



**UNIVERSIDAD DE MEDELLIN**

ANÁLISIS DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS (BARRA Y CIRCULAR): UNA  
PERSPECTIVA DESDE LA TEORÍA APOE CON ESTUDIANTES DE SECUNDARIA  
(13 y 15 AÑOS)

AUTOR:

ELIECER LONDOÑO MOSQUERA

TRABAJO MAESTRÍA  
PARA OPTAR AL GRADO DE MAGISTER EN EDUCACIÓN  
CON ENFASIS EN DIDACTICA DE LA MATEMATICAS

UNIVERSIDAD DE MEDELLIN  
FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES Y  
HUMANAS  
QUIBDÓ  
2019

ANÁLISIS DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS (BARRA Y CIRCULAR): UNA  
PERSPECTIVA DESDE LA TEORÍA APOE CON ESTUDIANTES DE SECUNDARIA  
(13 y 15 AÑOS)

AUTOR:

ELIECER LONDOÑO MOSQUERA

TRABAJO DE GRADO DE MAESTRÍA  
PARA OPTAR EL TÍTULO DE MAGISTER EN EDUCACIÓN  
CON ENFASIS EN DIDACTICA DE LA MATEMATICA

DIRIGIDO POR

Mt YULIER MARCELA PALACIO MAZO

Dra. SOLANGE ROA FUENTE

DR LUIS ALBEIRO ZABALA JARAMILLO

UNIVERSIDAD DE MEDELLÍN  
FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES Y  
HUMANAS

QUIBDÓ, NOVIEMBRE 2019

## DEDICATORIAS

### DE ELIECER LONDOÑO MOSQUERA

A Dios todo poderoso, por haberme permitido llegar hasta éste punto, dándome la fortaleza para lograr esa meta tan anhelada para ponerla a disposición de los demás.

A mis familiares, por ser esa fuente inspiradora, de perseverancia y constancia que lo caracterizan y que me han infundado siempre, por el valor mostrado para salir adelante y por su amor.

A mis tutores, por su gran apoyo, motivación y colaboración para la culminación de esta tesis dándome su apoyo ofrecido en este trabajo

A mis amigos, que me apoyaron mediante la colaboración para que mi formación profesional fuese un éxito.

## AGRADECIMIENTO

Con la realización de éste trabajo de investigación, alcanzo conseguir un peldaño en mi proceso de formación, expresando mi sincero y profundo agradecimiento a:

El doctor Luis Albeiro Zabala Jaramillo: a quien no tengo palabras para expresar mis agradecimientos por el apoyo incondicional brindado durante todo el recorrido realizado en el desarrollo de mi tesis de grado, orientando con firmeza cada uno de los momentos difíciles presentados a lo largo del camino.

La doctora Solange Roa Fuentes: una mujer entregada a su labor y por haberme servido de guía, brindándome comprensión, dedicación y en especial esa fortaleza que me hacía falta en los momentos de debilidades para continuar adelante y poder culminar la meta que me propuse, la cual era terminar mis estudios de maestría para poder brindarle un mejor estar a mi familia. Le agradezco y deseo infinitas bendiciones y el señor la proteja hoy, mañana y siempre.

La magister Yulier Marcela Palacio Mazo, por suministrarme las herramientas y técnicas para que éste triunfo se lograra y sobre todo, brindándome la oportunidad de continuar mi proceso de formación en una institución de calidad como lo es la Universidad de Medellín, quien me ofreció una formación integral, para que fuese un excelente docente comprometido y entregado a orientar, guiar a mis estudiantes teniendo en cuenta los métodos, técnicas para el desarrollo del proceso enseñanza y aprendizaje, de cada uno de los educandos que estén bajo mi orientación y en donde hoy en presencia de Dios y todos mis seres queridos festejo de tan anhelada victoria que llena mi vida de mucha gratitud hacia ella.

## RESUMEN

Este trabajo de Maestría se fundamenta en diseñar una Descomposición Genética DG para que los educandos del bachillerato desarrollen e interioricen mecanismos mentales basados en el análisis de Gráficos Estadísticos (Barra y Circular) teniendo como punto de referencia la Teoría APOE que describe el desarrollo del pensamiento lógico matemático facilitando el uso de herramientas cuantitativas para el tratamiento de datos que conlleven a la reconstrucción de estrategias cognitivas inmersas en los niños, jóvenes para que a través de ella puedan ampliar la idea de nociones analíticas más avanzadas.

Aunque inicialmente la teoría APOE fue implementada en la educación superior, permite desarrollar un contexto estudiantil mucho más amplio en la educación escolar; en donde se pueden establecer relaciones entre la estadística, por medio de la construcción del análisis de los gráficos estadísticos en los estudiantes de la secundaria; permitiendo identificar las diferentes estructuras y mecanismos mentales que un estudiante puede construir para cualquier Objeto, sin tener en cuenta el nivel de complejidad o escolaridad en el que se encuentren los alumnos.

Para ello se valida la Descomposición Genética DG sugerida en el análisis de los resultados en las Acciones y Procesos, empleando un cuestionario diligenciado en el ciclo metodológico que proporciona la teoría, con el fin de evidenciar la DG relacionada con las estructuras y mecanismos mentales que el estudiante construye en el Objeto del análisis de los gráficos estadísticos (Barra y Circular)

## ABSTRACT

This Master's work is based on designing a DG Genetic Decomposition for high school students to develop and internalize mental mechanisms based on the analysis of Statistical Graphics (Bar and Circular) having as a point of reference the APOE Theory that describes the development of logical thinking Mathematician facilitating the use of quantitative tools for data treatment that lead to the reconstruction of cognitive strategies immersed in children, young people so that through it they can expand the idea of more advanced analytical notions.

Although the APOE theory was initially implemented in higher education, it allows the development of a much broader student context in school education; where relationships can be established between statistics, through the construction of the analysis of statistical graphs in high school students; allowing to identify the different mental structures and mechanisms that a student can build for any Object, without taking into account the level of complexity or schooling in which the students are.

For this, the DG Genetic Decomposition suggested in the analysis of the results in the Actions and Processes is validated, using a questionnaire completed in the methodological cycle provided by the theory, in order to show the DG related to the mental structures and mechanisms that the student builds on the Object of the analysis of the statistical graphs (Bar and Circular)

## INTRODUCCIÓN

El presente trabajo de investigación está basado en el proceso de enseñanza y aprendizaje del análisis de los gráficos estadísticos (Barra y Circular) que busca interpretar cada uno de los elementos que hacen parte de ellos mediante un enfoque cognitivo, partiendo de una descomposición genética que describa las estructuras y mecanismos mentales que debe desarrollar un estudiante de octavo cuya edad oscila entre los 13 y 15 años para su elaboración e interpretación y así establecer desde la teoría APOE, estrategias metodológicas como el uso del computador para facilitar el proceso enseñanza aprendizaje en cuanto a la interpretación de dichos gráficos y poner en práctica actividades que apoyen el razonamiento, argumentación y análisis ubicándolo en cada momento del acontecer de la investigación.

En el primer capítulo, se muestran los hechos que motivan el problema de investigación, en donde se fundan algunos estudios relacionadas con el análisis de los gráficos estadísticos, partiendo con el planteamiento del problema, los antecedentes, las hipótesis, pregunta problematizadora, y objetivos de investigación.

En el segundo capítulo, se pone en marcha un recorrido relacionado con el aspecto histórico epistemológico donde se proyecta el origen de los gráficos estadísticos, como elementos integradores de en la estadística que juega un papel importante en el análisis de variables que determinan la toma de decisiones en momentos en que los estudiantes realizan estudios o investigaciones, estableciendo relaciones entre esta con la construcción del análisis de los gráficos estadísticos en los estudiantes de la secundaria; permitiendo identificar las diferentes estructuras y mecanismos mentales que un estudiante puede construir para cualquier Objeto, sin tener en cuenta el nivel de complejidad o escolaridad en el que se encuentren los alumnos.

En el tercer capítulo, se muestra la implementación del marco teórico relacionado con la teoría APOE, que describe cómo los conceptos matemáticos se pueden construir (aprender) basándose en planteamientos piagetianos permitiendo el desarrollo lógico en los niños, haciendo una descripción de cómo los individuos realizan ciertas construcciones mentales sobre un concepto determinado que permite desarrollar un contexto escolar mucho más amplio; en donde se pueden establecer relaciones entre la estadística, por medio de la construcción y análisis de los gráficos estadísticos en los estudiantes de la secundaria; permitiendo identificar las diferentes estructuras y mecanismos mentales.

En el cuarto capítulo, se presenta el diseño metodológico, el cual está estructurado desde la teoría APOE, teniendo en cuenta el análisis teórico, que tiene como objetivo principal diseñar una descomposición genética preliminar lo que permitirá por medio de la descripción de las construcciones mentales, modelar de manera cognitiva y epistemológica el concepto matemático en estudio, diseño e implementación de la enseñanza, análisis de

los datos, el ciclo ACE aplicándolo a la investigación, descripción del análisis teórico, esquema de Descomposición Genética DG, Descomposición Genética DG hipotética, diseño y análisis del instrumento, análisis de los datos, basándose en el enfoque cualitativo y en el Estudio de Casos.

En el quinto capítulo, encontramos el análisis y verificación de los datos, los cuales fueron obtenidos mediante un comparativo entre los dos casos presentados en la investigación que ayudaron a identificar las estructuras y mecanismos mentales que los estudiantes construyeron partiendo de los elementos propuestos en la Descomposición Genética DG que permitió validarla.

En el sexto capítulo, se dan a conocer los resultados después de haber aplicado el instrumento de investigación relacionado con un cuestionario en donde los estudiantes de la secundaria (13 y 15 años) muestran Acciones de recolección de datos para la búsqueda de la población permitiendo demostrar la Interiorización del concepto de población y relaciona este Objeto mediante la organización de datos estadísticos relacionados con la muestra obtenida mediante la organización de la información dando inicio a las primeras Acciones generadoras al seleccionar los datos estadísticos mediante la identificación, reconocimiento y organización de la información al momento de seleccionar la muestra.

## Índice

DEDICATORIAS.....	3
AGRADECIMIENTO .....	4
RESUMEN .....	5
ABSTRACT .....	6
INTRODUCCIÓN.....	7
CAPÍTULO 1 .....	12
PROBLEMÁTICA, ANTECEDENTES Y OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN .....	12
1.1 PROBLEMÁTICA .....	13
1.2 ANTECEDENTES .....	16
1.3 HIPÓTESIS.....	18
1.4 PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN.....	18
1.5 OBJETIVO GENERAL.....	18
1.6 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	18
1.7 CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO.....	19
CAPÍTULO 2 .....	20
ASPECTOS HISTÓRICO-EPISTEMOLÓGICO DE LOS GRÁFICOS ESTADÍSTICOS.....	20
2.1 ASPECTOS HISTÓRICO-EPISTEMOLÓGICOS .....	21
2.2 GRÁFICAS DE BARRAS VS. GRÁFICAS CIRCULARES.....	24
2.1.1 GRÁFICAS DE BARRA .....	24
2.1.2 GRÁFICO CIRCULAR O PASTEL.....	24
2.3 CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO.....	25
CAPÍTULO 3 .....	26
TEORÍA APOE .....	26
3. TEORÍA APOE .....	27
3.1 CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO.....	30
CAPÍTULO 4 .....	31

4. DISEÑO METODOLÓGICO .....	32
4.1 ANÁLISIS TEÓRICO .....	32
4.2 DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN .....	33
4.3 ANÁLISIS DE DATOS.....	33
4.4 EL CICLO ACE APLICADO A LA INVESTIGACIÓN .....	33
4.5 DESCRIPCIÓN DEL ANÁLISIS TEÓRICO: EL CASO ANÁLISIS DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS .....	34
4.5.1 DESCOMPOSICIÓN GENÉTICA .....	35
4.6 ESQUEMA DE DESCOMPOSICIÓN GENÉTICA DG DE ANÁLISIS DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS DE BARRAS Y CIRCULARES.....	35
4.8 DISEÑO Y ANÁLISIS DEL INSTRUMENTO .....	38
4.8.1 CUESTIONARIO .....	38
4.8.2 ANÁLISIS A PRIORI DEL CUESTIONARIO .....	40
4.9 SOBRE EL ANÁLISIS DE LOS DATOS. ....	45
4.9.1 ENFOQUE CUALITATIVO.....	45
4.9.2 ESTUDIO DE CASOS.....	46
4.9.3 CRITERIOS DE LA SELECCIÓN DE LOS CASOS.....	46
4.10 CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO.....	48
CAPÍTULO 5 .....	49
5. ANÁLISIS Y VERIFICACIÓN DE LOS DATOS .....	50
5.1 RESULTADOS DE APLICACIÓN DEL CUESTIONARIO.....	50
5.2 ANÁLISIS A POSTERIORI DEL CUESTIONARIO .....	50
5.2 CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO.....	62
CAPÍTULO 6 .....	63
CONCLUSIONES.....	63
6.1 MIRADA EPISTEMOLÓGICA.....	64
6.2 VALIDACIÓN DE LA DESCOMPOSICIÓN GENÉTICA.....	64
6.3 CON RELACIÓN A LOS OBJETIVOS .....	65

6.4 CONCLUSIONES CON BASE A LA PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN .....	66
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	67
<b>ANEXO 1: EVIDENCIAS DE CUESTIONARIOS APLICADOS.....</b>	<b>71</b>

# CAPÍTULO 1

PROBLEMÁTICA, ANTECEDENTES Y OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN

En este capítulo se presenta la problemática, antecedentes y objetivos de la investigación evidenciándose los resultados de las Pruebas Saber durante los dos últimos años en la Institución Educativa Agro-Ecológica Felipe Abadía Moreno, de Alto Baudó por los estudiantes de secundaria, dicha problemática apoyada en diferentes antecedentes de estudios realizados previamente.

## 1.1 PROBLEMÁTICA

Las Pruebas Saber 11 son evaluaciones que deben rendir todos los alumnos al finalizar el curso undécimo, de acuerdo a las pruebas establecidas. Consiste en un prueba de carácter Nacional, lo que quiere decir que todos los estudiantes del país que cursen los niveles exigidos por las pruebas, deberán presentarse a la prueba. Es una vía para evaluar periódicamente la educación en Colombia. Es bueno aclarar que en la prueba se evalúa por competencias y específicamente unos componentes propios del saber en concordancia con otras áreas del conocimiento. Las asignaturas evaluadas van a depender del tipo de prueba que se esté aplicando así como la duración de la misma, la cual varía desde 4 hasta 5 horas.

Las Pruebas Saber 3°, 5° y 9° tienen como objetivo principal contribuir al mejoramiento de la calidad de la educación colombiana mediante la realización de evaluaciones periódicas que evalúen el desarrollo de competencias de los estudiantes de educación básica. Los resultados de estas evaluaciones y el análisis de factores que puedan incidir en los desempeños de los estudiantes, permiten a los Establecimientos Educativos, las Secretarías de Educación y el Ministerio de Educación Nacional identificar destrezas, habilidades y valores que los estudiantes desarrollan durante su trayectoria escolar. Además los resultados de esta prueba sirven para que el Índice Sintético de Calidad ISCE mida cuatro aspectos (Progreso, Desempeño, Eficiencia y Ambiente escolar) de la calidad de la educación en todos los establecimientos educativos permitiendo saber cómo estamos y cuánto debemos mejorar. Estos aspectos nos indican que cada colegio posee un recorrido único, cómo están las regiones y como están todos a nivel nacional permitiendo así hacer un seguimiento desde que la escolaridad está iniciando para que la evaluación sea formativa.

La Prueba Saber 11° es la evaluación del nivel de Educación Media que se alinea con las evaluaciones de las Educación Básica con el objetivo de proporcionar información a la comunidad educativa en el desarrollo de las competencias básicas que un estudiante debería desarrollar durante el paso de su vida escolar.

Entre los principales objetivos de la Prueba Saber 11° están los siguientes: Comprobar el grado de desarrollo de las competencias en los estudiantes que están próximo a finalizar el grado undécimo de la educación media. Proporcionar información a las Instituciones Educativas sobre las competencias de los aspirantes a ingresar a los programas de Educación Superior, así como sobre quiénes son los admitidos. Brindar información para utilizar como base para los programas de nivelación académica y prevención de deserción.

Monitorear la calidad de educación de los establecimientos educativos. Servir como fuente de información para la construcción de indicadores de calidad de la educación. Ofrecer información que sirve como referente estratégico para establecer políticas educativas nacionales, territoriales e institucionales.

Los resultados de las pruebas Saber de los años 2013, 2014 y 2015 en la Institución Educativa Agro-Ecológica Felipe Abadía Moreno, en el área de Matemáticas obtuvieron un puntaje promedio inferior a los del Municipio, Departamento o País). De manera especial, se logra identificar el puntaje más bajo en el componente aleatorio, especialmente en el análisis e interpretación de gráficos estadísticos.

El uso frecuente y generalizado de tablas de datos y de recopilaciones de información codificada se ha vuelto inseparable del pensamiento aleatorio y ha llevado al desarrollo de la estadística descriptiva y el estudio de los sistemas de datos. Esto ha permitido el desarrollo de la estadística inferencial en articulación con la teoría de probabilidades (MEC, 2006), poniendo de relieve la necesidad de fortalecer los procesos de enseñanza y aprendizaje al interior de las Instituciones Educativas.

A través del Índice Sintético de Calidad Educativa – ISCE, (MINEDUCACIÓN, 2018) Permite evaluar de 1 a 10 el proceso educativo de los colegios, con el fin de poder determinar los planes y acciones que se deberán llevar a cabo para lograr el mejoramiento y excelencia educativa que queremos para nuestro país. (CORTES, Diego, 2016) En los resultados de este, también se logra identificar resultados bajos y haciendo una análisis con mayor profundidad en el componente aleatorio

La presente iniciativa surge frente a las dificultades presentes en el alcance de las competencias evaluadas por el ICFES en nuestros estudiantes demostrados en el Índice Sintético de las Instituciones Educativas ISCE Agro-Ecológica Felipe Abadía Moreno, de Alto Baudó, a la luz de los resultado de las pruebas SABER de 2013, 2014 y 2015, en los grados 3°,5° y 9°, desde el componente aleatorio. (ICFES, 2013)

Como se muestra a continuación, el porcentaje promedio más alto de estudiantes se registra en los niveles de desempeño insuficiente y mínimo, por tanto el porcentaje de estudiantes con un nivel de desempeño satisfactorio en el componente en referencia no es significativo.

Año	Insuficiente	Mínima	Satisfactorio	Avanzados
2013	39,1%	15,5%	5%	5%
2014	43,6%	27,5%	18,8%	20,6%
2015	33,1%	21,3%	19,1%	25,1%
Total	40,6%	21,4%	14,3%	16,9%

Tabla 1. Información sacada del ICFES correspondiente a grado 3°. I.E. Agro-Ecológica Felipe Abadía Moreno, de Alto Baudó

Año	Insuficiente	Mínima	Satisfactorio	Avanzados
2013	79,5%	8,5%	2%	0,08%
2014	14,3%	5,8%	8,1%	4,8%
2015	18,1%	10,6%	4,2%	0,33%
<b>Total</b>	37,3%	8,3%	4,7%	5,21%

Tabla 2 de información sacada del ICFES correspondiente a grado 5<sup>ro</sup>. I.E. Agro-Ecológica Felipe Abadía Moreno, de Alto Baudó

Año	Insuficiente	Mínima	Satisfactorio	Avanzados
2013	21,8%	11,5%	1%	1%
2014	17,6%	14,16%	1,3%	1%
2015	3,2%	11,5%	0,33%	1%
<b>Total</b>	14,2%	12,4%	0,87%	1%

Tabla 3 de información sacada del ICFES correspondiente a grado 9<sup>ro</sup>. I.E. Agro-Ecológica Felipe Abadía Moreno, de Alto Baudó

Se han observado en las prácticas de aula y el análisis de los resultados de las pruebas Saber, con cierta frecuencia, errores cometidos por los estudiantes cuando se enfrentan al análisis de gráficos estadísticos debido a que se les dificulta entenderlos. A pesar de las múltiples capacitaciones, talleres y simulacros realizados durante 2013, 2014 y 2015 para mitigar esta situación, y teniendo en cuenta los últimos análisis que se hicieron de los resultados de las Pruebas Saber, en comparación con los de varias instituciones, se observa que un 60% de los estudiantes está en un nivel mínimo en relación con el componente aleatorio, especialmente en el análisis de gráficos estadísticos, mientras un 25% en el nivel insuficiente y un 15% en satisfactorio.

La enseñanza y el aprendizaje de la Estadística están estrechamente relacionados con un ambiente educativo propicio para el desarrollo de estas competencias siendo un desafío desvincularla de las matemáticas con el fin de profundizar en información basada en datos e investigación, comprensión, interpretación y análisis de dicha información.

Diferentes fuentes de información muestran que los aprendizajes de la matemática constituyen un proceso difícil para los estudiantes. En nuestro país las evaluaciones internacionales han mostrado que los estudiantes tienen limitaciones en el Área de Matemática. El logro de las competencias que el Diseño Curricular Nacional, implica que en la ejecución del proceso de enseñanza aprendizaje se utilicen adecuadas estrategias que motiven y que promueven en los estudiantes procesos que les facilite alcanzar los logros esperados en el Área de Matemática. En la Institución Educativa Agro- Ecológica Felipe Abadía Moreno de Alto Baudó, se ha observado que los estudiantes de secundaria, muestran dificultades para desarrollar las competencias y capacidades matemáticas, lo que se relaciona con la gestión educativa, con los recursos, con las teorías pedagógicas, así

como con las estrategias utilizadas por los docentes, en el proceso de enseñanza aprendizaje, etc. (Villalobos Villegas, 2018, p. 10)

## 1.2 ANTECEDENTES

A continuación, se presentan algunas investigaciones relacionados con el objeto de estudio y diferentes perspectivas con que ha sido trabajado.

Hace una comparación de los errores que cometen futuros profesores de primaria en la realización de gráficos estadísticos, evaluando los procesos de los participantes a quienes divide en dos grupos: los que utilizan el ordenador y los que no, y poniendo en evidencia que el porcentaje de errores es mayor en el primer caso. El estudio clasifica los resultados de la siguiente manera: a) gráfico básicamente correcto, b) gráfico correcto con errores en escala (gráficos parcialmente correctos) y c) gráfico incorrecto, concluyendo que el ordenador no contribuye a superar los errores en la construcción de gráficos estadísticos. (Díaz, 2014, p. 2).

Por otra parte, bajo el Enfoque Ontosemiótico (EOS) sobre el conocimiento y la instrucción matemática que ha sido desarrollada por Godino (2007), analiza el tipo de gráfico propuesto, la actividad que se pide al niño y los niveles de lectura implícitos en la actividad. Este estudio concluye evidenciando que el gráfico con mayor frecuencia de uso es el de barras frente a otros, con menor relevancia, tratados en el currículo. Respecto al nivel de lectura, encontró que los más frecuentes son los niveles intermedios en la clasificación de Curcio (1989).” (Díaz, 2014, p. 6).

Por otro lado, analiza los gráficos y tablas estadísticas en las pruebas de diagnóstico andaluzas obligatorias para los niños de 10 años. En este estudio se observa que los más frecuentes son los gráficos de barras, pero con presencia de todos los recomendados en el currículo; que el nivel de competencia pedido es bajo según la actividad que se pide al estudiante (organizar, comprender e interpretar la información) y los contextos preferentes son los personales y sociales, y que el nivel de lectura es intermedio en la escala de Curcio (niveles 2 y 3)(Vigo,Ruiz, 2016, p, 10).

Los gráficos pueden utilizarse para comunicar información y como instrumento de análisis de datos, así como para retener en la memoria una gran cantidad de información en forma eficiente además, el gran desarrollo actual de las nuevas tecnologías, posibilita la realización de gráficos estadísticos de modo rápido y eficaz. El lenguaje gráfico tiene un papel esencial en la organización, descripción y análisis de datos, al ser un instrumento de transnumeración. (Cazorla, 2002, p. 2).

Esta es una de las formas básicas de razonamiento estadístico definidas por que consiste en obtener una nueva información, al cambiar de un sistema de representación a

otro. Por ejemplo, al pasar de un listado de datos a un histograma, el alumno puede percibir el valor de la moda de un conjunto de datos que antes no era visible en los datos brutos. (Wild, 1999, p. 2).

La Ciencia, utiliza para construir y comunicar los conceptos, representaciones semióticas externas (que usan sistemas de signos), como gráficas, diagramas, ecuaciones, ilustraciones o enunciados. Así, el aprendizaje de los conceptos científicos está ligado al de estas representaciones y al de sus procesos de formación y transformación. Las gráficas se usan en las ciencias como representaciones puente entre los datos experimentales y las formalizaciones científicas. Es decir, ayudan a determinar las relaciones entre las variables que intervienen en los fenómenos y así poder modelizarlos. En la enseñanza de las ciencias estas gráficas sirven para visualizar conceptos y relaciones abstractas difíciles de comprender (Pozo & Postigo, 2000).

	Intervalos (años)	(Kilos)
1	8 ----14	4
2	14 ----20	8
3	20 ----26	10
4	26 ----32	12

Tabla 4. Edades por Kilos. I.E. Agro-Ecológica Felipe Abadía Moreno, de Alto Baudó

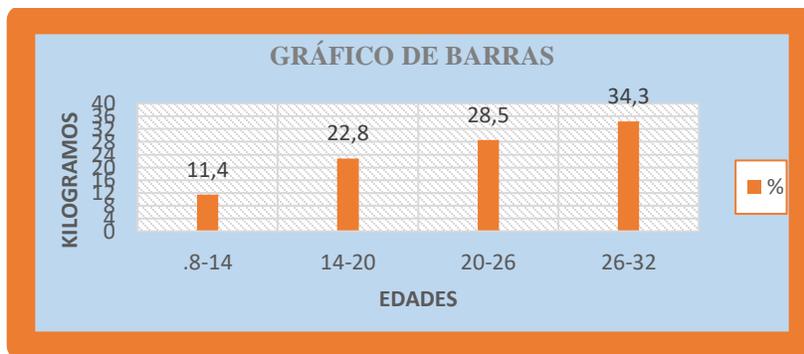


Gráfico 1. Edades y Kilogramos. I.E. Agro-Ecológica Felipe Abadía Moreno, de Alto Baudó

$X_i$ (años)	$f_i$ (puntos)	
12	2	$n = 35$ . Medida circunferencia = $360^\circ$ $360^\circ \div 35 = 10,285$ . Ahora : $2 \times 10,285 = 20,57^\circ$ . 12 años $\rightarrow 20,57^\circ$ $8 \times 10,285 = 82,28^\circ$ . 14 años $\rightarrow 82,28^\circ$ $4 \times 10,285 = 41,14^\circ$ . 16 años $\rightarrow 41,14^\circ$ $12 \times 10,285 = 123,42^\circ$ . 17 años $\rightarrow 123,42^\circ$ $9 \times 10,285 = 92,56^\circ$ . 19 años $\rightarrow 92,56^\circ$
14	8	
16	4	
17	12	
19	9	
<b>Total</b>	<b>35</b>	

Tabla 5. Edades. I.E. Agro-Ecológica Felipe Abadía Moreno, de Alto Baudó

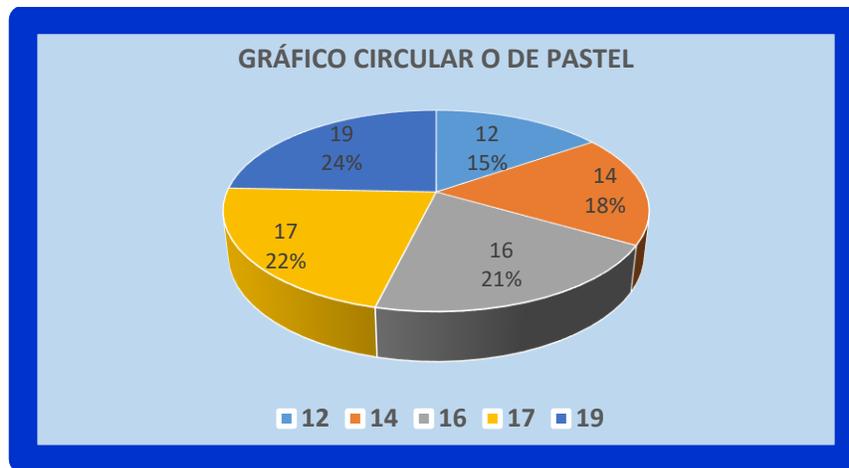


Grafico 2.Edades. I.E. Agro-Ecológica Felipe Abadía Moreno, de Alto Baudó

### 1.3 HIPÓTESIS

La implementación y diseño de una Descomposición Genética DG que modele la construcción de los procesos de enseñanza y aprendizaje del análisis de gráficos de barra y circular estadísticos, en estudiantes de secundaria.

### 1.4 PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

¿Cuáles son las implicaciones en la enseñanza y aprendizaje del análisis de gráficos de barra y circular estadísticos, en estudiantes de secundaria, al implementar una Descomposición Genética DG para el desarrollo de las competencias Matemáticas?

### 1.5 OBJETIVO GENERAL

Diseñar e implementar una Descomposición Genética DG para contribuir a los procesos matemáticos y a la resolución de problemas y su comunicación, a partir de la enseñanza y aprendizaje del análisis de gráficos de barra y circular

### 1.6 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Diseñar una descomposición genética de los gráficos estadísticos de barra y circular que describa las estructuras y mecanismos mentales que debe desarrollar un estudiante de octavo grado para su elaboración e interpretación.

Establecer desde la teoría APOE, estrategias metodológicas para usarlas como herramientas en las prácticas de aula asociadas con el análisis de gráficos de barra y circular.

Implementar actividades de aula, para estudiantes de grado octavo, que propicien el razonamiento y argumentación en la práctica a partir del análisis de gráficos de barra y circular.

## 1.7 CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO

En el presente capítulo se presenta el problema, antecedentes, hipótesis, pregunta problematizadora objetivos y resultados esperados, en donde se plantean los ítems anteriores para darle forma y estructura a la investigación. Los antecedentes abordan investigaciones relacionadas sobre la problemática motivo del presente estudio respecto con la estructura, construcción, comprensión y lectura de gráficos estadísticos.

# CAPÍTULO 2

ASPECTOS HISTÓRICO-EPISTEMOLÓGICO DE LOS  
GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

En el presente capítulo, se muestran los aspectos históricos epistemológicos, donde se visualizan todos los acontecimientos a nivel económico, deportivo, educativo, científico, entre otros que han logrado llevarse a cabo en la vida e historia de los gráficos estadísticos

## 2.1 ASPECTOS HISTÓRICO-EPISTEMOLÓGICOS

Los Babilónicos para los años 3000 AC, utilizaban tablillas de barro como medio de escritura para anotar o registrar la información relacionada con la agricultura y los diversas técnicas empleadas para el intercambio de productos que en ese entonces se denominaba trueque.

Los antecedentes históricos de la estadística, se remonta a antiguas civilizaciones como la egipcia, la china, la griega así como el Imperio Romano, en las que desde hace más de 5000 años se hacían censos con el objetivo de tener control sobre la economía y la población. Se sabe que existe desde tiempos remotos por el descubrimiento de escritos antiguos y restos arqueológicos que dan cuenta de la recolección de datos y sus respectivos análisis, registros que se realizaban sobre piedra, pieles de animales, trozos de madera o cualquier superficie de donde no se borrara fácilmente para mantener actualizados los conteos que realizaban (Ghilardi, 2014)

Para el siglo XIX, surge el método científico como una estrategia para obtener nuevos conocimientos relacionados con los fenómenos naturales y sociales, basados en investigaciones que buscaban reducir ese cumulo de datos a simplemente valores relacionados con los números logrando crear las tablas estadísticas que permitieron determinar las probabilidades de un suceso.

Hacia los años 3050 AC, los egipcios realizaban censos mediante la utilización de datos que se realizaba frecuentemente y era la forma más habitual de llevar la contabilidad de todas las utilidades del país y los constantes cambios que se daban en la localidad con el propósito de organizar cada una de las urbes de aquella época como se muestra en la figura 1. (Ghilardi, 2014)

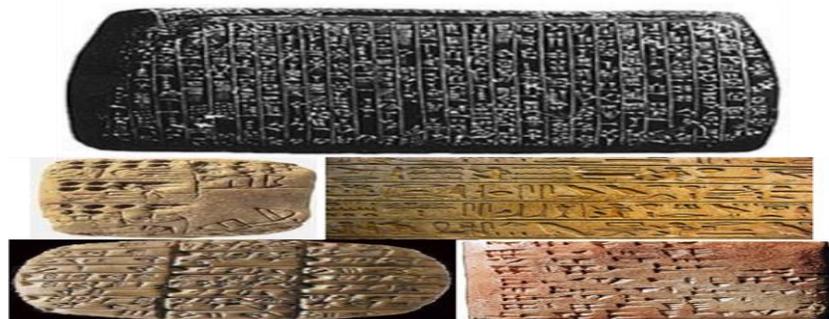


Figura 1. Tablillas de arcillas con datos de civilizaciones antiguas

Fuente: Internet <https://red.inf.d.edu.ar/blog/wp-content/uploads/2014/11/Historia-de-la-estadistica.pdf>

Los griegos, por su parte, hacían los censos para calcular la población, de acuerdo con lo cual determinaban los derechos de voto y calculaban los impuestos; además, obtenían información valiosa de donde salían los candidatos a que debían ir a participar de la guerra (Ghilardi,, 2014)

Hacia 555 a.C. el Imperio Romano había sacado provecho de la estadística y, gracias a los datos recuperados para aquella época, tenía control sobre todo el territorio, conociendo su población, superficie y renta. Los censos eran periódicos y ayudaban a informar acerca de la tasa de natalidad y de mortalidad además de tener control sobre las riquezas obtenidas de los territorios conquistados (Ghilardi,, 2014)

A eso de los años 1200 y 1527, los Incas del Perú, emplearon un mecanismo o forma de anotar cada una de los acontecimientos relacionados con la natalidad, mortalidad y otros hechos que acontecían en toda la población. La técnica utilizada por estos indígenas, consistía en tomar cintas de diversos colores y nudos (ver figura 2) para registrar toda la información relacionada con los hechos o acontecimientos. (Ghilardi,, 2014)



Figura 2: Entrelazados de cintas de colores

Fuente: Internet <https://red.infod.edu.ar/blog/wp-content/uploads/2014/11/Historia-de-la-estadistica.pdf>

Si bien civilizaciones antiguas ya venían realizando censos y manejando datos estadísticos de población y riquezas, la estadística, tal y como se conoce hoy, apareció en manos del capitán John Graunt, quien, para 1662, pudo predecir el número de muertes provocadas por ciertas enfermedades de la época al igual que la tasa de natalidad (Ghilardi, 2014, p. 11).

Más adelante, y basándose en estos estudios, el profesor Gaspar Neumann, logra explicar porque una mayor parte de las personas morían con respecto a otros, consiguiendo registrar uno a uno las defunciones que se daban en la ciudad de Breslau, donde vivía en aquel entonces. (Ghilardi, 2014, p. 11).

William Playfair (1759 – 1823) Éste ingeniero investigó sobre los gráficos estadísticos considerándosele el fundador en lo lineal y circular. Según Playfair, un buen gráfico proporciona una explicación más adecuada de los hechos que una mera lista de datos o tablas. Sirve para simplificar lo complejo, permite al cerebro una mayor retención y es un instrumento visual de ayuda a hombres ocupados. Por último, los gráficos nos permiten ver relaciones aparentemente inexistentes entre variables, que suelen quedar ocultas entre la multitud de datos y cifras, de difícil comparación de otro modo.

En adelante, la estadística ha venido avanzando a pasos agigantados: Pierre Simón Laplace (1774-1781), matemático francés, formuló la ley de probabilidad normal en un importante tratado titulado *Theorie Analytique des Probabilites*; Adrian Merie Legendre Legendre (1752-1833), estudioso de las matemáticas y estadística, inventa una técnica que involucra el método de mínimos cuadrados como método de estimación de parámetros; Adolphe Quetelet, (1796-1874), matemático, meteorólogo, astrónomo, estadístico y sociólogo, es considerado el creador de la estadística moderna por ser el primero en emplear el comienzo de promedio y la variabilidad de los acontecimientos al finalizar el siglo XVIII y comienzos del siglo XIX; Gustav Fechner (1801-1887), psicólogo alemán, procedió a que la estadística se convierta en psicología experimental.

Para el año 1786, en Inglaterra se inicia con la inclusión de 43 ejemplares de gráficos de barra relacionados con temas económicos que tienen que ver con el comercio exterior que publica la compañía *The Commercial and Political Atlas*. Con esta nueva forma de representar el espacio se hace énfasis en las series numéricas antes que la incorporación de las tablas

El ingeniero Playfair, en la recopilación de diagramas, inventa una forma más estratégica del comercio entre los países utilizando el primer gráfico de sectores mediante los gráficos de datos relacionados con la economía y demografía.

Más adelante en 1892, Karl Person introdujo la distribución *gamma* al desarrollo estadístico; en 1906. A.L. Bowley, matemático y economista, aplicó, por primera vez, hipótesis referente a la deducción de las encuestas por muestreo. En el año 1934, el matemático y estadístico Jerzy Neyman, demostró que la población y la estimación fueron establecidas mediante el muestreo relacionado con la teoría científica que busca pronosticar la confiabilidad de dichas aproximaciones.

El inglés Ronald Arnold Fisher (1892 – 1962) sostiene que el estudio y el proceso son las técnicas para demostrar que el análisis es la mejor herramienta que se puede aplicar en un estudio de investigación teniendo en cuenta la experimentación. Actualmente, Calyampudi Radhakrishna, estadístico indio, ha hecho aportes que en la estimación sirven de guía para que el investigador realice inferencias, modelos lineales que contribuyan al análisis de datos.

## 2.2 GRAFICAS DE BARRAS VS. GRÁFICAS CIRCULARES

De acuerdo con el procedimiento, los gráficos pueden utilizarse para comunicar información y como instrumento de análisis de datos, así como para retener en la memoria una gran cantidad de información en forma eficiente. Además, el gran desarrollo actual de las nuevas tecnologías, posibilita la realización de gráficos estadísticos de modo rápido y eficaz. El lenguaje gráfico tiene un papel esencial en la organización, descripción y análisis de datos, al ser un instrumento de transnumeración. Esta es una de las formas básicas de razonamiento estadístico definidas por Wild y Pfannkuch (1999), que consiste en obtener una nueva información, al cambiar de un sistema de representación a otro. Por ejemplo, al pasar de un listado de datos a un histograma, el alumno puede percibir el valor de la moda de un conjunto de datos que antes no era visible en los datos brutos (Ruiz, 2009, p. 4).

### 2.1.1 GRÁFICAS DE BARRA

Se deben verificar las escalas (ejes) horizontal y vertical, para tener una idea clara de las variables involucradas y todo lo relacionado con la medición. Luego se examina la posición de la ubicación de la información y se verifica si ambos centros están en el mismo lugar. Posteriormente se examina, se identifica y cierto modo se debe verificar los datos específicos y finalmente se busca. (Cuautitlán, 2016)

### 2.1.2 GRÁFICO CIRCULAR O PASTEL

Se tiene que este tipo de gráficos se utilizan para identificar la confiabilidad de los datos en relación con un todo. De acuerdo con la distribución de la información, en las gráficas de pastel se ubican los datos, inicialmente, en el sentido de las manecillas del reloj (mayor relevancia) y, desde allí (las 12 horas), en sentido contrario, se ingresan los datos de mayor (segundo lugar) a menor relevancia hasta ubicar los datos, según les corresponda en el área de la circunferencia. (Cuautitlan, 2015, p. 20).

De acuerdo con las características de los datos, el tipo de gráfica que debe ser utilizado puede variar, pues es importante tener en cuenta la información (Arteaga *et al.*, 2009): mientras el gráfico de pastel fracciona la información en divide los datos en partes, citado por Espinel *et al.*, 2009, p. 139).

Partiendo de lo anterior, se tiene que aunque ambas gráficas se podrían elaborar con la misma información, la distribución, para cada caso, se hace de manera diferente. Así, mientras en la gráfica de barras se pueden observar los datos consignados en ella de manera independiente y relacionados directamente con la frecuencia en la que se presentan, en la gráfica de pastel se reflejan en secciones de diferente tamaño que representan la frecuencia con la que se presentan cada uno de los datos. En este punto, la información, los procedimientos de elaboración que se deben seguir para cada caso, de modo que no se

incurra en una interpretación errada de la información. Por el contrario, si alguno de los procedimientos es desconocido por el lector, el intento por comprender los resultados que se reflejan en uno de los tipos de gráfica puede resultar inútil pues, como se vio antes, los procedimientos para determinar la distribución de la información, en el caso de la gráfica de pastel, involucran una mayor complejidad que en el de la elaboración de la gráfica de barras.

### 2.3 CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO

Teniendo en cuenta lo anterior, se concluye que el desarrollo del análisis de gráficos estadísticos aplicado a la Teoría APOE, tiene como propósito principal identificar la manera cómo el estudiante construye un concepto partiendo de acciones que son desarrolladas para luego ser interiorizadas y convertirlas en procesos que servirán de mecanismos para establecer un orden teniendo como punto de partida un objeto el cual debe ser analizado y posteriormente encapsulado. En ésta investigación se busca estudiar el análisis de gráficos estadísticos, en donde los estudiantes intentan relacionarse con los gráficos para construir sus aprendizajes. Igualmente se parte de los datos estadísticos que sirvieron para la recuperación y control del territorio relacionado con la población, superficie y en especial lo que tenía que ver con las rentas para hacer un seguimiento a las riquezas de aquellas personas que poseían tierras producto de las conquistas realizadas en el país. También se emplearon técnicas rudimentarias que consistían en cintas de color en donde se les hacían nudos para luego ser registrados y llevar un manejo estadístico de la población y las riquezas que para aquella época servían para simplificar lo difícil de las cosas. En conclusión los gráficos para aquella época sirvieron para observar la relación entre las variables que a simple vista no se podían visualizar y es allí cuando se realizan representaciones de gráficos de barra relacionados con temas económicos que tenían que ver con el comercio y aspectos demográficos.

# CAPÍTULO 3

TEORÍA APOE

En este capítulo nos enfocaremos en precisar las características del marco teórico basado en la perspectiva desde la teoría APOE con el objeto de estudio de análisis de los gráficos estadísticos (Barra y Circular), construyendo una Descomposición Genética DG que será la guía que permitirá plantear el desarrollo del trabajo.

El capítulo tres hace referencia al marco teórico de la teoría APOE, en ésta teoría se enmarcan las construcciones mentales enfatizando en los esquemas: acciones, procesos, objetos convirtiéndose en una colección coherente que se tienen para un concepto en particular. Para que exista una buena relación entre los componentes que se deben organizar para que se establezcan nuevas relaciones que creen en el individuo construcciones mentales que puedan alcanzar la interiorización del objeto de estudio. Cuando se coordina un proceso con otro se obtiene un nuevo proceso el cual se logra encapsulando o sea convirtiéndolo en el más importante para la adquisición del conocimiento en objeto.

La (DG) se basa en conceptualizar el patrón basado en los conocimientos en el cual se anotan las construcciones mentales alcanzadas para edificar una opción a partir de ciertas actividades cognitivas previas.

### 3. TEORÍA APOE

Es una teoría que describe los conceptos matemáticos que se pueden construir (aprender) a partir de mecanismos, interiorización, coordinación, reversión, encapsulación y desencapsulación mediante unas estructuras: Acción, Procesos, Objetos y Esquema. Esta teoría se basa en los planteamientos piagetianos, la cual ha sido extendida a nociones de matemáticas superiores (Dubinsky, 1991). Con base en la abstracción reflexiva, se hace una descripción de cómo los individuos pueden realizar acciones mentales partiendo de ideas sobre conocimientos matemáticos.

La teoría APOE, es una interpretación que busca específicamente que el estudiante de educación superior pueda desarrollar en un contexto escolar mucho más amplio; en donde se pueden establecer relaciones entre la estadística, por medio de la construcción y el análisis de gráficos estadísticos que permita que los estudiante puedan construir Objeto, sin tener en cuenta el nivel de complejidad o escolaridad en el que se encuentren los alumnos.

El análisis de gráficos estadísticos de barra y circular desde la perspectiva de la teoría APOE tiene la finalidad que los estudiantes puedan comprender los gráficos estadísticos y resolver situaciones de su diario vivir.

Esta teoría describe las estructuras y los mecanismos mentales con los cuales un individuo puede llegar a construir un concepto o noción matemática. Desde esta perspectiva el conocimiento matemático se describe en términos de estructuras que son motivadas por

mecanismos mentales desarrollados por el individuo. Por estructura y mecanismo mental entendemos:

Una estructura mental es cualquier estructura (es decir, alguna cosa construida en la mente) relativamente estable (aunque capaz de desarrollarse) que un individuo usa para dar sentido a una situación matemática. La fuente de una estructura mental es la descripción de la cual ella se origina. Un mecanismo mental es el medio por el cual una estructura puede desarrollarse en la mente de un individuo o un grupo de individuos. (Villabona, 2016, p. 98).

Esta teoría es principalmente, un modelo que permite abordar el análisis de gráficos estadísticos a través de una descomposición genética, de manera que los estudiantes aprenden mentalmente los conceptos matemáticos a partir de sus construcciones matemáticas previas, las cuales se transforman adaptándose al nuevo conocimiento. Conocer cómo un individuo logra una construcción exitosa (aprende) ayuda a determinar cómo otros estudiantes, al seguir el mismo modelo, pueden comprender el objeto matemático en juego.

Para Arnon *et al.* (2014), las acciones operan sobre el objeto, siendo, luego, interiorizados en los procesos; después, los procesos se encapsulan en objetos para, posteriormente, desencapsularse y volver a los procesos de donde provienen. A partir de la interacción de estos elementos es que los individuos establecen sus construcciones mentales, las cuales, en últimas, determinan su conocimiento matemático. En la figura 3 se describen las diferentes construcciones mentales y sus mecanismos.

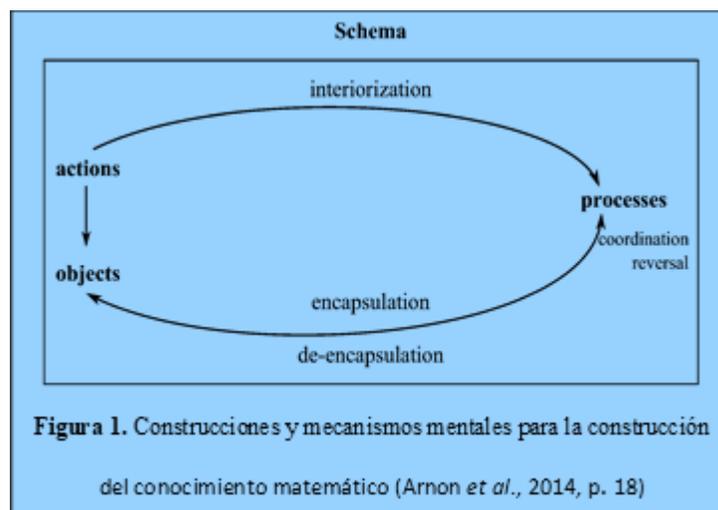


Figura 3. Construcciones mentales y su mecanismo.

Las estructuras y los mecanismos se relacionan de tal modo que se da la construcción de conocimiento matemático, de manera puntual, para un concepto o noción que se esté estudiando. A continuación se describen, de forma general, las estructuras.

**ACCIONES:** son eventos que el individuo realiza en su diario vivir que le permiten de manera concreta describir, ejecutar una acción en determinado momento (Asiala, et al.1996)

**PROCESOS:** son producto de una reflexión interna del aprendiz, es decir, hay una repetición de una acción y una reflexión que permite llegar a una interiorización, o bien la coordinación de un proceso con otro. Lograr establecer una relación entre las acciones y reflexionar sobre ellas, lleva al aprendiz a pensar una determinada situación matemática a la inversa.

**OBJETOS:** se especifican en el espacio donde el aprendiz reflexiona acerca de las operaciones utilizadas en un proceso: cuando él es capaz de ver el concepto matemático en conjunto como un todo y las transformaciones que realiza son dinámicas –en este momento se dice que el proceso ha sido encapsulado–, entonces el proceso ha pasado a la etapa de un objeto. Cuando el objeto no ha sido manipulado completamente por el aprendiz puede darse un mecanismo de reversión, es decir, el mecanismo de encapsulación le permite al aprendiz volver al proceso que originó el objeto; en este la coordinación cumple un papel fundamental para la construcción de otros objetos. (Asiala, et al. 1996).

**ESQUEMAS:** son diseños en donde se evidencian las acciones, procesos y objetos relacionados con conceptos o una noción matemática. Los esquemas son las estructuras más grandes y están siempre en evolución, la cual está condicionada por el tipo de experiencias que un estudiante aborda. Al tratar un problema matemático específico, un estudiante debe determinar qué esquemas le permiten abordar de manera exitosa el problema. Esto es definido por Asiala *et al.* (1996) como la coherencia del esquema:

La coherencia son ideas que van concatenadas las cuales permiten que el individuo de acuerdo a su estilo determine el esquema para que construya procesos que conlleven a transformarlo en una estructura estática (objeto)

Descritas las construcciones mentales, los mecanismos y sus relaciones, según el enfoque APOE, estas se pueden representar en un modelo denominado (DG) de un conocimiento matemático.

La (DG) hipotética de Análisis de Gráficos Estadísticos que se elaboró teniendo en cuenta conceptos teórico-práctico, que permitan que los estudiantes comiencen ejecutando acciones sobre la población y las variables para luego ser interiorizadas mediante la recolección de datos y clasificando dichas variables en cualitativas y cuantitativas, posteriormente convertirlos en procesos (frecuencias)

Con dichas construcciones, el estudiante todavía no está en capacidad de adquirir el conocimiento de gráficos estadísticos para ello se debe coordinar los dos procesos siguientes como son las tablas y gráficos en donde se genera así las barras circular.

El proceso anterior da origen en la Descomposición Genética DG a dos condiciones o situaciones: la encapsulación de las tablas y gráficos en donde se construye la Interpretación de Gráficos Estadísticos como objeto.

De acuerdo con lo anterior, puede decirse que el desarrollo de la noción de Área ha motivado la evolución de otros conceptos, no sólo geométricos, sino también relacionados con otras disciplinas del cálculo, pretende que el trabajo de investigación estudie el Objeto desde un análisis geométrico–algebraico, en el cual los estudiantes puedan relacionarse con la figura geométrica para construir sus aprendizajes algebraicos. Así partiendo de las medidas de las superficies puedan llegar a la modelación de diferentes expresiones algebraicas que permitan resolver otras situaciones matemáticas asociadas con la (DG); (Gamboa, 2013, p. 5).

### 3.1 CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO

La teoría APOE surgió en la educación superior para que el estudiante describa, construya acciones, procesos, objetos y esquemas mediante los mecanismos de interiorización, coordinación, revisión, encapsulación y desencapsulación de cómo realizar acciones mentales teniendo en cuenta ideas sobre saberes matemáticos.

Esta teoría busca que el estudiante por medio de ella pueda analizar gráficos estadísticos resolviendo situaciones en diversos contextos y permitiendo que el conocimiento matemático sea descrito a través de la mente para darle solución a una situación matemática.

Con la teoría APOE, el estudiante aprende mentalmente los contenidos matemáticos partiendo de saberes previos los cuales se transforman o cambian adaptándose al conocimiento adquirido logrando un aprendizaje exitoso que le permite ayudar a comprobar como otros educandos pueden alcanzar el objeto matemático buscado.

A partir de la relación de estos elementos como son Acción, Proceso, Objeto, el individuo pasa a determinar el esquema que requiere para construir procesos que conlleven a convertir un objeto en una estructura estática.

# CAPÍTULO 4

CICLO DE INVESTIGACIÓN: ANÁLISIS TEÓRICO, DISEÑO  
IMPLEMENTACIÓN Y OBSERVACIÓN, ANÁLISIS Y  
VERIFICACIÓN DE DATOS

A continuación, en éste capítulo se describe o presenta el diseño metodológico, ACE aplicado, la investigación, Descripción del Análisis Teórico, sobre la cual se desarrolla el trabajo análisis de gráficos estadísticos (barra y circular) fundamentado en la perspectiva desde la teoría APOE dándose a conocer la Descomposición Genética (DG) hipotética, cuestionario como instrumento de recolección de los datos.

#### 4. DISEÑO METODOLÓGICO

Para la realización de este trabajo se ha partido de un diseño metodológico cualitativo con enfoque descriptivo-interpretativo, basado en elementos necesarios para desarrollar un proceso investigativo que pueda arrojar resultados que contribuyan en el tipo de investigación el cual será con estudio de casos de corte empírico experimental para todo proceso de investigación. -Ver figura 4-

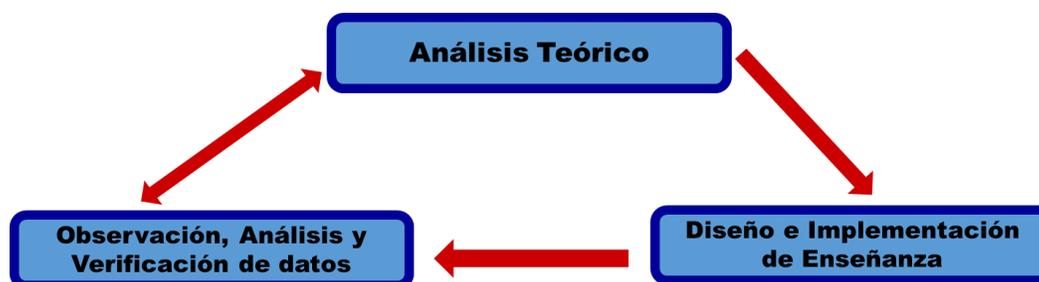


Figura 4: Ciclo de Investigación APOE.

Los datos serán recopilados de la información proporcionada por los estudiantes, en los cuales se observaran la manera como comprenden y construyen el objeto de gráficas estadísticas barra y circular. De esta manera evidencia un avance en la interpretación y lectura de graficas estadísticas especialmente (Barra y Círculo).

Se han tomado como instrumentos centrales unas entrevistas semi-estructuradas para proveer de mayor información y se aplicará un cuestionario que dé cuenta de las estructuras y mecanismos mentales de la Descomposición Genética planteada en la construcción del proceso enseñanza y aprendizaje de los gráficos estadísticos.

##### 4.1 ANÁLISIS TEÓRICO

El objeto principal en el análisis teórico es poder diseñar la descomposición genética preliminar la cual permitirá tener en cuenta la parte cognitiva y epistemológica en la construcción del concepto matemático del análisis de los gráficos estadísticos. (Roa, 2010).

Este análisis está basado en detallar los mecanismos o estructuras mentales que nos permitan interiorizar que el estudiante puede construir conceptos matemáticos en cualquier escenario.

De igual forma podemos decir que las interrelaciones en los estudiantes se pueden establecer teniendo en cuenta los conceptos que cada uno de ellos puedan asimilar o construir teniendo en cuenta cada uno de los componentes teóricos, estableciendo la descomposición genética la cual debe arrojar los resultados que se obtengan en el desarrollo del ciclo investigativo.

Es importante considerar en primer lugar la composición y la experiencia del investigador para hacer un análisis teórico práctico donde el estudiante de acuerdo a su naturaleza pueda experimentar conceptos matemáticos y desarrollarlos teniendo en cuenta su capacidad mental de acuerdo al análisis epistemológico y psicológico que posea cada uno de ellos.

#### 4.2 DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN

El diseño y la enseñanza están basados en el análisis teórico inicial y sus objetivos de manera que los estudiantes puedan asimilar las construcciones mentales teniendo en cuenta las variables que se generen en la realización de cada uno de los cuestionarios basados en las construcciones mentales para analizar la (DG) de cada individuo.

#### 4.3 ANÁLISIS DE DATOS

Es importante tener en cuenta que el tercer paso del ciclo de investigación es la reunión, observación y verificación de datos para su análisis, en la (DG) de igual forma deben ser analizados no se evidencian desde la DG para detectar que elementos no han sido considerados en las construcciones mencionadas.

Teniendo en cuenta lo antes mencionado podemos decir que en cada ciclo se deben agregar nuevos datos referentes v al desempeño de los estudiantes en tareas matemáticas relacionadas con el concepto en cuestión, al respecto el propósito “es obtener un conocimiento más profundo de la epistemología del concepto, además la reiteración hace posible diseñar estrategias pedagógicas más adecuada en la forma según las evidencien, el estudiante llega a entender el concepto” (Mena, 2011).

#### 4.4 EL CICLO ACE APLICADO A LA INVESTIGACIÓN

Según Dubinsky, existen actividades que buscan suplir las tareas por métodos que favorezcan el aprendizaje de los estudiantes basado en situaciones problemáticas que los induzcan al trabajo colaborativo siendo éste fundamental porque se busca mejorar la asimilación de los ejercicios para lograr y posibilitar una amplia comprensión de las ideas.

-Ver Figura 5-

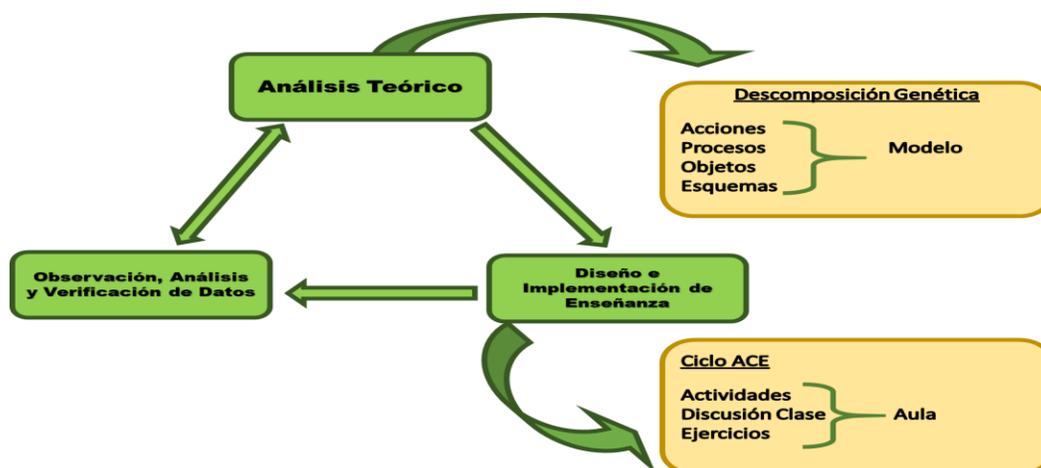


Figura 5: Ciclo ACE como herramienta de enseñanza de la teoría APOE  
I.E. Agro-Ecológica Felipe Abadía Moreno, de Alto Baudó

#### 4.5 DESCRIPCIÓN DEL ANÁLISIS TEÓRICO: EL CASO ANÁLISIS DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Podemos decir que el análisis teórico en el presente estudio, se basa en la Descomposición Genética, en la cual se analiza el concepto de gráficos estadísticos, para diseñar una DG viable partiendo de los acontecimientos Histórico Epistemológico del objeto matemático (Roa, 2010)

El desarrollo del trabajo de campo consta de tres fases, realizadas paso a paso, de manera que el proceso se realice de manera ordenada y permita tener control sobre el trabajo a realizar:

Primera fase: en esta se plantearán talleres con actividades que permitan descubrir las implicaciones que se presentan en el grado octavo, al momento de abordar el análisis de gráficos estadísticos.

Segunda fase: se plantearán actividades que faciliten el desarrollo de habilidades mentales en los estudiantes al momento de hacer un análisis de gráficos estadísticos.

Tercera fase: Se pondrá en práctica un cuestionario, para la selección, recolección y análisis de la información. Éste instrumento está diseñado de acuerdo a las estructuras, y procesos presentes en la DG. Los enunciados del cuestionario están directamente relacionado con un elemento de la DG, dado que el propósito es recolectar datos, para evidenciar una estructura o mecanismo que logra hacer el estudiante mediante el análisis de gráficos estadísticos (barra y circular)

#### 4.5.1 DESCOMPOSICIÓN GENÉTICA

La Descomposición Genética (DG), puede considerarse como un punto de convergencia de acuerdo al tipo de profesionales, matemáticos, ingenieros y /o licenciado cuya labor se relaciona con la enseñanza del cálculo y deseen mejorar sus prácticas de enseñanza o en su defecto que quieran aportar a la investigación matemático. (Vargas, 2017).

Asiala et al., (1996), define la DG como “un conjunto de estructuras mentales que pueden describir teniendo en cuenta el concepto mental del individuo” (p. 7), es decir, la DG describe un modelo cognitivo sobre cómo el estudiante puede comprender un concepto matemático.

Para Gamboa (2013), la Descomposición Genética inicia en el análisis basado en las estructuras que lleva cada estudiante cuando aprende un concepto matemático con respecto a lo observado, se constituye el primer acercamiento que se tiene en la modelación del aprendizaje de algún Objeto matemático, es decir, por parte del individuo, pensando que la DG de un concepto no es única; y que “pueden coexistir varias descomposiciones Genéticas del mismo concepto en estudio” (Gamboa, 2013).

Es posible que diferentes Descomposiciones Genéticas DG existan para el mismo objeto matemático, concibiéndose éstas como instrumento que describe las observaciones en los trabajos de los estudiantes. (Gamboa, 2013).

En el momento de diseñar una Descomposición Genética de acuerdo con lo que plantea, toma un rol fundamental el aspecto histórico-epistemológico del Objeto matemático de estudio y su relación con los procesos de enseñanza y aprendizaje. Al respecto Zabala (2015) propone que “La naturaleza de un concepto –epistemología– está estrechamente unida con la forma en que se desarrolla en la mente de un individuo– aprendizaje–” (p. 50). Por lo tanto, pensar en la Descomposición Genética DG de la noción de gráficos estadísticos. (Zabala, 2015).

#### 4.6 ESQUEMA DE DESCOMPOSICIÓN GENÉTICA DG DE ANÁLISIS DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS DE BARRAS Y CIRCULARES

A continuación, se presenta el gráfico que relaciona la Descomposición Genética Hipotética del Interpretación de gráficos estadísticos barra y circular.

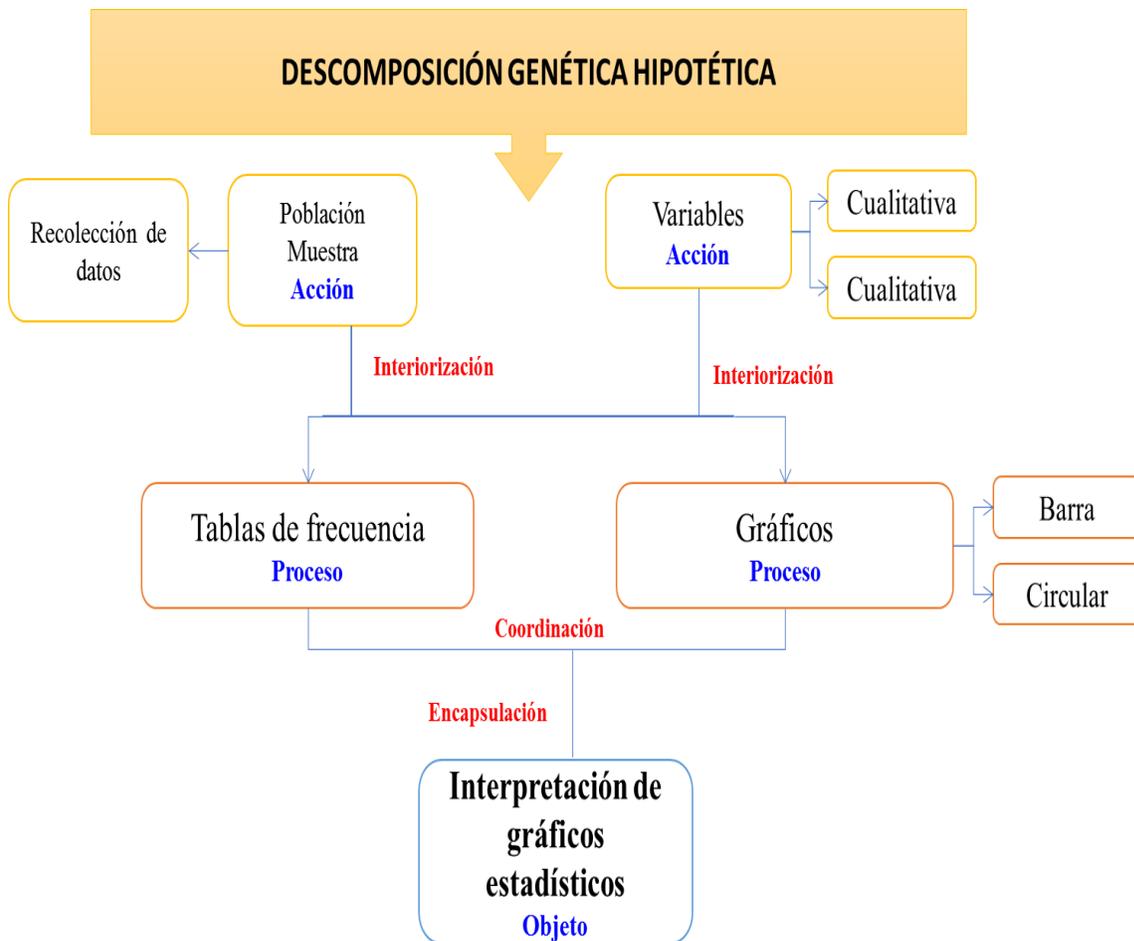


Gráfico 1. Esquema de Descomposición Genética de Análisis de Gráficos Estadísticos de Barras y Circular

La Descomposición Genética hipotética de la Interpretación de gráficos estadísticos se ha construido basándose en los informes que dan cuenta de las acciones que los estudiantes inician teniendo en cuenta el objeto concreto de la población y muestra a partir de los datos y recolección de los mismos, mediante el componente de la interiorización, que es una acción cognitiva del estudiante de relacionar los elementos de una población con los de una muestra o variable, generando un proceso de relación de la muestra con una variable de la población, esto es posible lograrlo por medio de registros en tablas de frecuencia y gráficos barra y circular, al establecer tablas y gráficos estadísticos (no como un objeto todavía).

En ciertas concepciones, el proceso de gráficos (barra y circular), el estudiante encapsula en el objeto de la interpretación de los gráficos estadísticos.

A continuación, se describen con mayor detalle las estructuras propuestas en esta Descomposición Genética.

ACCIONES: entendidas como las primeras ideas o conceptos tangibles del estudiante en términos de los gráficos estadísticos, un estudiante desarrolla una acción en el momento de identificar la población y muestra en un grupo de datos.

También desarrolla una acción al momento de identificar las variables que le permiten clasificar los datos en cualitativos y cuantitativos para luego ser interiorizados Ver gráfico 4.



Gráfico 2: Acciones de la Descomposición Genética DG

PROCESO: son reflexiones que el individuo hace sobre el concepto de los Gráficos Estadísticos. En este aspecto cuando una acción se repite es allí donde el estudiante reflexiona sobre ella y puede, realizar una construcción interna sacando las frecuencias que ejecuta la misma acción en la mente del individuo, pero ahora no necesariamente dirigida por un estímulo externo. Ver gráfico 5.



Gráfico 3: Procesos de la Descomposición Genética DG

OBJETO Cuando un estudiante reflexiona sobre las operaciones aplicadas a un proceso en particular, toma conciencia del proceso como un todo, realiza aquellas transformaciones que pueden actuar sobre él, y puede construir de hecho esas transformaciones en tablas y graficases cuando se afirma que el proceso ha sido encapsulado en un objeto es cuando se dice que el estudiante interpreta Gráficos Estadísticos. Ver gráfico 6.



Gráfico 4: Objeto de la Descomposición Genética DG

## 4.8 DISEÑO Y ANÁLISIS DEL INSTRUMENTO

Es importante analizar que la descomposición genética hipotética, basada en el análisis teórico del objeto de los gráficos estadísticos constituirá un cuestionario que permita la recolección de datos.

El diseño y la implementación de los procesos de enseñanza y aprendizaje, se basan en el análisis teórico inicial, y su propósito es ayudar a los estudiantes a realizar las Estructuras Mentales propuestas en la Descomposición Genética.

Después del planteamiento de la Descomposición Genética, se diseña un cuestionario basado en describir la estructura y los mecanismos mentales, para analizar cómo los estudiantes han construido y/o están construyendo el objeto matemático, para nuestro caso interpretación de gráficos estadísticos, por medio de la implementación del ciclo ACE – Actividades, Discusiones y Ejercicios y talleres.

### 4.8.1 CUESTIONARIO

Como instrumento para la recolección, clasificación, selección y análisis de los datos, se utiliza un cuestionario fundamentado en las estructuras y mecanismos mentales presentados en la DG. Los enunciados del cuestionario están directamente relacionados con un elemento o parte de la Descomposición Genética DG, dado que el propósito es recolectar datos, para evidenciar el objeto de construcción, estructura o mecanismo que logra hacer el estudiante y analizar la manera como éste realice una interpretación de gráficos estadísticos. También, de determinar aquellas estructuras o mecanismos que los estudiantes logran evidenciar que no se tuvieron en cuenta en el modelo inicial.

El ciclo ACE se lleva a cabo por medio de la aplicación de actividades y ejercicios propuestos en el cuestionario, el cual presenta tres momentos de intervención: el primero desde las Acciones, el segundo con relación a los Procesos y el tercero con la formalización del Objeto y las relaciones con otras nociones matemáticas. Las actividades propuestas serán trabajadas de forma individual, permitiendo a los participantes avanzar en ciertos momentos con preguntas guías u orientadoras de las docentes investigadoras, que les posibilite solucionar o resolver cada problema.

#### **Pregunta 1:**

En el análisis de gráficos estadísticos la población está demostrada en:

Los estudiantes de la IE Agroecológica Felipe Abadía Moreno.

Los padres de familia del grado octavo

Los niños y niñas de precolar

Las madres comunitarias.

**Pregunta 2:**

La muestra está enmarcada en?

Recolectar datos para la toma de decisiones

Una muestra significativa de la población se seleccionará con el objetivo de obtener la información necesaria.

Un macroconjunto que hace parte de la población.

Un elemento de la información motivo de investigación.

**Pregunta 3:**

Del siguiente enunciado establezca cuál es la variable?

Estudiantes de secundaria con edades entre los 13 y 15 años

Estudiantes de octavo y Décimo

Años

Secundaria

Edades entre los 13 y 15

**Pregunta 4:**

Teniendo en cuenta la (Tabla 6), la columna que representa las frecuencias es

1	8 ----14	4
2	14 ----20	8
3	20 ----26	10
4	26 ----32	12

Tabla 6. Frecuencias. Elaborada por el investigador.

1, 2, 3, 4

8 – 14, 14 – 20, 20 – 26, 26 – 32

4, 8, 10, 12

1, 4, 14, 20

### **Pregunta 5:**

Teniendo en cuenta el gráfico 5, se puede analizar que las edades donde existe mayor número de estudiantes es:

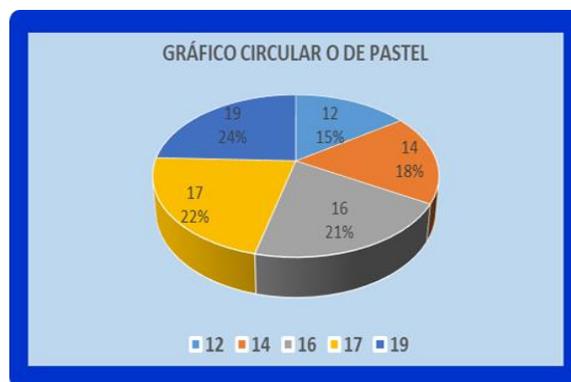


Gráfico 5: Edades. I.E. Agro-Ecológica Felipe Abadía Moreno de Alto Baudó

14, 19, 16

16, 14, 17

17, 12, 16

16, 19, 17

### **4.8.2 ANÁLISIS A PRIORI DEL CUESTIONARIO**

A continuación, se detallan los posibles resultados o soluciones que los estudiantes pueden plasmar frente a los interrogantes o preguntas del cuestionario. Para dicho análisis se consideró que la pregunta 1 se denomina como P1, a la pregunta 2 se denominará como P2, a la pregunta 3 se denominará como P3, a la pregunta 4 se denominará como P4, a la pregunta 5 se denominará como P5.

### **Pregunta 1:**

En el estudio de investigación la población está demostrada en:

Los estudiantes de la IE Agroecologica Felipe Abadia Moreno.

Los padres de familia del grado octavo

Los niños y niñas de precolar

Las madres comunitarias.

Los estudiantes probablemente consideran las siguientes acciones para dar respuesta al concepto de población:

**P1:** Realizar una entrevista con los directivos de la institución.

**P2:** Hacer un conteo de los estudiantes de cada salón de la institución.

**P3:** Realizar una encuesta con los docentes del área de sistema de la institución.

A continuación, se describe en la Tabla 7, la relación entre P<sub>1</sub> y la Descomposición Genética.

PREGUNTA	OBJETIVO	ARGUMENTO HIPOTETICO DEL ESTUDIANTE	ESTRUCTURA	MECANISMO
P <sub>1</sub>	Utilizar herramientas de investigación para la identificación de la población en la recolección de datos.	P <sub>1</sub> : Aplicar una entrevista a los directivos de la institución para saber la totalidad de estudiantes que existen en el establecimiento educativo.	<p>ACCIÓN RECOLECCIÓN DE DATOS</p> 	
		P <sub>2</sub> : Realizar una entrevista a los directivos de la institución.		Interiorización:  Logra demostrar que la población son los estudiantes de toda la institución utilizando herramientas como la encuesta y la entrevista.
		P <sub>3</sub> : Elaborar una encuesta para aplicárselas a los docentes del área de informáticas y sistema de la institución.		

Tabla 7: P<sub>1</sub> – Población P<sub>n</sub>

### Pregunta 2:

La muestra está enmarcada en:

Recolectar datos para la toma de decisiones

Una muestra de la población, la cual se selecciona con el propósito de obtener información.

Un macroconjunto que hace parte de la población.

Un elemento de la información motivo de investigación.

Los estudiantes consideran las siguientes situaciones de Muestra –M<sub>n</sub>–:

**M1:** Verificar ante la secretaría cuantos niños y niñas se encuentran en el grado octavo (8°) de la institución..

**M2:** Identificar cuántos grados octavos existen en la institución.

**M3:** Organizar los datos estadísticos relacionados con la muestra obtenida del grado octavo (8°).

A continuación, se describe en la Tabla 8, la relación entre P<sub>2</sub> y la Descomposición Genética.

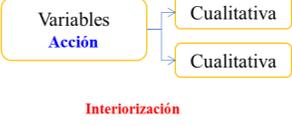
PREGUNTA	OBJETIVO	ARGUMENTO HIPOTETICO DEL ESTUDIANTE	ESTRUCTURA	MECANISMO
P <sub>2</sub>	Reconocer la muestra encontrada en la investigación.	M <sub>1</sub> : Verificar ante la secretaría cuantos niños y niñas se encuentran en el grado octavo (8°) de la institución	<p>ACCIÓN</p> <p>SELECCIÓN DE DATOS</p> 	<p>Interiorización:</p> <p>Alcanza identificar la muestra presentada en la investigación...</p>
		M <sub>2</sub> : Identificar cuántos grados octavos (8°) existen en la institución.		
		M <sub>3</sub> : Organizar los datos estadísticas relacionados con la muestra obtenida del grado octavo (8°)		

Tabla 8: P<sub>2</sub> – Muestra – Mn

**Acción generadora** de la noción de Área de figuras planas: reconocer la bidimensionalidad del área desde el número de unidades cuadradas que recubren la figura a partir del producto de sus dimensiones.

### Pregunta 3:

Del siguiente enunciado establezca cuál es la variable?

Estudiantes de secundaria con edades entre los 8 y 32 años

Estudiantes grado octavo

Años

Edades entre los 13 y 15

Los estudiantes consideran las siguientes variables desde la Población y la Muestra – PMV<sub>n</sub>–:

**PMV<sub>1</sub>:** Realizar una entrevista con los directivos de la institución para verificar ante la secretaría cuantos niños y niñas se encuentran en el grado octavo (8°).

**PMV2:** Hacer un conteo de los estudiantes de cada salón de la institución para identificar cuántos grados octavos existen.

**PMV3:** Realizar una encuesta con los docentes del área de sistema de la institución para organizar los datos estadísticos relacionados con la muestra obtenida del grado octavo.

A continuación, se describe en la Tabla 9, la relación entre P<sub>3</sub> y la Descomposición Genética DG.

PREGUNTA	OBJETIVO	ARGUMENTO HIPOTETICO DEL ESTUDIANTE	ESTRUCTURA	MECANISMO
P <sub>3</sub>	Identificar la variable que existe en cada una de las hipótesis.	V <sub>1</sub> : Realizar una entrevista con los directivos de la institución para verificar ante la secretaría cuántos niños y niñas se encuentran en el grado octavo (8°)	<p style="text-align: center;">ACCIÓN CLASIFICACIÓN</p>	
		V <sub>2</sub> : Hacer un conteo de los estudiantes de cada salón de la institución para identificar cuántos grados octavos (8°)		<p style="text-align: center;">Interiorización</p> <p>Se puede asumir como la clasificación de las variables.</p>
		V <sub>3</sub> : Realizar una encuesta aplicada a docentes del área de sistemas de la I.E para organizar los datos estadísticas relacionados con la muestra obtenida del grado octavo (8°)		

Tabla 9: P<sub>3</sub> – Variable – Vn

#### Pregunta 4:

Teniendo en cuenta la (Tabla 10), la columna que representa las frecuencias es

1	8 ----14	4
2	14 ----20	8
3	20 ----26	10
4	26 ----32	12

Tabla 10. Frecuencias. Tabla elaborada por el investigador.

1, 2, 3, 4

8 – 14, 14 – 20, 20 – 26, 26 – 32

4, 8, 10, 12

1, 4, 14, 20

Los estudiantes pueden analizar la tabla para poder identificar la columna de frecuencia. –  
Fn

**F1:** La primera columna nos indica el orden del listado de la información.

**F2:** La segunda columna se evidencia las edades de los estudiantes del bachillerato.

**F3:** La tercera y última columna demuestra las frecuencias, es decir, las veces que se repite las edades de los estudiantes del bachillerato.

### **Pregunta 5:**

Teniendo en cuenta el gráfico 6, se puede analizar que las edades donde existe mayor número de estudiantes es:

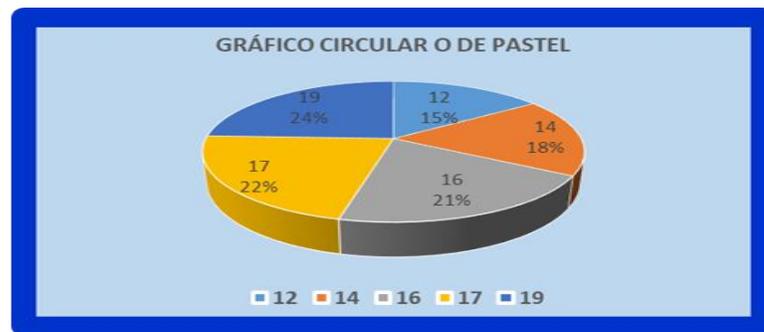


Gráfico 6: Edades. I.E. Agro – Ecológica Felipe Abadía Moreno de Alto Baudó.

14, 19, 16

16, 14, 17

17, 12, 16

16, 19, 17

Los estudiantes pueden observar y analizar el gráfico para identificar las parte en la cual se evidencia el punto mayor, intermedio y menor número de edad en la institución. –EDn

**ED1:** La gráfica demuestra el punto donde se presenta el número de estudiantes con mayor edad (19) correspondiente al 24% de la población de la muestra tomada.

**ED2:** Las partes que se encuentran entre los puntos intermedios corresponden a las edades de 14, 16 y 17 años cuyos porcentajes oscilan entre 18, 21 y 22% de la población de los estudiantes del bachillerato.

**ED3:** El gráfico indica el punto mínimo donde se demuestra que un 15% corresponde a la edad de 12 años siendo éstos los menores de todo el bachillerato.

A continuación, se describe en la Tabla 11, la relación entre P5 y la Descomposición Genética

PREGUNTA	OBJETIVO	ARGUMENTO HIPOTETICO DEL ESTUDIANTE	ESTRUCTURA	MECANISMO
P5	Identificar los puntos donde se presentan la mayor y menor edad de los estudiantes del bachillerato.	ED <sub>1</sub> : La gráfica demuestra el punto donde se presenta el número de estudiantes con mayor edad (19) correspondiente al 24% de la población de la muestra tomada..	<p>PROCESO</p> <p>IDENTIFICACIÓN EDADES</p> <pre> graph LR     A[Tablas de frecuencia Proceso] --&gt; B[Gráficos Proceso]     B --&gt; C[Barra]     B --&gt; D[Circular]     C --&gt; E[Conclusión]     D --&gt; E     </pre>	<p>Encapsulación</p> <p>En éste momento el estudiante realiza acciones sobre objetos existentes, las cuales se interiorizan en procesos, para después ser encapsulados como objetos mentales.</p>
		ED <sub>2</sub> : Las partes que se encuentran entre los puntos intermedios corresponden a las edades de 14, 16 y 17 años cuyos porcentajes oscilan entre 18, 21 y 22% de la población de los estudiantes del bachillerato.		
		ED <sub>3</sub> : El gráfico indica el punto mínimo donde se demuestra que un 15% corresponde a la edad de 12 años siendo éstos los menores de todo el bachillerato. y última columna demuestra la frecuencias, es decir, las veces que se repite las edades de los estudiantes del bachillerato		

Tabla 11: P<sub>5</sub> – Edades – EDn

## 4.9 SOBRE EL ANÁLISIS DE LOS DATOS.

El estudio investigativo, presente justificar cada una de las estructuras realizando una interpretación de gráficos estadísticos, estudiando sobre cómo establecer evidencias, partiendo del estudio de un enfoque cualitativo, de corte empírico experimental y con Estudio de Caso.

### 4.9.1 ENFOQUE CUALITATIVO

Blasco (2007) “Señala que la investigación cualitativa estudia la realidad en su contexto natural y cómo sucede, sacando e interpretando fenómenos de acuerdo con las personas implicadas. Utiliza variedad de instrumentos para recoger información como las entrevistas, imágenes, observaciones, historias de vida, en los que se describen las rutinas y las situaciones problemáticas, así como los significados en la vida de los participantes” (p. 25).

Pérez (2007) “Por otra parte, Taylor y Bogdan al referirse a la metodología cualitativa como un modo de encarar el mundo empírico, señalan que en su más amplio sentido es la investigación que produce datos descriptivos: las palabras de las personas, habladas o escritas y la conducta observable” (p. 25-27)

El enfoque cualitativo se aplica para obtener información relacionada con el desarrollo del proceso enseñanza y aprendizaje para el análisis de gráficos estadísticos, mediante la comprensión y formación de las estructuras y mecanismos mentales en los educandos colaboradores, o sea, alcanzar a identificar las distintas construcciones realizadas a nivel cognitivo para analizar gráficos estadísticos donde se evidencien estructuras cada vez más complejas relacionadas con las nociones matemáticas abstractos.

Asumiendo lo expresado anteriormente, la investigación cualitativa está encaminada a orientar a los individuos para la construcción y análisis de gráficos estadísticas; en donde el objetivo es detallar y demostrar cada una de las estructuras mentales empleadas por los alumnos para la construcción de dichos gráficos.

#### 4.9.2 ESTUDIO DE CASOS

Un estudio de caso se puede interpretar como un tipo de investigación donde se llevan a cabo análisis, observación, indagación, fundamentación, exploración que se hace teniendo en cuenta la caracterización de los datos que son considerados como el mecanismo de estudiar a un individuo o a una institución en un entorno o situación única de tal forma que sea más intensa y detallada.

Un estudio de caso se considera como un método de investigación que facilita la búsqueda de respuestas respecto del —cómo o del —por qué, de los hechos, ya que se centra en el análisis profundo de uno o varios casos.

El estudio de caso, lo utilizaremos como un instrumento para comprender las construcciones mentales de los estudiantes de secundaria respecto a la interpretación de gráficos estadísticos teniendo en cuenta lo diseñado en la guía de interrogante en la investigación planteada inicialmente en la DG. Para ello se hará un seguimiento a dichos estudiantes con observaciones directas, preguntas dirigidas relacionadas con la temática expuestas, microcentros etc.

#### 4.9.3 CRITERIOS DE LA SELECCIÓN DE LOS CASOS

Los responsables de esta investigación son los alumnos de la secundaria de los grados Octavo 8° de la IE Agro-Ecológica Felipe Abadía Moreno, de Alto Baudó Ver figura 6.

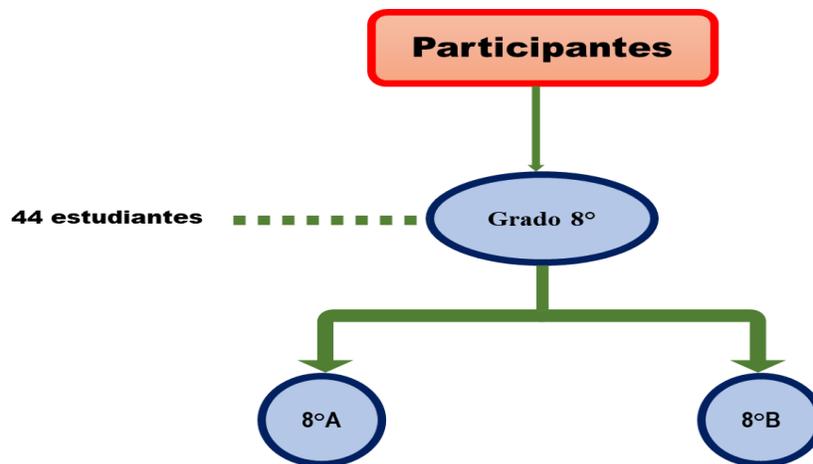


Figura 6: Participantes de la investigación

Los educandos del grado Octavo son 44 jóvenes, pertenecientes a dos grupos (8° A y 8°B), ambos con características iguales tanto a nivel académico como comportamental. En cuanto a sus procesos de aprendizaje presentan algunas debilidades relacionadas con el análisis e la interpretación de gráficos estadísticos. Debido a que durante su formación han tenido poco acercamiento al componente Aleatorio, el cual se refiere a representación de datos relativos a el entorno usando objetos concretos. (Palacios, 2018, P. 62).

Para la elección de los casos se hace una relación con las siguientes categorías: Acompañamiento por sus padres o acudientes: son estudiantes cuyos padres de familia asumen hábitos y rutinas de estudios para que sus hijos cumplan con las tareas y puedan adquirir y desarrollar habilidades, valores y autorregulación del aprendizaje.

En tabla 12, se muestra la clasificación de los casos de intervención:

	<b>CASO 1</b>
	Estudiantes del grado 8° con acompañamiento de sus padres. E8-1, E8-2, E8-3. E8-4. E8-5
	Análisis teórico de la Descomposición Genética DG
Unidad de análisis	Aplicación del Cuestionario

Tabla 12. Criterios de elección de casos

#### 4.10 CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO

El diseño metodológico mediante el cual se trabaja esta investigación está relacionado con la interpretación de gráficos estadísticos, inicia con el planteamiento de la teoría APOE y el análisis teórico, diseño e implementación de análisis de datos., el ciclo ACE, descripción del análisis, en donde cada uno de los elementos de este ciclo se relacionan con la Descomposición Genética de la interpretación de los gráficos estadísticos, con el ciclo ACE encaminados a la aplicación de interrogantes, enmarcados con el diseño y por último la ejecución de herramientas de verificación de resultados aplicados al Estudio de Casos..

# CAPÍTULO 5

ANÁLISIS DE DATOS

En éste capítulo mostraremos la forma como fueron recogidos por medio del cuestionario, y mediante el análisis desde la Descomposición Genética hipotética, mostrando las respuestas de cada caso evidenciando las construcciones mentales de dicha Descomposición. En donde los estudiantes comprendan para luego poder discutir los resultados obtenidos mediante las estructuras y mecanismos mentales que han sido o no calificados por los estudiantes. Éste análisis será relacionado con la respuesta y los elementos presentados en la Descomposición Genética DG.

## 5. ANÁLISIS Y VERIFICACIÓN DE LOS DATOS

Los resultados alcanzados con el cuestionario son analizados desde la DG, identificando las estructuras y mecanismos mentales que han sido o no considerados por los estudiantes.

El análisis que a continuación se describe será dado con ejemplos, relacionando las respuestas con los elementos propuestos en la Descomposición Genética para validarla a través de la aparición de nuevas variables para tener en cuenta.

### 5.1 RESULTADOS DE APLICACIÓN DEL CUESTIONARIO

La DG, hipotética, se ejecutó un estudio de cada una de los interrogantes o preguntas donde se tendrán en cuenta los resultados obtenidos de la aplicación del cuestionario, con el fin de manifestar desde la Teoría APOE cómo los educandos realizan análisis de gráficos estadísticos, logrando examinar el alcance en cada paso del aprendizaje, a la vez que las estructuras y mecanismos mentales se desarrollan. Se da apertura con un cuestionario para establecer cuáles estudiantes tenían las estructuras y componentes mentales previos necesitados en la Descomposición Genética DG preliminar, realizando una preclasificación y teniendo en cuenta los argumentos de los estudiantes en el análisis a priori realizado en el estudio.

### 5.2 ANÁLISIS A POSTERIORI DEL CUESTIONARIO

Se analiza las respuestas de los estudiantes en la aplicación del cuestionario con la letra E, seguida de un numeral que se les asignó para mantener su anonimato, teniendo en cuenta el grado al cual pertenece, por ejemplo, el estudiante que se identifica como E8-1, se da a entender que es el primer estudiante de grado Octavo.

**Acción e interpretación de gráficos estadísticos:** recolección de datos por los estudiantes de la I.E. Agroecológica Felipe Abadía Moreno.

#### **Pregunta 1:**

En el estudio de investigación la población está demostrada en:

- A- Los estudiantes de la IE Agroecológica Felipe Abadía Moreno.
- B- Los padres de familia del grado octavo

- C- Los niños y niñas de precolar
- D- Las madres comunitarias.

Caso 1	ARGUMENTO HIPOTETICO DEL ESTUDIANTE	ESTRUCTURA	MECANISMO
	P <sub>1</sub> : Aplicar una entrevista a los directivos de la institución para saber la totalidad de estudiantes que existen en el establecimiento educativo.	ACCIÓN RECOLECCIÓN DE DATOS	
	P <sub>2</sub> : Realizar una entrevista a los directivos de la institución.		Interiorización:  Logra demostrar que la población son los estudiantes de toda la institución utilizando herramientas como la encuesta y la entrevista.
E8-1, E8-2, E8-3, E84, E8-5,	P <sub>3</sub> : Elaborar una encuesta para aplicárselas a los docentes del área de informática y sistema de la institución.		

Tabla 13. Análisis de casos P<sub>1</sub> – Población P<sub>n</sub>

**E8-1, E8-2, E8-3**, los estudiantes consiguen aplicar el cuestionario a docentes del área de informática y sistema de la institución, evidenciando que carecen de un claro conocimiento para lograr establecer el verdadero concepto y conseguir la población total motivo de la investigación. –Ver figuras 7, 8, 9 –

**Pregunta 1:**

¿En el estudio de investigación la población está demostrada en?

- A- Los estudiantes de la IE Agroecologica Felipe Abadia Moreno.
- B- Los padres de familia del grado octavo ✕
- C- Los niños y niñas de precolar
- D- Las madres comunitarias.

**E8 - 1**

Figura 7: E8- 1 - P1

**Pregunta 1:**

¿En el estudio de investigación la población está demostrada en?

- A- Los estudiantes de la IE Agroecologica Felipe Abadia Moreno.
- B- Los padres de familia del grado octavo
- C- Los niños y niñas de preecolar
- D- Las madres comunitarias. ✕

**E8 - 2**

Figura 8: E8- 2 - P1

**Pregunta 1:**

¿En el estudio de investigación la población está demostrada en?

- A- Los estudiantes de la IE Agroecologica Felipe Abadia Moreno. ✕
- B- Los padres de familia del grado octavo ✕
- C- Los niños y niñas de preecolar
- D- Las madres comunitarias.

**E8 - 3**

Figura 9: E8 – 3- P1

Desde la teoría APOE, los estudiantes **E8-1, E8-2, E8-3**, muestran Acciones de recolección de datos para la búsqueda de la población permitiendo evidenciar la Interiorización del concepto de población y relaciona este Objeto.

**Acción de interpretación de gráficos estadísticos:** Selección de datos por los estudiantes de la I.E. Agroecológica Felipe Abadía Moreno.

**Pregunta 2:**

La muestra está enmarcada en:

Recolectar datos para la toma de decisiones

Una parte de la población, la cual se selecciona con el propósito de obtener información.

Un macroconjunto que hace parte de la población.

Un elemento de la información motivo de investigación.

En la tabla 15 se muestran los resultados obtenidos por los estudiantes de los casos 1 y 2, relacionados con el cuestionario a priori con respecto a P2 y la Descomposición Genética DG

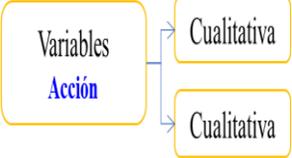
CASO 1	CASO 2	ARGUMENTO HIPOTETICO DEL ESTUDIANTE	ESTRUCTURA	MECANISMO
		$M_1$ : Verificar ante la secretaría cuantos niños y niñas se encuentran en el grado octavo y décimo de la institución	ACCIÓN	
E8-5		$M_2$ : Identificar cuántos grados octavos (8°) existen en la institución.	SELECCIÓN DE DATOS 	Interiorización: Alcanza identificar la muestra presentada en la investigación...
E8-1, E8-2, E8-3, E8-4,	E10-1 E10-2 E10-3 E10-4 E10-5	$M_3$ : Organizar los datos estadísticas relacionados con la muestra obtenida del grado octavo (8°).	Interiorización	

Tabla 14: Análisis de casos P2 – Muestra Mn

**E8-5:** el estudiante realiza Acciones de identificar la cantidad de cursos o grados tanto de octavo y décimo que existen en la institución.–. –Ver figura 10–

**E8 - 5**

**Pregunta 2:**

La muestra está enmarcada en?

A. Recolectar datos para la toma de decisiones ✕

B. Una parte de la población, la cual se selecciona con el propósito de obtener información.

C. Un macro conjunto que hace parte de la población.

D. Un elemento de la información motivo de investigación.

Figura 10: E8 – 5 – P2

**E8-3:** los estudiantes organizan datos estadísticos relacionados con la muestra obtenida de los grados octavos, para luego ser seleccionada.–Ver figuras 11-

**E8 - 3**

**Pregunta 2:**

La muestra está enmarcada en?

- A. Recolectar datos para la toma de decisiones
- B. Una parte de la población, la cual se selecciona con el propósito de obtener información. ✕
- C. Un macro conjunto que hace parte de la población.
- D. Un elemento de la información motivo de investigación.

Figura 11: E8 – 3 – P2

**E8-1, E8-2:** los educandos no reconocen la muestra pero tratan de identificarla mediante la organización de la información obtenida de los grados octavo y décimos teniendo en cuenta los datos estadísticos de la investigación. –Ver figuras 12, 13–

**E8 - 1**

**Pregunta 2:**

La muestra está enmarcada en?

- A. Recolectar datos para la toma de decisiones ✕
- B. Una parte de la población, la cual se selecciona con el propósito de obtener información.
- C. Un macro conjunto que hace parte de la población. ✕
- D. Un elemento de la información motivo de investigación.

Figura 12: E8 – 1 – P2

**E8 - 2**

**Pregunta 2:**

La muestra está enmarcada en?

- A. Recolectar datos para la toma de decisiones
- B. Una parte de la población, la cual se selecciona con el propósito de obtener información.
- C. Un macro conjunto que hace parte de la población. ✕
- D. Un elemento de la información motivo de investigación. ✕

Figura 13: E8 – 1 – P2

Los estudiantes **E8-1, E8-2, E8-3, E8-5**, evidencian Acciones generadoras al seleccionar los datos estadísticos mediante la identificación, reconocimiento y organización de la información al momento de seleccionar la muestra. Se da la interiorización cuando alcanza a identificar la muestra presentada en la investigación..

**Acción de interpretación de gráficos estadísticos:** Clasificación de variables relacionada con los estudiantes de la I.E. Agroecológica Felipe Abadía Moreno

**Pregunta 3:**

Del siguiente enunciado establezca cuál es la variable:

Estudiantes de secundaria con edades entre los 8 y 32 años

Estudiantes de octavo y Décimo

Años

Secundaria

Edades entre los 13 y 15

En la tabla 16 se muestran los resultados obtenidos por los estudiantes de los casos 1 y 2, relacionados con el cuestionario a priori con respecto a P3 y la Descomposición Genética DG

Caso 1	ARGUMENTO HIPOTETICO DEL ESTUDIANTE	ESTRUCTURA	MECANISMO
	<b>V1:</b> Realizar una entrevista con los directivos de la institución para verificar ante la secretaría cuantos niños y niñas se encuentran en el grado octavo (8°).	<p style="text-align: center;"><b>ACCIÓN CLASIFICACIÓN</b></p> <p style="text-align: center;"><b>Interiorización</b></p>	
	<b>V2:</b> Hacer un conteo de los estudiantes de cada salón de la institución para identificar cuántos grados octavos (8°)		<p style="text-align: center;"><b>Interiorización</b></p> <p>Se puede asumir como la clasificación de las variables.</p>
<b>E8-1, E8-2, E8-3, E8-4, E8-5,</b>	<b>V3:</b> Realizar una encuesta con los docentes del área de sistema de la institución para organizar los datos estadísticas relacionados con la muestra obtenida del grado octavo (8°)		

Tabla 15: Análisis de casos P3 – Variable Vn

**E8-1, E8-2,;** los estudiantes organizan los datos estadísticos clasificándolos por edades para establecer las posibles variables encontradas en la investigación para luego hacer un conteo por salón para su identificación. –Ver figuras 14 y 15–

**Pregunta 3:**

Del siguiente enunciado establezca cuál es la variable?

Estudiantes de secundaria con edades entre los 13 y 15 años

**E8 - 2**

A. Estudiantes de octavo y Décimo  
B. Años  
C. Secundaria  
D. Edades entre los 13 y 15 ✕

Figura 14: E8 – 2 – P3

**Pregunta 3:**

Del siguiente enunciado establezca cuál es la variable?

Estudiantes de secundaria con edades entre los 13 y 15 años

**E8 - 1**

A. Estudiantes de octavo y Décimo  
B. Años  
C. Secundaria ✕  
D. Edades entre los 13 y 15

Figura 15: E8 – 1 – P3

**E8-3, E8-4, E8-5:** los estudiantes no tienen claro las variables aunque procura identificarla mediante la organización de los datos obtenidos de los grados octavo y décimos. –Ver figuras 16, 17 y 18–

**Pregunta 3:**

Del siguiente enunciado establezca cuál es la variable?

Estudiantes de secundaria con edades entre los 13 y 15 años

**E8 - 3**

A. Estudiantes de octavo y Décimo  
B. Años ✕  
C. Secundaria ✕  
D. Edades entre los 13 y 15

Figura 16: E8 – 3 – P3

**Pregunta 3:**

Del siguiente enunciado establezca cuál es la variable?

Estudiantes de secundaria con edades entre los 13 y 15 años

**E8 - 4**

- A. Estudiantes de octavo y Décimo ✕
- B. Años
- C. Secundaria ✕
- D. Edades entre los 13 y 15

Figura 17: E8 – 4 – P3

**Pregunta 3:**

Del siguiente enunciado establezca cuál es la variable?

Estudiantes de secundaria con edades entre los 13 y 15 años

**E8 - 5**

- A. Estudiantes de octavo y Décimo
- B. Años ✕
- C. Secundaria
- D. Edades entre los 13 y 15

Figura 18: E8 – 5 – P3

Los estudiantes **E8-1**, **E8-2**, **E8-3**, **E8-4**, **E8-5**, demuestran Acciones generadoras de clasificar las variables al realizar conteo de cada una de los datos obtenidos al momento de la aplicación de los instrumentos recolectores de la información para luego evidenciar en la investigación.

**Proceso de identificación de las frecuencias:**

**Pregunta 4:**

Teniendo en cuenta la (Tabla 16), la columna que representa las frecuencias es

1	8 ----14	4
2	14 ----20	8
3	20 ----26	10
4	26 ----32	12

Tabla 16. Frecuencias. Elaborada por el investigador.

1, 2, 3, 4

8 – 14, 14 – 20, 20 – 26, 26 – 32

4, 8, 10, 12

1, 4, 14, 20

En la tabla 18 se muestran los resultados obtenidos por los estudiantes de los casos 1 y 2, relacionados con el cuestionario a priori con respecto a P4 y la Descomposición Genética DG

Caso 1	ARGUMENTO HIPOTETICO DEL ESTUDIANTE	ESTRUCTURA	MECANISMO
	F <sub>1</sub> : La primer columna nos indica el orden del listado de la información.	<p style="text-align: center;"><b>PROCESO</b></p> <p style="text-align: center;"><b>IDENTIFICACIÓN DE FRECUENCIA</b></p> <div style="text-align: center;"></div>	
	F <sub>2</sub> : La segunda columna se evidencia las edades de los estudiantes del bachillerato.		Coordinación
E8-1	F <sub>3</sub> : La tercera y última columna demuestra la frecuencias, es decir, las veces que se repite las edades de los estudiantes del bachillerato		Se puede evidenciar cuando el estudiante repite y reflexiona sobre una acción, ésta puede ser interiorizada en un proceso mental.
E8-2			
E8-3			
E8-4			
E8-5			

Tabla 17: Análisis de casos P4 – Frecuencia F<sub>n</sub>

**E8-1, E8-2, E8-4:** identifican la columna en la cual se representa la frecuencia en la que se piten el número de edades que presentan cada estudiante de los grados octavo y décimo. – Ver figuras 19, 20, y 21–

**Pregunta 4:**

Teniendo en cuenta la (Tabla 17), la columna que representa las frecuencias es

1	8 ----14	4
2	14 ----20	8
3	20 ----26	10
4	26 ----32	12

Tabla 17. Frecuencias. Elaborada por el investigador

A- 1, 2, 3, 4  
B- 8 – 14, 14 – 20, 20 – 26, 26 – 32 ✗  
C- 4, 8, 10, 12  
D- 1, 4, 14, 20

**E8 - 1**

Figura 19: E8 – 1 – P4

**Pregunta 4:**

Teniendo en cuenta la (Tabla 17), la columna que representa las frecuencias es

1	8 ----14	4
2	14 ----20	8
3	20 ----26	10
4	26 ----32	12

Tabla 17. Frecuencias. Elaborada por el investigador

A- 1, 2, 3, 4  
B- 8 – 14, 14 – 20, 20 – 26, 26 – 32  
C- 4, 8, 10, 12 ✕  
D- 1, 4, 14, 20

**E8 - 2**

Figura 20: E8 – 2 – P4

**Pregunta 4:**

Teniendo en cuenta la (Tabla 17), la columna que representa las frecuencias es

1	8 ----14	4
2	14 ----20	8
3	20 ----26	10
4	26 ----32	12

Tabla 17. Frecuencias. Elaborada por el investigador

A- 1, 2, 3, 4  
B- 8 – 14, 14 – 20, 20 – 26, 26 – 32  
C- 4, 8, 10, 12  
D- 1, 4, 14, 20 ✕

**E8 - 4**

Figura 21: E8 – 4 – P4

Proceso elaboración de tablas y gráficos, teniendo en cuenta la información presentada a cada uno de los estudiantes para la construcción del proceso de análisis de gráficos estadísticos.

**Pregunta 5:**

Teniendo en cuenta el grafico 7, se puede analizar que las edades donde existe mayor número de estudiantes es:

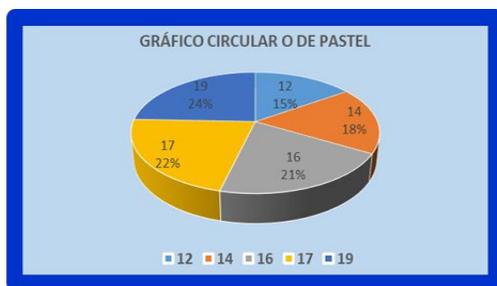


Gráfico 7: Edades. I.E. Agro – Ecológica Felipe Abadía Moreno de Alto Baudó

14, 19, 16

16, 14, 17

17, 12, 16

16, 19, 17

En la tabla 19 se muestran los resultados obtenidos por los estudiantes de los casos 1 y 2, relacionados con el cuestionario a priori con respecto a P5 y la Descomposición Genética. DG

Caso 1	ARGUMENTO HIPOTETICO DEL ESTUDIANTE	ESTRUCTURA	MECANISMO
	F <sub>1</sub> : La primer columna nos indica el orden del listado de la información.	PROCESO IDENTIFICACIÓN DE FRECUENCIA	
	F <sub>2</sub> : La segunda columna se evidencia las edades de los estudiantes del bachillerato.		Coordinación
E8-1 E8-3 E8-4	F <sub>3</sub> : La tercera y última columna demuestra la frecuencias, es decir, las veces que se repite las edades de los estudiantes del bachillerato		Se puede evidenciar cuando el estudiante repite y reflexiona sobre una acción, ésta puede ser interiorizada en un proceso mental.

Tabla 18: Análisis de Casos P5 – Edades – EDn

**E8-2 y E8-5:** se evidencia que los estudiantes no alcanzaron visualizar los mayores números de edades que se representan en el gráfico indicando que existe un desconocimiento en el análisis e interpretación de los mismos.

**Pregunta 5:**  
Teniendo en cuenta el gráfico 7, se puede analizar que las edades donde existe mayor número de estudiantes es:

Edad	Porcentaje
12	15%
14	18%
16	21%
17	22%
19	28%

Gráfico 7: Edades. I.E. Agro-Ecológica Felipe Abadía Moreno, de Alto Baudó

A- 14, 19, 16 ✗  
B- 16, 14, 17 ✗  
C- 17, 12, 16  
D- 16, 19, 17

**E8 - 2**

Figura 22: E8 – 2– P<sub>5</sub>

**Pregunta 5:**  
Teniendo en cuenta el gráfico 7, se puede analizar que las edades donde existe mayor número de estudiantes es:

Edad	Porcentaje
12	15%
14	18%
16	21%
17	22%
19	28%

Gráfico 7: Edades. I.E. Agro-Ecológica Felipe Abadía Moreno, de Alto Baudó

A- 14, 19, 16  
B- 16, 14, 17  
C- 17, 12, 16 ✗  
D- 16, 19, 17

**E8 - 5**

Figura 23: E8 – 5– P<sub>5</sub>

**E8-1, E8-3, E8-4:** los estudiantes reconocen en el esquema las mayores edades que se presentan evidenciándose el análisis e interpretación de gráficos, es decir, se da la coordinación entre varios procesos ya que ellos repiten y reflexionan sobre las acciones que se pueden interiorizar y convertirlas en un proceso mental. –Ver figura 24, 25 y 26–

**Pregunta 5:**  
Teniendo en cuenta el gráfico 7, se puede analizar que las edades donde existe mayor número de estudiantes es:

Edad	Porcentaje
12	15%
14	18%
16	21%
17	22%
19	28%

Gráfico 7: Edades. I.E. Agro-Ecológica Felipe Abadía Moreno, de Alto Baudó

A- 14, 19, 16  
B- 16, 14, 17  
C- 17, 12, 16  
D- 16, 19, 17 ✗

**E8 - 1**

Figura 24: E8 – 1– P<sub>5</sub>

**Pregunta 5:**  
 Teniendo en cuenta el grafico 7, se puede analizar que las edades donde existe mayor número de estudiantes es:

Edad	Número de Estudiantes	Porcentaje
12	15	15%
14	18	18%
16	16	21%
17	17	22%
19	19	24%

Grafico 7: Edades. I.E. Agro-Ecológica Felipe Abadía Moreno, de Alto Baudó

A- 14, 19, 16  
 B- 16, 14, 17 ✗  
 C- 17, 12, 16  
 D- 16, 19, 17 ✗

**E8 - 3**

Figura 25: E8 – 3– P<sub>5</sub>

**Pregunta 5:**  
 Teniendo en cuenta el grafico 7, se puede analizar que las edades donde existe mayor número de estudiantes es:

Edad	Número de Estudiantes	Porcentaje
12	15	15%
14	18	18%
16	16	21%
17	17	22%
19	19	24%

Grafico 7: Edades. I.E. Agro-Ecológica Felipe Abadía Moreno, de Alto Baudó

A- 14, 19, 16  
 B- 16, 14, 17  
 C- 17, 12, 16 ✗  
 D- 16, 19, 17 ✗

**E8 - 4**

Figura 26: E8 – 4– P<sub>5</sub>

## 5.2 CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO

Teniendo en cuenta los resultados alcanzados por los educandos en el cuestionario, se alcanzó demostrar la forma como los estudiantes alcanzan a analizar e interpretar gráficos estadísticos a partir de la recolección de datos (población), selección de datos (muestra), clasificación de las variables – Acciones, identificación de frecuencias (procesos). También, con los resultados de los casos expuestos primeramente, se logran indicar temas importantes relacionados con construcciones mentales demostradas por lo participantes y los aspectos históricos epistemológicos. Es así como la Descomposición Genética queda validada en Acciones y Procesos como un modelo para la interpretación de gráficos estadísticos.

# CAPÍTULO 6

CONCLUSIONES

El Capítulo 6 corresponde a las conclusiones o cierre relacionados con el análisis realizado en el Capítulo 5. En donde se tratarán los lineamientos concernientes a la Descomposición Genética DG, sobre las recomendaciones para la interpretación de los gráficos estadísticos. Se dan a conocer las conclusiones en términos de lo epistemológico, la Teoría APOE, objetivos, pregunta de investigación.

## 6.1 MIRADA EPISTEMOLÓGICA

Los gráficos nos permiten ver relaciones aparentemente inexistentes entre variables, que suelen quedar ocultas entre la multitud de datos y cifras, de difícil comparación. De otro modo, los gráficos estadísticos proporcionan una explicación más adecuada de los hechos que una mera lista de datos o tablas, sirven para simplificar lo complejo, permite al cerebro una mayor retención y es un instrumento visual de ayuda a hombres ocupados.

El análisis de los gráficos estadísticos, comprende aspectos o formas sencillas que permiten ser utilizadas en el conteo, resolución de problemas de estimación, tabulación, representación de datos obtenidos en una investigación o actividad empleados en el proceso enseñanza aprendizaje. Uno de esos aspectos es la mirada aritmética, – Acciones – anotaciones realizadas por las parroquias para el registro de los muertos ocasionados por accidentes, suicidio y enfermedades, Análisis de gráficos económicos. Otro aspecto es la estadística intuitiva –Procesos– herramientas de de análisis estadísticos.

Li y Shen, (1992) analizaron los gráficos estadísticos de sus estudiantes, encontrado alumnos que utilizan polígonos de frecuencias con variables cualitativas, o diagrama de barras horizontal para representar datos que debieran representarse en un diagrama de dispersión. Otras veces, construyen gráficos sin sentido, por ejemplo se representan variables no relacionadas entre si en un mismo gráfico. Los gráficos estadísticos, puede considerarse un modelo matemático ya que se reducen los datos, pasando de casos individuales a los valores de una variable y sus frecuencias, se introduce la distribución de frecuencias, concepto complejo, que se refiere al agregado (población o muestra) y no a los datos particulares. Los gráficos son importantes porque se pueden usar para representar diferentes objetos matemáticos, tales como frecuencias absolutas, relativas, porcentajes y frecuencias acumuladas, medias u otros resúmenes estadísticos.

## 6.2 VALIDACIÓN DE LA DESCOMPOSICIÓN GENÉTICA

El cúmulo de estructuras y mecanismos mentales explicados en la Descomposición Genética DG preliminar, reconoció comprender la forma cómo se desarrolla el análisis de los gráficos estadísticos en los estudiantes, aprobando contenidos hipotéticos por medio de los datos logrados en el cuestionario y el recorrido histórico–epistemológico del objeto matemático gráficos.

La ruta señalada en la Descomposición Genética DG para el objeto gráficos estadísticos, establece un análisis detallado con una perspectiva relacionada con la Teoría APOE con estudiantes de octavo (8°) grado de la secundaria en edades de 13 a 15 años de la I.E. Agroecológica Felipe Abadía Moreno del Municipio de Alto Baudó. Para ello se parte de objetos concretos iniciando con la recolección de datos que se convirtieron en acciones para ser interiorizadas y a su vez originándose una comparación entre la muestra con las variables existentes o encontradas; teniendo como referencia las anotaciones realizadas en las tablas de frecuencias para luego establecer comparaciones entre los gráficos de barra y circulares.

En este aspecto, el mecanismo de Interiorización se da cuando el estudiante asimila una acción de iniciación o información dada, es decir, pueden Interiorizar pensamientos y reflexiones que le permiten hacer uso del análisis e interpretación de los gráficos estadísticos.

Cuando el estudiante es capaz de identificar la población o muestra en una investigación está realizando acciones que le permiten continuar con el proceso de construcción de la información requerida para dicho aprendizaje. Es allí cuando se procede a interiorizar dichas acciones para ser interiorizadas y convertirlas en procesos que lo llevan a realizar una construcción interna de esas acciones para que puedan ser o convertirse en el objeto de estudio como son el análisis de gráficos estadísticos.

### 6.3 CON RELACIÓN A LOS OBJETIVOS

Los objetivos diseñados en este trabajo de investigación, muestran resultados que logran manifestar su cumplimiento en las prácticas educativas, desde el análisis y aprobación de los resultados de la Descomposición Genética DG para el Objeto matemático interpretación de gráficos, se confirma el grado del reconocimiento de las estructuras y mecanismos mentales en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

El objetivo general plantea: Diseñar e implementar una Descomposición Genética DG para contribuir a los procesos matemáticos y a la resolución de problemas y su comunicación, a partir de la enseñanza y aprendizaje del análisis de gráficos de barra y circular

Los objetivos específicos se abordan teniendo en cuenta el diseño de una Descomposición Genética DG de los gráficos estadísticos de barra y circular que describa las estructuras y mecanismos mentales que debe desarrollar un estudiante de octavo grado para su elaboración e interpretación, teniendo en cuenta la teoría APOE, como estrategia metodológica para luego usarla como herramientas en las prácticas de aula asociadas con el análisis de gráficos de barra y circular y posteriormente implementar actividades de aula, para estudiantes de la secundaria (8°) que propicien el razonamiento y argumentación en la práctica a partir del análisis e interpretación de gráficos de barra y circular

## 6.4 CONCLUSIONES CON BASE A LA PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

La pregunta de investigación: ¿Cuáles son las implicaciones en la enseñanza y aprendizaje del análisis de gráficos de barra y circular estadísticos, en estudiantes de secundaria, al implementar una Descomposición Genética DG para el desarrollo de las competencias Matemáticas? Adquiere su resultado en estudio de los resultados y las evidencias obtenidas que fortalecen a la Descomposición Genética DG en las Acciones y Procesos en la interpretación de gráficos estadísticos, en donde se demuestra la forma como los educandos llegan a la elaboración del conocimiento inicialmente con una repaso de la noción de población, muestra, frecuencia, variable entre otros, obteniendo con ello la interiorización del Objeto análisis e interpretación de gráficos estadísticos de tal manera, es puesto en contexto mediante las prácticas de aula en actividades propias de gráficos.

Mediante las acciones el estudiante tiene en cuenta los saberes previos que él posee o trae a cerca de lo que es un gráfico estadístico y su posible análisis, lo que le permite realizar un estudio minucioso sobre ello y para eso debe ejecutarlas para que sean interiorizadas y puedan ser desarrolladas teniendo en cuenta procesos que le permitan reflexionar sobre lo que se quiere alcanzar y posteriormente se vuelvan en objetos que en nuestro caso sería el análisis de los gráficos estadísticos.

Éstas prácticas de aula favorecen los procesos cuando se vuelve dinámicas, reflexivas y no se limita a conceptos sino que el estudiante debe investigar, planificar y reflexionar sobre las limitaciones y avances logrados durante el desarrollo del proceso enseñanza aprendizaje y hacerle un seguimiento y a la vez evaluar dichas prácticas, de allí que se debe estar en un constante seguimiento para que se puedan dar.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ÁLVAREZ, F. (s.f.). Estadística descriptiva. Métodos estadísticos aplicados a las auditorías socio laborales. Disponible en:

[http://departamentos.uca.es/C146/pag\\_personal/f\\_alvarez/documentos/CC%20Trabajo%20Tema%201.pdf](http://departamentos.uca.es/C146/pag_personal/f_alvarez/documentos/CC%20Trabajo%20Tema%201.pdf)

ASIALA, M, et al, (1996) Esquema de la teoría APOE. Disponible en:

[https://www.researchgate.net/figure/Figura-1-Esquema-de-la-teoria-APOE-Asiala-et-al-1996\\_fig1\\_26304374](https://www.researchgate.net/figure/Figura-1-Esquema-de-la-teoria-APOE-Asiala-et-al-1996_fig1_26304374)

ARTEAGA, P., Batanero, C., Díaz, C. y Contreras, J. (junio de 2009). El lenguaje de los gráficos estadísticos. En Revista Iberoamericana de Educación Matemática (18), pp. 93-104. Disponible en:

[http://www.fisem.org/www/union/revistas/2009/18/Union\\_018.pdf#page=93](http://www.fisem.org/www/union/revistas/2009/18/Union_018.pdf#page=93)

ARTEAGA, P. (2011). Evaluación de conocimientos sobre gráficos estadísticos y conocimientos didácticos de futuros profesores. Bogotá: Universidad de Granada.

ARNON, I., & Cottrill, J., Dubinsky, E., Oktaç, A., Roa Fuentes, S., Trigueros, M & Weller, K. (2014), APOS Theory: A Framework for Research and Curriculum Development in Mathematics Education. New York: Springer

BATANERO, C., Díaz, C., Contreras, J. M., y Arteaga P. (2011). Enseñanza de la estadística a través de proyectos. En C. Batanero y C. Díaz (Eds.), Estadística con proyectos. Granada: Universidad de Granada, pp. 9-46.

CAZORLA, (2002) Tablas y Gráficos Estadísticos como objetos culturales. Disponible en:

<http://www.ugr.es/~jmcontreras/thales/1/ComunicacionesPDF/TablasGráficos.pdf>

CORTES, Diego. (2016) Colombia Aprende, Febrero, 06. Disponible en:

<http://aprende.colombiaaprende.edu.co/es/node/88175> . <https://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/w3-article-349894.html>

CORTES, Diego, (2016). Colombia Aprende, Febrero 06. Disponible en:

<http://aprende.colombiaaprende.edu.co/es/node/88175>

CUAUTITLAN, (2015) Gráficos de Barra. Febrero 20. Disponible en:

<http://asesorias.cuautitlan2.unam.mx/Laboratoriovirtualdeestadistica/DOCUMENTOS/TEMA%201/5.%20GRAFICA%20DE%20%20PASTEL.pdf>

CURCIO, F. (1987). Comprehension of Mathematical Relationships Expressed in Graphs. In Journal for Research in Mathematics Education 18 (5), pp. 382-393.

CURCIO, F. (1989). Developing graph Comprehension. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.

CHAES E, Rafael Felipe (2017) La descomposición genética como herramienta para matemáticos, Sept, 09. Disponible en: <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/6245325.pdf>

CHAVES E Rafael Felipe (2017) La Descomposición Genética DG como herramienta para matemáticos, ingenieros y licenciados en la enseñanza del cálculo: Investigación en educación matemática Disponible en: <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/6245325.pdf>

DÍAZ-LEVICOY Danilo, Carmen BATANERO, Pedro ARTEAGA, (2014). Análisis de los Gráficos Estadísticos. Disponible en: <http://www.ugr.es/~batanero/documentos/agráficos.pdf>

DÍAZ-LEVICOY, D., Arteaga, P. y López-Martín, M. (2015). Pictogramas en una muestra de directrices curriculares latinoamericanas. En Vásquez, C., Rivas, H., Pincheira, N., F., Solar, H., Chandía, E. y Parraguez, M. (Eds.), XIX Jornadas Nacionales de Educación Matemática. Villarrica: SOCHIEM, pp. 176-183.

D'AMBROSIO, U. (1997). Transdisciplinaridade. São Paulo: Palas Athena.

DUBINSKY, E. & McDonald, M. A. (2001). APOS: A constructivist theory of learning in undergraduate mathematics education research. In D. Holton et al. (eds.), the Teaching and Learning of Mathematics at University Level: An ICMI Study. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, pp. 273-280.

DUBINSKY, E. & Garcés, R. (2011). High-stearic/high-oleic sunflower oil: a versatile fat for food applications. In Inform 22 (6), pp. 369-372.

ESPINEL, M. C., González, M. T., Bruno, A y Pinto, J. (2009). Las gráficas estadísticas. En Serrano, L. (ed.): Tendencias actuales de la investigación en educación estocástica. Málaga: Departamento de Didáctica de la Matemática Facultad de Educación y Humanidades (Melilla) Universidad de Granada. Disponible en: <http://www.pucrs.br/famat/viali/graduacao/matematica/material/referencias/libroluis.pdf#page=133>

FRIEL, S., Curcio, F. y Bright, G. (2001). Making sense of graphs: critical factors influencing Comprehension and instructional implications. In Journal for research in mathematics Education 32 (2), pp. 124-158.

GAMBOA Hinestroza, Mauricio Andrés (2013) Construcción Cognitiva de la Raíz Cuadrada. Valparaíso. Disponible en: [http://repositorio.conicyt.cl/bitstream/handle/10533/181582/GAMBOA\\_MAUICIO\\_2481M.pdf?sequence=1&isAllowed=y](http://repositorio.conicyt.cl/bitstream/handle/10533/181582/GAMBOA_MAUICIO_2481M.pdf?sequence=1&isAllowed=y)

GAMBOA, Mauricio. (2013) Construcción Cognitiva de la Raíz Cuadrada. Sept. [https://www.researchgate.net/publication/263043741\\_CONSTRUCCION\\_COGNITIVA\\_DE\\_LA\\_RAIZ\\_CUADRADA](https://www.researchgate.net/publication/263043741_CONSTRUCCION_COGNITIVA_DE_LA_RAIZ_CUADRADA)

GODINO Juan D. (2007), un enfoque ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática. Universidad de Granada. Disponible en: [https://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/sintesis\\_eos\\_10marzo08.pdf](https://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/sintesis_eos_10marzo08.pdf)

GHILARDI, M. (s. f.). Historia de la estadística. Disponible en: <https://red.infed.edu.ar/blog/wp-content/uploads/2014/11/Historia-de-la-estadistica.pdf>

ICFES, (2013). Lineamientos ICFES, <http://www.icfes.gov.co>

INOSTROZA, M. (2013). Construcción cognitiva de la raíz cuadrada. Una mirada desde la teoría APOE (tesis de maestría). Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Facultad de Ciencias. Valparaíso, Chile.

MEEL, D. (2003). Modelo y teorías de la comprensión matemática: comparación de los modelos de Pirie y Kieren sobre la evolución de la comprensión matemática y la teoría APOE. En Revista latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa 6 (3) , 221-278.

MEC (2006), Análisis de Textos Históricos de Matemática. Disponible en:  
<https://www.ugr.es/~jmcontreras/thales/1/ComunicacionesPDF/TablasGraficos.pdf>

MEN. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Recuperado de  
<http://www.mineduacion.gov.co/1759/w3-article-244735.html>

MENA, A. (2011). Estudio epistemológico del teorema del isomorfismo de grupos. Tesis doctoral. Centro de Investigación en Ciencia Avanzada y Tecnología Aplicada, Instituto Politécnico Nacional, México. Disponible en:  
<http://funes.uniandes.edu.co/12420/1/Mena2014Construcciones.pdf>

Ministerio de Educación Nacional (1998). Matemáticas. Lineamientos curriculares de Matemática. MEN. Bogotá.

MINGORANCE, C. (2014). La estadística en las pruebas de diagnóstico andaluzas (trabajo fin de grado). Universidad de Granada. España.

MINEDUCACIÓN, (2018). Colombia Aprende, Abril 26. Disponible en:  
[http://aprende.colombiaaprende.edu.co/ckfinder/userfiles/files/Resoluci%C3%B3n%20No\\_%2000665%20-%20ISCE.PDF](http://aprende.colombiaaprende.edu.co/ckfinder/userfiles/files/Resoluci%C3%B3n%20No_%2000665%20-%20ISCE.PDF)

MINGORANCE GARCIA Carmen (2014). La Estadística en las Pruebas de Diagnósticos  
<http://estadis.net/recursosestadisticos/documents/TFG/mingorance.pdf>

PLAYFAIR, W., Wainer, H., & Spence, I. (2005). Playfair's Commercial and Political Atlas and Statistical Breviary. London: Cambridge University Press.

POZO, Juan Ignacio, Postigo Angón, Yolanda (2000) Los procedimientos como contenidos escolares. Barcelona: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/libro?codigo=34527>

RECOLECTA. (2012). Datos de investigación: ¿Qué son los datos de investigación? Biblioteca Universitaria de Huelva. Disponible en: <http://guiasbuh.uhu.es/datosinvestigacion>

ROA, Solange, (2010) Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa. Construcción de una descomposición genética. Disponible en:  
[http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_serial&pid=1665-2436&lng=es&nrm=iso](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_serial&pid=1665-2436&lng=es&nrm=iso)

ROA-FUENTES, Solange, ASUMAN OKTAÇ, (2012) Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa. Validación de una Descomposición. Disponible en: <https://www.redalyc.org/pdf/335/33523165004.pdf>

RUIZ MEDINA, Manuel Ildefonso. (2011) Políticas Públicas en Salud y su impacto en el seguro popular en Culiacán, Sinaloa, México. [http://www.eumed.net/tesis-doctorales/2012/mirm/enfoque\\_cualitativo.html](http://www.eumed.net/tesis-doctorales/2012/mirm/enfoque_cualitativo.html)

SCHIELD, M. (2006). Statistical Literacy Survey Results: Reading Graphs and Tables of Rates Percentages. En B. Phillips (Ed.), Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching Statistics. Cape Town: International Statistical Institute and International Association for Statistical Education. Disponible en: <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase>

(S.F.). Gráfica de pastel: Disponible en:  
<http://asesorias.cuautitlan2.unam.mx/Laboratoriovirtualdeestadistica/DOCUMENTOS/TEMA%201/5.%20GRAFICA%20DE%20%20PASTEL.pdf>

STAKE, R. (2010). *Qualitative Research: Studying how Things Work*. New York: Guilford Press.

Universidad Nacional Autónoma de México. (s.f.). Gráfica de barras. Disponible en: <http://asesorias.cuautitlan2.unam.mx/Laboratoriovirtualdeestadistica/DOCUMENTOS/TEMA%201/6.%20GRAFICA%20DE%20BARRAS.pdf>

VARGAS HERNÁNDEZ, Jeannette (2017) La Descomposición Genética DG como herramienta para matemáticos, ingenieros y licenciados en la enseñanza del cálculo: Investigación en educación matemática Disponible en: <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/6245325.pdf>

VIGO RUIZ, José Manuel (2016) *Comprensión de Gráficos Estadísticos por alumnos de formación profesional básica*. Granada. Disponible en: <https://www.ugr.es/~batanero/documentos/TFMVigo.pdf>

VIGO RUIZ, José Manuel (2016) *Comprensión de Gráficos Estadísticos por alumnos de formación Profesional Básica*. <https://www.ugr.es/~batanero/documentos/TFMVigo.pdf>

VILLAFRANCA, R., & Zúnica, L. (2013). *Métodos estadísticos para Ingenieros*. España: Editorial Universitat Politècnica de València.

VILLALOBOS VILLEGAS, Wilton, (2018) *Modelación Matemática en la Enseñanza y Aprendizaje con los Estudiantes del Tercero “A” de Secundaria en la Institución Educativa* [https://alicia.concytec.gob.pe/vufind/Record/UPRG\\_c96dc5116d0dca312125542139fd358b](https://alicia.concytec.gob.pe/vufind/Record/UPRG_c96dc5116d0dca312125542139fd358b)

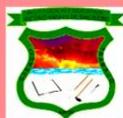
WU, Y. (2004). *Singapore Secondary School Students Understanding of Statistical Graphs*. 10<sup>th</sup> International congress on Matemáticas Educacation. Copenhagen Dinamarca.

WILD, C., Pfannkuch, M. (1999). *Statistical Thinking in Empirical Enquiry*. *International Statistical Review* 67, III. 223-265.

WILD y PTANNKUCH, (1999) *Tablas y Gráficos Estadísticos como objetos culturales*. <http://www.ugr.es/~jmcontreras/thales/1/ComunicacionesPDF/TablasGraficos.pdf>

ZABALA JARAMILLO, Luis Albeiro, (2015) *Construcciones y mecanismos mentales para implementar y desarrollar el concepto de los vectores en tres dimensiones -3D*. Disponible en: [http://congformodel.udem.edu.co/index.php?option=com\\_content&view=article&id=101&Itemid=155&lang=es](http://congformodel.udem.edu.co/index.php?option=com_content&view=article&id=101&Itemid=155&lang=es)

## ANEXO 1: EVIDENCIAS DE CUESTIONARIOS APLICADOS



Secretaría de Educación Departamental del Chocó  
**INSTITUCIÓN EDUCATIVA AGRO-ECOLÓGICA FELIPE ABADÍA MORENO**  
Municipio de Alto Baudó

Reconocimiento estudios Res. No. 1362 del 9 de mayo del 2011  
Registro Educ. N° 1440 – Registro DANE N° 227001003181 NIT:



Nombre del Estudiante: **E8 - 1**

Grupo: \_\_\_\_\_ Fecha: 10 de junio de 2019

### Pregunta 1:

¿En el estudio de investigación la población está demostrada en?

- A- Los estudiantes de la IE Agroecologica Felipe Abadia Moreno.
- B- Los padres de familia del grado octavo
- C- Los niños y niñas de preecolar
- D- Las madres comunitarias.

### Pregunta 2:

La muestra está enmarcada en?

- A. Recolectar datos para la toma de decisiones
- B. Una parte de la población, la cual se selecciona con el propósito de obtener información.
- C. Un macro conjunto que hace parte de la población.
- D. Un elemento de la información motivo de investigación.

### Pregunta 3:

Del siguiente enunciado establezca cuál es la variable?

Estudiantes de secundaria con edades entre los 13 y 15 años

- A. Estudiantes de octavo y Décimo
- B. Años
- C. Secundaria
- D. Edades entre los 13 y 15

### Pregunta 4:

Teniendo en cuenta la (Tabla 17), la columna que representa las frecuencias es

1	8 ----14	4
2	14 ----20	8
3	20 ----26	10
4	26 ----32	12

Tabla 17. Frecuencias. Elaborada por el investigador

- A- 1, 2, 3, 4
- B- 8 – 14, 14 – 20, 20 – 26, 26 – 32
- C- 4, 8, 10, 12
- D- 1, 4, 14, 20

### Pregunta 5:

Teniendo en cuenta el grafico 7, se puede analizar que las edades donde existe mayor número de estudiantes es:



Gráfico 7: Edades. I.E. Agro-Ecológica Felipe Abadia Moreno, de Alto Baudó

- A- 14, 19, 16
- B- 16, 14, 17
- C- 17, 12, 16
- D- 16, 19, 17



Nombre del Estudiante: **E8 - 4**

Grupo: \_\_\_\_\_ Fecha: 10 de junio de 2019

**Pregunta 1:**

- ¿En el estudio de investigación la población está demostrada en?
- A. Los estudiantes de la IE Agroecológica Felipe Abadía Moreno.
  - B. Los padres de familia del grado octavo
  - C. Los niños y niñas de preescolar
  - D. Las madres comunitarias.

**Pregunta 2:**

- La muestra está enmarcada en?
- A. Recolectar datos para la toma de decisiones
  - B. Una parte de la población, la cual se selecciona con el propósito de obtener información.
  - C. Un macro conjunto que hace parte de la población.
  - D. Un elemento de la información motivo de investigación.

**Pregunta 3:**

- Del siguiente enunciado establezca cuál es la variable?
- Estudiantes de secundaria con edades entre los 13 y 15 años
- A. Estudiantes de octavo y Décimo
  - B. Años
  - C. Secundaria
  - D. Edades entre los 13 y 15

**Pregunta 4:**

Teniendo en cuenta la (Tabla 17), la columna que representa las frecuencias es

1	8 ----14	4
2	14 ----20	8
3	20 ----26	10
4	26 ----32	12

Tabla 17. Frecuencias. Elaborada por el investigador

- A- 1, 2, 3, 4
- B- 8 – 14, 14 – 20, 20 – 26, 26 – 32
- C- 4, 8, 10, 12
- D- 1, 4, 14, 20

**Pregunta 5:**

Teniendo en cuenta el gráfico 7, se puede analizar que las edades donde existe mayor número de estudiantes es:



Gráfico 7: Edades. I.E. Agro-Ecológica Felipe Abadía Moreno, de Alto Baudó

- A- 14, 19, 16
- B- 16, 14, 17
- C- 17, 12, 16
- D- 16, 19, 17

