendimientos de las acciones, como en los movimientos de las tasas de interés (Lloyd & Shick, 2009).

En algunos documentos se define el riesgo de tasa de interés como “el riesgo de incurrir en pérdidas por fluctuaciones en el tipo de interés”, englobando toda variación positiva o negativa, generando posibles pérdidas de acuerdo al cambio en el valor económico de los activos y los pasivos, y lo que se conoce como el delta del Net Asset Value, o el delta patrimonial, y por esto es necesario su cuantificación por medio de análisis histórico de volatilidad, asumiendo efectos tanto directos como indirectos, ya que cuando la volatilidad es alta, la probabilidad de que aparezcan variaciones en el nivel de las curvas se incrementa. Para esto, se utilizaron metodologías como el análisis de la matriz de varianzas y covarianzas, simulación histórica, simulación Montecarlo, y cuantificación por medio de los documentos de Solvencia II, de acuerdo con los QIS (*Quantitative Impact Study*), que la Autoridad Europea de Seguros y Pensiones de Jubilación (EIOPA por sus siglas en inglés) genera como propuesta. Dichos estudios llegan a que las compañías podrían perder

hasta el 37% de los portafolios, si no tienen dicha cartera inmunizada, en cuanto a términos de indexaciones, duraciones y monedas, y entre mayor es la inmunización, menor exposición al riesgo de tasa de interés existe (Cuesta Aguilar, 2011).

En casos de Solvencia II, se introduce un modelo de administración basado en riesgos, valorando los activos y pasivos de las compañías bajo el concepto de *valor económico*, buscando proteger a los tomadores de pólizas, además de cuantificar probables pérdidas, para lograr estabilidad financiera en las compañías y conectar el capital de la compañía con los riesgos a los que está expuesta, ofreciendo incentivos para las compañías que mejor administren su situación de riesgo y capital (Asimit, Badescu, Haberman, & Kim, 2016). Para lograr esto, se desarrolló una metodología llamada QIS 5, que se enfoca principalmente en establecer requerimientos de capital basados en riesgos, generando una cultura de administración fundamentada en riesgos (Asimit, Haberman, & Seok Kim, 2016).

Finalmente lo que QIS 5 establece, es que el cargo de capital surja de dos factores predefinidos, un choque ascendente y descendente en la estructura de plazos de las tasas de interés combinadas con alteraciones en la volatilidad implícita, por medio de la técnica de Smith-Wilson para extrapolación de tasas, entendiendo que en muchas aseguradoras y países, la curva líquida llega hasta cierto punto de menor duración que la del pasivo, para finalmente tener el cargo por riesgo de tasa de interés, que se encuentra dado por la diferencia de capital entre ambos choques, diferenciando la posición actual, y las posiciones en escenarios de estrés (EIOPA, 2010).

En Latinoamérica, Chile es el único país que ha implementado la cuantificación del riesgo de tasa de interés como una norma, en donde las compañías que tienen obligaciones vigentes de seguros de Renta Vitalicia deberán efectuar un análisis de la suficiencia de activos respecto a los pasivos, considerando flujos de activos y pasivos ajustados de acuerdo a los criterios que se señalan en la norma impartida por la Comisión para el Mercado Financiero, y determinar si los flujos de activos son suficientes para el pago de los pasivos, considerando una tasa de interés futura (CMF, 2017). La provisión que finalmente constituyen surge a partir de una identificación de flujos de activos de acuerdo con el tipo de instrumento, y una identificación de los flujos del pasivo, que constituyen las rentas vitalicias. Luego, a partir de una construcción de curvas por medio de Smith-Wilson, que contienen una visión de mercado en el corto plazo, y la identificación de unos *tramos*, cuantifican en valor presente cuál podría ser la diferencia entre lo que hoy se tiene reservado y lo



que se debería (CMF, 2017). La norma colombiana aún se encuentra en proceso de estudio para implementar dicha norma, referenciándose a nivel internacional.

Adicional a la cuantificación del riesgo en sí, dadas las características del pasivo, en el que son mucho más largos que la curva líquida que se encuentra en el mercado es necesario identificar bajo qué metodologías se debe realizar la extrapolación de la curva de acuerdo con las realidades de mercado en la que se encuentre cada aseguradora. El marco europeo, Solvencia II, se basa en que, en la práctica, la estructura apropiada de términos de tasas de interés libres de riesgo se construye a partir de un número finito de datos. Por lo tanto, se requiere tanto la interpolación entre estos puntos de datos como la extrapolación más allá del último punto de datos disponible con suficiente liquidez. Además, configura la parte extrapolada de las estructuras de plazos de las tasas de interés para las monedas en las que se proporcionaron las estructuras de términos de tasas de interés relevantes y libres de riesgo de acuerdo con QIS5. (EIOPA, 2010)

La curva de rendimientos extrapolada refleja las condiciones actuales del mercado y al mismo tiempo incorpora puntos de vista económicos sobre cómo se espera que se comporten las tasas a largo plazo no observables, siendo así que las técnicas de extrapolación macroeconómica asumen una tasa de interés de equilibrio a largo plazo. Con el enfoque de Smith-Wilson tanto en la interpolación (para los vencimientos en el final líquido de la estructura) y la extrapolación se puede lograr una curva que refleje finalmente las tasas de interés del sector, tanto en el corto, como en el largo plazo, considerando la reinversión (EIOPA, 2010).

## **2.1. Modelo Smith-Wilson**

Las estructuras temporales de tasas de interés generalmente intentan diseñar la curva en el largo plazo incluyendo el mayor grado de información que exista en el mercado. Varios modelos podrían predecir valores diferentes en las curvas y, por lo tanto, se podría dar lugar a diferentes perfiles de Reservas y de Solvencia que las compañías de seguros necesitan, como lo puede ser la metodología de Nelson y Siegel, sin embargo, en el marco de Solvencia II, se privilegia en particular la interpolación y extrapolación de la estructura de tasas que se hace por medio del método de Smith-Wilson.

El método de Smith-Wilson, para la extrapolación de tasas de interés, ha mostrado tener un ajuste mucho más preciso de las curvas de rendimientos, lo que quizá aun para otros modelos, ha resultado un poco más complejo, según muchos de los economistas y analistas. Por ejemplo, el método de Nelson y Siegel, aunque en teoría también estima tasas con ajustes muy cercanos a la realidad, puede tender a sobre o subestimar los rendimientos de la curva, dado que se basa en métodos paramétricos. Un punto adicional, que resulta muy relevante para el método utilizado, es que garantiza que el rendimiento extrapolado pueda acercarse a una tasa previamente definida (UFR), evitando así que las extrapolaciones sean inestables y dependan netamente de los métodos definidos, a diferencia de Nelson y Siegel, el cual no tiene puntos de convergencia establecidos inicialmente, lo que tiene como consecuencia, que en Smith-Wilson los parámetros son definidos y en Nelson y Siegel se estiman, presentándose así volatilidades más altas.

Dicho modelo es un enfoque macroeconómico, desarrollado para hacer extrapolaciones de curvas, considerando los puntos líquidos de la misma, un último nivel de tasa (UFR por sus siglas en inglés) y unos años de convergencia. (Financial Supervisory Northway, 2010). Cuando se trata de interpolar, el método consiste en buscar el mejor ajuste en toda la información entregada por los mercados financieros líquidos y al mismo tiempo tratar de mantener un movimiento fluido, sin embargo, cuando luego se trata de extrapolar, el modelo supone una tasa de equilibrio a largo plazo determinada (Magurean Laureanda, 2016).

Para realizar el método de extrapolación son necesarios los siguientes criterios técnicos:

- **Ultimate Forward Rate (UFR):** es la suma compuesta de una tasa real esperada y de una tasa de inflación esperada en el largo plazo, de acuerdo con la economía de cada moneda (European Insurance And Occupational Pensions Authority, 2019). Esta tasa es calculada después de un último punto líquido del mercado (emisión de más largo plazo en la economía), en el que, por falta de liquidez en el mercado, no hay información hasta el último nodo de los pasivos y es determinado por EIOPA.
- **Punto de convergencia:** reflejan los años de convergencia a partir del último punto líquido, al que debe converger el UFR. Es decir, si el último punto líquido es 30 años, y el punto de convergencia es 90 años, el UFR a partir de 30 años debe converger en el nodo de 60 años más, y es determinado igualmente por EIOPA.

- **Velocidad de convergencia:** el parámetro Alfa ( $\alpha$ ) controla la velocidad de convergencia del UFR al punto de convergencia anteriormente mencionado.

El problema de optimización que proponen Smith A. y Wilson T, parte de la hipótesis de que el valor de mercado actual que puede tener un activo con un flujo de caja único en el momento  $t$ , debe ser igual a los valores actuales calculados a través de una tasa de equilibrio a futuro, a la que convergen entonces las tasas de mercado observadas (UFR). Suponiendo que, a largo plazo, la curva que refleja las tasas de interés a futuro alcanzará asintóticamente el UFR, se agrega una corrección que tiende a cero cuando  $t \rightarrow \infty$ , por lo tanto, se puede escribir la siguiente ecuación (Magurean Laureanda, 2016).

$$\text{Valor presente de mercado} = \text{Valor presente aplicando la UFR} \pm \text{Corrección}$$

Como ya se sabe, la tasa de equilibrio refleja la parte ilíquida de la curva, y hasta la fecha se ha definido como una entrada constante por EIOPA. Mientras que la corrección se debe hacer obteniendo la información de mercado proporcionada por la parte líquida. La fórmula utiliza la composición continua, por lo tanto  $e^{-UFR \times t}$ , y la función de fijación de tasas para los Bonos Cero Cupón determinado con vencimiento  $t$ , puede expresarse como:

$$P(t, m_j) = e^{-UFR \times t} + \text{Corrección}, \quad t \geq 0$$

La “corrección” puede ser reducida a una combinación lineal de  $N$  parámetros, donde  $N$  es el número de nodos observables:

$$\zeta_1 w_1 + \zeta_2 w_2 + \zeta_3 w_3 + \dots + \zeta_N w_N, \quad t \geq 0$$

Siendo  $\zeta_i$  los parámetros para ajustar la curva de rendimiento real, y  $w_j$  el peso que se obtiene a través de la función de Kernel:  $Kernel_j(t)$ , que depende del vencimiento del nodo. El valor de la función Kernel puede considerarse como una variable determinística, ya que se origina a partir de datos observables, por lo que, en tal caso, dicha función es igual a la función conocida como Wilson:

$$Kernel_j(t) = W(t, m_j), \quad t \geq 0$$

$$W(t, m_j) = e^{-UFR(t+t_j)} \left\{ \alpha \min(t, t_j) - 0.5 e^{-\alpha \max(t, t_j)} \left[ e^{\alpha \min(t, t_j)} - e^{-\alpha \min(t, t_j)} \right] \right\}$$

Siendo  $t_j$  el vencimiento del  $j$ -ésimo activo y  $\alpha$ , la reversión a la media, una medida de la velocidad de convergencia a la UFR, de acuerdo con los años de convergencia definidos. Para el caso de Colombia los parámetros definidos por EIOPA fueron los siguientes (European Insurance And Occupational Pensions Authority, 2019).

Inflación largo plazo	3%
Tasa real largo plazo	1.5%
UFR	4.5%
Años convergencia	90

Tabla 1 – Información extraída de EIOPA para aplicar Smith-Wilson.

La llamada función de Kernel, denotada como  $k_j(t)$ , se define como la función de la madurez  $t$  mediante la expresión  $k_j(t) = W(t, m_j)$ ,  $t \geq 0$  y  $j = 1, 2, \dots, N$ , siendo  $W(t, m_j)$  la llamada función de Wilson. Por lo tanto:

$$P(t, m_j) = e^{-UFR \times t} + \sum_{j=1}^N \zeta_j \times W(t, m_j), \quad t \geq 0 \quad (1)$$

Dependen solo de los parámetros de entrada y de los datos de los bonos cero cupón de entrada. Para cada enlace de entrada, se calcula una función de Kernel particular a partir de esta definición. La idea del modelo es evaluar la función  $P(t, m_j)$  como una combinación lineal de todas las funciones de Kernel. Esto es similar al método Nelson-Siegel, donde la función de tasa de avance se evalúa como la suma de una curva plana, una curva inclinada y una curva jorobada, y el método Svensson, donde se agrega una segunda curva jorobada a las tres curvas de Nelson-Siegel.

Los parámetros  $\zeta_j$  se ajustan a las funciones de descuento de precios actuales, y la función de Wilson,  $W(t, m_j)$  es una función simétrica que requiere una reversión a la media predeterminada  $\alpha$ , como dato de entrada, de manera que:

$$W(t, m_j) = \begin{cases} e^{-UFR \times (t+m_j)} \left[ \alpha t - 0.5 e^{-\alpha m_j} (e^{\alpha t} - e^{-\alpha t}) \right], & t \leq m_j \\ e^{-UFR \times (t+m_j)} \left[ \alpha m_j - 0.5 e^{-\alpha t} (e^{\alpha m_j} - e^{-\alpha m_j}) \right], & t > m_j \end{cases}$$

Lo cual es equivalente a escribir:

$$W(t, m_j) = e^{-UFR \times (t+m_j)} \left[ \alpha \min(t, m_j) - 0.5 e^{-\alpha \max(t, m_j)} (e^{\alpha \min(t, m_j)} - e^{-\alpha \min(t, m_j)}) \right], \quad (2)$$

Y también se puede expresar en términos de la función seno hiperbólico, como:

$$W(t, m_j) = e^{-UFR \times (t+m_j)} \left[ \alpha \min(t, m_j) - e^{-\alpha \max(t, m_j)} \left( \frac{e^{\alpha \min(t, m_j)} - e^{-\alpha \min(t, m_j)}}{2} \right) \right]$$

$$W(t, m_j) = e^{-UFR \times (t+m_j)} \left[ \alpha \min(t, m_j) - e^{-\alpha \max(t, m_j)} \operatorname{senh} \alpha \min(t, m_j) \right]$$

$N$  : el número de bonos de cupón cero con función de precio conocida

$m_j, j = 1, 2, \dots, N$  : los vencimientos de los bonos de cupón cero con precios conocidos

$t$  : el plazo hasta el vencimiento en la función de precio

$UFR$  : la tasa de avance incondicional definitiva, continuamente compuesta

$\alpha$  : reversión a la media, mide la velocidad de convergencia al  $UFR$

$\zeta_j, j = 1, 2, \dots, N$  : parámetros para ajustar a la curva de rendimiento real

Como los  $\zeta_j$  son los únicos parámetros desconocidos en el método, la técnica de Smith-Wilson propone establecer un sistema lineal de  $N$  funciones de descuento de acuerdo con la ecuación (1), una para cada bono cero cupón.

Se define entonces el vector  $N$ -dimensional  $\zeta = (\zeta_1 \ \zeta_2 \ \zeta_3 \ \dots \ \zeta_N)^T$ , el cual se encuentra resolviendo el sistema de ecuaciones que resulta al hacer

$$P(m_1) \ P(m_2) \ P(m_3) \ . \ . \ . \ P(m_N)^T = e^{-UFR \times m_1} \ e^{-UFR \times m_2} \ e^{-UFR \times m_3} \ . \ . \ . \ e^{-UFR \times m_N}^T + W\zeta$$

Donde;

$$W = \begin{bmatrix} W(m_1, m_1) & W(m_1, m_2) & \dots & W(m_1, m_N) \\ W(m_2, m_1) & W(m_2, m_2) & \dots & W(m_2, m_N) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ W(m_N, m_1) & W(m_N, m_2) & \dots & W(m_N, m_N) \end{bmatrix}$$

A partir de la ecuación (1), y considerando el precio de los diferentes bonos cero cupones, se plantea el sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} P(0, m_1) &= e^{-UFR \times m_1} + \sum_{j=1}^N \zeta_j \times W(t, m_1) \\ P(0, m_2) &= e^{-UFR \times m_2} + \sum_{j=1}^N \zeta_j \times W(t, m_2) \\ &\cdot \\ &\cdot \\ &\cdot \\ P(0, m_N) &= e^{-UFR \times m_N} + \sum_{j=1}^N \zeta_j \times W(t, m_N) \end{aligned}$$

Para resolver el sistema de ecuaciones, se supone que

$$\begin{aligned} P &= P(0, m_1) \ P(0, m_2) \ P(0, m_3) \ . \ . \ . \ P(0, m_N)^T \\ Z &= e^{-UFR \times m_1} \ e^{-UFR \times m_2} \ e^{-UFR \times m_3} \ . \ . \ . \ e^{-UFR \times m_N}^T \end{aligned}$$

el sistema de ecuaciones se expresa de manera compacta como:

$$P = Z + W\zeta$$

De manera que el vector  $\zeta$  se halla haciendo:

$$\zeta = W^{-1}(P - Z)$$

Una vez determinado el vector  $\zeta$ , es posible calcular el precio de un bono cero cupón y a partir de este valor, se pueden encontrar las tasas spot utilizando la definición de precio del bono cero cupón mediante la expresión  $\tilde{R}_t = -\frac{1}{t} \ln(P_t)$  para tasas compuestas continuamente o

$$\tilde{R}_t = \left( \frac{1}{P_t} \right)^{\frac{1}{t}} - 1 \text{ si la capitalización es anual.}$$

La ecuación (1) es una aproximación no lineal por tramos de la estructura de términos de precios de cero cupón con nodos en  $m_j$ ,  $j = 1, 2, 3, \dots, N$ . Cuando los coeficientes  $\zeta_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, N$  son no negativos y el UFR positivo, se asegura una estructura de precios a largo plazo decreciente.

Se ve que:

Si  $t \leq m_j$  se tiene que;

$$\begin{aligned} W_1(t, m_j) &= e^{-UFR \times (t+m_j)} \left[ at - e^{-am_j} \left( \frac{e^{at} - e^{-at}}{2} \right) \right] \\ &= e^{-UFR \times (t+m_j)} \left[ at - e^{-am_j} \sinh(at) \right] \end{aligned}$$

Derivando parcialmente con respecto a  $t$ , se obtiene;

$$\frac{\partial W_1(t, m_j)}{\partial t} = e^{-UFR \times (t+m_j)} \left[ \alpha - \alpha e^{-am_j} \cosh(at) - UFR \left[ at - e^{-am_j} \sinh(at) \right] \right]$$

Si  $t > m_j$  se tiene que;

$$\begin{aligned} W_2(t, m_j) &= e^{-UFR \times (t+m_j)} \left[ am_j - e^{-at} \left( \frac{e^{am_j} - e^{-am_j}}{2} \right) \right] \\ &= e^{-UFR \times (t+m_j)} \left[ am_j - e^{-at} \sinh(am_j) \right] \end{aligned}$$

Derivando parcialmente con respecto a  $t$ , se obtiene;

$$\frac{\partial W_2(t, m_j)}{\partial t} = e^{-UFR \times (t+m_j)} \left[ \alpha e^{-at} \sinh(am_j) - UFR \left[ am_j - e^{-at} \sinh(am_j) \right] \right]$$

Ahora, si  $\alpha > 0$ ,  $m_j > 0$  y  $UFR > 0$ , a largo plazo, se obtiene que  $\frac{\partial W_1(t, m_j)}{\partial t} < 0$  sí  $t \leq m_j$  y

además  $\frac{\partial W_2(t, m_j)}{\partial t} < 0$  cuando  $t > m_j$ , por lo tanto se puede concluir que la estructura de precios a largo plazo es decreciente.

El método Smith-Wilson se puede generalizar y aplicar a activos líquidos que producen varios flujos de efectivo en un tiempo previamente especificado. El valor presente de los flujos de efectivo puede calcularse utilizando la ecuación (1). Pero, para calcular la corrección, se debe definir una función de Kernel diferente. La nueva combinación lineal tiene en cuenta los flujos de efectivo; se define entonces  $x_i = (x_{i1} \ x_{i2} \ x_{i3} \ \dots \ x_{iM})$  como el flujo de efectivo que proporciona un activo  $x_i$ .

La función Kernel para el  $i$ -ésimo activo se encuentra con la expresión:

$$k_i(t) = \sum_{j=1}^M x_{i,j} W(t, m_j), \quad t \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, M \quad \text{y} \quad i = 1, 2, \dots, N$$

Por lo tanto, al reemplazar en la expresión;

$$P(t, m_j) = e^{-UFR \times t} + \sum_{j=1}^N \zeta_j k_j(t), \quad t \geq 0$$

Se obtiene que el factor de descuento se expresa de manera general como;

$$P(0, m_j) = e^{-UFR \times m_j} + \sum_{i=1}^N \zeta_i \sum_{j=1}^M x_{i,j} W(t, m_j), \quad t \geq 0$$

El valor presente de mercado de un activo que genera los pagos  $x_i = (x_{i1} \ x_{i2} \ x_{i3} \ \dots \ x_{iM})$  en el tiempo  $t : t_1, t_2, \dots, t_M$  se calcula descontando el flujo de efectivo con un factor de descuento conocido que depende del tiempo,  $P(t, m_j)$ , mediante la expresión:

$$\Omega_i = \sum_{j=1}^M x_{i,j} P(t, m_j), \quad t \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, N$$

Y al sustituir  $P(0, m_j)$ , se obtiene



$$\Omega_i = \sum_{j=1}^M x_{i,j} \left[ e^{-UFR \times m_j} + \sum_{l=1}^N \zeta_l \sum_{k=1}^M x_{l,k} W(t_j, m_k) \right], \text{ es decir}$$

$$\Omega_i = \sum_{j=1}^M x_{i,j} e^{-UFR \times m_j} + \sum_{j=1}^M x_{i,j} \sum_{l=1}^N \zeta_l \sum_{k=1}^M x_{l,k} W(t_j, m_k)$$

$$\Omega_i = \sum_{j=1}^M x_{i,j} e^{-UFR \times m_j} + \sum_{l=1}^N \left[ \sum_{k=1}^M \left( \sum_{j=1}^M x_{i,j} W(t_j, m_k) \right) x_{l,k} \right] \zeta_l$$

Asignándole valores a  $i = 1, 2, \dots, N$ , se plantea el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} \Omega_1 &= \sum_{j=1}^M x_{1,j} e^{-UFR \times m_j} + \sum_{l=1}^N \left[ \sum_{k=1}^M \left( \sum_{j=1}^M x_{1,j} W(t_j, m_k) \right) x_{l,k} \right] \zeta_l \\ \Omega_2 &= \sum_{j=1}^M x_{2,j} e^{-UFR \times m_j} + \sum_{l=1}^N \left[ \sum_{k=1}^M \left( \sum_{j=1}^M x_{2,j} W(t_j, m_k) \right) x_{l,k} \right] \zeta_l \\ &\quad \cdot \\ &\quad \cdot \\ &\quad \cdot \\ \Omega_N &= \sum_{j=1}^M x_{N,j} e^{-UFR \times m_j} + \sum_{l=1}^N \left[ \sum_{k=1}^M \left( \sum_{j=1}^M x_{N,j} W(t_j, m_k) \right) x_{l,k} \right] \zeta_l \end{aligned}$$

Se definen, así como antes, los vectores:

$$\Omega = (\Omega_1 \ \Omega_2 \ \Omega_3 \ \dots \ \Omega_N)^T$$

$$\zeta = (\zeta_1 \ \zeta_2 \ \zeta_3 \ \dots \ \zeta_N)^T,$$

$$P = P(0, m_1) \ P(0, m_2) \ P(0, m_3) \ \dots \ P(0, m_M)^T$$

$$Z = e^{-UFR \times m_1} \ e^{-UFR \times m_2} \ e^{-UFR \times m_3} \ \dots \ e^{-UFR \times m_M}^T$$

y las matrices

$$W = \begin{bmatrix} W(m_1, m_1) & W(m_1, m_2) & \dots & W(m_1, m_M) \\ W(m_2, m_1) & W(m_2, m_2) & \dots & W(m_2, m_M) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ W(m_M, m_1) & W(m_M, m_2) & \dots & W(m_N, m_M) \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1M} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2M} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ x_{M1} & x_{M2} & \dots & x_{NM} \end{bmatrix}$$

Definidos estos vectores, el sistema de ecuaciones planteado se expresa en forma matricial como:

$$\Omega = XZ + (XWX^T)\zeta$$

el vector  $\zeta$  se halla haciendo;

$$\zeta = (XWX^T)^{-1}(\Omega - XZ)$$

encontrado el vector  $\zeta = (\zeta_1 \ \zeta_2 \ \zeta_3 \ \dots \ \zeta_N)^T$ , se sustituye en la función de fijación de precios  $P(t, m_j)$  y se obtiene el valor de la función de descuento para todos los vencimientos y obviamente de la estructura para las tarifas de contado.

Curiosamente, la función Wilson es una función convergente con un máximo absoluto alcanzado antes del último punto líquido. Adicionalmente, gran parte de la función responde a una función exponencial por tramos, que históricamente ha sido útil cuando se modelan las tasas de interés.

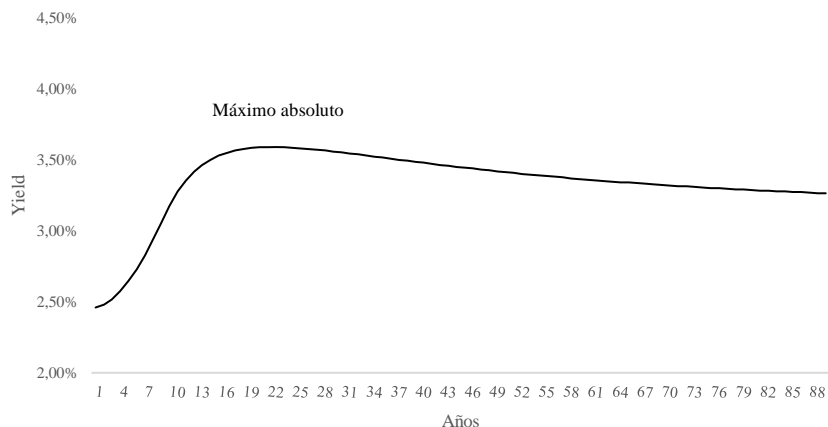


Ilustración 1 – Comportamiento ilustrativo de la Curva Smith-Wilson - Elaboración propia

## 2.2. Curvas representativas del mercado

Como se ha mencionado anteriormente, el modelo de Smith-Wilson es útil para extrapolar las curvas de tasas de interés más allá del último punto líquido que se conoce dentro de la economía, con el fin de poder encontrar la curva de descuento óptima de las soluciones de largo plazo que tienen las aseguradoras. Sin embargo, es necesaria la construcción de las curvas de interés que representen de una mejor manera las oportunidades de inversión que hay en el mercado colombiano, y construir la curva, tanto real, como nominal, hasta ese último punto líquido, para luego aplicar el método Smith-Wilson.

En Colombia actualmente, existe el cálculo de una curva de tasas de interés dentro de los nodos líquidos, que le permite a las aseguradoras constituir algunas reservas con dicho vector de tasas. Para efectos de este trabajo, se tomará como referencia dicha composición de curva, y recalibrar algunos de los parámetros que son necesarios dentro de la fórmula, buscando reflejar de una mejor manera la realidad de la aseguradora a estudiar.

El vector de tasas es definido para cada uno de los plazos (anuales) y se calcula como un promedio de las tasas de mercado de los títulos de deuda pública y privada, ponderados por la participación de cada uno de estos tipos de títulos en los activos que respaldan las reservas de las aseguradoras. De esta forma, el vector de deuda pública se define como la curva cero cupón de deuda pública colombiana en UVR, para reflejar el crecimiento inflacionario, y el vector de deuda corporativa corresponde a la curva de bonos corporativos indexados a IPC con calificación AAA. Ambas curvas, son las que reflejan de una mejor manera las rentabilidades de los instrumentos financieros. La metodología también considera un último plazo líquido, definido como el plazo al vencimiento del TES UVR de más largo plazo emitido en el mercado. Adicionalmente, es necesario considerar la curva en inflación implícita necesaria para valorar el poder adquisitivo dentro de las reservas (SFC Colombia, 2018).

Último plazo líquido	
TES UVR del 2049	
Fecha de vencimiento:	Junio del 2049

Tabla 2 -Información extraída de la página del Banco de la República de Colombia para estimar el UPL<sup>1</sup>

Los rendimientos de los activos que se usan para el cálculo son afectados por el riesgo de crédito, con el fin reconocer la probabilidad de materialización de dicho riesgo y limitar las pérdidas esperadas. Con base en lo anterior se define la siguiente fórmula para la curva en los plazos líquidos (SFC Colombia, 2018):

$$TMR_k = [P \times TDP_k] + [(1-P) \times ((ER_k \times (1-RC)) + TDP_k)] \quad (3)$$

Donde,

*TMR*: es la tasa de mercado de referencia.

*k*: es el nodo de la curva (años).

*TDP<sub>k</sub>*: es el rendimiento de la curva cero cupón de deuda pública en UVR para el plazo *k*.

*P*: es la participación de la deuda pública<sup>2</sup>.

*ER<sub>k</sub>*: es el rendimiento de la diferencia entre los títulos de deuda pública y deuda privada para el plazo *k*.

*RC*: representa la proporción del exceso de retorno correspondiente al riesgo de crédito.

La porción de riesgo de crédito responde a la metodología empleada en el “*Matching Adjustment*” dentro del marco de Solvencia II. (Towers Watosn, 2011)

Finalmente, el vector de inflaciones implícitas se calcula con base en la diferencia entre las curvas cero cupón de deuda pública en pesos y en UVR para los plazos líquidos.

<sup>1</sup> UPL: Último plazo líquido.

<sup>2</sup> Porcentaje que será calibrado de acuerdo con la realidad de la aseguradora en análisis.

### 2.3. Cuantificación riesgo de tasa de interés esperado

Adicional a la información obtenida por medio de las tasas de interés, es necesario conocer el flujo de los activos y los pasivos de la compañía en análisis, y adicional a esto, generar un modelo que permita cuantificar el riesgo de tasa de interés que debería tener guardada la compañía, en caso de que se la materialice el riesgo y pueda, aun así, responderles a sus asegurados.

Para este ejercicio, se tomarán como referencia la norma chilena que ya está implementada a todas las aseguradoras gracias a la Comisión del Mercado Financiero chileno desde el año 2013 (Comisión del Mercado Financiero Chileno, 2007), y el documento técnico de investigación y desarrollo de la Superintendencia Financiera de Colombia que aún no ha comenzado a regir como norma (SFC Colombia, 2018). Ambas jurisdicciones lo que buscan es asegurar la suficiencia de los activos que respaldan las rentas vitalicias, y en caso de que se encuentre una insuficiencia, esta deba ser guardada en los estados financieros como una reserva conocida como “Reserva de Insuficiencia de Activos”.

El “Test de Insuficiencia de Activos”, como se conoce internacionalmente, debe tener en cuenta principalmente lo siguiente:

- Cuantificación de los flujos futuros del pasivo.
- Cuantificación de los flujos futuros del activo de aquellos activos que establecen un flujo ya conocido únicamente, como lo son:
  - Instrumentos de renta fija.
  - Instrumentos derivados.
  - Bienes raíces de propiedad de la compañía que estén en arriendo.
  - Fondos comunes de inversión, donde el gestor del fondo asegure los flujos.
  - Fondos de capital privado, donde el gestor del fondo asegure los flujos.

Los activos financieros que no tengan un flujo conocido, como la Renta Variable, deberá ser considerada en el momento  $t = 0$ .

- Definición de tramos de cálculo de suficiencia.
- Curvas de tasas de interés de descuento representativas de mercado.

- Curva de inflación implícita.
- Curva de tasas de interés que castigue las insuficiencias futuras (más ácida que la curva de descuento representativa de mercado).

Una vez se tiene dicha información en términos de flujos, se debe calcular el descalce para cada tramo, definiendo este descalce, como ya se mencionó, simplemente como la diferencia entre activos y pasivos. Cuando este da mayor que cero, significa que habrá una suficiencia, y cuando sea menor que cero, significa que hay una insuficiencia. Según la Comisión de Mercado Financiero de Chile, cada entidad aseguradora deberá identificar con qué curvas de descuento llevará a valor presente tanto las insuficiencias como las suficiencias y adicionalmente, recomienda utilizar el cálculo de las suficiencias por tramos mensuales (Comisión del Mercado Financiero Chileno, 2007). Algo importante es que, para poder calcular las suficiencias o insuficiencias por tramos, estos deben estar en el mismo momento del tiempo, por lo que ambos deberán ser llevados a un mismo día, que será denominado “el punto medio”.

Finalmente, la insuficiencia o suficiencia de activos será como el mayor valor entre 0 y el negativo del valor presente neto de los descalces que se calcularon en cada tramo. Esto significa que cuando el resultado es positivo, la compañía presenta una suficiencia.

### **3. Desarrollo del modelo**

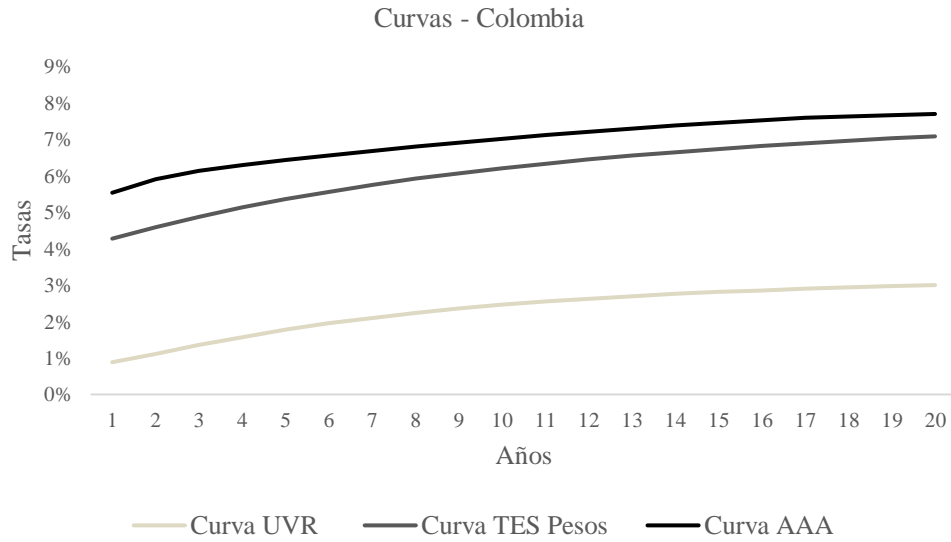
Como punto de partida, es necesario saber que la información utilizada durante todo el cálculo será con información a diciembre 31 de 2019. Encontrar la suficiencia o insuficiencia final de la aseguradora requerirá encontrar la curva de tasa de interés actual hasta el último punto líquido para encontrar las tasas a las que podría estar invertido el portafolio, luego requerirá encontrar la curva probable de reinversión a partir del modelo de Smith-Wilson, de acuerdo con los parámetros sugeridos por EIOPA, y finalmente, aplicar la metodología de la valoración por tramos para encontrar efectivamente la posición financiera de la compañía.

### 3.1. Tasas de interés

Con el fin de encontrar las curvas de las tasas de interés, hasta el último punto líquido de la curva de rendimientos del mercado colombiano, es necesario contar con las curvas de tasas, tanto la curva corporativa AAA como la curva TES en pesos y en UVR. La relevancia de las tres curvas es que por un lado la curva corporativa AAA es la curva más líquida del mercado colombiano, lo cual permite hacer estimaciones mucho más acordes a la realidad, por otro lado, la curva UVR es con el fin de trabajar con la curva real, buscando así no sumarle una mayor volatilidad a la estimación, y finalmente, la curva nominal TES en pesos colombianos, es para estimar la curva de la inflación implícita, para luego utilizar el modelo de Smith-Wilson, y llegar así a la inflación del largo plazo que se ha definido bajo el marco europeo (3%).

Años	Curva UVR	Curva TES	Curva AAA	Años	Curva UVR	Curva TES	Curva AAA
1	0.9%	4.3%	5.5%	13	2.7%	6.6%	7.3%
2	1.1%	4.6%	5.9%	14	2.8%	6.7%	7.4%
3	1.4%	4.9%	6.1%	15	2.8%	6.7%	7.5%
4	1.6%	5.1%	6.3%	16	2.9%	6.8%	7.5%
5	1.8%	5.4%	6.4%	17	2.9%	6.9%	7.6%
6	1.9%	5.6%	6.6%	18	2.9%	7.0%	7.6%
7	2.1%	5.8%	6.7%	19	3.0%	7.0%	7.7%
8	2.2%	5.9%	6.8%	20	3.0%	7.1%	7.7%
9	2.4%	6.1%	6.9%	21	3.0%	7.1%	7.7%
10	2.5%	6.2%	7.0%	22	3.1%	7.2%	7.7%
11	2.6%	6.3%	7.1%	23	3.1%	7.2%	7.8%
12	2.6%	6.5%	7.2%	24	3.1%	7.3%	7.8%

Tabla 3 - Curvas de tasas de interés extraídas de [www.precia.com](http://www.precia.com)



*Ilustración 2 - Curvas spot Colombia diciembre 2019*

Luego de contar con las curvas soberanas en UVR y en pesos, es posible extraer la inflación implícita con la siguiente fórmula;

$$Inflacion\ implicita_i = \frac{Tasa\ pesos_i + 1}{Tasa\ UVR_i + 1} - 1$$

Siendo *i* el número de años, finalmente se encuentra la inflación implícita:

Años	Inflación Implícita	Años	Inflación Implícita
1	3.4%	13	3.8%
2	3.4%	14	3.8%
3	3.5%	15	3.8%
4	3.5%	16	3.9%
5	3.5%	17	3.9%
6	3.5%	18	3.9%
7	3.6%	19	3.9%
8	3.6%	20	4.0%
9	3.6%	21	4.0%
10	3.7%	22	4.0%
11	3.7%	23	4.0%
12	3.7%	24	4.1%



Tabla 4 - Elaboración propia con inflación implícita calculada

Finalmente se debe encontrar la curva representativa de mercado hasta el último punto líquido de acuerdo con la ecuación (3), y teniendo en cuenta los siguientes parámetros:

$P$  : es la participación de la deuda pública: 30%, de acuerdo con la realidad de la aseguradora. En este punto particularmente, se buscó estimar la composición promedio del portafolio de inversiones de la aseguradora en estudio, en el que se encontró que normalmente tiene una composición del 30% en deuda pública y un 70% en deuda corporativa, renta variable y en instrumentos alternativos. Esto, con el fin de estimar de la mejor manera el rendimiento total del portafolio de la aseguradora a través de la curva de mercado de referencia.

$RC$  : representa la proporción del exceso de retorno correspondiente al riesgo de crédito: 55% (Dirección de Investigación y Desarrollo, Superintendencia Financiera de Colombia, 2017). Si bien la información es con corte a 2017, es correcto su uso para el estudio, pues tiene en cuenta la información reciente de los Credit Default Swaps (CDS) a 5 y 10 años, los cuales dentro de su comportamiento estocástico ya tiene en cuenta lo sucedido en la crisis *subprime* de 2008 y 2009, por lo cual se puede usar como proxy el valor del riesgo de crédito.

Años	TMR Real	TMR Nominal	Años	TMR Real	TMR Nominal
1	1.3%	4.7%	13	2.9%	6.8%
2	1.5%	5.0%	14	3.0%	6.9%
3	1.7%	5.3%	15	3.0%	7.0%
4	1.9%	5.5%	16	3.1%	7.1%
5	2.1%	5.7%	17	3.1%	7.1%
6	2.3%	5.9%	18	3.1%	7.2%
7	2.4%	6.1%	19	3.2%	7.2%
8	2.5%	6.2%	20	3.2%	7.3%
9	2.6%	6.3%	21	3.2%	7.3%
10	2.7%	6.5%	22	3.2%	7.4%
11	2.8%	6.6%	23	3.2%	7.4%
12	2.9%	6.7%	24	3.2%	7.4%

Tabla 5 - Curvas SPOT, elaboración propia

Como se mencionó anteriormente, la compañía de seguros cuenta con pasivos que son a muy largo plazo, y por esto, es necesario extrapolar la curva de la tasa de interés, para poder tener una tasa que represente el mercado durante toda la vigencia de los flujos del pasivo (plazo al vencimiento de 101 años). Para esto, se aplicó la metodología de Smith-Wilson, según la ecuación (2):

Cabe recordar que los parámetros definidos para Colombia bajo el marco sugerido por EIOPA son:

Inflación largo plazo	3%
Tasa real largo plazo Spot	1.5%
UFR	4.5%
Años convergencia	90

*Tabla 6 - Información EIOPA*

Los datos anteriores tienen mucha coherencia con el mercado colombiano, y es por esto por lo que se recomienda su uso. Por un lado, la inflación de largo plazo bajo el mercado europeo coincide con la inflación de largo plazo que ha definido el Banco de la República de Colombia (Banco de la República, 2020) como referencia para controlar la inflación o deflación que se pueda presentar. Por otro lado, los años de convergencia de 90 años es un buen punto de referencia teniendo en cuenta la duración con la que cuenta el pasivo de las aseguradoras que ofrecen soluciones de rentas vitalicias. Adicionalmente, dado que en el mercado colombiano hasta diciembre de 2019 sólo tenía instrumentos como máximo hasta el año 2049, se definió como el último plazo líquido dicho punto, es decir 28 años, para que, a partir de ahí, la curva comenzara a converger a los niveles definidos en el largo plazo.

Finalmente, se obtiene la siguiente curva mediante la extrapolación hasta el año 135 (2154):

<b>Años</b>	<b>Tasa Spot</b>	<b>Años</b>	<b>Tasa Spot</b>
5	5.71%	75	6.23%
10	6.48%	80	6.12%
15	6.97%	85	6.02%
20	7.29%	90	5.94%
25	7.46%	95	5.86%
30	7.57%	100	5.80%

35	7.53%	105	5.73%
40	7.38%	110	5.68%
45	7.19%	115	5.63%
50	6.99%	120	5.58%
55	6.81%	125	5.54%
60	6.63%	130	5.50%
65	6.48%	135	5.46%
70	6.35%		

Tabla 7 - Curva extrapolada, elaboración propia.

### Tasas Spot S-W

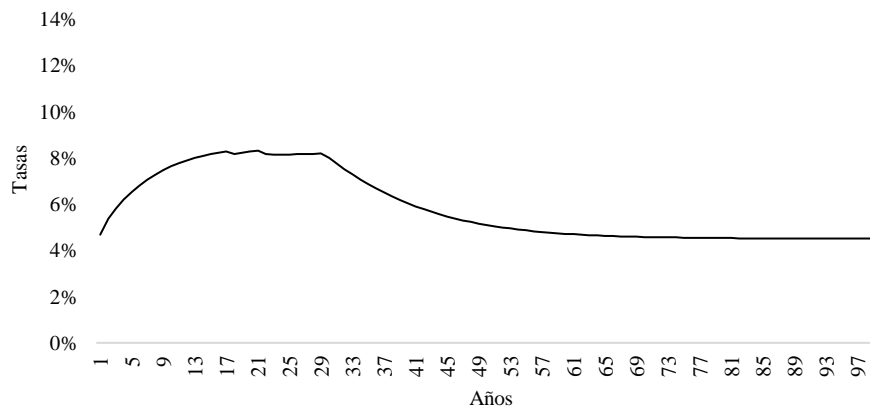


Ilustración 3- Smith-Wilson caso colombiano, elaboración propia

Una vez calculada la curva de tasa de interés representativa del mercado, y de haberla extrapolado, lo siguiente es identificar los flujos de los pasivos y de los activos de la aseguradora en estudio, con el fin de identificar el riesgo de tasa de interés al que se encuentra expuesto. Para esto se necesita lo siguiente:

### 3.2. Flujos pasivos

- Serán utilizados los flujos de una renta vitalicia que tenga la aseguradora en estudio. Una renta vitalicia significa una obligación que tiene la aseguradora hasta el fallecimiento del asegurado. Dado que no es objeto del estudio, no se harán modificaciones a la información al cálculo de

los flujos del pasivo, pues implican muchas variables adicionales a las mencionadas en el presente documento.

### 3.3. Flujos activos

- Los instrumentos que estén denominados en alguna tasa de interés, a excepción de la inflación, deberán ser proyectados con la última tasa conocida.
- Los instrumentos que estén denominados en moneda extranjera deberán ser proyectados con el último tipo de cambio conocido. Esto con el fin de no sesgar los resultados finales, en el que se puede dar un riesgo asociado más a una depreciación o apreciación del tipo de cambio, que por la volatilidad propia de las tasas de interés. Este estudio implicaría un análisis diferente.
- Los flujos de los activos que se encuentren indexados a la inflación, tanto que sea en moneda UVR como en cupón inflación más un spread, deberán ser proyectados con la inflación implícita para que los resultados obtenidos sean bajo los mismos parámetros y puedan ser así, comparables.
- Finalmente, todos los flujos deben ser castigados por el riesgo de crédito asociado, pues hay cierta probabilidad de impago por parte de los emisores corporativos. Esto, con el fin de cuidar la liquidez de la compañía. Para este ejercicio, se tomará como referencia el cálculo de probabilidad de impago de las matrices de Standard and Poor's (Standard and Poor's Global Ratings, 2019):

Calificación	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15 o +
AAA	0.00%	0.03%	0.13%	0.24%	0.35%	0.45%	0.51%	0.59%	0.65%	0.70%	0.73%	0.76%	0.79%	0.85%	0.92%
AA	0.02%	0.06%	0.12%	0.22%	0.32%	0.42%	0.51%	0.59%	0.71%	0.73%	0.80%	0.86%	0.92%	0.98%	1.04%
A	0.06%	0.14%	0.23%	0.35%	0.49%	0.63%	0.81%	0.96%	1.28%	1.28%	1.43%	1.57%	1.71%	1.83%	1.98%
BBB	0.17%	0.46%	0.80%	1.22%	1.64%	2.05%	2.41%	2.76%	3.50%	3.44%	3.79%	4.06%	4.32%	4.59%	4.87%
BB	0.65%	2.01%	3.63%	5.25%	6.78%	8.17%	9.36%	10.43%	12.53%	12.22%	12.92%	13.56%	14.13%	14.63%	15.17%
B	3.44%	7.94%	11.86%	14.95%	17.33%	19.26%	20.83%	22.07%	24.32%	24.21%	25.08%	25.73%	26.31%	26.87%	27.43%
CCC/C	26.89%	36.27%	41.13%	43.94%	46.06%	46.99%	48.20%	49.04%	49.95%	50.44%	50.96%	51.51%	52.16%	52.72%	52.80%

Tabla 8 - Matrices de Default de Standard and Poor's

Los resultados obtenidos de mapear los flujos de los pasivos y de los activos de la aseguradora son los siguientes, gráfica en la que se evidencia el descalce que se ha mencionado en términos de duración de las obligaciones y el nivel de activos y pasivos con los que cuenta la compañía:

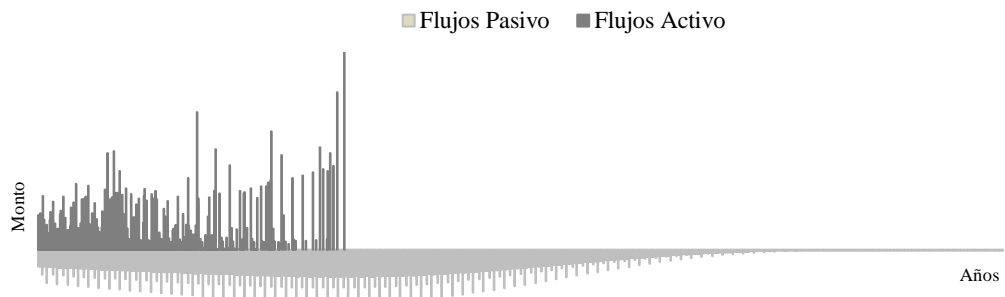


Ilustración 4– Flujos aseguradora en estudio, elaboración propia

### 3.4. Cálculo de las insuficiencias o suficiencias

Tal como se mencionó anteriormente, el cálculo necesita de la definición del plazo en los tramos a los cuales se les calculará la insuficiencia o suficiencia. Para este ejercicio los tramos utilizados para calcular el descalce serán de 12 meses, que refleja la capacidad de la compañía de que los activos que tiene en respaldo de su reserva matemática logren cubrir las obligaciones que deben pagar durante esos 12 meses, pues si no tiene un buen calce, no será capaz de honrar el pago y se incurre en un riesgo de liquidez adicional.

En el ejemplo de una compañía que debe pagarles a sus asegurados de manera quincenal, pero únicamente encuentra títulos en el mercado que pagan el cupón de manera mensual, trimestral o semestral, igual estaría cumpliendo con la función de un calce desde la gestión de su portafolio de inversiones en el plazo de esos 12 meses definidos. Así se busca no castigar de una forma adicional a las aseguradoras al no tener el *calce perfecto* en días e incluso meses dada las características del mercado financiero.

Adicionalmente, en el tramo número 29, se ubicarán todos los flujos de los activos y pasivos restantes, ya que casi se llega al último plazo líquido y los tramos hacia adelante no podrían

seguir siendo denominados de 12 meses pues ya se llegó al vencimiento de los activos. De esta manera, los tramos quedarían:

<b>Días Inicio</b>	<b>Días Fin</b>	<b>Tramos</b>
0	365	1
366	730	2
731	1095	3
1096	1460	4
1461	1825	5
1826	2190	6
2191	2555	7
2556	2920	8
2921	3285	9
3286	3650	10
3651	4015	11
4016	4380	12
4381	4745	13
4746	5110	14
5111	5475	15
5476	5840	16
5841	6205	17
6206	6570	18
6571	6935	19
6936	7300	20
7301	7665	21
7666	8030	22
8031	8395	23
8396	8760	24
8761	9125	25
9126	9490	26
9491	9855	27
9856	10220	28
10221	En adelante	29

*Tabla 9 - Tramos del cálculo, elaboración propia.*

Las suficiencias e insuficiencias en los tramos deberán ser descontados con la curva representativa de mercado. Esto con el fin de valorar a mercado los activos y pasivos, pues finalmente la curva representativa de mercado refleja el rendimiento del portafolio de inversiones en un mercado como el colombiano. Adicionalmente, las insuficiencias deberían ser descontados con la curva libre de riesgo, es decir la curva soberana, para ser más ácido y descontar con una tasa menor las insuficiencias, castigando así dicho descalce, según como lo ha sugerido la norma colombiana.

Sin embargo, esto refleja un problema importante en el que el spread que hay entre la curva libre de riesgo y la curva AAA corporativa, juega un papel muy importante a la hora de calcular el riesgo de tasa de interés en cada uno de los momentos, pues aunque las tasas de interés estén en incremento, y esto se pudiera reflejar en un riesgo de tasa de interés menor, si el spread entre las curvas se ha disminuido, podría implicar un mayor riesgo, de acuerdo con cómo se calcula la curva representativa de mercado, lo cual no dan sentido de cara a la gestión del riesgo. Por esto, en ambos casos será utilizada la curva representativa de mercado para descontar tanto las insuficiencias como las suficiencias, buscando así valorar a “mercado” el pasivo y el activo de dicha compañía.

Lo siguiente demuestra el efecto que podría tener el spread en el cálculo de la insuficiencia:

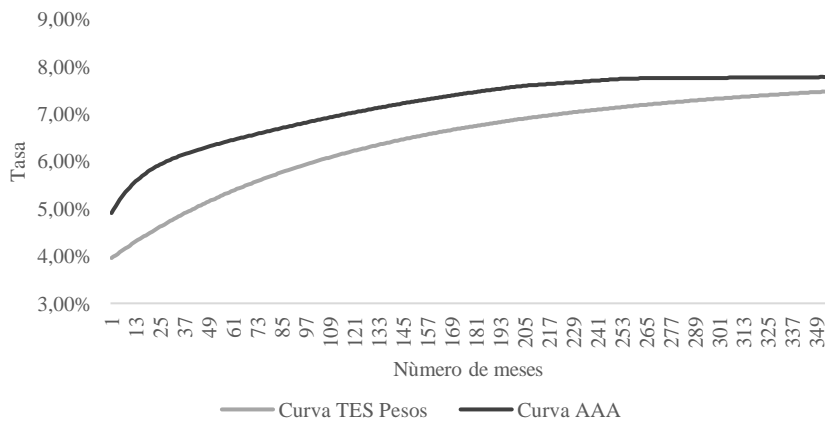
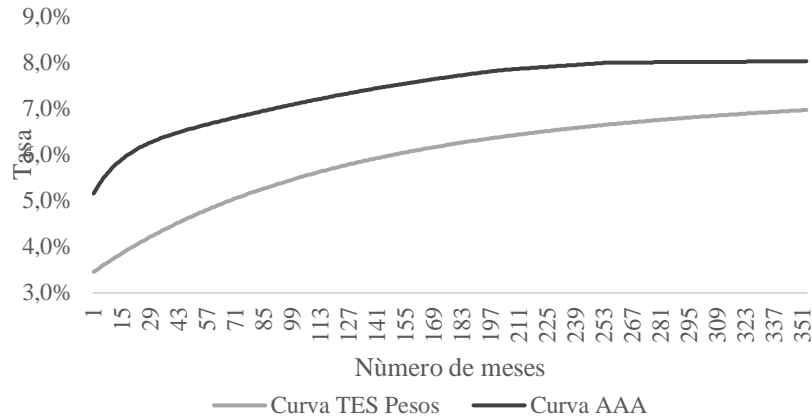


Ilustración 5 - Curvas colombianas, elaboración propia



*Ilustración 6 - Curvas colombianas, elaboración propia*

La ilustración número 5, contiene la información de las curvas soberanas y corporativas AAA colombianas, en el que se podría observar un spread promedio entre ambas de 75 puntos básicos. La ilustración número 6, asume un desplazamiento negativo en la curva soberana inicial de -25 puntos básicos, y un desplazamiento positivo en la curva corporativa AAA inicial en 25 puntos básicos, en el que se podría observar un incremento promedio en el spread de 50 puntos básicos, quedando en un spread de 125 puntos básicos.

De lo anterior se podría inferir que, si bien se genera un incremento en las tasas de interés corporativas, que incluso componen la mayor parte del portafolio de inversiones, y que en teoría debería disminuir el riesgo de tasa de interés para la aseguradora, si se genera un incremento en el spread, por ejemplo derivado de una pequeña disminución en la curva soberana, esto podría generar un mayor riesgo a la hora de realizar el cálculo, pues se estarían descontando las insuficiencias con una curva menor, lo cual las incrementa. Es por esto, que se descontarán tanto las insuficiencias como las suficiencias con la curva de referencia de mercado, con el fin de eliminar el ruido que se genera gracias al spread, y con el fin de buscar simplemente el valor de mercado de los pasivos y los activos.

Finalmente, luego de aplicar las metodologías anteriormente mencionadas, i.) identificar la curva de referencia de mercado a través de Smith-Wilson, ii.) identificación de flujos tanto de pasivos y de activos, iii.) descontar a valor presente los flujos con la curva de referencia de mercado, iv.) agrupar los pasivos y los activos por tramos y finalmente v.) identificación de la



suficiencia o insuficiencia por tramos, los resultados obtenidos y como resultado final son los siguientes (*cifras en millones de pesos colombianos*):

<b>Tramo</b>	<b>Pasivo Valor Presente</b>	<b>Activo Valor Presente</b>	<b>Diferencias</b>
1	11,252	49,216	37,965
2	10,984	13,359	2,375
3	10,671	12,859	2,188
4	10,333	13,349	3,015
5	9,957	15,756	5,799
6	9,568	9,859	291
7	9,158	13,622	4,464
8	8,726	16,487	7,761
9	8,299	9,189	889
10	7,888	5,999	-1,889
11	7,475	7,470	-5
12	7,057	6,295	-763
13	6,668	4,466	-2,202
14	6,286	26,648	20,362
15	5,913	3,774	-2,139
16	5,556	13,141	7,585
17	5,220	3,202	-2,019
18	4,897	3,359	-1,538
19	4,586	1,833	-2,753
20	4,291	2,609	-1,681
21	4,008	1,219	-2,788
22	3,747	2,146	-1,602
23	3,504	4,276	771
24	3,275	1,537	-1,738
25	3,056	837	-2,219
26	2,847	675	-2,172
27	2,647	649	-1,998
28	2,457	2,162	-295

29	26,678	17,475	-9,203
<b>TOTAL</b>	<b>207,005</b>	<b>263,467</b>	<b>56,463</b>

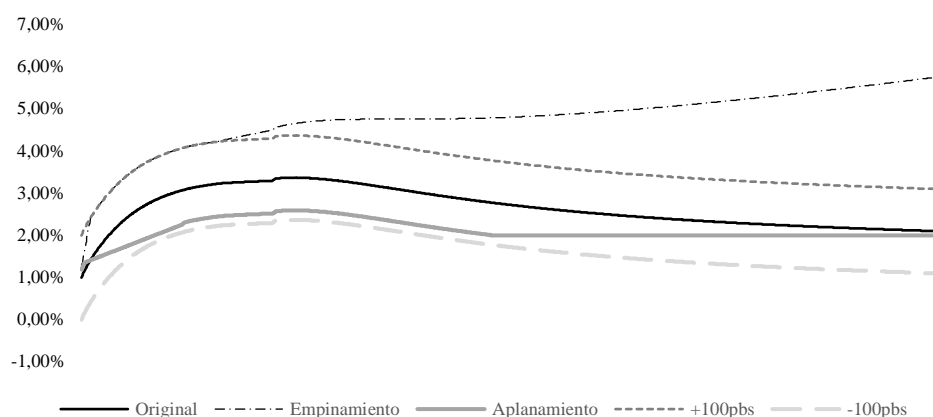
*Tabla 10 - Resultados finales, elaboración propia*

Los cuales estarían reflejando que la compañía cuenta con un exceso de niveles financieros de \$56,463 millones de pesos colombianos al sumar las insuficiencias y suficiencias en valor presente de cada tramo, para hacer frente a las obligaciones con sus asegurados, y lo que refleja adicionalmente que no está expuesto al riesgo de tasa de interés en el momento del cálculo, gracias al sobre - calce con el que cuenta (activos > pasivos), y que por lo tanto no tendría que guardar en sus reservas el capital adicional. Sin embargo, se debe tener en cuenta que los movimientos en las tasas de interés y los calces tenidos en valor presente podrían reflejar un escenario totalmente diferente, y por esto es importante que se calcule constantemente dicha reserva de tasa de interés, para tener en cuenta las volatilidades que se presentan el mercado.

La importancia de poder hacerle un seguimiento a las insuficiencias y suficiencias que se están generando en la aseguradora producto de la diferencia en duración del portafolio de inversiones y de las obligaciones, parte de lo que se mencionó al inicio del documento y es la sensibilidad que posee el riesgo de tasa de interés ante movimientos en las curvas, en el que un empinamiento, aplanamiento o desplazamiento de las curvas, ocasionarían resultados diferentes en cada cálculo, y podrían estar reflejando el incremento o decremento del riesgo. A continuación, se presentan unos ejercicios de sensibilidad en la curva real que podrían ayudar a la aseguradora a crear un plan de trabajo para hacerle seguimiento a la curva representativa de mercado y sus impactos en sus estados financieros:

<b>Sensibilidad curva real</b>	<b>Excesos Finales</b>
Desplazamiento +100pbs	60,035
Desplazamiento -100pbs	50,054
Desplazamiento +500pbs	62,099
Aplanamiento	49,815
Empinamiento	61,998

*Tabla 11 - Sensibilidades, elaboración propia*



*Ilustración 7 – Movimiento en curvas, elaboración propia*

Lo anterior muestra, que ante un empinamiento de la curva se genera un mayor exceso, contrario a un aplanamiento de la curva que genera una disminución. Adicionalmente, desplazamientos hacia abajo de 100 puntos básicos en la curva real, el exceso de niveles financieros con el que cuenta la compañía podría disminuir en \$6,409 millones de pesos colombianos. Y ante un desplazamiento hacia arriba de 100 puntos básicos en la curva real, el exceso de niveles financieros podría incrementar en \$3,572 millones de pesos colombianos, lo cual disminuye la exposición al riesgo. Esto implica que la compañía es más sensible ante movimientos a la baja de la curva, más que movimientos a la alza, derivada de la duración del pasivo, y el descalce que hay en el último tramo. Además de los movimientos en la curva real, los movimientos en la curva nominal también impactarían los resultados de las suficiencias, producto de un incremento o decremento de la inflación, inclusive, de las proyecciones de inflación que tiene como meta el Banco de la República por ejemplo en el largo plazo.

El diferente calce que se genera entre cada uno de los tramos, obedece a la composición de portafolio, en el que se puede observar por ejemplo, que durante los primeros tramos (desde el 1 hasta el 9), existe una suficiencia marcada, derivado de que la compañía cuenta con instrumentos que se vencen durante los primeros 9 años, dada la liquidez que puede estar encontrando en el mercado; particularmente, para el tramo 1, en el que se observa una suficiencia de \$37,965 millones de pesos colombianos, hace más que todo referencia a los instrumentos líquidos que hay dentro del portafolio de inversiones, como lo pueden ser renta variable, e instrumentos alternativos a los que no se les conoce con certeza el flujo, y por lo tanto deben ir en el tramo 1, en  $t = 0$ .

De igual manera, el mayor descalce se da en el tramo 29, de \$9,203 millones de pesos colombianos, pues la compañía únicamente cuenta con flujos del activo hasta el año 2049, gracias al vencimiento del TES colombiano en ese año, y los flujos del pasivo continúan hacia adelante, generando aquí el mayor descalce y lo que se denomina como el riesgo de reinversión, y lo que se trata de estimar también por medio del riesgo de tasa de interés a través de la estimación de las curvas de mercado de referencia a través del modelo de Smith-Wilson.

Finalmente, de los resultados obtenidos se pueden desprender diferentes análisis de ayuda para la gestión de la aseguradora, como el tener claro cuáles son los tramos más descalzados adicionales al tramo 29, por ejemplo, entre los tramos 15 al 22, y generar estrategias de inversión que puedan acompañar la insuficiencia que se da en el calce por flujos en ese momento del tiempo, optimizando así las reservas necesarias, y cubriendo naturalmente a la compañía ante las volatilidades del mercado.

Adicionalmente, y como se mencionaba al inicio del documento, una aseguradora debe tener bien estimado el capital con el que debe trabajar, y que respalde las obligaciones con los asegurados, para que este no resulte muy costoso para la misma. Sin embargo, hay un punto relevante a considerar, y es que las reservas con las que va a trabajar la aseguradora deben contemplar la volatilidad de las tasas de interés y la sensibilidad que tiene el descalce ante desplazamientos, empinamientos o aplanamientos de la curva. Esto porque, aunque lo ideal es estimar el exceso o déficit de la compañía con una periodicidad acorde, no sería lo más ideal que en el cálculo de un trimestre dé un exceso, al siguiente trimestre dé una insuficiencia y por lo tanto se deba constituir la reserva por el riesgo de tasa de interés en sus estados financieros, y al próximo dé como resultado nuevamente una suficiencia, que implique retroceder el ajuste a la reserva anteriormente realizado.

Es por esto, que el exceso de reservas y/o pasivo debe contemplar también la volatilidad esperada de las tasas de interés y el impacto en el cálculo de la suficiencia, adicional a las volatilidades esperadas de las demás variables financieras o variables que puedan afectar las obligaciones que por lo tanto, implicaría un análisis adicional al impacto solamente por tasa de interés, sino también por volatilidad en el tipo de cambio, volatilidad en la renta variable o por ejemplo volatilidad en la valoración de instrumentos inmobiliarios que podrían hacer parte de los instrumentos alternativos con los que cuenta la aseguradora.

#### 4. Conclusiones

Las aseguradoras, tal como se ha mencionado anteriormente, están expuestas al riesgo de tasa de interés dadas las realidades de mercado y de pasivo que tienen. Es importante resaltar que dicho sector se encuentra altamente vulnerable a los movimientos en las curvas, ya que finalmente estos movimientos impactan directamente en la capacidad de pago de la aseguradora para con sus clientes. Es decir que, ante escenarios estresados de bajas tasas de interés y de altas tasas de interés técnicas que sean impuestas para constituir el nivel de reservas necesarios, se puede materializar el riesgo de impago hacia un cliente, derivado del riesgo de liquidez o del riesgo de desvalorización de los instrumentos financieros, atrayendo así diferentes problemas, ya que independiente a los movimientos en los mercados, tanto nacionales como internacionales, es una obligación para la aseguradora mantener el poder adquisitivo de sus asegurados y cumplir con lo pactado bajo los productos que ofrece.

El uso de un modelo como Smith-Wilson, permite que la aseguradora conozca el riesgo de reinversión al que está expuesto gracias a la iliquidez en los mercados para tener instrumentos financieros de muy largo plazo que puedan tener un acompañamiento del pasivo. El modelo, permite estimar las curvas de inversión a futuro para que la compañía estime por medio de ella si la composición del portafolio es suficiente, o si la volatilidad esperada de las tasas de interés en el largo plazo, implicarán para la compañía constituir reservas para cumplir con las obligaciones. Adicionalmente, Smith-Wilson permite proyectar las curvas de acuerdo con la realidad del mercado en el que se está aplicando la metodología, pues permite definir ciertos parámetros de convergencia como la inflación y las tasas de largo plazo, evitando así el efecto de sobre estimar o subestimar las tasas como se podría dar en el método de Nelson y Siegel, en el que no se definen los parámetros si no que se estiman, lo que como se mencionaba, podría generar mayores volatilidades e incluso no reflejar de manera adecuada la reinversión. Lo anterior, hace que el uso de la extrapolación de curvas sea completamente necesario para las aseguradoras.

Además de la estimación de las curvas, el modelo utilizado en la cuantificación del estado de reservas de la aseguradora en términos de flujos busca tener una cuantificación más adecuada del riesgo de tasa de interés, para que esto ayude a las aseguradoras a mejorar su gestión de inversión y conexión entre activos y pasivos, pues es importante que con dicho hallazgo las compañías sean

conscientes de ello, y logren conocer los tramos más descalzados del pasivo para que así puedan generar estrategias de inversión que puedan ayudar a disminuir el riesgo, invirtiéndose por ejemplo en instrumentos de más largo plazo, cuidando además el riesgo de liquidez. Finalmente, en el caso en el que se dé una insuficiencia final al sumar todos los tramos, constituir las provisiones necesarias para estar preparados ante los movimientos que se puedan generar en las tasas de interés, y mantener el nivel de reservas necesario para seguir operando y respondiendo así a los clientes, pues en el largo plazo se podría materializar el riesgo si desconoce el estado de riesgo actual.

Asimismo, las aseguradoras podrían estar gestionando de forma separada los activos y los pasivos, lo cual implica un error de acuerdo con todo lo que se ha analizado, y por eso el estudio de la gestión conjunta entre activos y pasivos (ALM por sus siglas en inglés), cada vez ha tomado más fuerza, dadas las volatilidades de los mercados.

Lo anterior, implica que las compañías deban realizar un seguimiento constante a las curvas de las tasas de interés, generando incluso una periodicidad del cálculo del modelo, pues como se observaba, los movimientos en las tasas de interés, ya sea un desplazamiento, empinamiento o aplanamiento de las curvas, generan diferentes impactos en las suficiencias o insuficiencias, y por esto la gestión conjunta entre los activos y los pasivos debería hacer parte de la gestión continua de las aseguradoras.

De esta manera, los niveles de suficiencia con los que debería contar la compañía son otro objeto de análisis, pues como se mencionaba, una suficiencia excesiva podría ser muy costosa para la compañía, pues sobre eso estaría pagando un costo de capital a su accionista. Sin embargo, dicha suficiencia si debiese contemplar las volatilidades esperadas de las curvas, e incluso las volatilidades esperadas de las demás variables financieras, pues una suficiencia muy estrecha podría no ser suficiente para dichas volatilidades, y podría implicar que, para un siguiente cálculo del modelo, implique la alta exposición al riesgo, e implique incluso solicitar una capitalización al accionista.

Adicionalmente, si bien los análisis realizados se estarían basando en volatilidades esperadas de los mercados financieros, y en su impacto directo en los estados financieros y en las reservas, también es relevante que la compañía tenga en cuenta dentro de análisis adicionales que podría realizar las volatilidades inesperadas que se puedan generar en los mismos, en el que por ejemplo

bajo el marco de Solvencia II, se proponen metodologías para que las aseguradoras cuenten con el capital necesario, pero ya no dentro de las reservas y/o pasivo, sino dentro del patrimonio, para responder ante un evento inesperado que se pueda generar 1 vez cada 200 años. Dicho marco, nació luego de la crisis financiera de los subprime, en el que se busca cuidar entonces, que ante dicho evento inesperado, la compañía tenga el capital suficiente para responderle a los clientes, incluso si implica el fin de operación de esta, poniendo por delante al cliente.

Finalmente, los análisis de la aseguradora deberían contemplar todos los riesgos a los que está expuesta la misma además de la tasa de interés, que como se mencionaba, se debería adicionalmente contemplar el nivel de riesgo derivado de las volatilidades esperadas e inesperadas del tipo de cambio, de la renta variable, de la inflación (dado el impacto de esta en las obligaciones), del precio de los inmuebles y del spread de crédito que compone la tasa de interés. Además, el riesgo de crédito asociado a los clientes y a las diferentes contrapartes, buscando así que la compañía genere una gestión mucho más eficiente tanto del pasivo como del patrimonio con el que debería contar, y ocasionando así, una eficiencia en los mismos.

## 5. Bibliografía

- Asimit , A., Haberman, S., & Seok Kim, E. (Enero de 2016). Efficient risk allocation within non-life insurance group under Solvency II Regime. *Science Direct*. Obtenido de <https://reader.elsevier.com/reader/sd/pii/S0167668715302523?token=C5D30CFD78CEFB591D69512F7AADD8F6BE914FEBC1F5BC306DC04453ABC0B2405D10F36AE7BFC4203993B48AC90D5610>
- Banco de la República. (2020). *Banco de la República de Colombia*. Obtenido de <https://www.banrep.gov.co/es/meta-inflacion-largo-plazo-y-velocidad-desinflacion>
- CMF. (2017). *Comisión para el Mercado Financiero*. Obtenido de <http://www.svs.cl/portal/principal/605/w3-channel.html>
- Comisión del Mercado Financiero Chileno. (Diciembre de 2007). *Comisión del Mercado Financiero Chileno*.
- Cuesta Aguilar, F. (2011). *Fundación Mapfre*. Obtenido de <http://fundacionmapfre.com/ccm/content/documentos/fundacion/cs-seguro/libros/el-riesgo-de-tipo-de-interes-experiencia-espanyola-y-solvencia-II-163.pdf>
- Dirección de Investigación y Desarrollo, Superintendencia Financiera de Colombia. (2017). *DOCUMENTO TÉCNICO DE TASA DE INTERÉS TÉCNICO*. Medellín.
- EIOPA. (Abril de 2010). *Committee of European Commission*. Obtenido de <https://eiopa.europa.eu/Publications/QIS/CEIOPS-Calibration-paper-Solvency-II.pdf>
- EIOPA. (2010). *Committee of European Commission*. Obtenido de [https://eiopa.europa.eu/Publications/QIS/ceiops-paper-extrapolation-risk-free-rates\\_en-20100802.pdf](https://eiopa.europa.eu/Publications/QIS/ceiops-paper-extrapolation-risk-free-rates_en-20100802.pdf)
- European Insurance And Occupational Pensions Authority. (Marzo de 2019). *EIOPA*. Recuperado el Abril de 2020
- Financial Supervisory Northway. (Julio de 2010). *Financial Supervisory Northway*. Obtenido de [http://janroman.dhis.org/finance/Smith%20Wilson/A\\_Technical\\_Note\\_on\\_the\\_Smith-Wilson\\_Method\\_100701.pdf](http://janroman.dhis.org/finance/Smith%20Wilson/A_Technical_Note_on_the_Smith-Wilson_Method_100701.pdf)



Magurean Laureanda, M. M. (2016). *Extrapolation Methods of the Term Structure of Interest Rates under Solvency II*. Facolta di ingegneria dell'informazione, informatica e statistica. Roma: Sapienza Università Di Roma. Recuperado el 2020

Moody's. (Noviembre de 2016). *Moody's*. Obtenido de <https://www.moody's.com/sites/products/DefaultResearch/2006200000425249.pdf>

SFC Colombia. (2018). *Superintendencia Financiera de Colombia*. Obtenido de [https://www.superfinanciera.gov.co/descargas/institucional/pubFile1028445/20171227documento\\_tecnicovectores.doc](https://www.superfinanciera.gov.co/descargas/institucional/pubFile1028445/20171227documento_tecnicovectores.doc)

Standard and Poor's Global Ratings. (Abril de 2019). *Standard and Poor's*.

Towers Watsn. (Noviembre de 2011). *The Cro Forum*. Obtenido de <https://www.thecroforum.org/wp-content/uploads/2012/09/TW-EU-2012-27041-Matching-Adjustment-2.pdf>

## 6. Índice de tablas:

Tabla 1 – Información extraída de EIOPA para aplicar Smith-Wilson.....	12
Tabla 2 -Información extraída de la página del Banco de la República de Colombia para estimar el UPL.....	20
Tabla 3 - Curvas de tasas de interés extraídas de <a href="http://www.precia.com">www.precia.com</a> .....	23
Tabla 4 - Elaboración propia con inflación implícita calculada .....	25
Tabla 5 - Curvas SPOT, elaboración propia .....	25
Tabla 6 - Información EIOPA.....	26
Tabla 7 - Curva extrapolada, elaboración propia. ....	27
Tabla 8 - Matrices de Default de Standard and Poor's .....	28
Tabla 9 - Tramos del cálculo, elaboración propia .....	30
Tabla 10 - Resultados finales, elaboración propia .....	34
Tabla 11 - Sensibilidades, elaboración propia .....	34

## 7. Índice de gráficas:

Ilustración 1 – Comportamiento ilustrativo de la Curva Smith-Wilson - Elaboración propia .....	18
Ilustración 2 - Curvas spot Colombia diciembre 2019 .....	24
Ilustración 3- Smith-Wilson caso colombiano, elaboración propia .....	27
Ilustración 4– Flujos aseguradora en estudio, elaboración propia .....	29
Ilustración 5 - Curvas colombianas, elaboración propia .....	31
Ilustración 6 - Curvas colombianas, elaboración propia .....	32
Ilustración 7 – Movimiento en curvas, elaboración propia .....	35