



UNIVERSIDAD DE MEDELLIN

Análisis de gráficos estadísticos (barra y circular): una perspectiva desde la teoría APOE
con estudiantes de secundaria entre 13 y 15 años

Autora:

Celestina Palacios Bonilla

Trabajo de maestría

Para optar al grado de magister en educación

Con énfasis en didáctica de la matemática

Universidad de Medellín

Facultad de Ciencias Sociales y Humanas

Quibdó

2019

Análisis de gráficos estadísticos (barra y circular): una perspectiva desde la teoría APOE con
estudiantes de secundaria entre 13 y 15 años

Autora:

Celestina Palacios Bonilla

Trabajo de grado de maestría
Para optar al título de Magister en Educación
Con énfasis en didáctica de la matemática

Directores de tesis

Dra. Solange Roa Fuente

Dr. Luis Albeiro Zabala Jaramillo

Esp. Yulier Marcela Palacio Mazo

Universidad de Medellín

Facultad de Ciencias Sociales y Humanas

Quibdó,

Julio 2019

Agradecimientos

A la familia por el apoyo moral y el cariño incondicional, y a los docentes que colaboraron en el proceso con paciencia y perseverancia

Resumen

La presente investigación, tuvo por objetivo principal diseñar e implementar una unidad didáctica para contribuir a los procesos estadísticos y a la resolución de problemas y su comunicación, a partir de la enseñanza y aprendizaje del análisis de gráficos de barra y circular desde la perspectiva de la teoría APOE, la cual permitió crear un diseño de descomposición genética desde la misma perspectiva teórica. Con ella se pretendió un marco conceptual de apoyo para una unidad de enseñanza y aprendizaje capaz de poner en interacción una teoría tan valiosa al conocimiento matemático, como lo es la teoría de APOE y su descomposición genética, y tan práctica a la hora de implementarla en las didácticas de aula. Con esto, se quiso mejorar y contribuir al conocimiento de gráficas de barras y circulares mediante un proceso metodológico de interacción acción que propiciara dentro de las unidades, en este caso cuestionarios talleres, el razonamiento y la argumentación en la práctica a partir del análisis de gráficos de barra y circular. El proyecto se hizo posible seleccionando, dentro de las nociones de los cuestionarios talleres, las estructuras mentales y los mecanismos de interiorización. Ambos, brindados por la teoría mencionada. Los cuestionarios y los talleres se convierten en unidad didáctica que permite arrojar datos para el análisis de la investigación llevada a cabo desde la perspectiva de la descomposición genética. Datos que se recopilaron mediante la técnica de triangulación y las herramientas diseñadas para la recolección de datos, rejilla de resultados. Con todo este proceso investigativo, se llegó a diferentes conclusiones, una de ellas es que fue posible observar las estructuras mentales usadas por los estudiantes durante su proceso de aprendizaje del análisis de gráficas de barras y circulares, y cómo estas interactúan con sus mecanismos de interiorización. Además, se pudo observar el avance en el buen análisis de las mismas, a pesar de que no fue posible resolver por completo la problemática de inferencia dentro del proceso de aprendizaje en operaciones y lecturas matemáticas estadísticas para las gráficas circulares que presentó el grupo de secundaria elegido para la investigación.

Palabras claves: estructuras mentales, teoría APOE, mecanismos de interiorización, gráfica de barras, gráficas circulares, aprendizaje, enseñanza.

Abstrac

The present investigation, that it got for principal objective the design and implementation of a didactic unity to contribute to the mathematic process and the resolution of problems and it's communication, starting from the teaching and learning of the analysis of bar graphics and circulate ones from the perspective of the APOE theory, creates a design of genetic decomposition from the same theory perspective, whit it have been pretended a conceptual framework of support to the unity of teaching and learning able to put on interaction a very valuable theory to the mathematic knowledge, like the APOE theory and it's genetic decomposition, and very practical to the moment of implementation In the class didactics. With this, he wanted to improve and contribute to the bar and circulate graphics knowledge trough a methodological action interaction process that propitiate inside the units, in this case questionnaires workshops, reasoning and argumentation in the practice starting from the analyze of bar and circulate graphics. The project became possible picking, inside the notion of the questionnaires workshops the mental structures and the interiorization mechanism. Both, provided from the mentioned theory. The questionnaires and the workshops are becoming into a didactic unity that allows the throwing of data to the analysis of the investigation performed from the perspective of the genetic decomposition. Data that are collected through the triangulation technique and the designed tools for the data collection, results grid. With all this investigative process, different conclusions were reached, one of them is that was possible to observe the mental structures used by the students during their learning of the analysis of bar and circulate graphics and how they interact whit their interiorization mechanism, further, can be observe the progress of the good analysis of the same, despite that it was not able of completely resolve the interference problematic inside of the learning process in operations and mathematic statistic reading for the circulate graphics presented in the school group picked to the investigation.

Palabras claves: mental structures, interiorization mechanisms, bar graphics, circulate graphics, learning, teaching.

INTRODUCCIÓN

Las diferentes problemáticas encontradas en el aula, con respecto al análisis de gráficas, rebasan la institución, ya que se convierten en una problemática generalizada de la educación con respecto a los resultados en matemáticas que anualmente se obtienen alrededor de las pruebas SABER en el país. Este proyecto nace con el fin de aportar elementos y procesos dinámicos que contribuyan a disminuir dicha problemática. Partiendo de esto se genera la hipótesis de si con la implementación y diseño de una Unidad Didáctica fundamentada en la teoría APOE podría contribuir a dicho mejoramiento. A lo cual se planteó la pregunta sobre cuáles implicaciones tendría una enseñanza con este tipo de perspectivas y nociones teóricas. Es así como nace la idea de la propuesta investigativa que se llevó a cabo.

Es así como, con el presente proyecto investigativo se pretende, principalmente, afianzar el análisis de gráficos de barra y circular en los estudiantes de secundaria de la Institución Educativa Agroambiental Ecológica Luis Lozano Scipión, de Condoto, específicamente del grado octavo, mediante la teoría de APOE con su descomposición genética; además, en este proceso se procura no solo el diseño de una unidad didáctica desde una perspectiva de la misma teoría, sino la implementación misma de la unidad. Con esta, que además de contribuir con el progreso en el aprendizaje de este tipo de gráficas y su análisis, se quiere observar el proceso mental mismo de los estudiantes a la hora de desarrollar este tipo de actividades. Para ello fue necesario acudir a las estructuras mentales planteadas dentro de la descomposición genética de la teoría de APOE que apunta hacia las estructuras mentales como lo menciona Trigueros (2014), estas parten de acciones y avanzan a procesos para llegar a objetos. En ellas se presenta una interacción con los mecanismos de interiorización en donde las acciones no se quedan solo en el reconocimiento de los conocimientos previos que en este caso sería el de datos, frecuencia, gráficas, variable, etc, sino que avanzan a la creación mediante los procesos (organización de datos para las tablas con las que se construyen gráficas) y, en esta investigación, para llegar al objeto que sería extraer información de las gráficas para analizar y para concebirlas a partir de datos entregados; en este último se activa el mecanismo de encapsulación que va permitir, hasta donde están planteada la propuesta investigativa, el proceso de inferencia necesario para el análisis de gráficas estadísticas.

Con todo lo anterior, como teoría de apoyo se diseñó la metodología investigativa que acompañó todo el proceso de búsqueda de información y análisis de la misma. El enfoque principal de esta metodología fue la investigación acción que permite implementar actividades

con propósito a la vez que permite su observación y todas las implicaciones de dicha implicación (Asiala et al.1996). Las herramientas creadas para la implementación fueron los cuestionarios que permitían señalar las distintas nociones de estructuras mentales a seguir. Los cuestionarios dieron bases para la creación de los talleres que iban a desarrollar los estudiantes basados en la lectura, creación e interpretación de gráficas de barras y circulares. Los talleres terminan siendo la principal herramienta que arroja material para observación. Material que se recopila de forma organizada con la herramienta de rejilla de resultados. Esta se convierte en la herramienta útil para la entrega de resultados, mismos que se analizan con la técnica de la triangulación de información. Esta triangulación permite no solo el análisis de la información teórica referente a métodos matemáticos necesarios para la construcción de los diferentes tipos de gráficas, el análisis de la teoría principal, eje de esta investigación, la teoría de APOE con su descomposición genética, sino, a partir de los resultados de los talleres resueltos por los estudiantes y los resultados de la prueba pos test, las diferentes implicaciones del diseño de la unidad didáctica construida para el mejoramiento del análisis de dicho tipo de gráficas.

Con todo este proceso investigativo se llega a observar cómo usan las estructuras mentales los estudiantes seleccionados, diez del grado octavo, al momento de abordar un problema matemático de dicha índole analítica en cuestiones estadísticas. De esas descripciones de la observación se concluye que, los estudiantes avanzan en el análisis de gráficas circulares y de barras a partir de las inferencias que se les plantea dentro de los talleres, estos, contruidos con bases y nociones muy a fin a la descomposición genética o interacciones entre los mecanismos de interiorización. Si bien no se avanzó al punto de erradicar el problema, la investigación permitió obtener elementos claves para la construcción de didácticas de aula referentes al análisis de gráficas, que podrían seguir siendo utilizadas para asuntos puntuales como la falta de inferencias frente a la construcción de gráficas circulares, allí fue en donde mayor dificultades tuvieron los estudiantes al momento de desarrollar los talleres implementados, como se observó también en la prueba pos test o prueba de salida. Dificultad que no se tuvo en cuenta dentro de la construcción de los talleres, pero que gracias a la investigación se debe seguir teniendo en cuenta en los sucesivos trabajos de aula dentro de la institución.

En efecto, esta investigación se estructura en el texto de la siguiente manera: una primera parte que va contener el planteamiento del problema, los objetivos, los antecedentes y un marco referencial de guía teórica para el planteamiento del análisis sistemático de la información. En la segunda parte se encuentra el planteamiento de la metodología cualitativa

con investigación acción con sus respectivas descripciones de las herramientas creadas para la obtención y manipulación de información estadística. Continuando con la presentación de los resultados y un el análisis de los mismos para terminar en las conclusiones generales de la investigación.

Índice

CAPÍTULO 1	10
PROBLEMÁTICA, ANTECEDENTES Y OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN	10
CAPITULO 1.....	11
PROBLEMÁTICA, ANTECEDENTES Y OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN	11
1.1 PROBLEMÁTICA.....	11
1.2 ANTECEDENTES	13
1.3 HIPÓTESIS	14
1.4 OBJETIVO	14
1.5 PREGUNTA PROBLEMA.....	15
1.6 OBJETIVO GENERAL.....	15
1.7 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	15
CAPÍTULO 3.....	16
MARCO TEÓRICO.....	16
3.1 Teoría APOE	16
Descomposición genética.....	18
Conceptos y nociones de gráficos estadísticos.....	19
Elementos que permiten lograr una Representación Gráfica.....	21
3.3 Lectura de gráficas: Observación, análisis y verificación de datos	23
Gráficas de barras vs. Gráficas circulares	24
CAPÍTULO 4.....	26
DISEÑO METODOLÓGICO	26
4.2 Diseño e implementación.....	29
CAPÍTULO 5.....	36
ANÁLISIS DE DATOS.....	37
Resultados de la implementación de los talleres y prueba pos test.....	37
Técnica de análisis de los datos.....	43
Análisis de resultados.....	44
CONCLUSIONES	48
Referencias bibliográficas	52
ANEXO 1	56
ANEXO 2	74

CAPÍTULO 1

**PROBLEMÁTICA, ANTECEDENTES Y
OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN**

CAPITULO 1

PROBLEMÁTICA, ANTECEDENTES Y OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN

La problemática se plantea desde dos perspectivas: la primera desde las Pruebas SABER y la segunda desde la práctica de aula. Después de esta se pasará a los antecedentes y al planteamiento no solo del objetivo principal sino de los específicos con los que se delimitó el proyecto investigativo

1.1 PROBLEMATICA

El uso frecuente y generalizado de tablas de datos y de recopilaciones de información codificada, se ha vuelto inseparable del pensamiento aleatorio, y ha llevado al desarrollo de la estadística descriptiva y el estudio de los sistemas de datos. Esto ha permitido el desarrollo de la estadística inferencial en articulación con la teoría de probabilidades (MEN, 2006), poniendo de relieve la necesidad de fortalecer los procesos de enseñanza y aprendizaje al interior de las Instituciones Educativas, donde las dificultades en el desempeño del ejercicio del proceso son evidentes.

La presente iniciativa surge frente a los resultados negativos dados por el Ministerio de Educación, mediante la medición del Índice Sintético de Calidad Educativa, mismo que permite conocer cómo se encuentran algunos aspectos de un colegio como la eficiencia, el desempeño, entre otros (Mineducación, 2015), de la Institución Educativa Agroambiental Ecológica Luis Lozano Scipión, de Condoto, a la luz de los resultado de las pruebas SABER que miden las competencias básicas de los estudiantes y los factores que inciden en sus logros, debilidades o fortalezas de estos (lineamientos Icfes, 2013) resultados obtenidos de esta prueba de los años 2013, 2014 y 2015, en los grados 3°,5° y 9°, desde el componente aleatorio. Como se muestra a continuación, el porcentaje promedio más alto de estudiantes se registra en los niveles de desempeño insuficiente y mínimo, por tanto el porcentaje de estudiantes con un nivel de desempeño satisfactorio en el componente en referencia no es significativo.

Año	Insuficiente	Mínima	Satisfactorio	Avanzados
2013	39,1%	15,5%	5%	5%

2014	43,6%	27,5%	18,8%	20,6%
2015	33,1%	21,3%	19,1%	25,1%
Total	40,6%	21,4%	14,3%	16,9%

Tabla 1. Información en porcentajes ICFES correspondiente a grado 3^{ro}. (2015)

Año	Insuficiente	Mínima	Satisfactorio	Avanzados
2013	79,5%	8,5%	2%	0,08%
2014	14,3%	5,8%	8,1%	4,8%
2015	18,1%	10,6%	4,2%	0,33%
Total	37,3%	8,3%	4,7%	5,21%

Tabla 2. Información en porcentajes del ICFES correspondiente a grado 5^{ro}. (2015).

Año	Insuficiente	Mínima	Satisfactorio	Avanzados
2013	21,8%	11,5%	1%	1%
2014	17,6%	14,16%	1,3%	1%
2015	3,2%	11,5%	0,33%	1%
Total	14,2%	12,4%	0,87%	1%

Tabla 3. Información en porcentajes del ICFES correspondiente a grado 9^{ro}. (2015).

Se han observado, con cierta frecuencia, errores cometidos por los estudiantes cuando se enfrentan al análisis de gráficos estadísticos debido a que se les dificulta interpretarlos y analizarlos. A pesar de las múltiples capacitaciones y simulacros realizados durante 2013, 2014 y 2015 para mitigar esta situación, y teniendo en cuenta los últimos análisis que se hicieron de los resultados de las PRUEBAS SABER, en comparación con los de varias Instituciones, se observa que un 60% de los estudiantes está en un nivel mínimo en relación con el componente aleatorio, especialmente en el análisis de gráficos estadísticos, mientras un 25% en el nivel insuficiente y un 15% en satisfactorio.

En la mayoría de los colegios, dentro de la planeación, se tiene como última unidad la asignatura de estadística, lo que pone de manifiesto la situación problemática planteada.

Por lo anterior se propone el diseño de actividades que favorezcan una intervención guiada, bien fundamentada y pensada desde los referentes que sustentan esta investigación, con las cuales se propicie un análisis cognitivo, el cual permita identificar la manera cómo dentro del aula de clase se favorezcan procesos de enseñanza y aprendizaje, e identificar la manera cómo se estructura la comprensión de los gráficos estadísticos; y se condicione el trabajo individual que involucre grupos colaborativos que permitan el intercambio de experiencias de forma tal

que se afiancen las habilidades y destrezas en la construcción, análisis e interpretación de gráficos estadísticos para la toma de decisiones.

En física se analizan muchas gráficas, los estudiantes llegan al grado 11 con falencias en construcciones y análisis de gráficas, lo que imposibilita agilizar pasar información a gráficos. El Icfes hace uso de muchas gráficas y las falencias se ven desde clase. En matemáticas antes de los grados 10 y 11 ya se han realizado acercamientos con el pensamiento aleatorio y el uso de información estadística, pero sin embargo se evidencia problemas conceptuales, procedimentales, de interpretación relacionado con representaciones gráficas que contienen datos estadísticos. Sumado a esto las falencias que evidenciaron los resultados de las pruebas saber dio pie a fortalecer esta área.

1.2 ANTECEDENTES

A continuación, se presentan algunos estudios relacionados con el objeto de estudio y diferentes perspectivas con que ha sido trabajado.

Vigo Ruiz (2016), analiza los gráficos y tablas estadísticas en las pruebas de diagnóstico andaluzas obligatorias para los niños de 10 años. En este estudio se observa que los gráficos más utilizados son los de barra, que serán elaborados mediante la recolección, representación, análisis e interpretación de un conjunto de datos, pero con presencia de todos los procedimientos recomendados en el currículo; que el nivel de competencia es bajo según la actividad que se pide al estudiante (organizar, comprender e interpretar la información) y los contextos preferentes son los personales y sociales, y que el nivel de lectura es intermedio en la escala de Curcio (niveles 2 y 3) (Ruíz, 2016).

Díaz, Arteaga y López (2015) hacen una comparación de los errores que cometen profesores de primaria en la realización de gráficos estadísticos, evaluando los procesos de los participantes a quienes divide en dos grupos: los que utilizan el ordenador y los que no, y poniendo en evidencia que el porcentaje de errores es mayor en el primer caso. El estudio clasifica los resultados de la siguiente manera: a) gráfico básicamente correcto, b) gráfico correcto con errores en escala (gráficos parcialmente correctos) y c) gráfico incorrecto, concluyendo que el ordenador no contribuye a superar los errores en la construcción de gráficos estadísticos.

Díaz (2014), citado por Vigo Ruiz (2016), bajo el Enfoque Ontosemiótico (EOS) sobre el conocimiento y la instrucción matemática que ha sido desarrollada por Godino (2007), analiza el tipo de gráfico propuesto, la actividad que se pide al niño y los niveles de lectura implícitos en la actividad. Este estudio concluye evidenciando que el gráfico con mayor frecuencia de uso es el de barras frente a otros, con menor relevancia, tratados en el currículo. Respecto al nivel de lectura, encontró que los más frecuentes son los niveles intermedios en la clasificación de Curcio (1989).

Godino (1995), menciona “la influencia de los ordenadores en el desarrollo y difusión de la estadística en los últimos años”, pues es de gran importancia la renovación de los contenidos y metodologías aplicados en la enseñanza, dejando atrás los modelos tradicionales de la enseñanza, enfocándose hacia modelos significativos que ayuden a propiciar el proceso de enseñanza – aprendizaje, siendo esta una estrategia muy innovadora para los docentes.

Como consecuencia, observamos la necesidad de propiciar una renovación de los contenidos y metodología en la enseñanza de esta materia, haciéndola más significativa para los estudiantes, siendo objetivo principal el aprendizaje de los estudiantes y el proceso de enseñanza para los docentes.

1.3 HIPÓTESIS

La implementación y diseño de una Unidad Didáctica fundamentada en la teoría APOE contribuye al mejoramiento de los procesos de enseñanza y aprendizaje del análisis de gráficos de barra y circular, en estudiantes de secundaria, entre los 13 a 15 años.

1.4 OBJETIVO

Diseñar e implementar una unidad didáctica para contribuir a los procesos matemáticos y a la resolución de problemas y su comunicación, a partir de la enseñanza y

aprendizaje del análisis de gráficos de barra y circular desde la perspectiva de la teoría APOE.

1.5 PREGUNTA PROBLEMA

¿Cuáles son las implicaciones en la enseñanza y aprendizaje del análisis de gráficos de barra y circular en estudiantes de secundaria, al implementar una unidad didáctica fundamentada en la teoría APOE para el desarrollo de las competencias Matemáticas?

1.6 OBJETIVO GENERAL

Diseñar e implementar una unidad didáctica para contribuir a los procesos matemáticos y a la resolución de problemas y su comunicación, a partir de la enseñanza y aprendizaje del análisis de gráficos de barra y circular desde la perspectiva de la teoría APOE.

1.7 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Diseñar una descomposición genética de los gráficos estadísticos de barra y circular que describa las estructuras y mecanismos mentales que debe desarrollar un estudiante de secundaria para su elaboración e interpretación.

Establecer, desde la teoría APOE, estrategias metodológicas para usarlas como herramientas en las prácticas de aula asociadas con el análisis de gráficos de barra y circular.

Implementar actividades de aula, para estudiantes de secundaria, que propicien el razonamiento y argumentación en la práctica a partir del análisis de gráficos de barra y circular.

CAPÍTULO

2

MARCO TEÓRICO

Se pretende destacar desde los elementos más relevantes la teoría de APOE, sus mecanismos de interiorización y las estructuras mentales, y con ellas la descomposición genética; además, se hará la presentación de algunos conceptos y nociones sobre las gráficas estadísticas, su elaboración y su lectura.

3.1 Teoría APOE

La teoría APOE describe cómo los conceptos matemáticos se pueden construir (aprender) a partir de las estructuras mentales como: *Acción, Procesos, Objetos y Esquema*; y mecanismos como: interiorización, coordinación, reversión, encapsulación y desencapsulación. Esta teoría se basa en planteamientos piagetianos de la teoría constructivista, introducida por Piaget, para describir el desarrollo lógico en los niños, la cual ha sido extendida a nociones de matemáticas superiores (Trigueros, 2014).

La teoría APOE, con base en el concepto de abstracción reflexiva, hace una descripción de cómo los individuos realizan ciertas construcciones mentales sobre un concepto determinado, partiendo de la siguiente idea del conocimiento matemático:

El conocimiento matemático de un individuo es su tendencia a responder a las situaciones matemáticas problemáticas en un contexto social, y construyendo acciones, procesos y objetos y organizándolos en esquemas, con el fin de manejar las situaciones y resolver los problemas (Dubinsky y McDonald, 2001, p. 276).

La teoría APOE, es, principalmente, un modelo que permite abordar el análisis de gráficos estadísticos a través de una descomposición genética, de manera que los estudiantes aprenden o construyen mentalmente los conceptos matemáticos a partir de sus estructuras matemáticas previas, las cuales se transforman adaptándose al nuevo conocimiento. Conocer cómo un individuo logra una construcción exitosa (aprende) ayuda a determinar, como otros estudiantes, al seguir el mismo modelo, pueden comprender el objeto matemático en juego.

Para Trigueros (2014), las acciones operan sobre objetos que han sido estructurados previamente por el estudiante. Dichas acciones son construidas como transformaciones mentales gracias al mecanismo de interiorización. Los procesos pueden ser encapsulados en objetos para posteriormente, en el caso que sea necesario, desencapsularse y volver a los procesos de donde provienen. Dos o más procesos pueden ser coordinados por un estudiante para estructurar un único proceso que pueda ser encapsulado en un objeto. Desde la perspectiva de la teoría APOE se considera que una vez un estudiante logra un objeto puede dar paso a la construcción de un esquema o que dicho objeto puede ser asimilado por un esquema pre existente. A partir de la interacción de estos elementos es que los individuos establecen sus construcciones mentales, las cuales, en últimas, determinan su conocimiento matemático. En la figura 1 se describen las diferentes construcciones mentales y sus mecanismos.

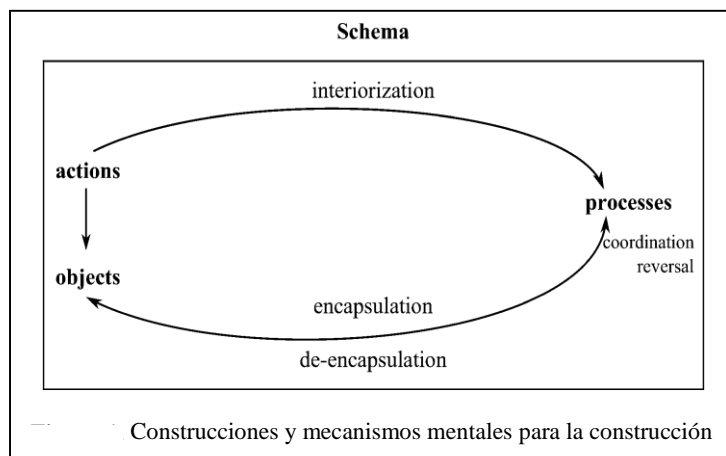


Figura 1: construcciones y mecanismos mentales para la construcción (Trigueros., 2014).

Las estructuras y los mecanismos se relacionan de tal modo que se da la construcción de conocimiento matemático, de manera puntual, para un concepto o noción que se esté estudiando. A continuación, se describen, de forma general, las estructuras.

Acciones: una *acción* consiste en una transformación de un objeto que es percibida por el individuo como externa y se realiza como una reacción a sugerencias que proporcionan detalles de los pasos a seguir. Un individuo que tiene una profunda comprensión sobre un cambio dado puede ejecutar una acción cuando sea necesario, pero no se limita a operar en el nivel de acciones (Trigueros, 2014).

Procesos: son producto de una reflexión interna del aprendiz, es decir, hay una repetición de una *acción* y una reflexión que permite llegar a una interiorización, o bien la coordinación de un *proceso* con otro. Lograr establecer una relación entre las *acciones* y

reflexionar sobre ellas, lleva al aprendiz a pensar una determinada situación matemática a la inversa.

Objetos: se especifican en el espacio donde el aprendiz reflexiona acerca de las operaciones utilizadas en un proceso: cuando él es capaz de ver el concepto matemático en conjunto como un todo y las transformaciones que realiza son dinámicas –en este momento se dice que el proceso ha sido encapsulado–, entonces el *proceso* ha pasado a la etapa de un *objeto*. Cuando el *objeto* no ha sido manipulado completamente por el aprendiz puede darse un mecanismo de reversión, es decir, el mecanismo de encapsulación le permite al aprendiz volver al *proceso* que originó el *objeto*; en este la coordinación cumple un papel fundamental para la construcción de otros objetos (Trigueros, 2014).

Esquemas: son una colección de *Acciones, Procesos, Objetos* y otros *Esquemas*, todos relacionados con un concepto o una noción matemática. Los *esquemas* son las estructuras más grandes y están siempre en evolución, la cual está condicionada por el tipo de experiencias que un estudiante aborda. Al tratar un problema matemático específico, un estudiante debe determinar qué *esquemas* le permiten abordar de manera exitosa el problema. Esto es definido por Trigueros (2014) como la coherencia del esquema:

La coherencia de un esquema está determinada por la capacidad del individuo para determinar si se puede utilizar para hacer frente a una situación matemática en particular. Una vez que el esquema se construye como una colección coherente de estructuras (acciones, procesos, objetos, y otros esquemas) y conexiones establecidas entre esas estructuras, pueden transformarse en una estructura estática (objeto) y / o se utilizan como una estructura dinámica que asimila otros objetos relacionados o esquemas (p. 25).

Descritas las construcciones mentales, los mecanismos y sus relaciones, según el enfoque APOE, estas se pueden representar en un modelo denominado descomposición genética (DG) de un concepto matemático

la cual describe los elementos matemáticos que establece el concepto en estudio y representa una trayectoria hipotética de aprendizaje para conjeturar cómo se produce la comprensión de saber matemático a través de diferentes estructuras complejas de pensamiento y descripciones explícitas de las posibles relaciones entre las acciones, procesos, objetos y esquemas (Arnon *et al*, 2014, p. 28).

Descomposición genética

El papel que juega el sujeto, en este caso el estudiante, en la construcción de su conocimiento, puede ser evidenciado mediante la descripción y observación de la aplicación

del modelo de descomposición genética sobre un concepto matemático. De hecho, este modelo de cognición teórico, APOE, permite describir las construcciones mentales específicas que un estudiante podría seguir para desarrollar sus entendimientos del concepto; a esta forma de proceder se le conoce como descomposición genética.

Para transitar de una estructura mental a otra se requiere de un mecanismo (Solange, Sf) como la *abstracción reflexiva* o reflexión sobre las acciones que se hacen sobre un objeto de conocimiento. La descomposición genética también requiere de un componente como el *Diseño e instrucción* de la investigación, basado en el análisis teórico. Igualmente, esta requiere de una *recolección de datos* de la investigación y análisis del mismo, debe ser de datos de los estudiantes en cuanto a enseñanza tradicional o de este tipo de teorías. Datos que también contengan el contexto social, el cual se utiliza en la aproximación pedagógica que se refiere al grupo de enseñanza ACE, a través del uso de grupos de aprendizaje cooperativo.

Esta descomposición genética permite considerar las características de los sujetos como constructores de su conocimiento matemático, ya que ellos no son solo receptores de información. Estas estructuras están relacionadas, en ocasiones, con su realidad lo que les crea una necesidad de quererlas aprender.

Una descomposición genética (Trigueros, 2014) puede constar de diferentes acciones, proceso y objetos y, como se ha descrito antes, este proceso describe cómo estas estructuras están relacionadas y organizadas en un esquema; a la vez que puede guiar el desarrollo de un tratamiento de instrucción, la aplicación de la instrucción proporciona una oportunidad para la recopilación de datos sea de forma escrita o con entrevistas de profundidad. La descomposición genética actúa como un lente pues con ella se puede explicar cómo los estudiantes llegan o no a desarrollar la comprensión de los conceptos matemáticos, sus progresos o limitaciones en cuanto al mismo. O cómo el concepto se desarrolla en la mente de los individuos.

Conceptos y nociones de gráficos estadísticos

En adelante se darán unos conceptos teóricos relevantes durante la investigación, ya que este marco dará también los fundamentos en los que se tejerá la unidad metodológica. A continuación, los conceptos de datos (obtención, calcular valores con ellos) y variable, los

procesos de elaboración de gráficas, sea de barra o circulares, y lectura de gráficas a partir de las nociones de Arteaga, et al. (2009) con el componente estructural y el componente cognoscitivo.

Los datos de una investigación:

Es todo aquel material que ha resultado de un proceso de recolección de información y corresponde a experiencias, hechos u observaciones. Estos resultados pueden ser numéricos, descriptivos o visuales y se caracterizan porque se pueden organizar, medir y analizar en torno a una problemática de investigación.

Para tener un rápido acceso a la información recolectada los datos son registrados en tablas de resultados en las que aparecen individualizadas las características particulares para cada caso (Recolecta, 2012).

Obtención de datos:

Se deben obtener los datos basados en contacto directo con la realidad mas no actuar sobre supuestos que no han sido sometidos a verificación fáctica; con ello se puede llegar a comprender que muchas situaciones de la vida real solo puede ser comprendidas a partir del análisis de datos que han sido recogidos adecuadamente (Batanero et. al, 2011):

Uno de los objetivos que debiera incluirse en un curso de estadística es capacitar al alumno para recoger, organizar, depurar, almacenar, representar, y analizar sistemas de datos sencillos- Este objetivo comienza por la comprensión de las ideas básicas sobre organización de datos: codificación, grabación y depuración (Batanero et. al, 2011, p.11)

Para *calcular los valores* correspondientes a los datos que contiene una gráfica de barras se debe tener en cuenta la frecuencia con que se repite un dato y este en relación con todas las variables posibles, mismas que deben ser contempladas como objeto de estudio.

En la gráfica de torta, por otra parte, la suma de las categorías no debe superar la totalidad de la capacidad de la gráfica (100%). Esta gráfica, utilizada para representar proporciones y porcentajes, muestra la cantidad de elementos que corresponden a cada categoría y el porcentaje que representa esa categoría dentro del todo que es el objeto de

estudio. Los porcentajes correspondientes a cada sección se calculan multiplicando la frecuencia relativa por 100 (UNAN, S.f.).

La *variable estadística* se define como una característica que toma distintos valores dentro de los objetos o fenómenos observados con cualidades medibles u observables, cuyos rasgos pueden cambiar.

Tipos de variables: cualitativas, cuantitativas.

En su orden: las cualitativas no toman valores numéricos, razón por la cual no son medibles como por ejemplo el sexo, el color, la música favorita, etc. todo lo contrario son las cuantitativas, estas pueden ser medidas como la estatura, el peso o la edad, etc. estas también pueden ser discretas (valores enteros) o continuas (cualquier valor entero o decimal en un intervalo determinado).

La frecuencia corresponde al número de repeticiones de una variable de una muestra. Pueden ser absolutas (repetición sin ninguna afectación), relativa (resultado de una división entre frecuencia absoluta y el tamaño de la muestra) (Benja, 2014).

Elementos que permiten lograr una Representación Gráfica

Las gráficas estadísticas constituyen una representación de datos obtenidos de una situación objeto de estudio, que permiten analizar la relación estadística entre los mismos, guardando una relación entre ellos, de acuerdo con su comportamiento, sus características y con la investigación de la que son resultado.

Proceso de elaboración de las gráficas

Gráficos de barras

Los gráficos de barras son representaciones visuales de datos que el individuo transforma a través de acciones, productos de sugerencias que suministran detalles de los pasos a seguir.

Los gráficos de barra representan la relación entre variables y categorías, según el caso, y se hacen con base en rectángulos, ya sea en posición horizontal o vertical. Su elaboración consiste en trazar para cada dato una barra vertical (rectángulo) cuya altura sea igual a la

frecuencia medida sobre una escala vertical. Este tipo de gráfico es muy utilizado cuando la información se encuentra agrupada por intervalos.

Procedimiento de elaboración gráfica de barra

1. Corresponde solo a datos cualitativos.
2. Se traza un plano cartesiano y se escoge el primer cuadrante.
3. Se determinan los valores máximos de los datos y de las frecuencias variables para determinar el tamaño del plano en términos de los datos.
4. En el eje horizontal se ubican los datos (variables) y en el eje vertical las frecuencias absolutas. Para cada eje se puede escoger una unidad de medida diferente.
5. De acuerdo con la información consignada en las tablas de resultados se establece la relación dato-frecuencia y se dibuja la barra correspondiente para cada dato.

Ejemplo:

Grafiquemos los datos de la siguiente tabla:

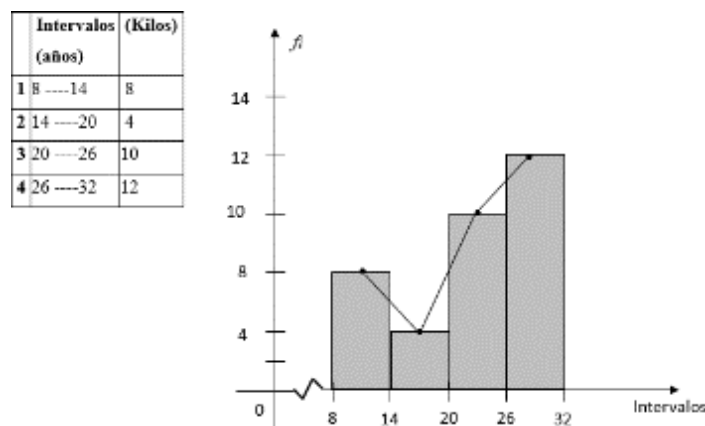


Figura 2: ejemplo de histograma, representación gráfica de una variable en forma de barras

Gráficos circulares o de pastel

Su elaboración consiste en representar la información en un círculo (que es dividido en tantas partes como datos se tengan) en el que se pueden visualizar los resultados del análisis de los datos de acuerdo con su relevancia. Una vez graficada la información, el círculo parece un pastel dividido (de ahí su nombre: “gráfico de pastel”). En este tipo de gráfico se utiliza para representar las proporciones de variables cualitativas o categóricas.

Procedimiento de elaboración

1. Se divide la medida de la circunferencia (360°) por el tamaño de la muestra (conjunto de datos recolectados).
2. El cociente se multiplica por cada una de las frecuencias absolutas de los datos y el producto que resulta es el ángulo que le corresponde a cada dato en el círculo.
3. Se traza un círculo y con el transportador se miden los ángulos.
4. Finalmente, se ubican los datos en el área correspondiente.

Ejemplo:

Para la siguiente tabla, construyamos un gráfico circular:

X_i (años)	f_i (puntos)
12	2
14	8
16	4
17	12
19	9
Total	35

$n = 35$. Medida circunferencia = 360°
 $360^\circ \div 35 = 10,285$. Ahora:
 $2 \times 10,285 = 20,57^\circ$. 12 años $\rightarrow 20,57^\circ$
 $8 \times 0,285 = 82,28^\circ$. 14 años $\rightarrow 82,28^\circ$
 $4 \times 10,285 = 41,14^\circ$. 16 años $\rightarrow 41,14^\circ$
 $12 \times 10,285 = 123,42^\circ$. 17 años $\rightarrow 123,42^\circ$
 $9 \times 10,285 = 92,56^\circ$. 19 años $\rightarrow 92,56^\circ$



Figura 3: ejemplo de gráfica circular

3.3 Lectura de gráficas: Observación, análisis y verificación de datos

La interpretación de la información que se refleja en las gráficas estadísticas es el resultado de la distribución de la información en relación con el factor de contraste. La comprensión de los gráficos es una habilidad que se desarrolla a partir de dos componentes fundamentales:

Componente cognoscitivo: en este nivel, además de tener un conocimiento previo de los conceptos desarrollados anteriormente (el contenido matemático), el lector debe tener la capacidad de identificar la relación que guardan las distintas palabras que aparecen en la gráfica, a manera de etiquetas, con la información que la nombran, esto, a forma de clave con el fin de hacer una traducción correcta entre lo que se representa en la gráfica y la realidad a la que corresponde.

Componente estructural: además del contenido lingüístico y los datos que se registran en las gráficas, los ejes y las formas también ayudan al lector a comprender la distribución de las proporciones acerca de las que se está informando.

Desde este punto de vista se tiene, entonces, que tener conocimiento del lenguaje del que se valen estas gráficas ya que esto permite al lector, además de reconocer las relaciones entre los elementos gráficos de las representaciones, acceder a la información de una manera rápida a partir de la interpretación de todos sus elementos.

Graficas de barras vs. Gráficas circulares

De acuerdo con Arteaga et. al. (2009), el procedimiento de elaboración y la lectura de un gráfico parte del reconocimiento de las características estructurales y la comprensión de su significado; a partir de allí se identifican, de manera general, las dimensiones internas, esto es, las variables, las frecuencias, las relaciones entre estas, para pasar a lo particular, es decir, la identificación e interpretación de la relación existente entre las variaciones registradas.

En el caso de una *gráfica de barras* se deben verificar las escalas (ejes) horizontal y vertical, para tener una idea clara de las variables involucradas y lo que se está midiendo. Luego se examina la ubicación de la distribución de los datos para identificar dónde está el centro de la información en eje horizontal. Si se están comparando dos distribuciones se verifica si ambos centros están en el mismo lugar. Posteriormente se examina la forma de la distribución. Si puede identificarse un “máximo” en un punto que está más alto que cualquier otro, esto indica que es la medición o categoría que ocurre con más frecuencia (moda). Se debe verificar si hay más de un máximo y si hay un número de datos específicos, aproximadamente igual, a la izquierda y a la derecha del máximo. Finalmente se busca cualquier medición inusual o valor atípico. Si hay alguna medición más grande o pequeña que las demás debe determinarse su relevancia ya que los valores atípicos no son necesariamente representativos frente a los otros valores del conjunto (UNAM, S.f.).

En cuanto a los *gráficos circulares* se tiene que este tipo de gráficas se utilizan para mostrar la relevancia de los datos en relación con un todo. De acuerdo con la distribución de la información, en las gráficas de pastel se ubican los datos, inicialmente, en el sentido de las manecillas del reloj (mayor relevancia) y, desde allí (las 12 horas), en sentido contrario, se ingresan los datos de mayor (segundo lugar) a menor relevancia hasta ubicar los datos, según les corresponda en el área de la circunferencia (UNAM, S.f).

De acuerdo con Arteaga et al. (2009), Con las características de los datos, el tipo de gráfica que debe ser utilizado puede variar, pues es importante tener en cuenta que no todos los gráficos son adecuados para la representación de todo tipo de información, mientras el gráfico de barras “es el más utilizado para representar datos numéricos y categóricos” y el gráfico de pastel supone, como se dijo antes, “transformar datos en proporciones y estos en ángulos. Los conceptos de razón, proporción y la comprensión de porcentajes son fundamentales, así como la idea de aumento o disminución experimentado en el tiempo” (Espinel *et al.*, 2009, p. 139).

Partiendo de lo anterior, se tiene que, aunque ambas gráficas se podrían elaborar con la misma información, la distribución, para cada caso, se hace de manera diferente, partiendo de que, aunque es la misma información se aplica según características, es decir, que, si se trabajan muchos datos, es indispensable hacer gráfico de barras. Así, mientras en la gráfica de barras se pueden observar los datos consignados en ella de manera independiente y relacionados directamente con la frecuencia en la que se presentan, en la gráfica de pastel se reflejan en secciones de diferente tamaño que representan la frecuencia con la que se presentan cada uno de los datos. En este punto, el análisis de los datos se basa en el conocimiento previo de la información y de los procedimientos de elaboración que se deben seguir para cada caso, de modo que no se incurra en una interpretación errada de la información. Por el contrario, si alguno de los procedimientos es desconocido por el lector, el intento por comprender los resultados que se reflejan en uno de los tipos de gráfica puede resultar inútil pues, como se vio antes, los procedimientos para determinar la distribución de la información, en el caso de la gráfica de pastel, involucran una mayor complejidad que en el de la elaboración de la gráfica de barras.

CAPÍTULO

3

DISEÑO METODOLÓGICO

Para la realización de este trabajo se ha partido de un diseño metodológico cualitativo con enfoque descriptivo-interpretativo, basado en la teoría APOE, la cual provee un ciclo metodológico propio de investigación que consta de tres etapas: elección teórica, diseño y aplicación de instrumentos, y análisis de resultados. Esta teoría reúne elementos necesarios para desarrollar un proceso investigativo que pueda arrojar resultados que contribuyan en la construcción de conocimiento matemático de los estudiantes.

En un ciclo de investigación se define a través del desarrollo de diferentes componentes tales como el análisis teórico y de datos, el diseño e implementación de actividades y una adecuada observación de los resultados. Estos componentes se explican en el siguiente capítulo, dado que determinan los aspectos metodológicos de esta investigación.

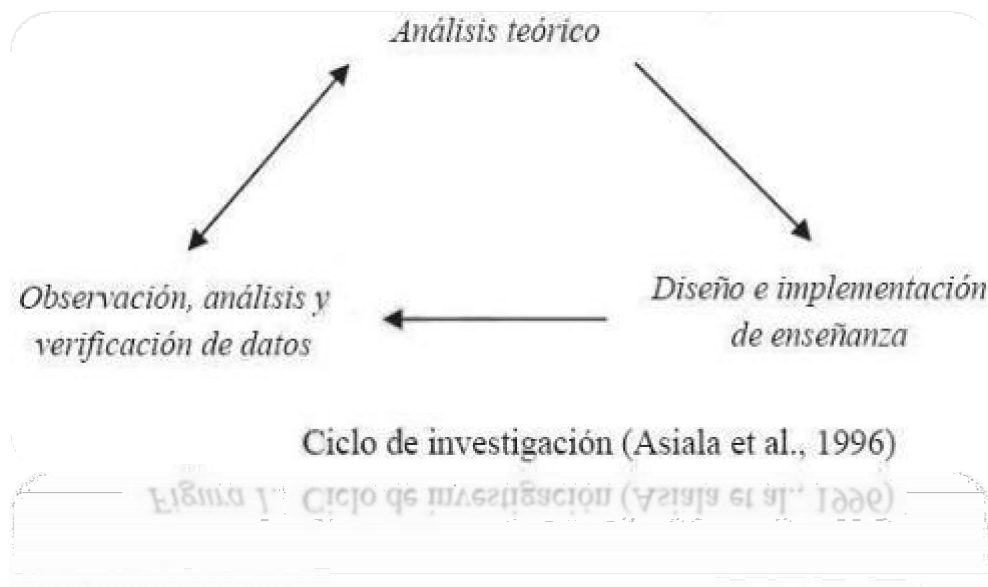


Figura 4: Ciclo de investigación (Asiala et al.,1996)

4.1 Análisis teórico

Cuando se habla de gráficas estadísticas se hace referencia a representaciones gráficas de datos estadísticos cuya finalidad es permitir el acceso visual a las relaciones matemáticas que estos guardan entre sí. En este orden de ideas, de acuerdo con Arteaga *et al* (2009, mencionando a Wild y Pfannkuch, 1999), “el lenguaje gráfico tiene un papel esencial en la organización, descripción y análisis de datos (...) que consiste en obtener una nueva información, al cambiar de un sistema de representación a otro” (p. 93).

Existen varios tipos de gráficas entre las que se destacan los gráficos de barras y los histogramas; los polígonos de frecuencias absolutas, frecuencias relativas y frecuencias acumuladas se usan para datos cuantitativos; gráficas de sectores circulares y pictogramas, entre otras, se usan para datos cualitativos. Para la interpretación de la información contenida en las gráficas no se conoce un camino específico, ya que cada una tiene su propio comportamiento, por lo cual las capacidades del intérprete son vitales y se logran por medio del estudio juicioso y paciente del material. Teniendo en cuenta todo lo descrito hasta el momento, a continuación, se propone un modelo cognitivo, descomposición genética, que describe como un estudiante de grado octavo puede analizar los gráficos estadísticos circular y de barras. es decir que, la descomposición genética va permitir observar la interacción entre las estructuras mentales y los mecanismos de interiorización utilizados por los estudiantes mientras realizan el papel de constructor de su propio conocimiento, que en este caso es el del análisis de gráficos estadísticos de barra y circular. Un papel mediado por los mecanismos de interiorización como coordinación, encapsulación, reversión y desencapsulación, y las estructuras mentales tales como se expusieron en el marco teórico respecto a la teoría de APOE con su respectiva descomposición genética: la acción, proceso (interiorización y coordinación), objeto (encapsulamiento). Estas estructuras contendrán nociones que serán tenidas en cuenta para el diseño de los cuestionarios, descritas en adelante.

Acciones: esta noción se relaciona en el estudio a partir de la identificación de:

- Gráfico: identificar un gráfico de barras o circular que esté proporcionando alguna información que les permita asociar a los conceptos que intervienen en su elaboración y en su lectura.
- Estadística: al identificar la parte de la matemática que se ocupa de la recolección, presentación, análisis e interpretación de los conjuntos de datos.

- Población: al observar el conjunto que sirve de fuente para la selección de la información de un fenómeno dado, las personas u objetos de la población deben tener características comunes.
- Muestra: identificar que la muestra es un subconjunto de la población que debe ser cuidadosamente seleccionada para que sea representativa de la característica que se desea medir.
- Tamaño de la muestra: identificar que el tamaño de la muestra pertenece al número de individuos u objetos que hacen parte de la muestra.
- Frecuencia absoluta (f_i): La frecuencia absoluta de un dato estadístico numérico es el número de veces que se repite ese dato en la muestra.
- Frecuencia acumulada (fa): Se llama frecuencia acumulada de un dato, a la suma de las frecuencias absolutas del dato con la de todos los anteriores.
- Frecuencia relativa (fr): se llama frecuencia relativa de un dato, al cociente entre la frecuencia absoluta y el tamaño de la muestra. *Ejemplo:* Si la frecuencia absoluta de un dato es 15 y el tamaño de la muestra es 50, entonces, la frecuencia relativa del dato es: $\frac{15}{50} = 0,3$. Luego, la frecuencia relativa de ese dato es **0,3**.
- El porcentaje: se obtiene al multiplicar la frecuencia relativa por 100. O sea: $0,3 \times 100 = 30\%$.

El proceso (interiorización y coordinación en la descomposición genética): esta noción se identificaría cuando el estudiante logre resolver adecuadamente los ejercicios planteados en los cuestionarios, es decir, que logre construir una gráfica efectiva donde se note que haya interiorizado las nociones mencionadas de las acciones y pueda usar la coordinación para poder repetir el concepto entregado en las acciones.

El objeto (encapsulamiento): si los resultados de los talleres del cuestionario son positivos, se tomará cada respuesta, habrá lugar para observar la posibilidad del alumno para entender el concepto matemático que en este caso es el análisis de las gráficas de barras y circulares. Es decir que el alumno podrá extraer información de los gráficos para analizarla a la vez que logre sacar conclusiones de los mismos. Ver cuadro de descomposición genética para gráficas estadísticas:

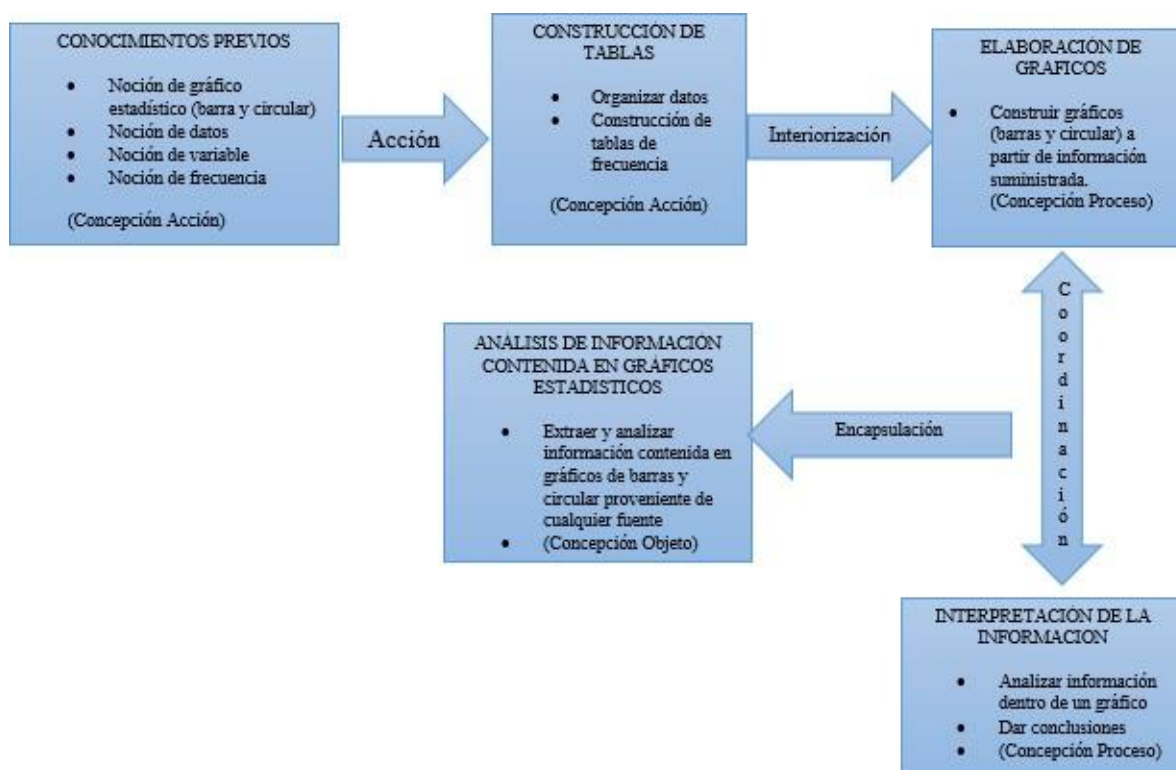


Figura 5: *Descomposición genética en gráficas estadísticas (Elaboración propia).*

4.2 Diseño e implementación

Con las anteriores nociones se planteada el diseño de los 3 cuestionarios que van a contar con la capacidad de caracterizar y medir las preguntas según el tipo de estructura mental le corresponda desde la descomposición genética en los procesos de aprendizaje en gráficas de barras y circulares, mismas que serán aplicadas a los alumnos de octavo del colegio en cuestión. El cuestionario entonces servirá para validar el taller que se realizará por cada cuestionario. Los resultados de los talleres serán captados mediante una rejilla que permitirá demostrar las construcciones mentales usadas por los estudiantes durante el desarrollo de los talleres asignados, ya que los talleres cuentan con preguntas enfocadas en las nociones de estructuras mentales en interacción con los mecanismos de interiorización. La rejilla de resultados, realizada a cada cuestionario, se presta no solo como herramienta de captación de los resultados, si no como herramienta de observación de las estructuras mentales (ver anexo 2) (contiene los estudiantes que participaron nombrados solo con un número, para mayor

practicidad, y cuenta con el número de la pregunta), mismas que serán analizadas en el siguiente apartado de la presente investigación.

El cuestionario va contener cuatro casillas: la estructura mental que se pretende observar, una descripción de lo observado y una última casilla horizontal con lo que se busca de esta observación. En la parte vertical contendrá cada pregunta del taller. Cada taller fue pensado para que se desarrollara en una hora (ver anexo 1).

Las preguntas de cada taller fueron pensadas desde la estadística, acorde con datos cualitativos y las representaciones gráficas diagrama de barras y diagrama circular, y sacadas de una encuesta aplicada a los mismos estudiantes del colegio, para que fueran datos que los relacionaran con su contexto inmediato como la cantidad de canciones que escuchan a la semana, las estaturas entre los niños de 10 y 11 años del mismo colegio y las preferencias profesionales de las mujeres de la comunidad de Condoto, municipio donde se ubica el colegio en cuestión. A cada pregunta le corresponden una serie de actividades enlazadas con las estructuras mentales de la descomposición genética de la teoría de APOE como la identificación de los conceptos estadísticos, que entran en la categoría de acción y la elaboración de gráficas según los datos presentados en cada pregunta, es decir, los procesos y, por último, interiorización de toda la información estadística que daría lugar al objeto matemático.

Esta implementación se realizó a 10 estudiantes del grado octavo del colegio Luis Lozano Scipion, misma población a la que se le realizó una prueba pos test con las mismas preguntas del cuestionario dos, pero con diferentes valores numéricos, ya que en estas preguntas ejercitan no solo la lectura de gráficas, sino la elaboración de las mismas, en tanto infieren los valores entregados.

A continuación, los cuestionarios que servirán de base para crear y a su vez observar las preguntas basadas en nociones de las estructuras mentales de la DG:

Cuestionario #. 1

Tiempo provisto: 1 hora

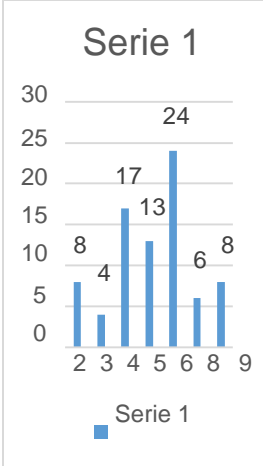
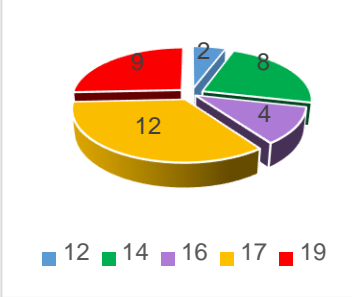
En la I. E. Luis Lozano Scipion los estudiantes del grado octavo

Los siguientes datos corresponde a la información recogida entre los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Luis Lozano Scipion del municipio de Condoto, concerniente al número de canciones que escuchan los chicos semanalmente y estos son los resultados para una muestra representativa de dicha población:

4, 8, 3, 5, 5, 6, 2, 9, 5, 6, 4, 4, 4, 2, 6, 2, 3, 9, 9, 6, 6, 6, 6, 4, 4, 5, 4, 5, 6, 6, 6, 6, 5, 5, 6, 5, 4, 2, 9, 6, 9, 8, 6, 5, 4, 3, 6, 4, 4, 4, 8, 9, 6, 2, 4, 6, 4, 6, 4, 6, 2, 4, 6, 4, 8, 3, 6, 6, 2, 5, 5, 5, 2, 6, 8, 9, 9, 8, 6, 5

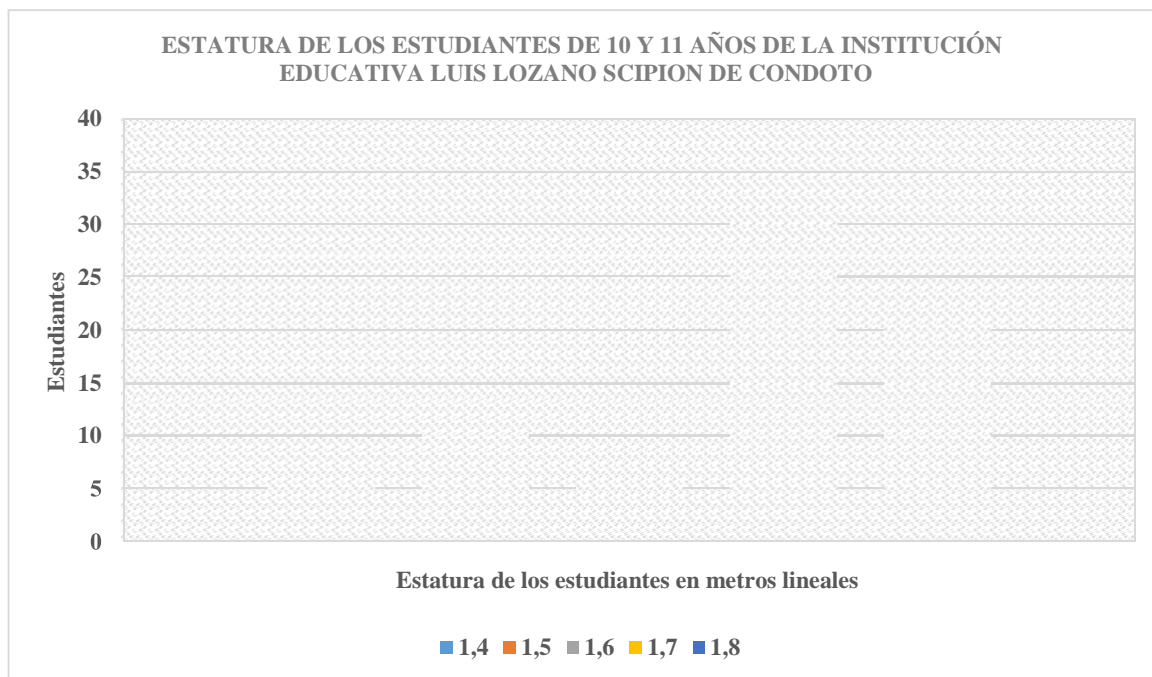
De acuerdo con la información suministrada, realizar lo que se pide a continuación.

PREGUNTAS	ESTRUCTURA MENTAL	DESCRIPCIÓN	LO QUE SE BUSCA																																								
1) Identifique la población y la muestra a la que se le hizo el estudio.	Acción Objeto (encapsulamiento)	Los estudiantes deben tener claridad sobre el concepto de población y muestra el cual le permita definir con certeza cuál es la población a la que se le realizó el estudio. Son los estudiantes de la I.E Luis Lozano Scipion y la muestra los estudiantes del grado octavo.	Los estudiantes deben demostrar sus conocimientos sobre los conceptos elementales de estadística: la población y la muestra.																																								
2) De los datos suministrados, elabore una tabla que contenga: Frecuencia absoluta, acumulada y relativa. además porcentaje.	Acción, Procesos (Interiorización coordinación)	El estudiante debe tener la capacidad de aplicar el concepto de frecuencias y porcentajes que se obtiene del estudio se encuentran relacionadas en el cuadro. <table border="1" data-bbox="742 1406 1107 1713"> <thead> <tr> <th></th> <th>f_{rob}</th> <th>f_{ra}</th> <th>F_r</th> <th>%</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2</td> <td>8</td> <td>8</td> <td>$8/80=$</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>4</td> <td>12</td> <td>$4/80=$</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>17</td> <td>29</td> <td>$17/80=$</td> <td>21</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>13</td> <td>42</td> <td>$13/80=$</td> <td>16</td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>24</td> <td>66</td> <td>$24/80=$</td> <td>30</td> </tr> <tr> <td>8</td> <td>6</td> <td>72</td> <td>$6/80=$</td> <td>7</td> </tr> <tr> <td>9</td> <td>8</td> <td>80</td> <td>$8/80=$</td> <td>10</td> </tr> </tbody> </table>		f_{rob}	f_{ra}	F_r	%	2	8	8	$8/80=$	10	3	4	12	$4/80=$	5	4	17	29	$17/80=$	21	5	13	42	$13/80=$	16	6	24	66	$24/80=$	30	8	6	72	$6/80=$	7	9	8	80	$8/80=$	10	Al organizar, el estudiante, los datos en la tabla puedan decir con certeza cuales son las frecuencias y los porcentajes.
	f_{rob}	f_{ra}	F_r	%																																							
2	8	8	$8/80=$	10																																							
3	4	12	$4/80=$	5																																							
4	17	29	$17/80=$	21																																							
5	13	42	$13/80=$	16																																							
6	24	66	$24/80=$	30																																							
8	6	72	$6/80=$	7																																							
9	8	80	$8/80=$	10																																							

<p>3) Teniendo en cuenta la información recogida elabore un gráfico de barras.</p>	<p>Acción y Procesos (Interiorización y coordinación)</p>	<p>El estudiante debe tener la capacidad de elaborar la tabla para el gráfico de barra y a su vez el gráfico</p>	<p>Que el estudiante elabore esta gráfica:</p>  <table border="1"> <caption>Data for Bar Chart (Serie 1)</caption> <thead> <tr> <th>Categoría</th> <th>Valor</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>2</td><td>8</td></tr> <tr><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>4</td><td>17</td></tr> <tr><td>5</td><td>13</td></tr> <tr><td>6</td><td>24</td></tr> <tr><td>8</td><td>6</td></tr> <tr><td>9</td><td>8</td></tr> </tbody> </table>	Categoría	Valor	2	8	3	4	4	17	5	13	6	24	8	6	9	8										
Categoría	Valor																												
2	8																												
3	4																												
4	17																												
5	13																												
6	24																												
8	6																												
9	8																												
<p>4) Con la información presentada en la siguiente tabla, construya un gráfico circular</p> <table border="1" data-bbox="209 954 483 1223"> <thead> <tr> <th>x_i(años)</th> <th>f_i(puntos)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>12</td><td>2</td></tr> <tr><td>14</td><td>8</td></tr> <tr><td>16</td><td>4</td></tr> <tr><td>17</td><td>12</td></tr> <tr><td>19</td><td>9</td></tr> <tr><td>Total</td><td>35</td></tr> </tbody> </table>	x_i (años)	f_i (puntos)	12	2	14	8	16	4	17	12	19	9	Total	35	<p>Acción y Procesos (Interiorización y coordinación)</p>	<p>El estudiante debe tener la capacidad de procesar la información para elaborar el gráfico circular</p>	<p>Debe diseñar esta tabla:</p>  <table border="1"> <caption>Data for Pie Chart</caption> <thead> <tr> <th>Valor</th> <th>Color</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>2</td><td>Blue</td></tr> <tr><td>8</td><td>Green</td></tr> <tr><td>4</td><td>Purple</td></tr> <tr><td>12</td><td>Yellow</td></tr> <tr><td>9</td><td>Red</td></tr> </tbody> </table>	Valor	Color	2	Blue	8	Green	4	Purple	12	Yellow	9	Red
x_i (años)	f_i (puntos)																												
12	2																												
14	8																												
16	4																												
17	12																												
19	9																												
Total	35																												
Valor	Color																												
2	Blue																												
8	Green																												
4	Purple																												
12	Yellow																												
9	Red																												

Cuestionario # 2

La información que se presenta a continuación corresponde a un estudio que indaga sobre las estaturas de los niños de 10 y 11 años de la Institución Educativa Luis Lozano Scipion de Condoto.



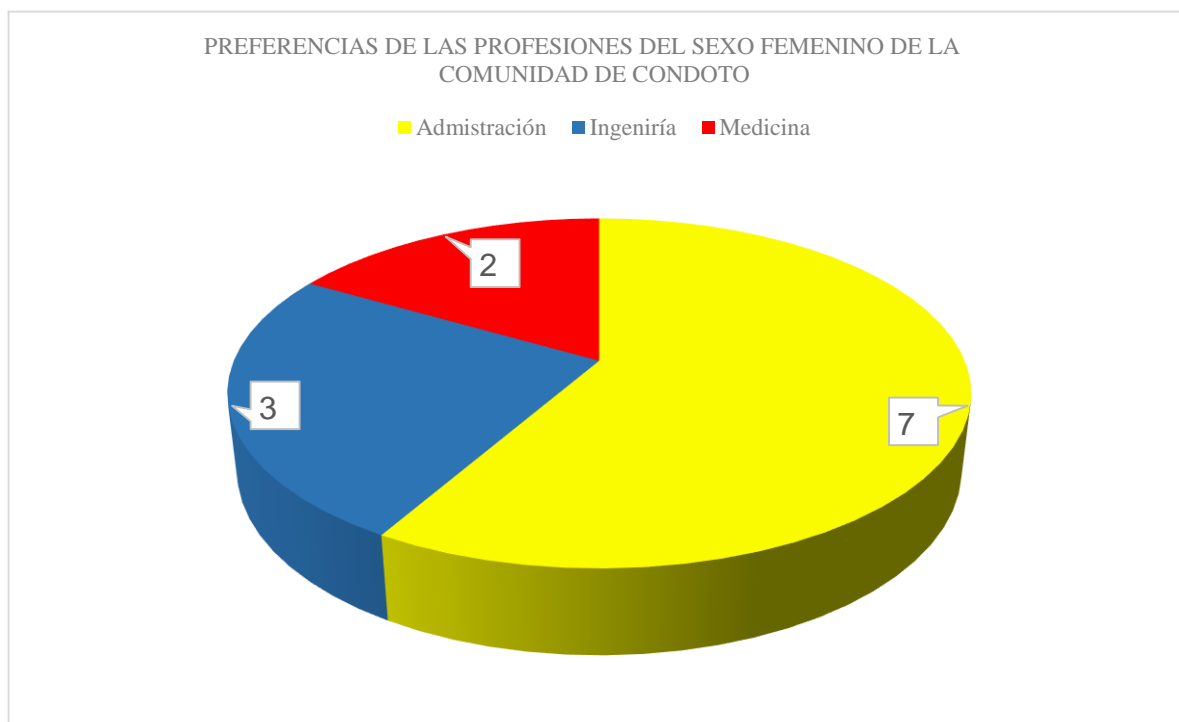
Según tus conocimientos en estadística responda las siguientes preguntas de acuerdo al gráfico.

PREGUNTAS	ESTRUCTURA	DESCRIPCIÓN	LO QUE SE BUSCA
1) ¿Cuál fue la población a la que se hizo el estudio?	Acción Objeto (encapsulamiento)	Aquí los estudiantes deben tener suficiente claridad sobre el concepto de población	Se busca que los estudiantes logren analizar que la población es la misma del colegio en que estudian: I.E. Luis Lozano Scipion
2) ¿Cuál es el número de estudiantes que participaron en el estudio?	Acción Objeto (encapsulamiento)	Los estudiantes deben tener claro el concepto de eje en una gráfica, por lo menos cuál es el horizontal y el vertical, qué tipo de información brinda	Deben identificar dentro del eje horizontal que fueron a 40 estudiantes

3) ¿Cuál es la muestra de esa población?	Acción Objeto (encapsulamiento)	Debe poder reconocer el concepto estadístico	Reconocer que son estudiantes entre los 10 y 11 años de edad
4) ¿Cuál es la muestra de esa población?	Acción Objeto (encapsulamiento)	Debe poder reconocer el concepto estadístico	Reconocer que son estudiantes entre los 10 y 11 años de edad
5) ¿Cuál fue La estatura promedio de los estudiantes?	Objeto (encapsulamiento)	Reconocer el eje que tiene esta variante o frecuencia absoluta	Los estudiantes deben analizar que la estatura promedio fue de 1,8
6) ¿Cuál es el porcentaje de estudiantes que tienen mayor estatura?	Acción Procesos (interiorización y coordinación) Objeto (encapsulamiento)	El estudiante debe recurrir a sus conocimientos previos para recordar que el porcentaje se obtiene al multiplicar la frecuencia relativa por 100	Si realizan bien la observación y el análisis de la gráfica les debe arrojar que 35

Cuestionario # 3

El siguiente gráfico muestra las preferencias profesionales de 120 mujeres de la comunidad de Condoto.



Responda las siguientes preguntas de acuerdo al gráfico.

PREGUNTAS	ESTRUCTURA	DESCRIPCIÓN	LO QUE SE BUSCA
1) Halle el porcentaje de mujeres que prefieren las ingenierías	Acción Procesos (interiorización y coordinación) Objeto (encapsulamiento)	Aplicar el concepto de porcentaje: dividir la frecuencia absoluta por el tamaño de la muestra y multiplicarlo por 100	Es que identifiquen que este porcentaje es de 30
2) Halle el ángulo en grado que le corresponde a las que prefieren administración de empresa.	Acción Procesos (interiorización y coordinación) Objeto (encapsulamiento)	Deben saber sacar ángulo que es la base para graficar en gráficas de pastel: El cociente se multiplica por cada una de las frecuencias absolutas de los datos y el producto que resulta es el ángulo que le corresponde a cada dato en el círculo	Deben realizar la operación estadística adecuada

3) Establezca la relación (razón) entre las que prefieren ingeniería y, administración de empresas.	Acción Objeto (encapsulamiento)	Observar cuál es mayor y cuál es menor porcentaje, lo que sería la relación que establece una diferencia entre las preferencias	Se espera que identifiquen que las de administración e ingeniería son las que están por encima del porcentaje menor
5) Si la relación entre administración de empresas e ingeniería se mantiene, y 120 personas escogen las ingenierías, ¿cuántas escogerán administración de empresas?	Acción Objeto (encapsulamiento)	Analizar la pregunta de acuerdo a los datos del gráfico de pastel	La respuesta que se espera es que ninguna persona escogería administración de empresas dado que toda la muestra eligió las ingenierías

CAPÍTULO

4

ANÁLISIS DE DATOS

El presente capítulo conforma el análisis e interpretación de los datos arrojados en el taller obtenidos del instrumento tipo rejilla de resultados aplicado a la población objeto de estudio. Con la presentación de los resultados se pretende triangular la información obtenidas con las herramientas metodológicas elegidas y filtradas con los elementos teóricos aportados por la teoría de APOE y su descomposición genética aplicada a los estudiantes elegidos como muestra para la presente investigación.

Resultados de la implementación de los talleres y prueba pos test

Cada rejilla de resultados va contener la casilla de vertical izquierda con el número del estudiante y contendrá en la parte horizontal superior el número del cuestionario (C1, C2 o C3) con el respectivo número de la pregunta (desde P1 hasta P5) y con la respectiva estructura mental de la descomposición genética elegida para los talleres.

Rejilla 1

Pregunta Estudiantes	C1-P1 acción, objeto (encapsula)	C1-P2 Acción, Procesos (Interioriza y coordina)	C1-P3 Acción y Procesos (Interioriza y coordina)	C1-P4 Acción y Procesos (Interioriza y coordina)
E1	Logra	No logra. Fig.6	No logra. Fig. 7	Se acerca. Fig.8
E2	No logra Fig. 10	Logra Fig. 10	Muy cerca Fig. 10	No logra Fig. 11
E3	Muy cerca Anexo3.1	Muy cerca Anexo3.1	No logra Anexo 3.2	No logra Anexo 3.2
E4	Logra (Anexo 3.4)	Cerca (Anexo 3.4)	Logra (Anexo 3.4)	Logra (Anexo 3.4)
E5	Logra (anexo 5)	No logra (anexo 5)	Logra (anexo 5.1)	No logra (anexo 5.1)
E6	Muy cerca	Muy cerca	Logra	No logra

	(anexo 6)	(anexo 6)	(anexo 6.1)	(anexo 6.1)
E7	Muy cerca (anexo 7)	Cerca (anexo 7)	Logra (anexo 7)	Logra (anexo 7)
E8	No logra (anexo 8)	Muy cerca (anexo 8)	Logra (anexo 8)	Logra (anexo 8)
E9	Cerca (anexo 9)	Logra (anexo 9)	Logra (anexo 9)	Logra (anexo 9)
E10	No logra (anexo 10)	Logra (anexo 10)	Logra (anexo 10)	No logra (anexo 10)

Rejilla 2:

Pregunta Estudiantes	C2-P1 Acción Objeto (encapsula)	C2-P2 Acción Objeto (encapsula)	C2-P3 Acción Objeto (encapsula)	C2-P4 Objeto (encapsula)	C2-P5 Acción Procesos (interioriza y coordina) Objeto (encapsula)
E1	No logra. Fig. 9	Logra Fig. 9	Logra Fig. 9	Logra Fig. 9	No logra Fig. 9
E2	No logra Fig.12	No logra Fig.12	Logra Fig.12	Logra Fig.12	No logra Fig.12
E3	No logra Anexo 3.3	No logra Anexo 3.3	Logra Anexo 3.3	Logra Anexo 3.3	No logra Anexo 3.3
E4	Logra (Anexo3.4.1)	No logra (Anexo3.4.1)	Logra (Anexo3.4.1)	Logra (Anexo3.4.1)	No logra (Anexo3.4.1)
E5	Logra (anexo 5.2)	Logra (anexo 5.2)	Logra (anexo 5.2)	Logra (anexo 5.2)	No logra (anexo 5.2)
E6	Logra (anexo 6.2)	No logra (anexo 6.2)	Logra (anexo 6.2)	Logra (anexo 6.2)	No logra (anexo 6.2)
E7	No logra (anexo 7.1)	Logra (anexo 7.1)	Logra (anexo 7.1)	No logra (anexo 7.1)	Logra (anexo 7.1)
E8	No logra (anexo 8.1)	Logra (anexo 8.1)	Cerca (anexo 8.1)	Logra (anexo 8.1)	No logra (anexo 8.1)
E9	No logra (anexo 9.1)	No logra (anexo 9.1)	Logra (anexo 9.1)	Logra (anexo 9.1)	No logra (anexo 9.1)
E10	No logra (anexo 10.1)	Logra (anexo 10.1)	No logra (anexo 10.1)	Logra (anexo 10.1)	Logra (anexo 10.1)

Rejilla 3:

Pregunta Estudiantes	C3-P1 Acción Procesos (interioriza y coordina) Objeto (encapsula)	C3-P2 Acción Procesos (interioriza y coordina) Objeto (encapsula)	C3-P3 Acción Objeto (encapsula)	C3-P4 Acción Objeto (encapsula)
E1	Logra. (Fig. 9)	Logra Fig. 9	Logra Fig. 9	No logra Fig. 9
E2	Logra (Fig. 13)	No logra (Fig. 13)	Logra (Fig. 13)	No logra (Fig. 13)
E3	Logra (Anexo 3.4)	No logra (Anexo 3.4)	logra (Anexo 3.4)	No logra (Anexo 3.4)
E4	Logra (Anexo 3.4.2)	No logra (Anexo 3.4.2)	Logra (Anexo 3.4.2)	No logra (Anexo 3.4.2)
E5	No logra (anexo 5.3)	No logra (anexo 5.3)	No logra (anexo 5.3)	No logra (anexo 5.3)
E6	Logra (anexo 6.3)	No logra (anexo 6.3)	Logra (anexo 6.3)	No logra (anexo 6.3)
E7	Logra (anexo 7.1)	Logra (anexo 7.1)	Logra (anexo 7.1)	No logra (anexo 7.1)
E8	Logra (anexo 8.2)	No logra (anexo 8.2)	Logra (anexo 8.2)	No logra (anexo 8.2)
E9	Logra (anexo 9.1)	No logra (anexo 9.1)	Logra (anexo 9.1)	No logra (anexo 9.1)
E10	Logra (anexo 10.1)	Logra (anexo 10.1)	Logra (anexo 10.1)	No logra (anexo 10.1)

Respuesta	1-10	11-20	21-30	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
1	8	0.10	8	10.25	5%					
2	4	0.05	12	15.00	2.5%					
3	17	0.21	29	36.25	11.6%					
4	13	0.16	42	52.50	29.1%					
5	23	0.29	65	81.25	42.6%					
6	6	0.07	71	88.75	47.4%					
7	8	0.10	39	48.75	25.4%					
8	19	0.24			24.0%					

Figura 6. Respuesta E1 a pregunta C1-P2

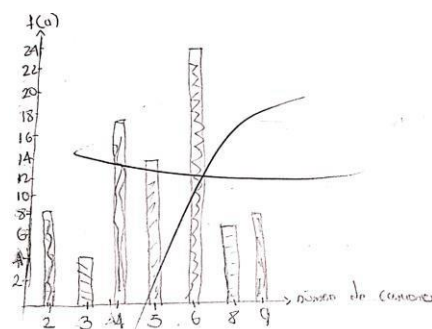


Figura 7. Respuesta E1 a pregunta C1-P3

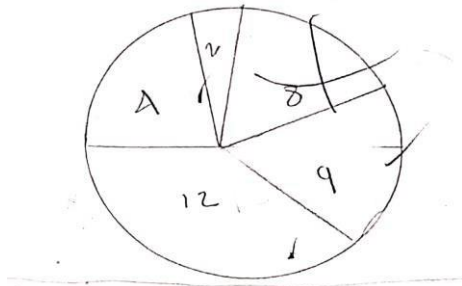


Figura 8. Respuesta de E1 a pregunta C1-P4.

- Cuestionario #2
- ① Colegio Los Lorano Dupión ✓
 - ② 95 estudiantes Participaron en el estudio ✓
 - ③ Los estudiantes de 10 y 11 del colegio Los Lorano Dupión ✓
 - ④ $1,4 + 1,5 + 1,6 + 1,7 + 1,5 = 8 \div 5 = 1,6$ es el promedio de los estudiantes ✓
 - ⑤ $35 \div 95 = 0,36 \times 100\% = 0,36\%$ ✓
-
- Cuestionario 3
- ① $30 \div 120 = 0,25 \times 100\% = 25\%$ ✓
 - ② $360 \div 120 = 3 \times 70 = 210^\circ$ ✓
 - ③ $\frac{30}{70} = \frac{3}{7} = 0,42$ ✓
 - ④ $\frac{120}{280} = \frac{3}{7} = 0,42$ ✗

Figura 9. Respuesta de E1 C2 y 3.

Objetivo: Saber la institución educativa de los músicos.
 Pregunta: ¿Estudiantes del grado octavo?

Altos de a música	Frecuencia absoluta	Frecuencia Acumulada	Frecuencia Relativa	Porcentaje
2	8 ✓	8/79=12	8/79=0.10	10%
3	4 ✓	8+4=12	12/79=0.15	15%
4	17 ✓	12+17=29	29/79=0.37	37%
5	13 ✓	29+13=42	42/79=0.53	53%
6	23 ✓	42+23=65	65/79=0.82	82%
8	9 ✓	65+9=74	74/79=0.94	94%
9	8 ✓	74+8=82	82/79=1.04	104%
Total	79 ✓	79		

Figura 10. Respuesta de E2 a P1,2 y 3.

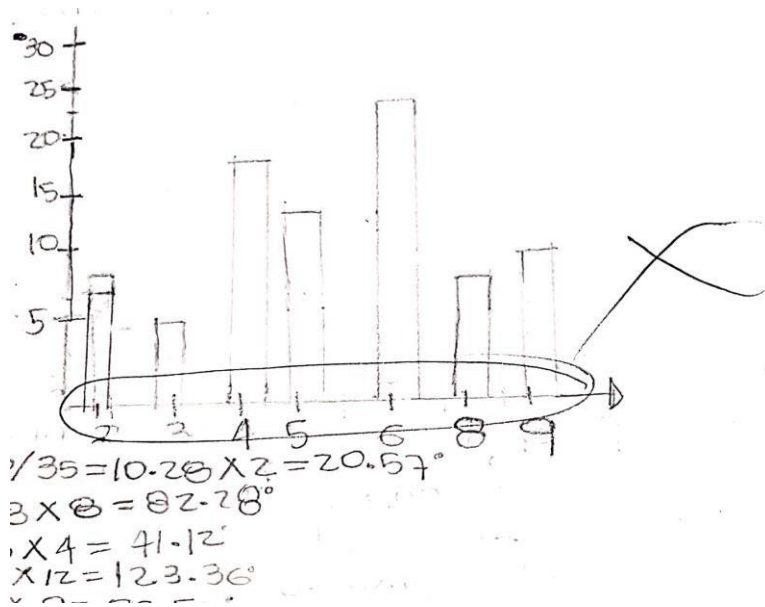


Figura 11. Respuesta de E2 a P4. C1.

Según tus conocimientos en estadística responde las siguientes preguntas de acuerdo al gráfico.

- 1) ¿Cuál fue la población a la que se hizo el estudio? *los niños de 10 años*
- 2) ¿Cuál es el número de estudiantes que participaron en el estudio? *el número de estudiantes que participaron fueron 35*
- 3) ¿Cuál es la muestra de esa población? *la muestra es los niños de 10 y 11 años.*
- 1) ¿Cuál fue la estatura promedio de los estudiantes? *la estatura promedio de los estudiantes es 1.6*
- 2) ¿Cuál es el porcentaje de estudiantes que tienen mayor estatura? $25 \div 95 = 0.26$
 $0.26 \div 100 = 2.6$
El porcentaje de estudiantes con mayor estatura es 2.6

Figura 12. Respuesta de E2 a C2

- 1) Halle el porcentaje de mujeres que prefieren las ingenierías. $30 \div 120 = 0.25$
El porcentaje de las mujeres que prefieren ingeniería es 25%
 - 2) Halle el ángulo en grado que le corresponde a las que prefieren administración de empresa.
El ángulo que le corresponde a las que prefieren administración de empresa es de 2.080
 - 3) Establezca la relación (razón) entre las que prefieren ingeniería y, administración de empresas.
 $\frac{30}{70} = \frac{3}{7} = 0.42$
las que prefieren la administración de empresa es 0,42
- 4) Si la relación entre administración de empresas e ingeniería se mantiene, y 120 personas escogen las ingenierías, ¿cuántas escogerán administración de empresas?
- $$360^\circ \times \frac{100\%}{50\%} = \frac{20.880}{100} = 208.80$$

Figura 13. Respuesta de E2 a C3

Prueba pos test:

Realizada a los estudiantes luego de reforzar los procesos de inferencia asociados en las estructuras mentales de procesos y objeto (ver anexo 11):

Pregunta Estudiantes	Postest-P1 Acción Objeto (encapsula)	Postest -P2 Acción Objeto (encapsula)	Postest -P3 Acción Objeto (encapsula)	Postest -P4 Objeto (encapsula)	Postest -P5 Acción Procesos (interioriza y coordina) Objeto (encapsula)
E1	Logra.	Logra	No logra	Logra	No logra
E2	Logra	Logra	cerca	No logra	Logra

E3	No logra	No logra	Logra	Logra	No logra
E4	Logra	Logra	No logra	No logra	No logra
E5	No logra	No logra	Logra	Logra	Logra
E6	Logra	Logra	Logra	No logra	No logra
E7	No logra	Logra	No logra	No logra	Logra
E8	Logra	No logra	Cerca	Logra	No logra
E9	Logra	Logra	Logra	No logra	No logra
E10	No logra	Logra	No logra	Logra	Logra

Técnica de análisis de los datos

Una vez aplicados a los estudiantes los talleres, y recolectados los datos a través de los instrumentos metodológicos elegidos: cuestionarios, talleres y rejilla de resultados, se analizará la información obtenida con la que se pretende dilucidar si el mecanismo didacta realizado arroja resultados positivos o resultados a mejorar. Todo esto, en tanto se pueda observar que la aplicación (taller) permite, en su desarrollo, el uso de la descomposición genética con su estructura mental y los mecanismos de interiorización, para avanzar en la solución de problemas matemáticos referentes a la creación y lectura de gráficas de barras y circular.

Por lo anterior es que se pretende tomar todos los resultados logrados, no logrados y los acercamientos que hayan tenido los estudiantes, dentro de sus respuestas, como paralelos a las estructuras mentales seleccionadas que fueron la acción, los procesos y los objetos. Desde estas tres estructuras se consideró el diseño de la descomposición genética para la presente investigación. Teniendo en cuenta estos aspectos y sumados a las tres herramientas metodológicas (talleres, cuestionario y rejilla), se realizará la técnica de análisis de la triangulación. En donde las soluciones tabuladas en las rejillas de respuestas permitirán el análisis de los resultados relacionados con las estructuras mentales, inmersas en las preguntas y el cuestionario.

Análisis de resultados

Teniendo en cuenta la técnica de análisis, los resultados de los talleres ejecutados por los estudiantes seleccionados y los planteamientos teóricos de la teoría de APOE, se llevará a cabo el siguiente análisis. El cual va permitir observar los avances en la práctica de lectura y creación de gráficos de barras y circulares mediados por la introducción de la descomposición genética seleccionada de la teoría de APOE para la presente investigación. Se tendrá en cuenta aquellos resultados que más se acerquen a la solución correcta y aquellos que más se distancien de la misma, principalmente, ya que en esa polarización se puede observar qué tanto tuvo que ver la noción de la estructura aplicada en la pregunta para generar un resultado cerca o distante de la solución correcta, además, con esto mismo se podrá observar si la pregunta facilita el uso de la estructura mental o no, facilita llegar al resultado o los diferentes avances que presenten los estudiantes con los ejercicios planteados desde las estructuras mentales que constituyen la descomposición genética elegida.

Para iniciar con los resultados más relevantes, la pregunta uno del primer cuestionario, que se enmarca en la estructura mental acción y objeto (encapsulación), tan solo tres estudiantes no se acercaron al uso de la estructura mental, estos no lograron realizar correctamente la respuesta. Con esta se pretendía observar los conocimientos básicos previos en estadística, como lo son la población y la muestra. Se evidenció que manejan el concepto si se les entrega el planteamiento, del cual van a desprenderse las preguntas, de manera directa, ya que en el cuestionario dos la pregunta uno pretendía que identificaran los mismos conceptos (población, muestra), pero en el planteamiento estaba dado de manera indirecta, lo que les exigía la encapsulación del enunciado, objeto, es decir, la interiorización de la información matemática. Entonces, se evidencia que con esta variación en el enunciado para la pregunta uno del segundo cuestionario, tan solo tres estudiantes aplicaron la estructura mental, los siete restantes no lograron llegar a la respuesta correcta.

Similar noción estructural de la DG manejaba la pregunta cinco del cuestionario dos, pero referente a la muestra de una gráfica, de la que se pretendía que el estudiante usara las estructuras mentales para sacar el porcentaje promedio de la muestra entregada. La mitad de los 10 estudiantes respondieron correctamente, lo que se asume como que les cuesta inferir, interiorizar o encapsular los conocimientos previos, ya que estas estructuras mentales exigen

de coordinación entre los conocimientos previos para sacar promedios o porcentajes y la encapsulación de los mismos.

A la pregunta cuatro del cuestionario tres se le dieron las nociones de acción y objeto. Para el gráfico que mostraba las preferencias profesionales de 120 mujeres de la comunidad de Condoto, la pregunta era que, si la relación entre ingeniería y administración de empresas se mantenía que eran de 30 % y 70% respectivamente, y 120 personas escogen las ingenierías, ¿cuántas escogerán administración de empresas? De la que se esperaba una deducción lógica, ya que ocupadas las 120 personas de la muestra no quedaría nadie para la administración de empresas, se obtuvo que ningún estudiante fue capaz de llegar a la respuesta, es decir que ante interiorizaciones tan poco evidentes no suelen coordinar información dada con la lectura de las gráficas.

Ante los registros de los resultados en donde se les exige leer y graficar circulares se observa que a los estudiantes les cuesta la mayoría de ejercicios con gráficas circulares, esto se evidenció con la pregunta cuatro del cuestionario uno y la pregunta dos del cuestionario tres. En el primer cuestionario el taller con esa pregunta pretendía que crearan una gráfica circular con la información entregada, y en la pregunta dos se pretendía no solo la creación de la gráfica circular sino el análisis de la misma, a lo que siete estudiantes no usaron las estructuras mentales de acción, procesos y objeto. Y en la pregunta cuatro del primer cuestionario, tan solo la mitad de los estudiantes usaron las estructuras mentales de la acción y los procesos, realizando una interacción de los mecanismos de interiorización y coordinación. Pues los estudiantes además de tener los conocimientos previos de cómo realizar graficas de pastel que inicia desde la realización de la tabla (que les dará los grados de los ángulos y les exige dividir el tamaño de la muestra por 360 grados, lo que mide la circunferencia para luego este valor multiplicarlo por cada una de las frecuencias absolutas) y termina con la gráfica, deben generar el proceso creación, mismo que se vio obstruido porque al intentar recuperar la muestra de los datos la confundían con la población y con ello todo el ejercicio fallaba o empezaba a ser impreciso. El dato de la muestra es un concepto de fácil asimilación literal, pero escurridizo en las preguntas donde se debe inferir para otros procesos de creación y lecturas interpretativas.

Por lo demás, las preguntas planteadas con ejercicios no tan complejos en información y con alta exigencia inferencial, sostenidos en nociones estructurales de la DG, fueron resueltos con un desarrollo de logro medio, pasando de la etapa de procesos a objeto con más facilidad que en los anteriores resultados expuestos. Ya que como menciona Solange (S.f.),

para transitar de una estructura mental a otra es necesario de un mecanismo como la abstracción reflexiva o reflexionar sobre las acciones que se realizan sobre un objeto de conocimiento.

Por otro lado, pero dentro de la misma línea investigativa, están los resultados de la prueba postest. En donde la pregunta uno que pretendía observar cómo aprenden los estudiantes a identificar conceptos básicos estadísticos, la muestra y la población, se observó que de 10 estudiantes cuatro continúan sin usar estructuras mentales de procesos y objetos adecuados, sin embargo, dos estudiantes se acercaron a usar estas estructuras que con los talleres aplicados se había observado que no la habían usado.

Por lo demás, en la pregunta tres de la prueba de salida surgió un avance significativo, pero no mayor, del uso de la estructura mental de procesos y objetos, ya que en cuanto a construcción de gráficas de pastel o circulares se había presentado la más grande dificultad en el uso de las estructuras, ya que a la pregunta cuatro del cuestionario uno, aunque se había dado la tabla para la construcción de la gráfica de pastel, seis estudiantes no lograron realizar correctamente el ejercicio y, por ende, no usaron las nociones que exigía la pregunta (proceso y objeto). Igual pasó con la pregunta dos de del cuestionario tres, el cual, sin el aporte de la tabla, entregando la total construcción al estudiante de la gráfica, siete estudiantes no lograron ejecutar el ejercicio, tan solo tres estudiantes realizaron el ejercicio acercándose al uso de las estructuras mentales. Y, con ello, se considera que estos estudiantes que no se habían acercado a las etapas estructurales de aprendizaje, con la implementación de los talleres lograron luego en la prueba postest, esta vez que seis estudiantes entraran en la etapa de producción en tanto que coordinaban conocimientos previos e inferían sobre la creación de gráficas circulares (ver rejillas 1,2, 3 y anexo 11).

Para finalizar con la entrega de resultados de la prueba postest y sus análisis, esta que en la pregunta tres que también pedía realizar gráfica de barra, fue igual de bien usadas las estructuras mentales, tanto para leer las gráficas de barras como para crearlas a partir de datos entregados. Pero en cuanto a la pregunta cinco que pedía la lectura y análisis de la gráfica de pastel para promediar el porcentaje de la estatura mayor de los estudiantes encuestados, según la gráfica dada, los estudiantes tan solo avanzaron, según la pregunta cinco del cuestionario dos, de 1 a 4 estudiantes que lograron, esta vez, entregar el promedio correcto. De esto también se deduce que porcentajes generales les queda fácil usar las estructuras mentales de la DG, pero los porcentajes puntuales sigue siendo, aunque con un pequeño avance, una gran dificultad.

CAPÍTULO 6

CONCLUSIONES

En esta etapa de investigación se hace necesario llegar a unas conclusiones que serán expuestas en adelante para darle cabida a lo que fue el desarrollo de la propuesta investigativa y su finalización.

Fue notorio la guía que se obtuvo de la descomposición genética derivada de la teoría de APOE (Trigueros, 2014) para construir la descomposición genética de las gráficas estadísticas y de barras. Estas a su vez, fueron un derrotero para la construcción de herramientas metodológicas que permitieron la observación directa de los procesos de aprendizaje que ejecutan los estudiantes cuando requieren resolver problemas matemáticos referentes a este tipo de gráficas.

Si bien una descomposición genética puede constar de diferentes acciones, procesos y objetos (Trigueros, 2014), lo que se pretendió, entre otras cosas, fue lograr describir cómo estas estructuras interactúan en la creación de actividades (talleres) de aula en tanto se diseñó y aplicó una descomposición genética basada en la teoría APOE, mediada por los cuestionarios. Mismos que no lograron medir los esquemas debido a que se consideró que los estudiantes no estaban preparados para llegar a esa etapa. Así, la descomposición genética creada solo se llevó hasta la etapa del objeto o encapsulación del conocimiento, sirviendo, así como guía en el desarrollo de un tratamiento de instrucción. Instrucción que proporcionó una oportunidad para la recopilación de datos de forma escrita, proporcionó un espacio de mejoramiento en el análisis y creaciones de gráficas circulares y de barras mediante el uso de las estructuras mentales y mecanismos de interiorización dados desde la teoría de APOE.

De la investigación se puede concluir que el diseño de la metodología logró conducir el proyecto hasta su objetivo principal de diseñar e implementar una unidad didáctica para contribuir a los procesos matemáticos y a la resolución de problemas y su comunicación, a partir de la enseñanza y aprendizaje del análisis de gráficos de barra y circular desde la perspectiva de la teoría APOE. Si bien no se logró la profundidad en el objetivo en tanto que los avances existieron y pueden considerarse efectivos, los estudiantes continúan, según los registros en las rejillas de resultados, presentado bastantes problemas en el análisis de gráficas, principalmente circulares.

El proceso investigativo exigió de un diseño metodológico con el que logró la observación de las estructuras mentales usadas por los estudiantes en su proceso de aprendizaje en cuanto al análisis de gráficas dentro de los talleres. A la vez que permitió implementar actividades de aula para estudiantes de secundaria, para que propiciaran el razonamiento y argumentación en la práctica a partir del análisis de gráficos de barra y circular. Con lo anterior se da lugar a las estructuras mentales que se seleccionaron desde la descomposición genética desde la teoría de APOE, las acciones tomadas desde lo que el individuo asimila de los pasos a seguir o información que va tomando para luego procesar desde el análisis con el proceso (interno) en tanto crea y llega a una interacción con el objeto (cuando él es capaz de ver el concepto matemático en conjunto como un todo) (Trigueros, 2014).

En términos generales, y dados los resultados de la implementación, los estudiantes presentan dificultades con la lectura y análisis de graficas circulares, con el análisis de gráficas de barras se nota un mejor dominio del tema. En cuanto a análisis de promedios y porcentajes puntuales, y no de manera general, los estudiantes seleccionados presentan diversas dificultades. Sin embargo, con la buena dirección de las estructuras mentales y los mecanismos de la descomposición genética se pudo rastrear cuándo usan una adecuada interacción entre ellas y ante qué tipo de ejercicio de gráficas usan sus conocimientos previos para llevarlos más allá de esa primera etapa.

Con lo anterior se puede decir que la descomposición genética no solo apoyó la elaboración y sustento de este proyecto, sino que permitió un significativo avance en el análisis de gráficas de barras y circular en los estudiantes elegidos para la observación. Siendo esto lo más significativo del proceso investigativo.

Por otra parte, el análisis de gráficos estadísticos de barra y circular desde la perspectiva de la teoría APOE, tiene la finalidad que los estudiantes puedan comprender la utilidad de la

estadística para resolver problemas de otras materias o de la vida cotidiana. Sabemos que no existe una fórmula mágica que permita analizar las gráficas en estadísticas, ya que cada una presenta su propio comportamiento, y los estudiantes hoy no centran la atención y la paciencia para hacer estos tipos de lecturas. La lectura de los gráficos estadísticos es más difícil de alcanzar de lo que podría pensarse.

Sin embargo, en la Institución Educativa Luís Lozano Scipión de Condoto – Choco, se ha venido implementando una estrategia con los estudiantes para lograr que dediquen más tiempo al análisis de una gráfica y profundicen en esta, permitiendo mejorar el aprendizaje y dar conclusiones de las mismas.

Para dar solución a esta problemática se ha venido abordando y analizando dicha situación, aportando las siguientes recomendaciones:

- 1) Diferenciar con claridad que es una gráfica en estadística.
- 2) ¿Qué representa una gráfica en barra? ya que esta requiere que identifique la orientación de los ejes Y, X en un plano cartesiano e interpretar el contenido del tema de estudio o situación problema.

La representación gráfica circular se refiere a comprender como se puede distribuir o proporcionar diferentes cantidades porcentuales en un círculo, es decir, hay que comprender proporciones y fracciones, y para ello, es indispensable saber dividir, como también identificar porcentajes, por esta razón, se hace necesario que los estudiantes centren su atención en comprender el problema objeto de estudio, siendo este para los estudiantes difícil de entender y llegar a formularlo de forma clara, dando la oportunidad al docente de buscar la mejor estrategia para que el estudiante comprenda un tema en general y formule una pregunta a partir de este, y a su vez, pueda dar respuesta a la problemática a partir de la estadística.

Finalmente, uno de los tantos resultados esperados de la ejecución del presente proyecto de investigación es contribuir al mejoramiento de la calidad educativa en el departamento del Chocó, desde un enfoque cualitativo, a partir del diseño de una unidad didáctica basada en la teoría APOE, como eje fundamental del proceso investigativo; que logre emprender acciones orientadas a la búsqueda de mecanismos que dinamicen los procesos cognitivos y el trabajo colaborativo de los estudiantes, enfatizando en el análisis de gráficos estadísticos de barras y circulares, para garantizar mejores resultados en las PRUEBAS SABER, promoviendo que los docentes de matemáticas del departamento del Chocó, en sus prácticas de aula, apliquen actividades que logren motivar a los estudiantes del grado octavo para que desarrollen

habilidades y destrezas mentales que les permitan analizar gráficos estadísticos en diversos contextos.

Referencias bibliográficas

- Allal, L. (1980). Estrategias de evaluación formativa concepciones psicopedagógicas y modalidades de aplicación.
- Álvarez, F. (s.f.). Estadística descriptiva. Métodos estadísticos aplicados a las auditorías sociolaborales. Disponible en:
http://departamentos.uca.es/C146/pag_personal/f_alvarez/documentos/CC%20Trabajo%20Tema%201.pdf
- Velasco, M. Estadística Matemática Elemental.
- Arnon, I., & Cottrill, J., Dubinsky, E., Oktaç, A., Roa Fuentes, S., Trigueros, M & Weller, K. (2014), *APOS Theory: A Framework for Research and Curriculum Development in Mathematics Education*. New York: Springer.
- Arteaga, P. (2011). *Evaluación de conocimientos sobre gráficos estadísticos y conocimientos didácticos de futuros profesores*. Bogotá: Universidad de Granada.
- Arteaga, P., Batanero, C., Díaz, C. y Contreras, J. (junio de 2009). El lenguaje de los gráficos estadísticos. En *Revista Iberoamericana de Educación Matemática* (18), pp. 93-104. Disponible en:
http://www.fisem.org/www/union/revistas/2009/18/Union_018.pdf#page=93
- Batanero, C., Díaz, C., Contreras, J. M., y Arteaga P. (2011). Enseñanza de la estadística a través de proyectos. En C. Batanero y C. Díaz (Eds.), *Estadística con proyectos*. Granada: Universidad de Granada, pp. 9-46.
- Curcio, F. (1987). Comprehension of Mathematical Relationships Expreseed in Graphs. In *Journal for Research in Mathematics Education* 18 (5), pp. 382-393.
- Curcio, F. (1989). *Developing graph Comprehension*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- D'ambrosio, U. (1997). *Transdisciplinaridade*. São Paulo: Palas Athena.
- Davis, O. A. y Thomas, M. A. (1992) *Escuelas Eficaces y Profesores Eficientes*. Madrid: La Muralla.
- De los Santos, M (2006). *Evaluación formativa Educativa. Capacitación Educativa para las TIC'S*. República Dominicana

- Díaz-Levicoy, D., Arteaga, P. y López-Martín, M. (2015). *Pictogramas en una muestra de directrices curriculares latinoamericanas*. En Vásquez, C., Rivas, H., Pincheira, N., F., Solar, H., Chandía, E. y Parraguez, M. (Eds.), *XIX Jornadas Nacionales de Educación Matemática*. Villarrica: SOCHIEM, pp. 176-183.
- Dubinsky, E. & Garcés, R. (2011). High-stearic/high-oleic sunflower oil: a versatile fat for food applications. In *Inform 22* (6), pp. 369-372.
- Dubinsky, E. & McDonald, M. A. (2001). APOS: A constructivist theory of learning in undergraduate mathematics education research. In D. Holton *et al.* (eds.), *The Teaching and Learning of Mathematics at University Level: An ICMI Study*. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, pp. 273-280.
- Espinel, M. C., González, M. T., Bruno, A y Pinto, J. (2009). Las gráficas estadísticas. En Serrano, L. (ed.): *Tendencias actuales de la investigación en educación estocástica*. Málaga: Departamento de Didáctica de la Matemática Facultad de Educación y Humanidades (Melilla) Universidad de Granada. Disponible en: <http://www.pucrs.br/famat/viali/graduacao/matematica/material/referencias/libroluis.pdf#page=133>
- Friel, S., Curcio, F. y Bright, G. (2001). Making sense of graphs: critical factors influencing Comprehension and instructional implications. In *Journal for research in mathematics Education* 32 (2), pp. 124-158.
- Ghilardi, M. (s. f.). *Historia de la estadística*. Disponible en: <https://red.infed.edu.ar/blog/wp-content/uploads/2014/11/Historia-de-la-estadistica.pdf>
- <http://asesorias.cuautitlan2.unam.mx/Laboratoriovirtualdeestadistica/DOCUMENTOS/TEMA%201/6.%20GRAFICA%20DE%20BARRAS.pdf>
- Chavez, L. y Castiblanco, G. 2000. *Matemáticas 10 – Santillana siglo XXI*. Ed. Santillana S. A. Bogotá –Colombia.
- Inostroza, M. (2013). *Construcción cognitiva de la raíz cuadrada. Una mirada desde la teoría APOE* (tesis de maestría). Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Facultad de Ciencias. Valparaíso, Chile.
- J. Godino-UNO 1995 Ugre.es. Versión revisada del artículo publicado en UNO, 5, 45-56, 1995. <http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/ORDENA.pdf>
- Beltrán, B. y Dimaté. Prentice Hall, *Matemática con Tecnología Aplicada*. Bogotá-Colombia 1996.

- Macario, B (2008) Teoría y práctica de la evaluación formativa de las actividades físicas y deportivas. Barcelona: Lidium
- Gonzales, C. y Villegas, R. (1990). Matemática Práctica de 10°. Ed. Voluntad. S.A. Bogotá – Colombia
- Villegas, R. y Melo. 2000. Matemáticas de 9°. Ed. Voluntad S. A. 1992 Bogotá – Colombia
- Meel, D. (2003). Modelo y teorías de la comprensión matemática: comparación de los modelos de Pirie y Kieren sobre la evolución de la comprensión matemática y la teoría APOE. En *Revista latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 6 (3) , 221-278.
- MEN. (2006). *Estándares Básicos de competencia en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y ciudadanas*. Bogotá, D.C.: Ministerio de Educación Nacional.
- Mineducación. 2015. CVNE centro virtual de noticias de educación. Con nuevo índice de calidad colombia le apuesta a la excelencia educativa. Recuperado de: <https://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/w3-article-349894.html>
- Mingorance, C. (2014). *La estadística en las pruebas de diagnóstico andaluzas* (trabajo fin de grado). Universidad de Granada. España.
- Ministerio de Educación Pública (2013). Documento sobre la Evaluación Formativa, del Ministerio de Educación Pública, Costa Rica, 2013.
- Guarin, S. 2003. Estadística Aplicada. Ed. Alfabetapapelaria.
- Pila Teleña, A. (1997). Evaluación formativa Deportiva: Los test de laboratorio al campo, 3ª Ed. Madrid
- Playfair, W., Wainer, H., & Spence, I. (2005). *Playfair's Commercial and Political Atlas and Statistical Breviary*. London: Cambridge University Press.
- Recolecta. (2012). *Datos de investigación: ¿Qué son los datos de investigación?* Biblioteca Universitaria de Huelva. Disponible en: <http://guiasbuh.uhu.es/datosinvestigacion>
- Schild, M. (2006). Statistical Literacy Survey Results: Reading Graphs and Tables of Rates Percentages. En B. Phillips (Ed.), *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching Statistics*. Cape Town: International Statistical Institute and International Association for Statistical Education. Disponible en: <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase>
- Serie de compendios schaum, Teoría y Problemas de Matemáticas Finitas. MCGrau-Hill Book Company. U.S.A. 1996
- Serie de compendios schaum. Murray r. Spiegel, Estadística. MCGrau-Hill /Interamericana de España S.A. 1991. Traducción, Rafael Henandez Heredero
- Solange, R. (S.f.). La asimilación del conocimiento matemático como una actividad del sujeto. Comité Latinoamericano de matemática educativa. México.

Stake, R. (2010). *Qualitative Research: Studying how Things Work*. New York: Guilford Press.

UNAM. Universidad Nacional Autónoma de México. (s.f.). *Gráfica de Pastel*. Disponible en:
<http://asesorias.cuautitlan2.unam.mx/Laboratoriovirtualdeestadistica/DOCUMENTOS/TEMA%201/5.%20GRAFICA%20DE%20%20PASTEL.pdf>

UNAM. Universidad Nacional Autónoma de México. (s.f.). *Gráfica de Barra*. Disponible en

Vigo Ruiz, J, (2016). *Comprensión De Gráficos Estadísticos Por Alumnos De Formación Profesional Básica*

Villafranca, R., & Zúnica, L. (2013). *Métodos estadísticos para Ingenieros*. España: Editorial Universitat Politècnica de València.

Wild, C., Pfannkuch, M. (1999). Statistical Thinking in Empirical Enquiry. *International Statistical Review* 67, III. 223-265.

Wu, Y. (2004). Singapore Secondary School Students Understanding of Statistical Graphs. *10th International congress on Matemáticas Educacation*. Copenhagen Dinamarca.

ANEXO 1

En estos anexos estará incluido la UNIDAD DIDÁTICA que ustedes presentaran al final del trabajo de investigación, al igual que las evidencias tomadas en el transcurso de la investigación

1: talleres

INSTITUCIÓN EDUCATIVA AGROAMBIENTAL Y ECOLÓGICA LUIS LOZANO SCIPION CONDOTO

Objetivo: Diagnosticar el nivel de conocimiento que tienen los estudiantes sobre los gráficos estadísticos de barras y circular.

Cuestionario #. 1

Tiempo provisto: 1 hora

En la I. E. Luis Loza Scipion los estudiantes del grado octavo

Los siguientes datos corresponde a la información recogida entre los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Luis Lozano Scipion del municipio de Condoto, concerniente al número de canciones que escuchan los chicos semanalmente y estos son los resultados para una muestra representativa de dicha población:

4, 8, 3, 5, 5, 6, 2, 9, 5, 6, 4, 4, 4, 2, 6, 2, 3, 9, 9, 6, 6, 6, 6, 4, 4, 5, 4, 5, 6, 6, 6, 6, 5, 5, 6, 5, 4, 2, 9, 6, 9, 8, 6, 5, 4, 3, 6, 4, 4, 4, 8, 9, 6, 2, 4, 6, 4, 6, 4, 6, 2, 4, 6, 4, 8, 3, 6, 6, 2, 5, 5, 5, 2, 6, 8, 9, 9, 8, 6, 5

De acuerdo con la información suministrada, realizar lo que se pide a continuación.

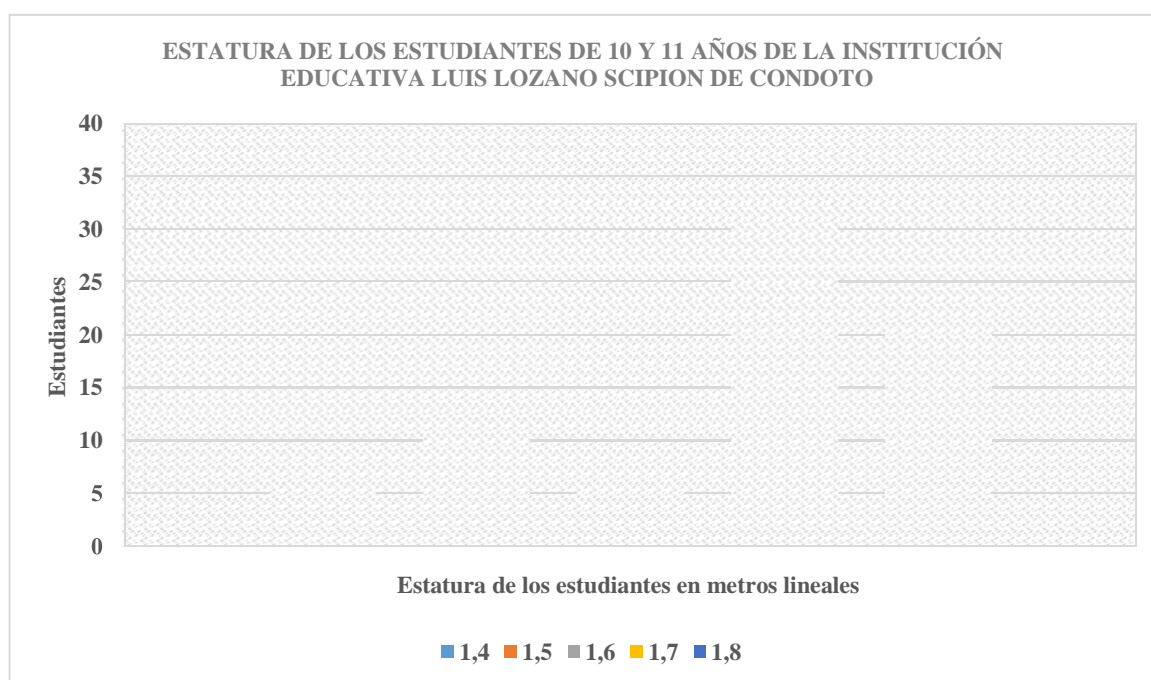
- 1- Identifique la población y la muestra a la que cele hizo el estudio.
- 2- De los datos suministrados por los estudiantes del grado octavo de la I. E. Luis Lozano Scipion, elabore una tabla que contenga: Frecuencia absoluta, frecuencia acumulada, frecuencia relativa y porcentaje.
- 3- Teniendo encuesta la información recogida entre los estudiantes del grado octavo de la I.E. Luis Lozano Scipion elabore un gráfico de barras.

4- Con la información presentada en la siguiente tabla, construya un gráfico circular

X_i (años)	f_i (puntos)
12	2
14	8
16	4
17	12
19	9
Total	35

Cuestionario # 2

La información que se presenta a continuación corresponde a un estudio que indaga sobre las estaturas de los niños de 10 y 11 años de la Institución Educativa Luis Lozano Scipion de Condoto.



Según tus conocimientos en estadística responda las siguientes preguntas de acuerdo al gráfico.

1-¿Cuál fue la población a la que se hizo el estudio?

2-¿Cuál es el número de estudiantes que participaron en el estudio?

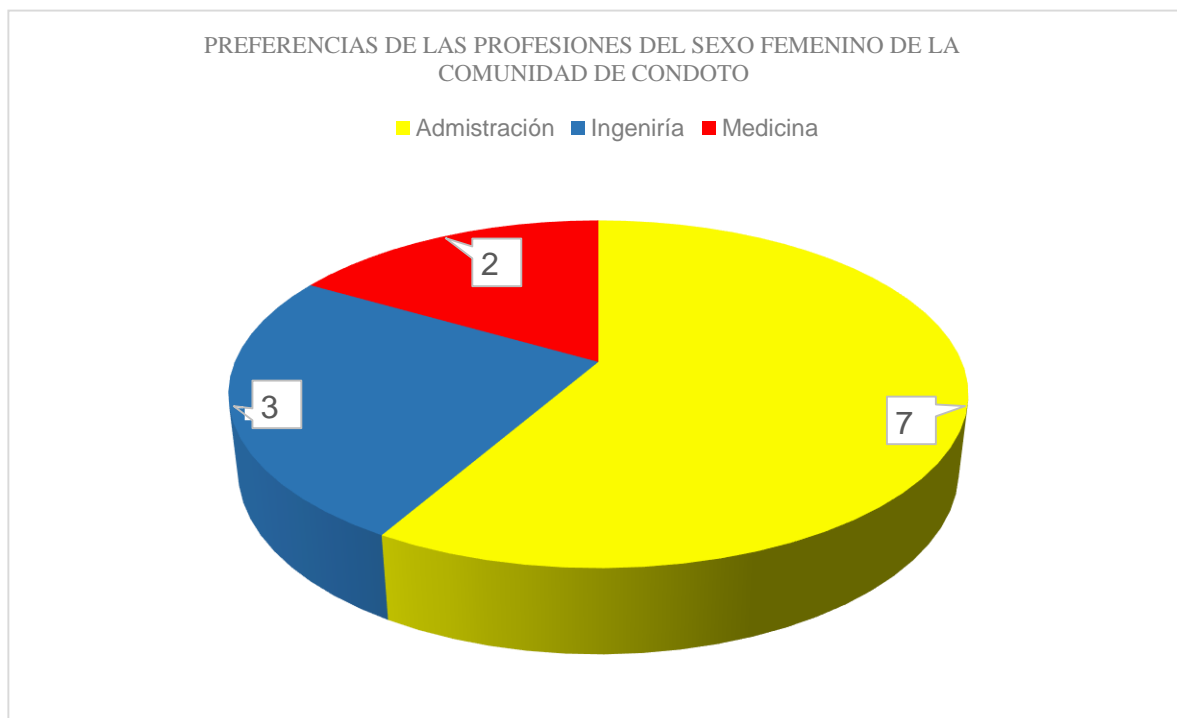
3-¿Cuál es la muestra de esa población?

4-¿Cuál fue La estatura promedio de los estudiantes?

5-¿Cuál es el porcentaje de estudiantes que tienen mayor estatura?

Cuestionario # 3

El siguiente gráfico muestra las preferencias profesionales de 120 mujeres de la comunidad de Condoto.



Responda las siguientes preguntas de acuerdo al gráfico.

- 1) Halle el porcentaje de mujeres que prefieren las ingenierías.
- 2) Halle el ángulo en grado que le corresponde a las que prefieren administración de empresa.
- 3) Establezca la relación (razón) entre las que prefieren ingeniería y, administración de empresas.
- 4) Si la relación entre administración de empresas e ingeniería se mantiene, y 120 personas escogen las ingenierías, ¿cuántas escogerán administración de empresas?

Anexo 2: ejemplos de rejillas de resultados

Pregunta Estudiantes	C1-P1	C1-P2	C1-P3	C1-P4	C1-P5
E1					
E2					
E3					
E4					
E5					
E6					
E7					
E8					
E9					
E10					
E11					
E12					
E13					
E14					

Pregunta Estudiantes	C2-P1	C2-P2	C2-P3	C2-P4	C2-P5
E1					
E2					
E3					
E4					
E5					
E6					
E7					
E8					
E9					
E10					
E11					
E12					
E13					
E14					

Pregunta Estudiantes	C3-P1	C3-P2	C3-P3	C3-P4	C3-P5
E1					
E2					
E3					

E4					
E5					
E6					
E7					
E8					
E9					
E10					
E11					
E12					
E13					
E14					

Anexo 3

Resultados de estudiantes E3 hasta E14

Anexo 3.1

Estudiante 3 C1. P.1 y 2

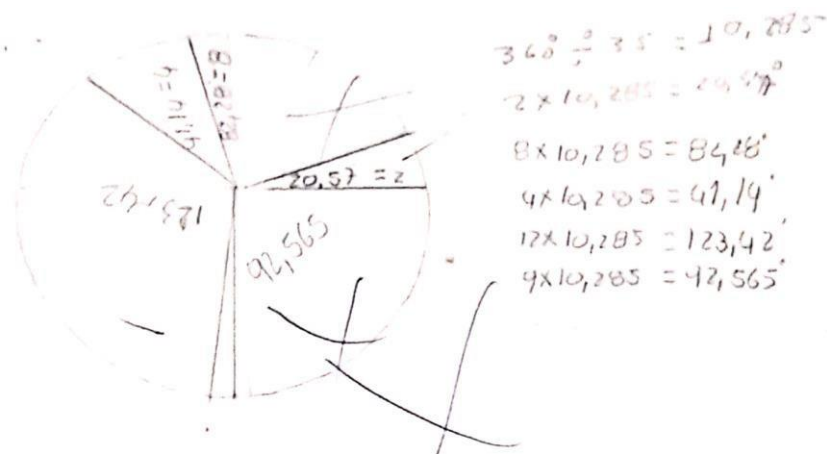
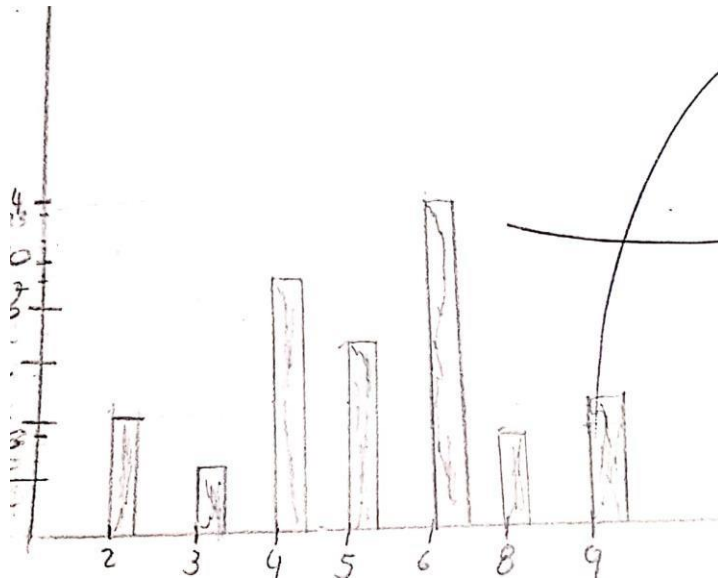
Observación la población es la institución educativa Luis Lozano ~~3049~~
muestra los estudiantes del grado séptimo ✓

	f. absoluta	F. acumulada	f. relativa	porcentaje
2	8	8	0.1026	10%
3	1	9	0.0127	1%
4	17	26	0.2026	20%
5	13	39	0.1538	15%
6	23	62	0.2901	29%
8	8	70	0.1013	10%
9	8	78	0.1013	10%
Total	79	79	0.94	98%

Dedón

Anexo 3.2

Estudiante 3 C1. P.3 y 4



Anexo 3.3

Estudiante 3 C 2. P. 1,2,3,4 Y 5

Según tus conocimientos en estadística responde las siguientes preguntas de acuerdo al gráfico.

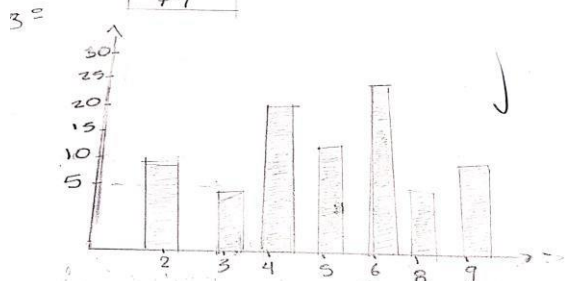
- 1) ¿Cuál fue la población a la que se hizo el estudio? R= institución educativa *León Lozano*
- 2) ¿Cuál es el número de estudiantes que participaron en el estudio? R=35 *✓*
- 3) ¿Cuál es la muestra de esa población? R= *la muestra es los niños de 10 y 11 años* *✓*
- 4) ¿Cuál fue La estatura promedio de los estudiantes? R=1,6 *✓*
- 5) ¿Cuál es el porcentaje de estudiantes que tienen mayor estatura? *26%* *✓*

Anexo 3.4

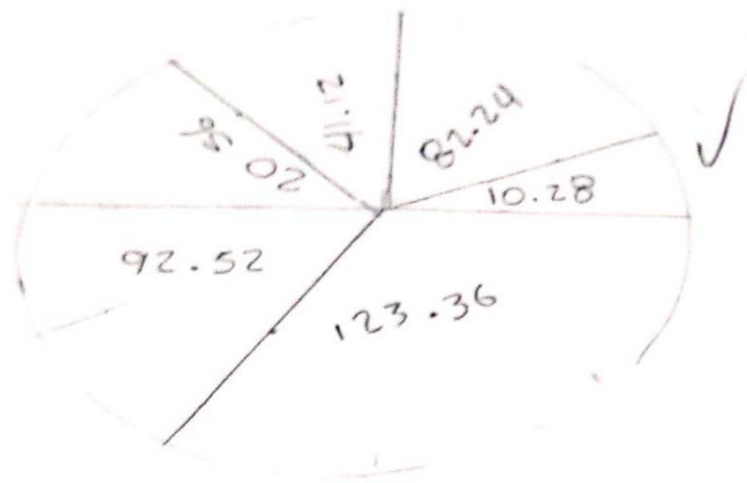
Estudiante 4

muestras: Grado octavo ✓ Scipión X Respuesta de constitución

Edad	f. absoluta	f. acumulada	f. Relativa	Porcentaje
2	8 ✓	8	0,10	10%
3	4 ✓	8+4=12	0,05	5%
4	17 ✓	8+4+17=29	0,21	21%
5	13 ✓	8+4+17+13=42	0,16	16%
6	23 ✓	8+4+17+13+23=65	0,29	29%
8	6 ✓	8+4+17+13+23+6=71	0,07	7%
9	8 ✓	8+4+17+13+23+6+8=79	0,10	10%
	79			



$360 \div 35 = 10,28$
 $10,28 \times 2 = 20,56$
 $10,28 \times 8 = 82,24$
 $10,28 \times 4 = 41,12$
 $10,28 \times 12 = 123,36$
 $10,28 \times 9 = 92,52$



Anexo 3.4.1

Estudiante 4. C2. P1,2,3,4y5

- Según tus conocimientos en estadística responde las siguientes preguntas de acuerdo al gráfico. X
- 1) ¿Cuál fue la población a la que se hizo el estudio? = Luis Lozano Scipión
 - 2) ¿Cuál es el número de estudiantes que participaron en el estudio? = 95 estudiantes
 - 3) ¿Cuál es la muestra de esa población? = Los niños de 10 y 11 años del Scipión
 - 4) ¿Cuál fue La estatura promedio de los estudiantes? = 1,6 es la estatura promedio
 - 5) ¿Cuál es el porcentaje de estudiantes que tienen mayor estatura? = $\frac{25}{95} = 0,26 \times 100 = 26\%$

Anexo 3.4.2

Estudiante 4 C3 P. 1,2,3 y 4

Responda las siguientes preguntas de acuerdo al gráfico.

- 1) Halle el porcentaje de mujeres que prefieren las ingenierías. $= 30 \div 120 = 0.25 = 25\%$
- 2) Halle el ángulo en grado que le corresponde a las que prefieren administración de empresa.
el ángulo de las que prefieren administración es 208°
- 3) Establezca la relación (razón) entre las que prefieren ingeniería y, administración de empresas.
 $\frac{30}{70} = \frac{3}{7} = 0.42$
- 4) Si la relación entre administración de empresas e ingeniería se mantiene, y 120 personas escogen las ingenierías, ¿cuántas escogerán administración de empresas?

$$360 = 100\%$$

$$x = 58\%$$

Desarrollo

$$\frac{360 \times 58\%}{100\%} = \frac{20.880}{100} = 208$$

Anexo 5

Estudiante 5. C1. P.1 Y 2

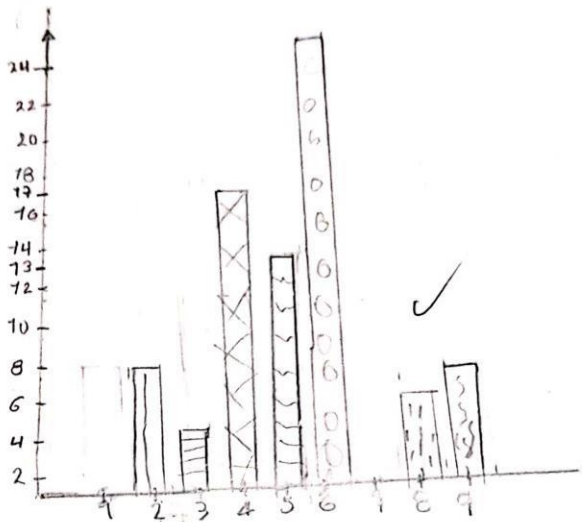
Procedimiento: Cuestionario # 1

1. Población: son los estudiantes de la institución Guislaizano
2. Muestra son los chicos de grado octavo

Número de Canciones	Frecuencia Absoluta	Frecuencia acumulada	Frecuencia Relativa	Porcentaje
2	8	8	$8 \div 80 = 0.1$	$0.1 \times 100 = 10\%$
3	4	$8 + 4 = 12$	$4 \div 80 = 0.05$	$0.05 \times 100 = 5\%$
4	7	$8 + 4 + 7 = 19$	$7 \div 80 = 0.0875$	$0.0875 \times 100 = 8.75\%$
5	13	$8 + 4 + 7 + 13 = 32$	$13 \div 80 = 0.1625$	$0.1625 \times 100 = 16.25\%$
6	24	$8 + 4 + 7 + 13 + 24 = 56$	$24 \div 80 = 0.3$	$0.3 \times 100 = 30\%$
8	6	$8 + 4 + 7 + 13 + 24 + 6 = 72$	$6 \div 80 = 0.075$	$0.075 \times 100 = 7.5\%$
9	8	$8 + 4 + 7 + 13 + 24 + 6 + 8 = 80$	$8 \div 80 = 0.1$	$0.1 \times 100 = 10\%$

Anexo 5.1

Estudiante 5. C1. P.3 Y 4



$360 \div 35 = 10,28$
 $2 \times 10,28 = 20,56$
 $8 \times 10,28 = 82,24$
 $4 \times 10,28 = 41,12$
 $12 \times 10,28 = 123,36$
 $9 \times 10,28 = 92,52$

Punto 5

Anexo 5.2

Estudiante 5. C2 P1,2,3, 4 y 5

- Respuesta cuestionario 2
- 1 R/ = A los estudiantes de la institución Educativa Luis Lo no scipion.
 - 2 R/ = Participaron 95 estudiantes en el estudio.
 - 3 R/ = la muestra de la población son los estudiantes que tienen 10 y 11 años.
 - 4 R/ = $1.4 + 1.5 + 1.6 + 1.7 + 1.8 = 8 \div 5 = 1,6$ promedio es
 - 5 R/ = 11 " " " " " "

Punto 5-

$25 \div 95 = 0,263 \times 26,31$

Anexo 5.3

E5. C. 3. P1,2,3 y 4

- 1) Halle el porcentaje de mujeres que prefieren las ingenierías. ~~X~~
- 2) Halle el ángulo en grado que le corresponde a las que prefieren administración de empresa.
- 3) Establezca la relación (razón) entre las que prefieren ingeniería y, administración de empresas.

$$\frac{30}{70} = \frac{3}{7}$$

- 4) Si la relación entre administración de empresas e ingeniería se mantiene, y 120 personas escogen las ingenierías, ¿cuántas escogerán administración de empresas?

R1 = El porcentaje de las mujeres que prefieren ingenierías es 30%

2) ~~X~~

$$360^\circ - 100\% = X - 58\% =$$

$$X = \frac{360^\circ \cdot 58\%}{100\%} = \frac{20.88^\circ}{100} = 0,2088^\circ$$

3) R1 = el ángulo es 0,2088°

Anexo 6

Estudiante 6 C1 P. 1 y 2

La población: Luis Lozano Sapión ~~X~~
 La muestra: Estudiante del grado octavo ✓

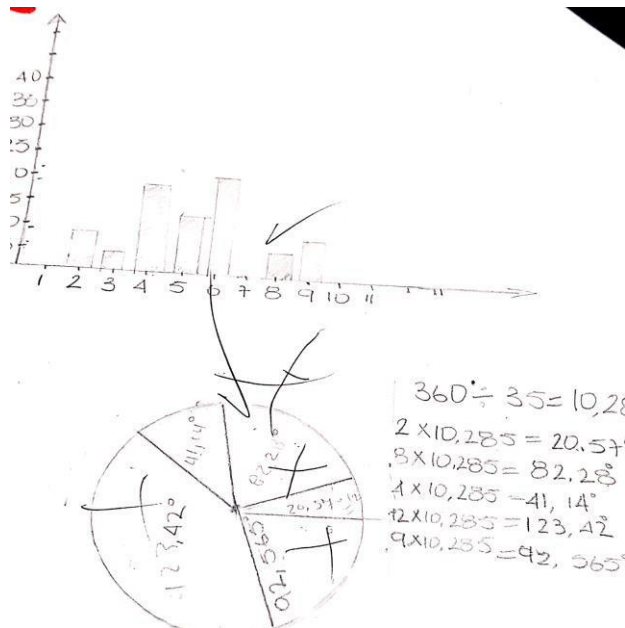
2)

Clase	F. absoluta	F. acumulada	F. Relativa	Porcentaje
2	8	8	$\frac{8}{49} = 0,16$	16%
5	4	8+4=12	$\frac{4}{49} = 0,08$	8%
17	8+4+17=29	$\frac{17}{49} = 0,35$	35%	
13	8+4+17+13=42	$\frac{13}{49} = 0,27$	27%	
23	8+4+17+13+23=65	$\frac{23}{49} = 0,47$	47%	
6	8+4+17+13+6=48	$\frac{6}{49} = 0,12$	12%	
8	8+4+17+13+6+8=66	$\frac{8}{49} = 0,16$	16%	
19	79			

Dado sub 2)

Anexo 6.1

E6 C1 P 3 y 4



Anexo 6.2

E6 C2 P.1,2,3,4, y 5

- 1) ¿Cuál fue la población a la que se hizo el estudio? Colegio Luis Lozano
- 2) ¿Cuál es el número de estudiantes que participaron en el estudio? El número de estudiantes que participaron en el estudio es de 35
- 3) ¿Cuál es la muestra de esa población? niños de 10 y 11 años
- 4) ¿Cuál fue la estatura promedio de los estudiantes? La estatura promedio de estudiante es 1,6
- 5) ¿Cuál es el porcentaje de estudiantes que tienen mayor estatura? El porcentaje de los estudiantes que tienen mayor estatura es 26%

Anexo 6.3

Estudiante 6. C3 P.1,2,3 y 4

- 1) Halle el porcentaje de mujeres que prefieren las ingenierías. El promedio de mujeres que prefieren ingeniería es igual a 25%
- 2) Halle el ángulo en grado que le corresponde a las que prefieren administración de empresa. $90 = 208,8$
- 3) Establezca la relación (razón) entre las que prefieren ingeniería y, administración de empresas. $\frac{30}{70} = \frac{3}{7} = 0,42$
- 4) Si la relación entre administración de empresas e ingeniería se mantiene, y 120 personas escogen las ingenierías, ¿cuántas escogerán administración de empresas?

$$\begin{array}{l} 360^\circ \text{ --- } 100\% \\ x \text{ --- } 58 \end{array}$$

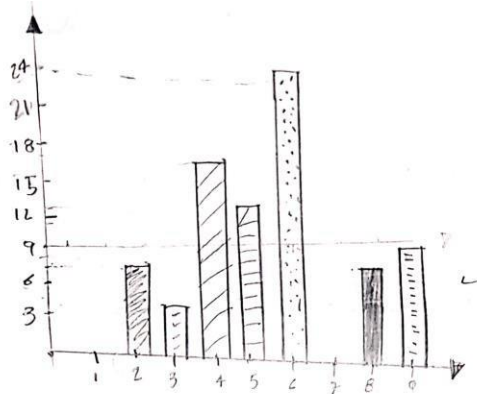
$$X = \frac{360^\circ \times 58}{100\%} = 208,8$$

Anexo 7

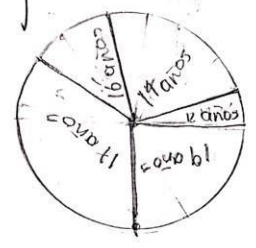
Estudiante 7. C1. P. 1,2,3 y 4

↓ Población y muestra
estudiantes del grado 8
La muestra es 80
No se le pregunta

2	f	f _r	F	%
2	8	$\frac{8}{80} = 0,1$	10	10%
3	4	$\frac{4}{80} = 0,05$	5	5%
4	17	$\frac{17}{80} = 0,21$	21	21%
5	13	$\frac{13}{80} = 0,16$	34	16%
6	24	$\frac{24}{80} = 0,3$	58	30%
8	6	$\frac{6}{80} = 0,07$	64	7%
9	8	$\frac{8}{80} = 0,1$	72	10%
Total	80	$\frac{80}{80}$		100%



$$\begin{aligned} \frac{360^\circ}{35} &= 10,17^\circ \times 2 = 20,20^\circ \\ \frac{360^\circ}{35} &= 10,17^\circ \times 8 = 81,21^\circ \\ \frac{360^\circ}{35} &= 10,17^\circ \times 4 = 40,40^\circ \\ \frac{360^\circ}{35} &= 10,17^\circ \times 12 = 122,20^\circ \\ \frac{360^\circ}{35} &= 10,17^\circ \times 9 = 91,31^\circ \end{aligned}$$



Anexo 7.1

E7. C2. P 1,2,3,4, y 5

5) ¿Cuál es el porcentaje de estudiantes que tienen mayor estatura?

- ① a los estudiantes de 10 y 11 años del Scipión X
 ② $R = \frac{35}{95}$ número de estudiantes que participaron es 95 ✓
 ③ $R =$ Los estudiantes de 10 y 11 años ✓
 ④ $R = \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = 1,4 + 1,5 + 1,6 + 1,7 + 1,8 = 8$
 La estatura promedio de los estudiantes es 8 X
 ⑤ El porcentaje mayor de estatura de los estudiantes es $\frac{35}{95} = 0,36 \times 100 = 36\%$ ✓

Anexo 7.2

E7. C2. P 1,2,3 y 4

$$\textcircled{1} R = \frac{30}{120} = 0,25 \times 100 = 25\% \checkmark$$

$$\textcircled{2} R = \text{su ángulo} \Rightarrow 210^\circ$$

$$\frac{120}{70} = \frac{360}{x}$$

$$x = \frac{70 \times 360}{120} = \frac{25200}{120} = 210^\circ \checkmark$$

$$\textcircled{3} R = \frac{30}{70} = 0,42 \text{ La Razón es } 0,42 \checkmark$$

$$4 R = \frac{120}{70} = 1,71 \times 170 = 120 \checkmark$$

Anexo 8

Estudiante 8. C1. P 1,2,3 y 4

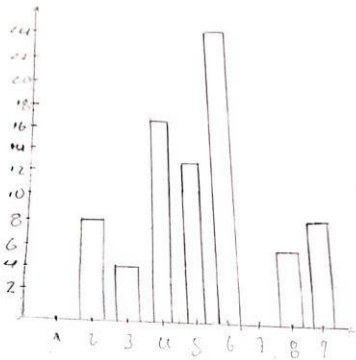
Res. Pregunta de cuestionario #1

- 1) la población son los estudiantes del grado 6^o
 2) la muestra es el resultado de que tubo de todos los grados

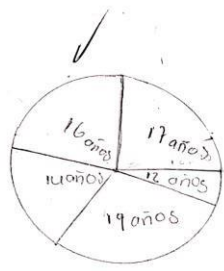
2) Distribución de frecuencias de los estudiantes del grado 6

Información requerida por los estudiantes del grado 6	Frecuencia absoluta	Frecuencia acumulada	Frecuencia relativa	porcentaje
2	8	$\frac{8}{80}$	0,1	10%
3	4	$\frac{12}{80}$	0,05	5%
4	17	$\frac{29}{80}$	0,21	21%
5	13	$\frac{42}{80}$	0,16	16%
6	24	$\frac{66}{80}$	0,3	30%
8	6	$\frac{72}{80}$	0,07	7%
9	8	$\frac{80}{80}$	0,1	10%
Total	80	1	1	100

3)



$30^\circ \div 35 = 10,285^\circ$
 $10,285^\circ = 20,34^\circ$
 $10,285^\circ = 82,16$
 $10,285^\circ = 41,8$
 $10,285^\circ = 125,25$
 $10,285^\circ = 92,33$



Anexo 8.1

E8. C2. P.1,2,3,4 y 5

- ① La población que se le hizo el estudio fue la 1^a de Los Hornos según se pide
- 2) $10 + 15 + 20 + 35 + 25 = 95$ El número de estudiante que participó en el estudio es de: 95 ✓
- La muestra de esta población es los estudiantes del Grado 10 y 11
- $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{11 + 1.5 + 1.6 + 1.7 + 1.8}{5} = \frac{8}{5} = 1.6$ La estatura promedio de los estudiantes es: 1.6 ✓

Anexo 8.2

E8 C3. P. 1,2,3 y 4

R $\frac{30}{120} = 0,25 \times 100 = 25\%$ ✓ El porcentaje de mujeres que prefieren ingeniería es 25%

500 ———

120 ——— 360°

70 ~~X~~ X

$\frac{70 \times 360^\circ}{120} = \frac{25200}{120} = 210^\circ$ ✓

ángulo en grado que prefieren administración de empresas es 210°. ✓

3) $\frac{30}{70} = 0,42$ ✓

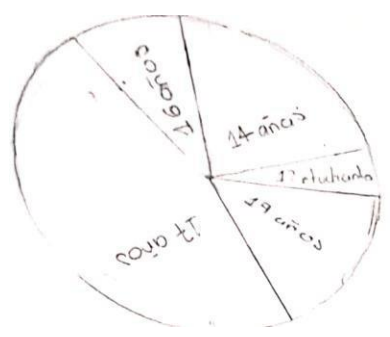
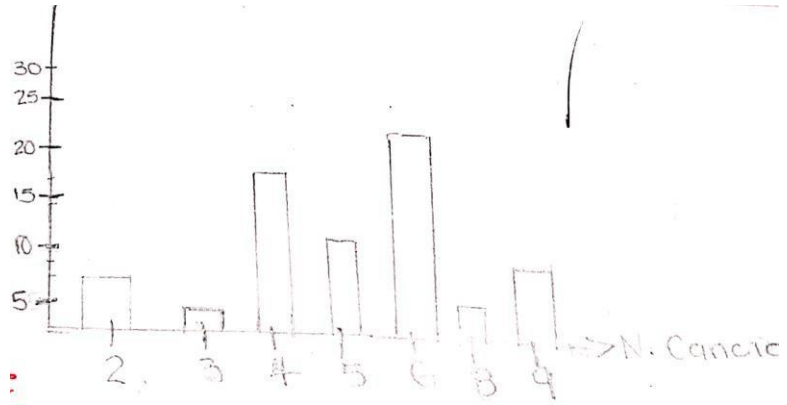
$\frac{120}{70} \times 111 = 120$ X

Anexo 9

Estudiante 9. C1. P1, 2,3 y 4

Tabla = 1. (L. Scipion)
 Muestra = grado Octavo

N° Canciones	Fr. Absoluta	Fr. Acumulada	Fr. Relativa	Porcentaje 100%
2	8 ✓	8	0,10	10%
3	4 ✓	12	0,05	5%
4	14 ✓	29	0,21	21%
5	13 ✓	42	0,16	16%
6	23 ✓	65	0,29	29%
8	6 ✓	71 ✓	0,07	7%
9	8 ✓	79	0,10	10%



Anexo 9.1
 E9. C2 y 3

