



**UNIVERSIDAD DE MEDELLIN**

MODELO ANALÍTICO DE RESISTENCIA  
AL CORTANTE DE VIGAS DE  
MAMPOSTERÍA CON POS-TENSADO  
EXCÉNTRICO NO ADHERIDO

ANDRÉS MAURICIO GARCÍA FLÓREZ

TUTOR:

JOHN MARIO GARCÍA GIRALDO

MAESTRÍA EN INGENIERÍA CIVIL

FACULTAD DE INGENIERÍAS

MEDELLÍN - COLOMBIA

10 DE ABRIL DE 2023

*A mi pareja, quién con amor me ayudó a superar todos los traspiés que fueron apareciendo, a mi familia, quienes estuvieron al pendiente del avance y de todo tipo de problema y a mis amigos, quienes alentaron el desarrollo de este proceso.  
Gracias.*

# TABLA DE CONTENIDO

<b>ÍNDICE DE FIGURAS</b>	<b>V</b>
<b>ÍNDICE DE TABLAS</b>	<b>VII</b>
<b>NOTACIÓN</b>	<b>VIII</b>
<b>RESUMEN</b>	<b>X</b>
<b>ABSTRACT</b>	<b>XII</b>
<b>1. INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
1.1. Generalidades . . . . .	1
1.2. Objetivos . . . . .	2
1.2.1. General . . . . .	2
1.2.2. Específicos . . . . .	2
1.3. Metodología . . . . .	3
1.3.1. Primera fase . . . . .	3
1.3.2. Segunda Fase . . . . .	3
1.3.3. Tercera Fase . . . . .	4
1.4. Alcance . . . . .	4
<b>2. ESTADO DEL ARTE</b>	<b>5</b>
2.1. Introducción . . . . .	5
2.2. El postensado en la mampostería . . . . .	6
2.2.1. Columnas . . . . .	8
2.2.2. Vigas . . . . .	9
2.2.3. Muros con carga en el plano . . . . .	12
2.2.4. Muros con carga fuera del plano y losas . . . . .	14
2.3. Teoría fundamental del cortante . . . . .	17
2.3.1. Cortante en vigas de concreto . . . . .	17
2.3.2. Cortante en vigas de mampostería . . . . .	20
2.4. Mecanismos de Falla de la mampostería postensada . . . . .	21
<b>3. CAMPAÑA EXPERIMENTAL DE VIGAS DE MAMPOSTERÍA CON POSTENSADO EXCÉNTRICO</b>	<b>24</b>
3.1. Introducción . . . . .	24

3.2.	Descripción del sistema ensayado . . . . .	25
3.3.	Descripción de los ensayos realizados . . . . .	27
3.3.1.	Descripción de materiales . . . . .	28
3.3.2.	Ensayo monotónico de 4 puntos de contacto . . . . .	28
3.3.3.	Ensayo monotónico de 6 puntos de contacto . . . . .	30
3.3.4.	Resumen de base de datos . . . . .	31
3.4.	Hipótesis de falla de ensayos . . . . .	32
3.4.1.	Viga 2 . . . . .	32
3.4.2.	Viga 6 . . . . .	33
3.4.3.	Viga 11 . . . . .	34
3.4.4.	Viga 18 . . . . .	36
3.4.5.	Viga 19 . . . . .	39
3.4.6.	Viga 20 . . . . .	41
3.4.7.	Viga 32 . . . . .	44
3.5.	Discusión de resultados . . . . .	46
<b>4.</b>	<b>PROPUESTAS ANALÍTICAS EXISTENTES</b>	<b>47</b>
4.1.	Introducción . . . . .	47
4.2.	Descripción de aportes a la resistencia al cortante . . . . .	47
4.3.	Expresiones de resistencia al corte para mampostería . . . . .	48
4.3.1.	Matsumura, 1988 . . . . .	49
4.3.2.	Shing et al, 1990 . . . . .	49
4.3.3.	NZS 4230, 1990 . . . . .	49
4.3.4.	NZS 4230, 2004 . . . . .	50
4.3.5.	Anderson y Priestley, 1992 . . . . .	50
4.3.6.	NEHRP, 1997 . . . . .	50
4.3.7.	UBC, 1997 . . . . .	51
4.3.8.	Ingham y Voon, 2007 . . . . .	51
4.3.9.	MSJC, 2008 . . . . .	52
4.3.10.	TMS 402-22, 2022 . . . . .	52
4.3.11.	Hassanli et al, 2014 . . . . .	52
4.3.12.	CSA S304-14, 2014 . . . . .	53
4.3.13.	NBR 15961-1, 2011 . . . . .	53
4.3.14.	IMNC, 2010 . . . . .	53
4.3.15.	BS 5628-2, 2005 . . . . .	54
4.3.16.	EN 1996-1-1, 2005 . . . . .	54
4.3.17.	NSR-10, 2010 . . . . .	54
4.3.18.	Resumen de expresiones para la resistencia al cortante . . . . .	55
4.4.	Comparación de expresiones con datos experimentales . . . . .	57
4.4.1.	Expresiones concisas . . . . .	61
4.4.2.	Expresiones que mejor se adaptan a los resultados experimentales . . . . .	62
4.4.3.	Expresiones eficaces . . . . .	62
4.5.	Discusión de resultados . . . . .	62

<b>5. PROPUESTA EXPERIMENTAL DE RESISTENCIA NOMINAL A CORTANTE</b>	<b>64</b>
5.1. Introducción . . . . .	64
5.2. Análisis de regresión . . . . .	65
5.2.1. Regresión lineal simple . . . . .	66
5.2.2. Regresión lineal multivariable . . . . .	66
5.3. Predictores para determinar la resistencia al cortante . . . . .	67
5.3.1. Componente del bloque de mampostería $V_c$ . . . . .	67
5.3.2. Componente de esfuerzos en la grieta de cortante $V_w$ . . . . .	68
5.3.3. Componente de refuerzo transversal $V_s$ . . . . .	68
5.3.4. Componente de refuerzo longitudinal $V_l$ . . . . .	68
5.3.5. Predictores seleccionados . . . . .	68
5.4. Base de datos experimentales . . . . .	69
5.5. Modelo estadístico de resistencia al cortante . . . . .	70
5.5.1. Colinealidad . . . . .	72
5.5.2. Coeficientes del modelo . . . . .	74
5.5.3. Bondad de ajuste . . . . .	75
5.5.4. Validación de supuestos del modelo . . . . .	76
5.5.5. Homocedasticidad . . . . .	76
5.5.6. Normalidad de errores . . . . .	77
5.5.7. Independencia de errores . . . . .	77
5.5.8. Análisis de componentes del MRLM . . . . .	78
5.6. Discusión de resultados . . . . .	79
<b>6. RECOMENDACIONES PARA FUTURAS INVESTIGACIONES</b>	<b>80</b>
6.1. Introducción . . . . .	80
6.2. Relación del claro de cortante . . . . .	80
6.3. Modelación numérica . . . . .	81
6.4. Ajuste estadístico . . . . .	81

# ÍNDICE DE FIGURAS

1.1.	Tipos de mampostería común desde la antigüedad. Fuente Lourenço (2014) .	1
1.2.	Arquitectura de viviendas en mampostería en la antigüedad. Fuente Lourenço (2014) . . . . .	2
2.1.	Antiguo Acueducto Romano, Segovia, España. . . . .	6
2.2.	Iglesia Padre Pio San Giovanni Rotondo, Italy (Todisco et al., 2018). . . . .	7
2.3.	Torre del reloj de la oficina general de correos en Sydney. Fuente: (Ganz, 1990)	9
2.4.	Tipos de falla en mampostería postensada: Tipo I indica falla a flexión, Tipo II, III, IV y V indican falla a cortante. Fuente (Roumani et al., 1985) . . . . .	10
2.5.	Vigas falladas por Baqi (2009) . . . . .	11
2.6.	Aplicaciones de distintas investigaciones de mampostería postensada en Colombia. Fuente: García (2016) . . . . .	12
2.7.	Analogía de la micro-estructura propuesta por Yamaguchi et al. (2007) . . . . .	13
2.8.	Patrón de daño de muros de mampostería postensada no adherida por medio de elementos finitos. Fuente: ElGawady et al. (2014) . . . . .	14
2.9.	Configuración de los ensayos realizados por Sokaïrge et al. (2017) . . . . .	16
2.10.	Configuración de los ensayos realizados por García et al. (2021) . . . . .	16
2.11.	Trayectorias de los esfuerzos principales en una viga isotrópica homogénea (Park et al., 1975) . . . . .	18
2.12.	Acciones de un voladizo de concreto en el claro de cortante de una viga (Park et al., 1975) . . . . .	19
2.13.	Deslizamiento asociado con la acción de arco en una viga idealizada (Park et al., 1975) . . . . .	20
2.14.	Tipos de falla en mampostería postensada: Tipo I indica falla a flexión, Tipo II, III, IV y V indican falla a cortante. Fuente (Roumani et al., 1985) . . . . .	22
3.1.	Bloques usados: a) Dimensiones del bloque, b) Sección transversal simplificada, c) Dimensiones del bloque desviador usado, d) Detalle del refuerzo del bloque desviador (unidades en mm). Fuente (García et al., 2019) . . . . .	26
3.2.	Configuración general de vigas de mampostería con postensado excéntrico no adherido pertenecientes a la base de datos de García (2016) . . . . .	27
3.3.	Configuración de ensayo monotónico de 4 puntos de contacto . . . . .	29
3.4.	Configuración de las vigas: Configuración del ensayo de 2 puntos de carga. Fuente (García et al., 2019) . . . . .	29

3.5. Configuración de las vigas: Configuración del ensayo de 4 puntos de carga. Fuente (García et al., 2019) . . . . .	30
3.6. Configuración de ensayo monotónico de 6 puntos de contacto . . . . .	31
3.7. Instante de la falla de la viga 2, cara posterior . . . . .	32
3.8. Mapeo de grietas de la viga 2 cara frontal . . . . .	33
3.9. Primeras grietas de corte en el vano de cortante de la viga 6 . . . . .	33
3.10. Instante de la falla de la viga 6 . . . . .	34
3.11. Mapeo de grietas de la viga 6 . . . . .	34
3.12. Mapeo de grietas de la viga 11 cara posterior . . . . .	35
3.13. Secuencia de falla de la viga 11 . . . . .	36
3.14. Enfoque del instante justo antes de la falla de la viga 18 . . . . .	37
3.15. Reconstrucción de la viga 18 tras la falla . . . . .	38
3.16. Mapeo de grietas de la viga 18 . . . . .	38
3.17. Secuencia de falla de la viga 18 . . . . .	39
3.18. Secuencia de falla de la viga 19 . . . . .	40
3.19. Enfoque del instante de la falla de la viga 19 . . . . .	41
3.20. Mapeo de grietas de la viga 19 . . . . .	41
3.21. Enfoque del instante de la falla de la viga 20 . . . . .	42
3.22. Mapeo de grietas de la viga 20 . . . . .	42
3.23. Secuencia de falla de la viga 20 . . . . .	43
3.24. Mapeo de grietas de la viga 32 . . . . .	44
3.25. Secuencia de falla de la viga 32 . . . . .	45
3.26. Enfoque del instante de la falla de la viga 32 . . . . .	45
4.1. Resultados estadísticos de resistencias por Predicciones V.S. Experimentales	58
4.2. Valores medios de $\frac{V_n}{V_{exp}}$ . . . . .	59
4.3. Aporte por componentes $\frac{V_m}{V_n}$ y $\frac{V_p}{V_n}$ . . . . .	60
4.4. Porcentaje de resultados dentro del 20% cercano a la realidad . . . . .	61
5.1. Contribución de esfuerzos en la grieta de cortante. Fuente: (Marí et al., 2016)	68
5.2. Modelos de resistencia al cortante versus datos experimentales . . . . .	72
5.3. Correlación entre variables independientes $\sqrt{f'_m}An$ , $\sqrt{f'_m}An\frac{M_u}{V_u d}$ y $P_o$ . . . . .	73
5.4. Resumen del Modelo de Regresión Lineal Multivariable (MRLM) en <i>RStudio</i>	74
5.5. Análisis de varianzas (ANOVA) de los predictores en <i>RStudio</i> . . . . .	75
5.6. Intervalos de confianza de factores $\beta$ en <i>RStudio</i> . . . . .	75
5.7. Prueba Breusch-Pagan de homocedasticidad de los errores en <i>RStudio</i> . . . . .	76
5.8. Prueba Shapiro-Wilk de normalidad de los errores en <i>RStudio</i> . . . . .	77
5.9. Prueba Durbin-Watson de independencia de los errores en <i>RStudio</i> . . . . .	77

# ÍNDICE DE TABLAS

3.1. Resumen de datos iniciales . . . . .	31
4.1. Aporte al cortante de cada formulación . . . . .	56
4.2. Resistencia al cortante de cada viga para las diferentes expresiones . . . . .	57
5.1. Datos experimentales para la regresión lineal múltiple . . . . .	69
5.2. Datos experimentales para la regresión lineal múltiple . . . . .	70
5.3. Datos experimentales para la validación del MRLM . . . . .	78
5.4. Resultados del MRLM para la base de datos . . . . .	78

# NOTACIÓN

A continuación, se presenta la notación simbólica utilizada en este documento:

$\bar{y}$ : Distancia desde el eje neutro hasta el centroide de la fibra evaluada. Sección 2.3	$a$ : Ubicación de la carga medida desde el apoyo más cercano. Vano de cortante. Sección 2.3, 2.5
$\frac{a}{d}$ : Relación del vano de cortante. Sección 2.3, 2.5	$A_g$ : Área bruta del bloque de mampostería. Sección 3.2
$\frac{h_e}{l_w}$ : Relación del vano de cortante. Sección 4.3	$A_h$ : Área del refuerzo longitudinal. Sección 4.3
$\frac{M}{Vd}$ : Relación del vano de cortante con el Momento y la cortante solicitadas en el punto de la carga. Sección 3.4	$A_i$ : Área transversal en la sección analizada. Sección 2.3
$\frac{M}{VL}$ : Relación del vano de cortante con el Momento y la cortante solicitadas en el punto de la carga. Sección 4.3	$A_n$ : Área neta de la sección transversal. Sección 4.3
$\mu$ : Ductilidad asumida. Sección 4.3	$A_v$ : Área del refuerzo transversal. Sección 4.3
$\rho_h$ : Cuantía de refuerzo longitudinal. Sección 4.3	$b$ : Ancho de la sección transversal evaluada. Sección 2.3
$\rho_v$ : Cuantía de refuerzo transversal. Sección 4.3	$b_w$ : Ancho de la sección transversal evaluada. Sección 2.3
$\sigma_n$ : Esfuerzo de compresión debido al postensado. Sección 4.3	$d$ : Profundidad efectiva de corte. Sección 2.3, 2.5, 4.3
$\tan(\alpha)$ : Relación del vano de cortante inversa. Sección 4.3	$f$ : Esfuerzo normal en elemento infinitesimal. Sección 2.3
$v$ : Esfuerzo cortante. Sección 2.3	$f_{yh}$ : Fluencia del acero de refuerzo longitu-

dinal. Sección 4.3

$f_{yv}$ : Fluencia del acero de refuerzo transversal. Sección 4.3

$f_1$ : Esfuerzo principal de tensión. Sección 2.3

$f_2$ : Esfuerzo principal de compresión. Sección 2.3

$f'_m$ : Resistencia a la compresión de la mampostería. Sección 4.3

$h$ : Altura de la sección transversal. Sección 4.3

$I$ : Inercia principal de la sección evaluada. Sección 2.3

$jd$ : Brazo de palanca entre la compresión y la Tensión en la sección evaluada. Sección 2.3

$L$ : Longitud libre de la viga (entre apoyos). Sección 3.3, 3.3

$L$ : En la sección 4.3 se refiere a longitud horizontal de un muro, altura en una viga.

$N^*$ ,  $P^*$ : Carga axial de compresión de diseño. Sección 4.3

$N_u$ : Carga axial de compresión de diseño. Sección 4.3

$P^*$ : Carga axial de compresión de diseño. Sección 4.3

$P_d$ : Carga axial de compresión de diseño. Sección 4.3

$P_o$ : Carga axial de compresión de diseño. Sección 5.5

$S$ : Separación del refuerzo a cortante. Sección 4.3

$S_h$ : Separación del refuerzo a cortante. Sección 4.3

$t$ : Espesor del elemento. Sección 4.3

$V$ : Fuerza cortante (demanda). Sección 2.3

$v_{bm}$ : Resistencia básica a cortante dependiente del tipo de mampostería. Sección 4.3

$V_{exp}$ : Máxima cortante experimental soprotada. Sección 3.3, 4.3

$V_c$ : Resistencia al cortante aportada por la cabeza de compresión no fisurada. Sección 4.2

$V_l$ : Resistencia al cortante aportada por el refuerzo longitudinal. Sección 4.2

$V_m$ : Resistencia al cortante aportada por la mampostería. Sección 4.3

$V_n$ : Capacidad nominal a cortante de la mampostería. Sección 4.3

$V_p$ : Resistencia al cortante aportada por el postensado. Sección 4.3

$V_s$ : Resistencia al cortante aportada por el refuerzo transversal. Sección 4.2

$V_w$ : Resistencia al cortante aportada por la fricción en grietas. Sección 4.2

# RESUMEN

La mampostería ha sido un pilar fundamental durante la historia de la humanidad, debido a que ha estado presente en el desarrollo de la mayor parte de la infraestructura social del ser humano, desde su uso primitivo en caminos, acueductos, viviendas, catedrales y puentes. La humanidad ha podido aprovechar desde tiempos remotos los beneficios de la mampostería, sin embargo, el desarrollo de nuevas tecnologías y materiales innovadores ha dejado relegada a la mampostería cómo un material de uso secundario en la construcción, debido a que las exigencias de las estructuras modernas tienen grandes demandas no sólo bajo cargas gravitacionales permanentes de compresión, sino también, bajo cargas que generan esfuerzos de flexión considerables. Estos esfuerzos de flexión generan esfuerzos de tensión en la mampostería que sobrepasan sus valores admisibles, ya que es un material con baja resistencia a la tensión. Con el paso de los años, nuevas investigaciones se han centrado en estudiar algunas modificaciones estructurales para este sistema estructural de bajo costo, con el objetivo de modificar sus propiedades mecánicas para volverlo competente ante otros sistemas estructurales como el concreto reforzado. Por lo tanto, se ha evaluado la implementación de técnicas novedosas que han mejorado el desempeño estructural del concreto y se han llevado a la mampostería para ser evaluados en esta, es así cómo llega el postensado como una forma de disminuir los esfuerzos de tensión en la mampostería, y de esta forma se pueda mejorar la capacidad a la que puede llegar bajo otro tipo de esfuerzos a los cuales no se había sometido anteriormente.

El presente documento compila la evaluación teórico-experimental de la resistencia al cortante de vigas de mampostería con postensado excéntrico no adherido, sistema constructivo que tiene grandes bondades en el mercado de infraestructura y edificación, debido a su facilidad y velocidad en cuanto al proceso constructivo y disminución de los tiempos muertos por fraguado y resistencia. La evaluación de la resistencia a cortante de la mampostería se obtuvo por medio de la recopilación de resultados de ensayos experimentales a escala real realizados a un sistema de vigas desarrollado por investigadores de la Universidad de Medellín, Colombia, con bloques de concreto simple sin relleno de grouting, dispuestas de bloques desviadores que mejoran el comportamiento a flexión de elementos de mampostería con postensado no adherido. En la recopilación bibliográfica para la determinación analítica de la resistencia a cortante de sistemas de mampostería postensada no adherida, se encontró una gran cantidad de formulaciones que se han desarrollado con el paso del tiempo, pero que son poco precisas, para ello se propone la implementación de una formulación basada en los datos estadísticos de la base experimental recopilada. Así, se pretende también incentivar la continua investigación en el tema para llegar a un conocimiento adecuado de las propiedades

mecánicas de la resistencia al cortante de la mampostería postensada sin relleno de grouting, que garantice los factores de seguridad adecuados para la normatividad en el diseño estructural de esta nueva propuesta constructiva en sus diversas formas de aplicación bajo esfuerzos de flexión.

En este documento se contrasta la precisión de las distintas formulaciones de cortante en vigas de mampostería con postensado excéntrico no adherido, mostrando así la necesidad de ajustar una formulación que permita obtener resultados seguros en este sistema estructural por medio de una propuesta basada en un análisis de regresión lineal multivariable.

# ABSTRACT

Masonry has been a fundamental pillar throughout the history of humanity, as it has been present in the development of most of human social infrastructure, from its primitive use in roads, aqueducts, housing, cathedrals, and bridges. Humanity has been able to benefit from masonry since ancient times. However, the development of new technologies and innovative materials has relegated masonry to a secondary material in construction, as modern structures have great demands not only under permanent gravitational compression loads, but also under loads that generate considerable bending stresses. These bending stresses generate tensile stresses in masonry that exceed its allowable values, as it is a material with low tensile strength. Over the years, new research has focused on studying some structural modifications for this low-cost structural system, with the aim of modifying its mechanical properties to make it competitive with other structural systems such as reinforced concrete. Therefore, the implementation of novel techniques that have improved the structural performance of concrete has been evaluated and carried over to masonry for evaluation. This is how post-tensioning arrives as a way to reduce tensile stresses in masonry, and thus improve its capacity to withstand other types of stresses to which it had not been previously subjected.

This document compiles the theoretical-experimental evaluation of the shear strength of post-tensioned eccentrically non-adhered masonry beams, a construction system that has great advantages in the infrastructure and building market due to its ease and speed in the construction process, and reduction of downtime due to setting and strength. The evaluation of the shear strength of masonry was obtained through the collection of results from full-scale experimental tests carried out on a beam system developed by researchers at the University of Medellin, Colombia, with simple concrete blocks without grouting, arranged with diverter blocks that improve the bending behavior of post-tensioned masonry elements without adhesion. In the bibliographic compilation for the analytical determination of the shear strength of non-adhered post-tensioned masonry systems, a large number of formulations that have been developed over time were found, but they are imprecise. Therefore, the implementation of a formulation based on statistical data from the collected experimental database is proposed. Thus, it is also intended to encourage continued research on the topic to achieve adequate knowledge of the mechanical properties of the shear strength of post-tensioned masonry without grouting, which guarantees the appropriate safety factors for the structural design regulations of this new construction proposal in its various forms of application under bending stresses.

This document contrasts the precision of the different shear formulations in eccentrically

non-adhered post-tensioned masonry beams, thus showing the need to adjust a formulation that allows obtaining safe results in this structural system through a proposal based on a multivariable linear regression analysis.

# Capítulo 1

## INTRODUCCIÓN

### 1.1. Generalidades

La mampostería se define como un apilamiento de bloques, rocas, ladrillos o unidades de material que puede ser colocado de manera manual uno sobre otro, tal como se muestra en la Figura 1.1. Esta puede contener algún tipo de pegante entre las unidades de mampuesto o actuar bajo fricción seca, es decir, sin ninguna clase de pegante entre las unidades. Este tipo de material constructivo tiene grandes bondades, ya que además de ser un material resistente, se puede usar para divisiones y cerramientos aprovechando propiedades como lo son el aislamiento acústico y térmico, su alta resistencia al fuego y su gran durabilidad (Crisafulli et al., 2016).

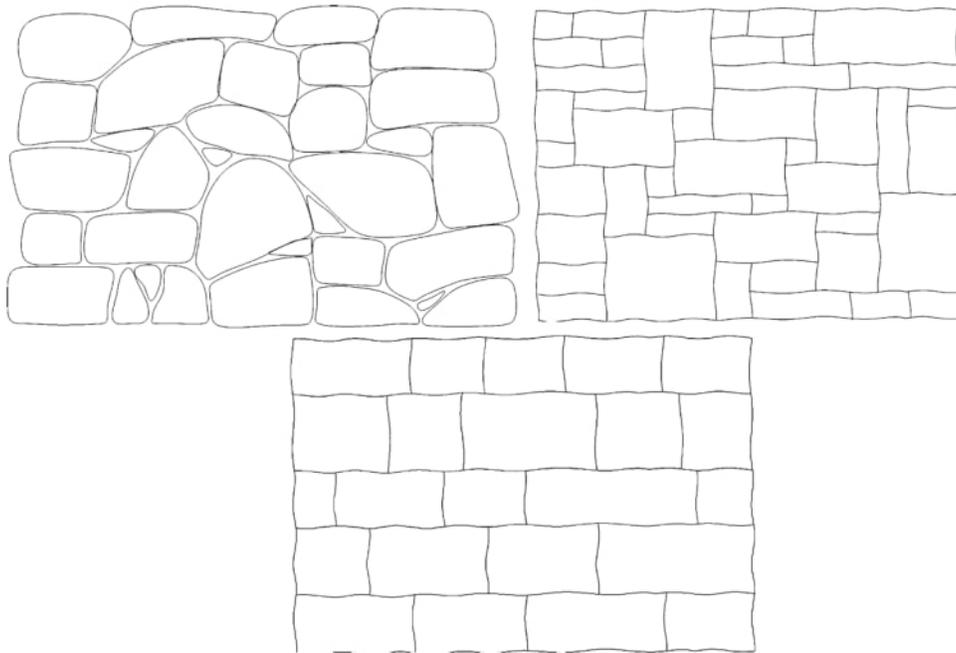


Figura 1.1: Tipos de mampostería común desde la antigüedad. Fuente Lourenço (2014)

La mampostería es una de las principales formas de construcción que se ha visto durante la historia de la humanidad (Figura 1.2). Desde el apilamiento de rocas para la construcción de un lugar seguro y confortable para ser habitado por el hombre, hasta la construcción de grandes edificaciones, monumentos, torres e incluso puentes.

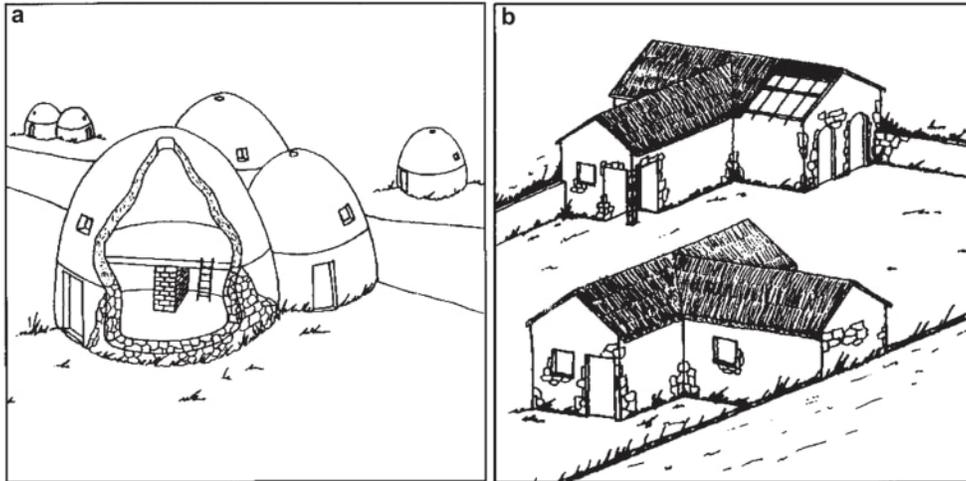


Figura 1.2: Arquitectura de viviendas en mampostería en la antigüedad. Fuente Lourenço (2014)

## 1.2. Objetivos

### 1.2.1. General

Determinar una expresión analítica que prediga la resistencia nominal a cortante de vigas de mampostería con postensado excéntrico no adherido.

### 1.2.2. Específicos

- Evaluar la resistencia a cortante de vigas de mampostería con postensado excéntrico en las distintas normativas e investigaciones recientes propuestas en el estado del arte de vigas previamente falladas a cortante.
- Comparar los resultados de la resistencia a cortante de las normativas e investigaciones del estado del arte tanto para mampostería como para concreto simple y reforzado con datos experimentales de vigas de mampostería con postensado excéntrico.
- Proponer un modelo analítico ajustado para la resistencia a cortante de vigas de mampostería con postensado excéntrico no adherido, a partir de técnicas estadísticas con los resultados de los ensayos recopilados.

## 1.3. Metodología

Para dar cumplimiento a los objetivos planteados y conseguir resultados concluyentes, se propone una investigación que contemple datos experimentales, comparación de metodologías existentes y la modificación de bases teóricas para el desarrollo de una formulación desde el enfoque estadístico.

### 1.3.1. Primera fase

Se plantean tres actividades enfocadas en la recopilación de información, exploración de normativas y su aplicación específicamente en vigas de mampostería postensada.

- Recopilación de información de ensayos previos: Durante esta actividad se partirá de la base de datos de todas las vigas de mampostería con postensado excéntrico no adherido bajo el sistema propuesto por García et al. (2019), debido a que en el desarrollo de este artículo se realizaron ensayos experimentales, donde en varios casos se obtuvo modos de falla de cortante.
- Revisión del estado del arte y normativas de la resistencia a cortante de la mampostería: Investigando diferentes propuestas analíticas existentes en el estado del arte con el fin de seleccionar aquellas que tengan un comportamiento adecuado con base en los resultados de la actividad anterior. Adicionalmente, se incluirá la selección de diferentes normativas del mundo.
- Evaluación de ensayos previos en propuestas existentes: Validando la dispersión entre las formulaciones existentes para la predicción de la resistencia al cortante en el sistema propuesto por García et al. (2019). Para esto, se realizará la evaluación de cada formulación bajo las características de la base de datos que se obtenga.

### 1.3.2. Segunda Fase

Comprendida por tres actividades operativas, estas incluyen la comparación y el análisis estadístico determinista para la selección de las formulaciones más precisas entre el estado del arte y las normativas existentes.

- Comparación entre resultados experimentales y las normativas actuales: Haciendo uso de herramientas estadísticas y análisis de datos, para abrir una discusión en cuanto a las variables usadas en cada formulación y la significancia de cada una de estas en los resultados experimentales.
- Precisión de formulaciones: Apoyándose de los resultados que brinde el análisis estadístico comparativo, se resaltarán las formulaciones que indiquen la mayor precisión en el sistema propuesto por García et al. (2019).

- Análisis de fundamentos teóricos de las formulaciones más precisas: Observando el comportamiento teórico de los factores de las formulaciones más precisas, se harán las respectivas modificaciones enfocadas en vigas de mampostería con postensado excéntrico no adherido.

### 1.3.3. Tercera Fase

Se hará uso de actividades analíticas y operativas para obtener resultados que puedan ser medibles y usados en futuras investigaciones. Generando así, un aporte al conocimiento con una aplicabilidad establecida por el resultado que se obtenga.

- Establecer una propuesta analítica: Haciendo uso de modelos estadísticos, se buscará una regresión que permita obtener una formulación para predecir la resistencia al cortante. Esto, con base en los datos experimentales evaluados.
- Recomendaciones para futuras investigaciones: Con los resultados obtenidos de las propuestas que se plantean en este documento, se abrirá una discusión acerca de conclusiones y recomendaciones para el diseño de vigas de mampostería con postensado excéntrico no adherido, y la precisión de diferentes formulaciones a nivel mundial.

## 1.4. Alcance

Estudio de los resultados experimentales de la base de datos presentada en la sección 3, con el fin de determinar, por medio de análisis estadísticos, una formulación efectiva para la determinación de la resistencia al cortante de vigas de mampostería con postensado excéntrico no adherido. Es preciso decir, que en este documento sólo se evalúa la fuerza cortante para este tipo de elementos, y no se aborda otro tipo de estados límite como la flexión. Por lo tanto, toda referencia a otro tipo de estado límite, hace parte del contexto teórico del presente documento.

# Capítulo 2

## ESTADO DEL ARTE

### 2.1. Introducción

De acuerdo con Hassanli (2019), la mampostería es probablemente la técnica de construcción antigua más usada a nivel mundial. Esto se debe a que además de ser una materia prima con alta disponibilidad en el mundo, es muy económica y fácil de usar. Uno de los factores que contribuyen a la longevidad de la mampostería como técnica de construcción es su durabilidad y resistencia. Los materiales utilizados en esta son naturalmente resistentes al fuego, al agua y a los agentes atmosféricos externos, lo que los hace ideales para construir estructuras que deban durar mucho tiempo. Además, la mampostería es una técnica de construcción que no requiere ningún tipo de mantenimiento especial, lo que la hace ideal para construcciones en áreas remotas o de difícil acceso. En la antigüedad, los romanos hacían uso de esta técnica de construcción como sistema estructural y construyeron ingeniosas edificaciones por medio de diferentes técnicas de redistribución de cargas para mejorar el comportamiento de este material, es así como la mayoría de estas construcciones usan, por ejemplo, arcos y catenarias (Todisco et al., 2018). En la Figura 2.1, se muestra una construcción romana que perdura incluso hasta nuestros días, este es el acueducto de Segovia, España, el cual usa la técnica de redistribución de esfuerzos por medio de arcos. Es así como la curiosidad de la humanidad ha logrado usar los materiales a su disposición por medio del ingenio y la necesidad de crear construcciones más imponentes mediante el uso de la mampostería.

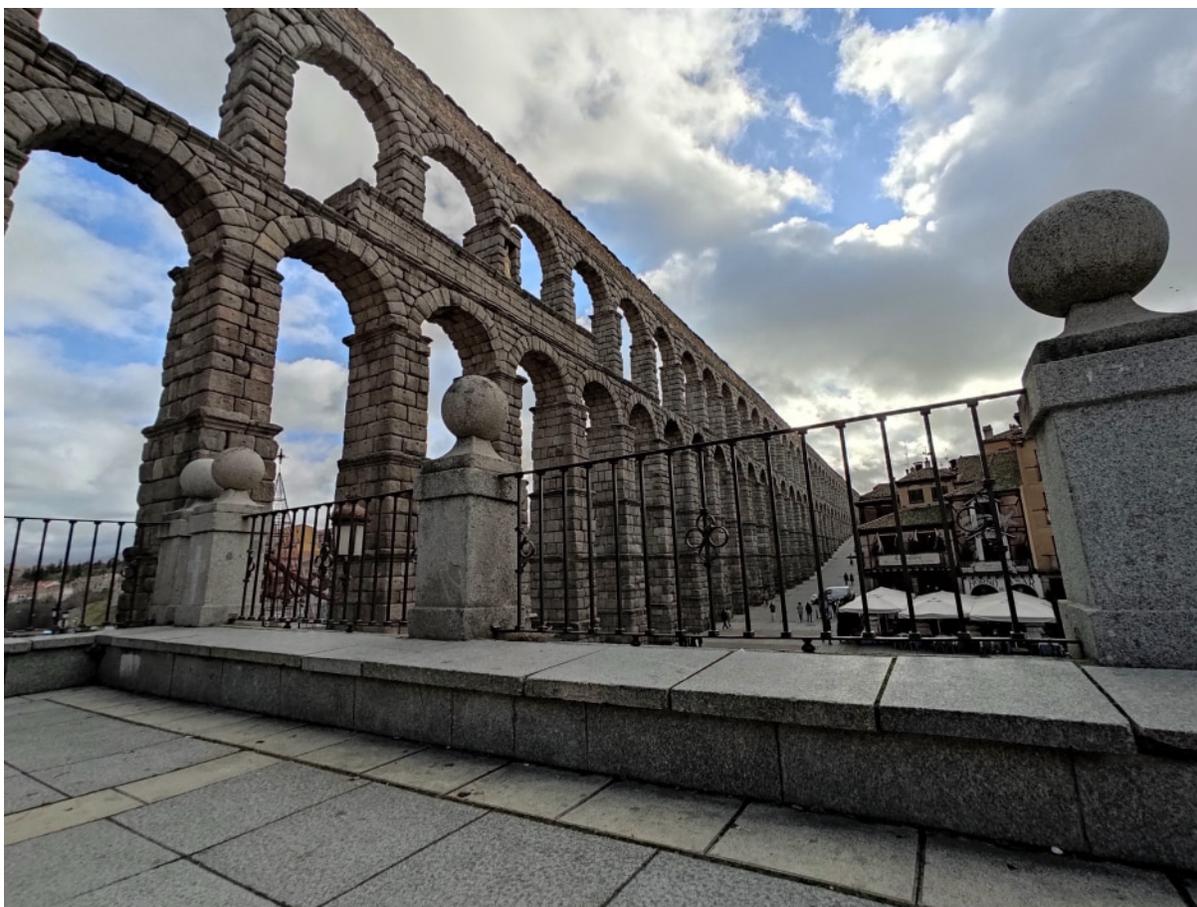


Figura 2.1: Antiguo Acueducto Romano, Segovia, España.

Debido a la complejidad para establecer mediante modelos analíticos simplificados el desempeño estructural de la mampostería, a principios del siglo XX empezó a ceder demanda con respecto a otros sistemas estructurales como el concreto reforzado y el acero estructural. Sin embargo, las nuevas investigaciones acerca de las diferentes técnicas de mejoramiento estructural de este material han permitido que se puedan potenciar todas sus ventajas constructivas y volverlo así, una alternativa viable como sistema constructivo y estructural para las edificaciones modernas (Hassanli, 2019).

## 2.2. El postensado en la mampostería

En las construcciones modernas, no es común el uso de la mampostería como sistema de resistencia principal de cargas, sino como una técnica constructiva relegada al uso de tareas secundarias, por ejemplo, en cerramientos y elementos no estructurales. Sin embargo, el uso del postensado en la mampostería ha mejorado el desempeño de este material para ser usado como sistema de resistencia principal, y ha sido investigado para comprender su comportamiento y las cualidades de esta unión (Todisco et al., 2018). Solo fue a mediados del siglo XX que se comenzó a evaluar por medio de ensayos empíricos la resistencia de la mampostería, siendo Suiza el primer país que introdujo el primer código de diseño de mampostería en el

año 1943. Sin embargo, a pesar del buen comportamiento a compresión de la mampostería, esta no presenta una buena respuesta ante esfuerzos de tensión, lo que generaba una gran desventaja en este sistema constructivo. Esta es la razón por la cual, en la década de 1960, se desarrollaron las primeras investigaciones que adicionaron el postensado en la mampostería, ya que este ofrece la posibilidad de introducir esfuerzos de compresión, simulando una carga axial para mejorar el comportamiento estructural y la durabilidad de la mampostería. Además, el uso del postensado ayuda a evitar la presencia de modos de falla frágiles debidos a la tracción en muros, vigas, losas o columnas (Ganz, 1990).

Se ha demostrado que efectivamente el postensado mejora la resistencia no solo al cortante, sino también a la tensión debida a la flexión de la mampostería, permitiendo que exista la aparición de grietas diagonales y no fallas a cortante directa como se ha observado en elementos estructurales con bajos niveles de pretensión (Shafii, 1997). De acuerdo con Todisco et al. (2018), el postensado en la mampostería ha llevado a que se desarrollen incluso nuevos conceptos a nivel arquitectónico, donde se observa entre los beneficios la posibilidad que se permita una mayor esbeltez en las estructuras por medio de la reducción de los momentos flectores, lo cual ha permitido que se desarrollen edificaciones como la Iglesia Padre Pio construida en Italia por medio de este sistema estructural para dar forma a los arcos de la cubierta (Figura 2.2).



Figura 2.2: Iglesia Padre Pio San Giovanni Rotondo, Italy (Todisco et al., 2018).

Históricamente, la mampostería ha sido el material de construcción más antiguo y más usado por el hombre a través de la historia de las diferentes civilizaciones en el mundo, sin embargo, cómo no tiene un buen desempeño a flexión debido a que este tipo de esfuerzo produce esfuerzos a tensión sobre algunas partes de la sección transversal de los elementos de mampostería, y estos esfuerzos no son resistidos adecuadamente por este material, puede existir la probabilidad de que se produzca una falla frágil. Para mejorar esta limitante que presenta la mampostería, se ha incursionado en el uso del postensado en esta tipología estructural desde la segunda mitad del siglo XX.

Usualmente la mampostería se ha usado en construcciones que requieren el soporte de cargas verticales o permanentes (Todisco et al., 2018), esto con el fin de que trabajen siempre con

esfuerzos de compresión, y se evite al máximo la aparición de esfuerzos de tensión generados por la flexión. Por lo tanto, se han realizado varios aportes importantes en investigación sobre la mampostería postensada, los cuales llevan alrededor de 70 años gestándose. A continuación, se indican algunos de los aportes más importantes en cuanto a distintas tipologías estructurales de mampostería postensada, y su desempeño estructural bajo las diferentes sollicitaciones de trabajo, entre las cuales se encuentran las siguientes:

- Columnas: elementos verticales que principalmente trabajan a compresión, sin embargo, también reciben esfuerzos de flexión debido a la transferencia de cargas de otros elementos que soportan, por lo tanto, su funcionamiento principal se considera en una interacción de flexo-compresión y cortante.
- Vigas: elementos usualmente horizontales, trabajan principalmente con esfuerzos de flexión debido a las cargas que soportan, que también le inducen adicionalmente esfuerzos de cortante.
- Muros de corte: elementos sometidos usualmente a cargas verticales y a cargas laterales que trabajan dentro del mismo plano del muro, donde según su longitud, el esfuerzo principal suele ser el cortante, aunque también se produce una flexión. Estos muros también pueden tener cargas fuera del plano, como sucede en muros de contención, donde la flexión se asemeja más a una viga en voladizo.
- Losas: elementos que se someten principalmente a esfuerzos de flexión fuera del plano, una tipología compleja de implementar por medio de la mampostería como material principal.

### 2.2.1. Columnas

De acuerdo con Shaw et al. (1988), el postensado es una técnica efectiva y confiable para construir muros altos y delgados, lo que podría llegar a convertirse en columnas alargadas, ya que este mejora significativamente la resistencia y la rigidez de los muros de mampostería convencionales reduciendo así las deformaciones laterales. Allí también se indica una buena correlación entre los resultados experimentales y los cálculos teóricos.

Phipps et al. (1994) determinaron en diferentes ensayos de laboratorio realizados a escala real, que el refuerzo de las columnas de mampostería es esencial para garantizar un comportamiento estructural adecuado y la seguridad de la estructura en general, sobre todo si se utiliza para este refuerzo el postensado, ya que se ha demostrado que este mejora la capacidad de deformación y la ductilidad de las columnas de mampostería, la carga máxima soportada por las columnas, y además se puede reducir significativamente las tensiones en la mampostería y en los refuerzos de acero, llevando al aumento en la vida útil de la estructura por la mejora en cuanto a durabilidad y sobrerresistencia (Phipps and Al-Safi, 2004).

Otro buen ejemplo de la aplicación del postensado en columnas de mampostería se encuentra en la torre del reloj de la oficina general de correos de Sydney, donde se usó la patente de VSL para la repotenciación de la torre (Figura 2.3).

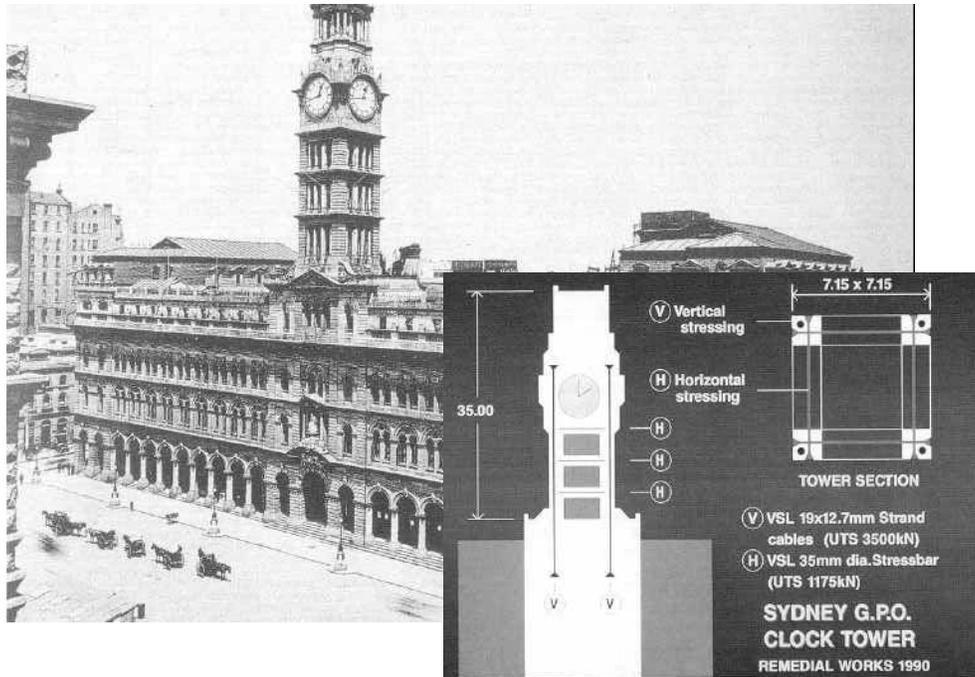


Figura 2.3: Torre del reloj de la oficina general de correos en Sydney. Fuente: (Ganz, 1990)

### 2.2.2. Vigas

Los elementos tipo viga son fundamentales para establecer el comportamiento a flexión y a cortante de la mampostería postensada, por lo tanto, a continuación, se indica una serie de investigaciones relacionadas con este tipo de elementos y sus respectivos aportes:

Roumani et al. (1985), a partir de una serie de ensayos experimentales determinó cinco mecanismos de falla en vigas de mampostería con postensado no adherido (Figura 2.4), a partir de estos mecanismos se pudo determinar la relación entre distintos tipos de factores con la resistencia al cortante en estos elementos. En dicha investigación se evaluó la influencia de la relación del vano de cortante  $\left(\frac{a}{d}\right)$ , la profundidad efectiva, la geometría de la sección transversal, la cantidad de precompresión tanto concéntrica como excéntrica. Los resultados indican que la resistencia al cortante se puede relacionar con un valor límite del esfuerzo principal de tracción, el cual aumenta a medida que disminuye la relación del vano de cortante. También indican que la reducción de la luz de la viga, el aumento de la profundidad efectiva de esta o el aumento del pretensado son factores que incrementan la resistencia al cortante.

Baqi (2009) también realizó ensayos experimentales para elementos de piso en mampostería postensada con núcleo de concreto como material adhesivo (Figura 2.5), entre estos encontró que el efecto del tamaño y la forma de las vigas tienen más relevancia en la resistencia última a compresión de la mampostería que el patrón de adherencia de los bloques de mampostería. El objeto principal es un prisma de control sobre el cual se puede optimizar el diseño y mejorar la eficiencia estructural.

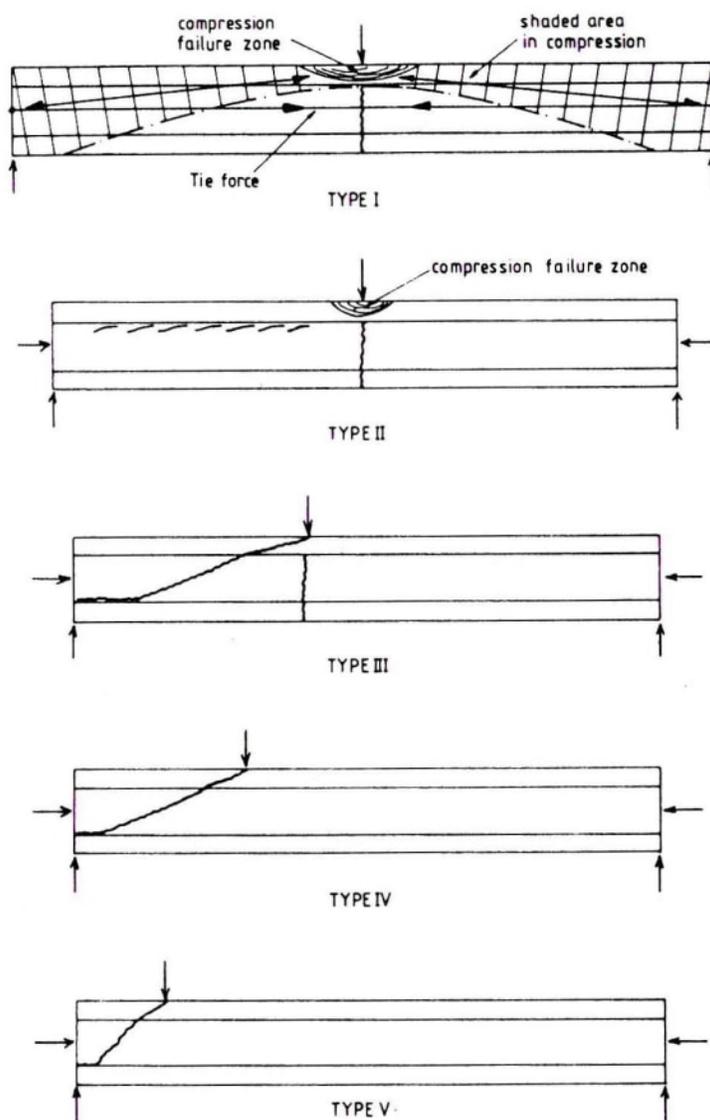


Figura 2.4: Tipos de falla en mampostería postensada: Tipo I indica falla a flexión, Tipo II, III, IV y V indican falla a cortante. Fuente (Roumani et al., 1985)

Pasquantonio et al. (2016) evaluaron la incidencia de la relación del vano de cortante y del refuerzo longitudinal en la resistencia al cortante por medio de la revisión de los resultados en ensayos de autores previos con cuatro formulaciones de distintas normativas. Allí encontraron que existe una diferencia muy amplia en la concepción de la relación de vano de cortante entre la normativa americana y la brasileña, donde la primera lo tiene en cuenta únicamente para valores iguales o inferiores a la unidad, y la segunda lo considera para valores de hasta seis (6). A pesar de no usar postensado, hacen evidente un claro problema de concepción de la relación de vano de cortante que vuelve inseguros los diseños.

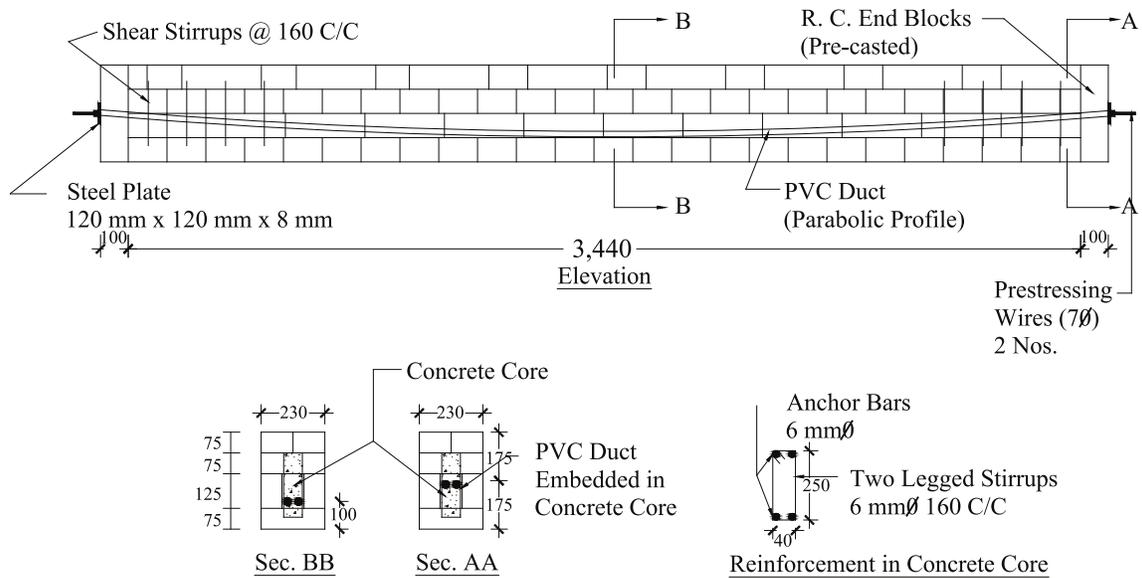


Figura 2.5: Vigas falladas por Baqi (2009)

García (2016) desarrolló una expresión analítica basada en la teoría fundamental de la mecánica de sólidos que cumple con la compatibilidad de deformaciones para vigas de mampostería con postensado no adherido, bajo cargas de flexión. También determinó que el uso de bloques desviadores en puntos estratégicos sirven como una guía para el postensado y ayuda así a mejorar la capacidad a flexión. Concluyó que las formulaciones para la capacidad última a flexión correspondientes a los códigos TMS-2013 y CSA-2014 son los que brindan una mejor correlación en la mampostería con postensado no adherido.

Bonett et al. (2017), encontraron mediante ensayos experimentales que las vigas de mampostería postensada sin bloques desviadores presentaban un comportamiento a flexión elástico seguido de un mecanismo de falla frágil. También indican que a pesar de que las normativas como la americana (MSJC) no incluyan requisitos particulares para estos elementos, el uso de los bloques desviadores permite aproximar la capacidad máxima a tensión como si las vigas fueran de sección sólida.



Figura 2.6: Aplicaciones de distintas investigaciones de mampostería postensada en Colombia. Fuente: García (2016)

García et al. (2017), muestra como la formulación propuesta por García (2016) fue contrastada con ensayos experimentales, y efectivamente presenta un precisión muy cercana a los ensayos experimentales en cuanto a modos de falla a flexión, haciendo uso de una rótula plástica en el centro de la viga. Se hace importante esta aclaración ya que en mecanismos de falla distintos a este, esta teoría podría verse afectada.

Desde el punto de vista de la arquitectura, Todisco et al. (2018) evocan un llamado al uso de la mampostería postensada por los beneficios que esta presenta y la versatilidad que se puede manejar, mostrando la eficiencia de esta aún en elementos curvos y en relación a los bajos costos de ejecución.

Por medio de la serie de investigaciones llevadas a cabo por García et al. (2019) (Figura 2.6), se encontró que el factor más importante que afecta la resistencia última a flexión de vigas de mampostería con postensado no adherido es la resistencia a la compresión de la unidad de mampostería. También se evaluó la validez de cinco distintos códigos al momento de predecir la capacidad a flexión de este tipo de vigas mostrando que las normativas TMS-402/602-16 y CSA-2014 presentan las expresiones que más se acercan a los resultados experimentales, sin embargo, también indica que se requiere una mejor evaluación con más resultados experimentales para mejorar la precisión de estas formulaciones.

### 2.2.3. Muros con carga en el plano

Este tipo de elementos son usados para calcular principalmente la resistencia a cortante de la mampostería, además de determinar distintos modos de falla en el plano. A continuación,

se presentan algunos aportes en investigación relevantes a la aplicación de muros de mampostería postensada con carga en su plano.

Cerioni and Donida (1994), proponen un modelo de elementos finitos por capas, que incluye el postensado en la mampostería, y que es capaz de predecir de manera precisa el comportamiento no lineal de los muros de mampostería postensada por medio de la modificación del método de Newton-Raphson para poder asegurar la convergencia de resultados en el modelo, abriendo así la posibilidad a ser usado como una herramienta de eficaz para el diseño de este tipo de elementos.

Yamaguchi et al. (2007) desarrollaron un sistema estructural de mampostería basados en el aumento de la fricción entre bloques por medio del postensado no adherido (Figura 2.7). Este sistema estructural muestra una alta capacidad de absorción de energía, mostrando que las curvas de histéresis son similares a las de un pórtico de acero.

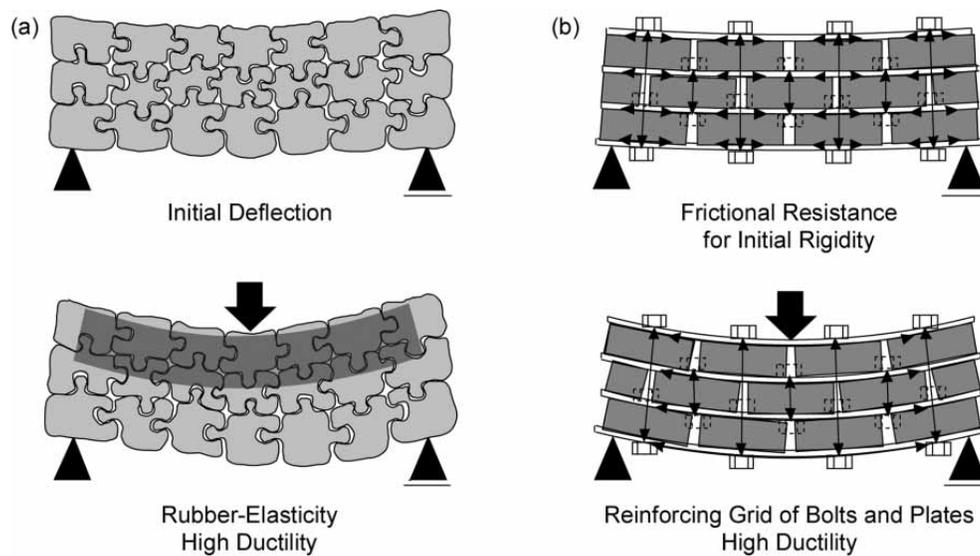


Figura 2.7: Analogía de la micro-estructura propuesta por Yamaguchi et al. (2007)

El comportamiento de muros de mampostería con postensado no adherido bajo cargas sísmicas fue evaluado por ElGawady et al. (2014), por medio de un modelo de elementos finitos (Figura 2.8) encontraron que despreciar el alargamiento del acero postensado es conservador y debería ser tenido en cuenta para obtener datos más cercanos a la realidad en cuanto al desempeño por flexión en el plano para separaciones entre tendones menores a 2 m, sin embargo, para separaciones entre tendones superiores a 2 m se puede despreciar el alargamiento del postensado. Encontraron también que el hecho de incrementar el espaciamiento entre el postensado hace decrecer la ductilidad por desplazamientos de los muros.

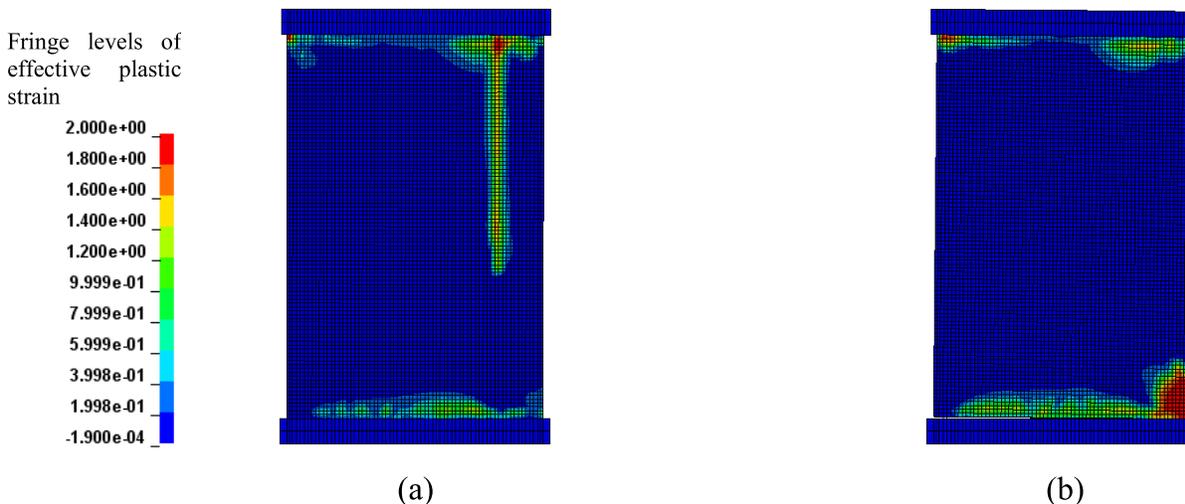


Figura 2.8: Patrón de daño de muros de mampostería postensada no adherida por medio de elementos finitos. Fuente: ElGawady et al. (2014)

Kalliontzis and Schultz (2017) desarrollaron un modelo que validaron por medio de modelos de elementos finitos para determinar el comportamiento histerético de muros de mampostería reforzada mejorados con postensado no adherido. En este modelo se basaron en tres mecanismos de falla diferentes: balanceo, flexión y cortante.

Hassanli (2019) publica un libro donde resume y describe el comportamiento estructural de los muros de mampostería con postensado no adherido.

Recientemente, Calderón et al. (2022) presentan una nueva ecuación para el cálculo del cortante de diseño en muros de mampostería reforzada parcialmente (PG-RM) con refuerzo en juntas de bed-joint (BJR). La ecuación se basa en un análisis estadístico de datos experimentales de muros PG-RM con diferentes tipos de unidades y refuerzo. También presentan funciones de fragilidad actualizadas para PG-RM shear walls. Esta es una importante contribución en el comportamiento de los muros PG-RM bajo cargas de cortante.

Por otro lado, Medeiros et al. (2022) indicaron que es necesario actualizar las expresiones de TMS 402/602 (2016) y CSA S304 (2014) ya que sus ecuaciones hicieron las predicciones más inexactas de las que se evaluaron durante dicho estudio. También indican que es peligroso calcular la capacidad de carga de corte de un muro ignorando las aberturas, por lo tanto propusieron una formulación más precisa que las otras ecuaciones de corte para muros, como la suma de las capacidades de cada componente.

#### 2.2.4. Muros con carga fuera del plano y losas

El comportamiento fuera del plano de un muro de mampostería postensada puede evaluarse principalmente con la flexión, en una o dos direcciones, así como la resistencia al cortante. En este tipo de comportamientos se encuentran principalmente las losas y los muros no estructurales, ya que son los elementos que presentan mayoritariamente estos fenómenos.

En el modelo de elementos finitos determinado por Cerioni and Donida (1994) explicaron el comportamiento fuera del plano de muros de mampostería postensada, donde se encontró que la aplicación del postensado es efectiva para controlar la deformación fuera del plano en la dirección transversal, pero su efectividad es limitada en la dirección longitudinal.

Shafii (1997) estudió los modos de falla a cortante en muros de contención con mampostería postensada en forma de T, encontrando que el aumento de la tensión en el postensado mejora la capacidad a flexión y a cortante de los muros, esto hace que comiencen a aparecer grietas diagonales en el alma del muro a medida que se mejora el comportamiento a flexión.

García (2016) desarrolló una serie de pruebas en muros de mampostería con postensado ex-céntrico no adherido como sistema alternativo para muros de contención. Como resultado de esta investigación determinó que es posible que, con una pequeña excentricidad, los muros tengan un comportamiento auto-centrante, y previo a la descompresión de la estructura del muro se observa un comportamiento aproximadamente lineal.

Bonett et al. (2017) establecieron en una serie de ensayos a escala real para diferentes tipologías estructurales de mampostería postensada, que para losas en dos direcciones la capacidad tanto en resistencia, como en desplazamiento es mucho mayor a los sistemas tradicionales de mampostería postensada cuando se usan bloques desviadores en lugares estratégicos.

En el estudio del comportamiento de muros de mampostería postensada con cargas fuera del plano que realizaron Sokairste et al. (2017) (Figura 2.9), indicaron que los muros cuyo postensado se encuentra adherido por medio de lechada presenta una resistencia considerablemente más alta que la de los que no están adheridos. En este estudio se establece que las cargas de fisuración y últimas fueron casi del doble, mientras que la absorción de energía fue casi cuatro veces mayor. Cabe aclarar que, en este estudio no se tuvo en cuenta ninguna clase de bloques desviadores. Además, se indica que los muros sin relleno de lechada tienden a fallar por cortante bajo cargas fuera del plano.

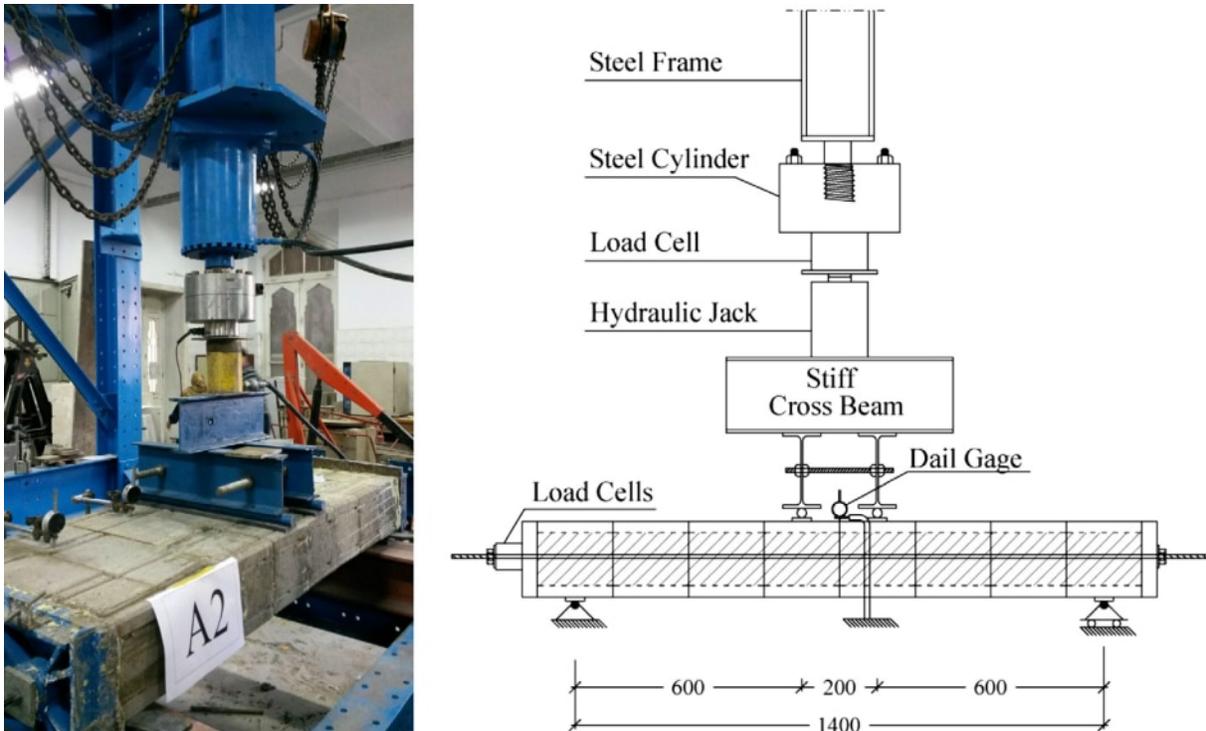


Figura 2.9: Configuración de los ensayos realizados por Sokairge et al. (2017)

García et al. (2021) describieron el comportamiento de muros de mampostería con postensado excéntrico no adherido bajo cargas cíclicas (Figura 2.10). En este estudio se concluye que la excentricidad del postensado permite que los muros fuera del plano actúen como un sistema auto-centrante, fenómeno que contribuye a la reducción de los desplazamientos residuales, así como ocurre también en muros similares de concreto postensado.



Figura 2.10: Configuración de los ensayos realizados por García et al. (2021)

## 2.3. Teoría fundamental del cortante

La resistencia a cortante de una viga se puede definir como el resultado de la acción de todas las fuerzas verticales internas que actúan en la sección transversal de una viga y que tienden a cortarla. Para comprender mejor el análisis del desempeño a cortante en una viga, se analiza en primera instancia la literatura existente sobre el comportamiento de esta fuerza interna en un medio continuo cómo lo es el concreto, y posteriormente se extrapola dicho comportamiento en la mampostería. De esta manera, se puede comparar cuales son las semejanzas y diferencias entre estos dos materiales y qué tipo de consideraciones particulares deben tenerse en cuenta al momento de analizar la fuerza cortante en la mampostería postensada.

### 2.3.1. Cortante en vigas de concreto

La deducción de la fuerza cortante en cualquier elemento estructural se encuentra por medio de un diagrama de fuerzas cortantes, de donde el perfil de esfuerzos cortantes ( $v$ ) de una sección transversal de un elemento se puede determinar por medio del primer ( $A_i y$ ) y del segundo momento de área  $I$  cómo se muestra en la ecuación (2.1). Este esfuerzo se puede combinar junto con los esfuerzos normales  $f$  para un elemento infinitesimal y poder hallar por medio de la transformación de esfuerzos del Círculo de Mohr los esfuerzos principales de tensión  $f_1$  y de compresión  $f_2$  en dicho elemento infinitesimal (Park et al., 1975), para de esta manera poder determinar las trayectorias de esfuerzos principales cómo se indica en la Figura 2.11. Sin embargo, estos principios aplican únicamente en elementos homogéneos e isotrópicos, que presentan una continuidad en su comportamiento, es decir, que no están agrietados.

$$v = \frac{VA_i\bar{y}}{bI} \quad (2.1)$$

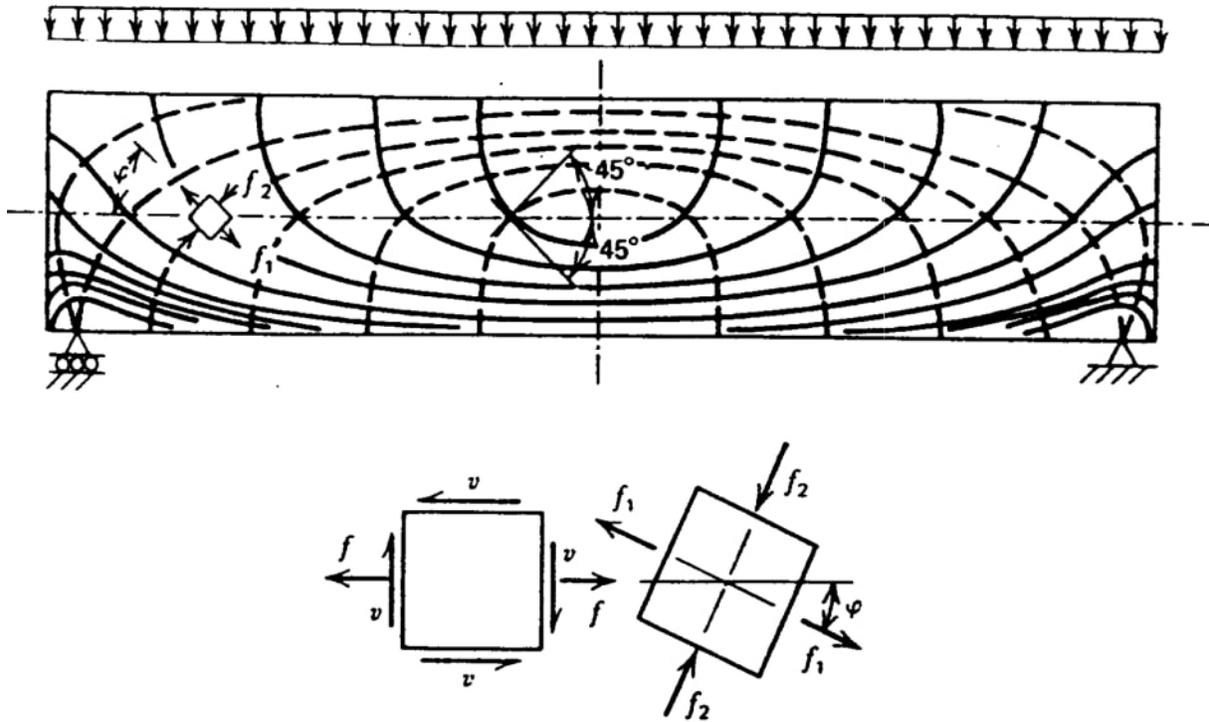


Figura 2.11: Trayectorias de los esfuerzos principales en una viga isotrópica homogénea (Park et al., 1975)

Por lo tanto, las grietas generadas a partir de esfuerzos cortantes se dan porque los esfuerzos principales de tensión superan la resistencia a tracción del concreto, posteriormente los esfuerzos residuales fruto de este agrietamiento superan la resistencia a la compresión de las fibras superiores de la viga, cambiando así el direccionamiento de las grietas diagonales en grietas verticales de compresión y fallando abruptamente. La resistencia al cortante que brinda una viga de concreto reforzado está dada principalmente por la acción de la viga en el claro de cortante, y por la acción de arco en el claro de cortante, donde en la acción de la viga se toma en consideración las grietas inducidas por la carga en la viga, generando una serie de bloques en voladizo (Figura 2.12) que resisten el cortante por medio del aporte de la cabeza de compresión no agrietada, de la fricción residual entre las caras de las grietas, de la dovela del refuerzo longitudinal y de la resistencia del refuerzo transversal, si llegase a existir (Marí et al., 2016; Park et al., 1975).

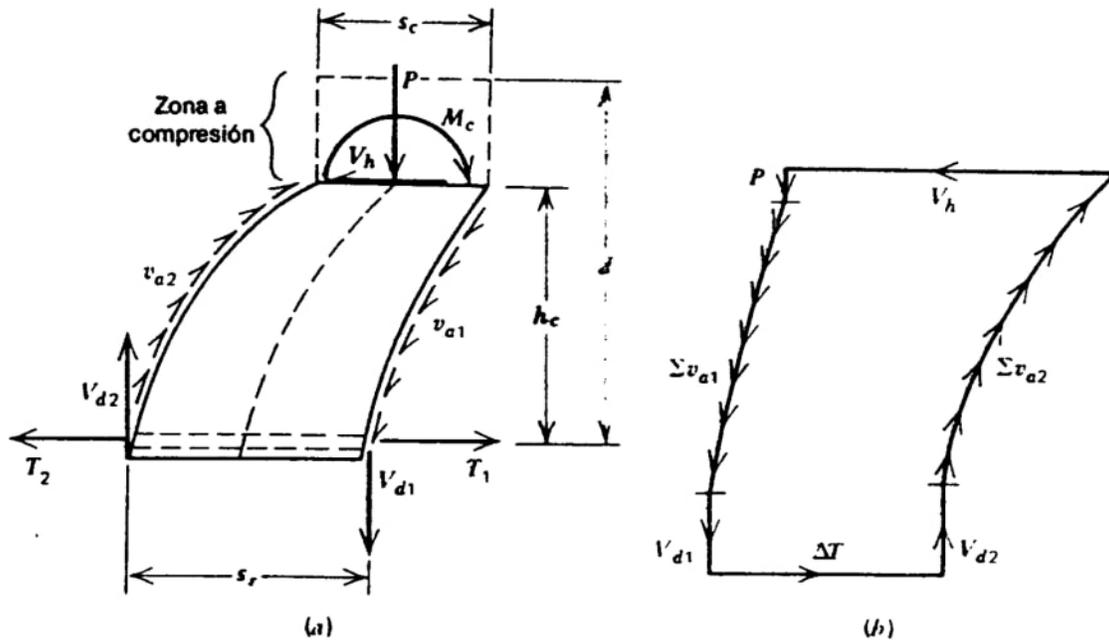


Figura 2.12: Acciones de un voladizo de concreto en el claro de cortante de una viga (Park et al., 1975)

De acuerdo con Park et al. (1975), para que exista el efecto de la acción de la viga, es necesario que exista una completa adherencia entre el refuerzo a flexión y el concreto. Por otro lado, el efecto de la acción de arco existe cuando no cambia la fuerza de tensión en un bloque diferencial, por lo tanto, para que exista equilibrio, lo que cambia es el brazo de palanca  $jd$  y en este caso, actúa una franja de compresión en la viga en forma de arco como se muestra en la Figura 2.13. Para que exista este efecto es necesario que exista deslizamiento del refuerzo longitudinal, es decir, la pérdida completa de adherencia entre estos, además, es importante indicar que en esta acción la línea de empuje y del eje neutro, se elevan bastante por encima de la posición predicha por la teoría estándar de flexión (Park et al., 1975).

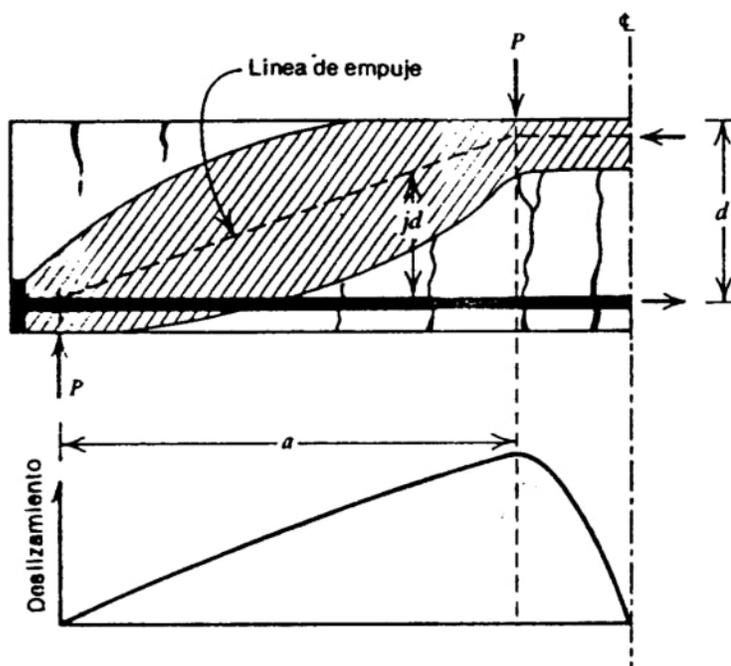


Figura 2.13: Deslizamiento asociado con la acción de arco en una viga idealizada (Park et al., 1975)

En una viga convencional de concreto reforzado donde no pueda desarrollarse toda la fuerza de adherencia, eventualmente los dos mecanismos ofrecen una resistencia combinada contra las fuerzas cortantes (Park et al., 1975). Sin embargo, de acuerdo con Park et al. (2013) diversos estudios han demostrado que en vigas de concreto esbeltas, después de la existencia de grietas por flexión, la zona de compresión intacta es la que evita el deslizamiento por cortante en las superficies agrietadas. Por lo tanto, en vigas sin refuerzo en el alma, si se hace una buena aproximación de la profundidad del brazo de palanca  $jd$  y de la extensión de las grietas, podría ajustarse de mejor manera la predicción de la resistencia contra las fuerzas cortantes.

### 2.3.2. Cortante en vigas de mampostería

La resistencia al cortante de la mampostería se lleva analizando desde la década de los 1980's usando el postensado como método para el mejoramiento del desempeño mecánico de las vigas ante esfuerzos a flexión (Bonett et al., 2017). De acuerdo con Roumani et al. (1985), los modos de falla de vigas de mampostería postensada cambian de acuerdo con la relación del vano de cortante  $\frac{a}{d}$ , donde  $a$  es la ubicación de la carga medida desde el apoyo y  $d$  es la profundidad efectiva de corte, es decir, la distancia entre la fibra de máxima compresión hasta el centro del refuerzo a flexión (Figura 2.13).

Al tratar de hacer un símil con la teoría del cortante en vigas de concreto, aclarando que debido a que la mampostería no es un material homogéneo, ya que se compone de unidades de mampostería y algún material cementante entre las unidades para transferir de una manera

más adecuada los esfuerzos entre ellas, las trayectorias de los esfuerzos principales difieren bastante cuando se habla de mampostería, lo cual es importante debido a que estos se encuentran estrechamente relacionados con la resistencia al cortante. Un fenómeno a tener en cuenta es la separación entre bloques al momento de obtener esfuerzos normales de tensión, lo cual hace que el comportamiento de este tipo de material no sea lineal (Hassanli, 2019).

En el mundo se han desarrollado distintas formulaciones para predecir el comportamiento a cortante de la mampostería, sin embargo, la mayoría se basan en ensayos experimentales de casos controlados y específicos tal como ocurre con la formulación americana del código MSJC del 2011, dónde de acuerdo con Sokainge et al. (2017), este código no provee una buena ecuación de diseño para estimar la resistencia al cortante de muros de mampostería no adheridos bajo carga fuera del plano.

## 2.4. Mecanismos de Falla de la mampostería postensada

A mediados de la década de 1980's, Roumani et al. (1985) encontraron en la falla de cortante para vigas de mampostería postensada, que se observa un comportamiento muy similar al que se describe en vigas de concreto reforzado, donde las grietas diagonales dependen de la posición de la carga, o mejor conocido en las investigaciones como la relación del vano de cortante  $\frac{a}{d}$ . Allí se describe un modo de falla que viaja desde un apoyo de la viga hasta la posición de la carga como se indica en la Figura 2.14, el cual se describe como una falla a cortante que depende de la relación del vano de cortante. De acuerdo con Shafii (1997), la presencia del postensado en vigas de mampostería permite que comiencen a notarse grietas diagonales, lo cual indica que el tensionamiento aumenta la capacidad a flexión y permite que se cambie la jerarquía de falla.

Se han identificado principalmente tres mecanismos de falla, a flexión, a cortante tras la flexión y a cortante antes de la flexión. El modo de falla de flexión corresponde al tipo *I* (Figura 2.14), dónde se indica una grieta principal completamente vertical justo en el punto de concentración de la carga concentrada, generando una falla de compresión en la zona superior de la viga. En la tipología de falla *II* (Figura 2.14), el cual comienza por generar la grieta principal de flexión en el punto de concentración de la carga, seguido por una sucesión de grietas diagonales, las cuales se desarrollan debido al mejoramiento de la mampostería por medio de la pre-tensión inducida (Shafii, 1997), hasta que la viga finalmente falla por un estado límite de compresión en el punto de carga. Esta tipología de falla se considera de cortante, debido a que las grietas diagonales son las que hacen que se pierda integridad de la sección transversal, conllevando a la falla de la viga, sin embargo, también puede ser considerado como un mecanismo de falla de cortante combinado con flexión.

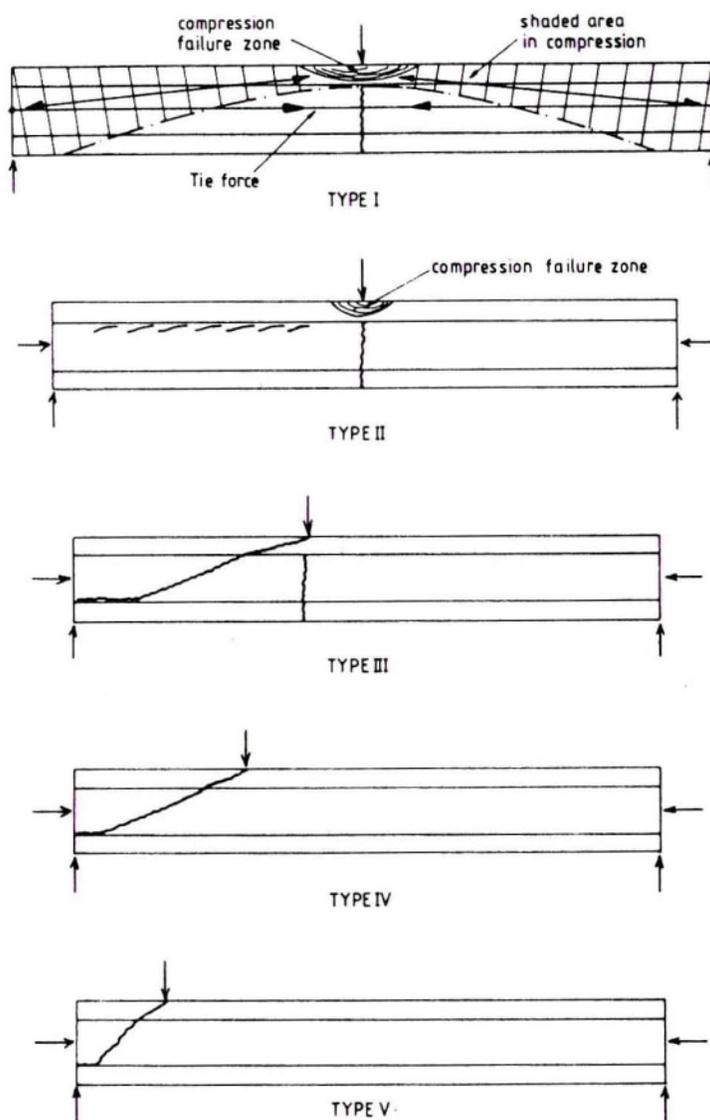


Figura 2.14: Tipos de falla en mampostería postensada: Tipo I indica falla a flexión, Tipo II, III, IV y V indican falla a cortante. Fuente (Roumani et al., 1985)

La falla tipo *III* (Figura 2.14) corresponde nuevamente a una combinación entre esfuerzos de flexión y cortante. Debido a la flexión comienza a aparecer una grieta vertical debajo del punto de aplicación de la carga, y luego comienza a notarse una grieta diagonal principal, la cual tiene la tendencia de proyectarse entre el punto de carga y el apoyo más cercano a este, esto indica que la grieta diagonal comienza a penetrar la cabeza de compresión de la viga, hasta que se produce una falla por compresión debido a la propagación de esta grieta, un comportamiento muy similar al que ocurre en vigas de concreto postensado descrito por Park et al. (2013).

Con respecto a las fallas tipo *IV* y *V* (Figura 2.14), se consideran como mecanismos de falla de cortante, debido a que comienza a sobresalir una grieta diagonal principal antes de que ocurra una grieta principal de flexión. Esta grieta principal suele proyectarse desde el

apoyo más cercano a la carga concentrada, sin embargo, no necesariamente la falla ocurre directamente en el punto de aplicación de la carga concentrada. En este mecanismo de falla se muestra evidente cómo la grieta diagonal penetra poco a poco la cabeza de compresión disminuyendo la capacidad de la viga hasta que finalmente ocurre una falla de compresión en la zona correspondiente a la parte superior de la viga. El mecanismo de falla *IV* se diferencia del *V* debido a que en este existen relaciones de vano de cortante  $\left(\frac{a}{d}\right)$  superiores a 2 y presentan grietas principales de corte con ángulos entre  $20^\circ$  y  $30^\circ$ , mientras que, para la falla tipo *V*, al tener relaciones de vano de cortante  $\left(\frac{a}{d}\right)$  inferiores a 2, presenta una inclinación mucho mayor en la descripción de sus grietas diagonales de corte (Roumani et al., 1985).

## Capítulo 3

# CAMPAÑA EXPERIMENTAL DE VIGAS DE MAMPOSTERÍA CON POSTENSADO EXCÉNTRICO

### 3.1. Introducción

Con el fin de evaluar la mampostería postensada como un sistema estructural competente para un país como Colombia, donde el porcentaje de construcciones basadas en mampostería supera el 70% (Londoño, 2019), se encuentra la necesidad de determinar la viabilidad económica de este sistema estructural, en comparación a los sistemas tradicionales de la región, tales como la mampostería reforzada y los pórticos de concreto reforzado. Para esto, Pulgarín and Contreras (2010) establecieron que la mampostería postensada puede llegar a ser incluso un sistema más económico que las estructuras aporricadas, siendo además un tipo de construcción más limpia, con menos cantidad de desperdicios, y con la ventaja de tener un alto rendimiento en su proceso constructivo, y exhortando así a que se desarrolle con mayor nivel de detalle este sistema estructural.

En 2016, se publicó en la Universidad de Medellín una investigación acerca del comportamiento a flexión de mampostería postensada no adherida usando bloques de concreto. En esta se alcanzó a determinar el comportamiento tanto de vigas como de muros de contención por medio de una cantidad considerable de ensayos experimentales que se llevaron a cabo, los cuales fueron analizados y concatenados con una expresión analítica para la predicción de la resistencia nominal a flexión de los diferentes elementos sometidos a esfuerzos de flexión (García, 2016). En esta campaña experimental se utilizó un postensado excéntrico que se mantiene en su lugar por medio de un sistema de bloques desviadores tanto en los extremos como en el centro de la luz para las vigas. De igual manera en 2017, por medio de otra investigación desarrollada también en la Universidad de Medellín sobre el desempeño experimental de losas de mampostería postensada no adherida, se encontró que el uso de bloques desviadores que mantengan la posición del cable no adherido mejora el desempeño estructural de estos elementos a flexión cambiando su modo de falla de frágil a dúctil, permitiendo así un incremento en su capacidad de carga y de desplazamiento no lineal (Bonett et al.,

2017).

Otros investigadores se unieron para intentar predecir el comportamiento de este novedoso sistema, encontrando incluso expresiones analíticas que llevan a predecir con alta precisión incluso el cambio del esfuerzo del postensado en elementos sometidos a esfuerzos de flexión, además de indicar una alta dispersión entre la evaluación de expresiones de distintas normativas del mundo que intentan explicar este comportamiento (García et al., 2017). De todos los ensayos e investigaciones realizadas se fue tomando una base de datos de información relevante para este sistema, sin embargo, mientras que la resistencia a la flexión disminuía en incertidumbre, se identificó un vacío en el conocimiento asociado a la predicción de la resistencia a cortante, y que en algunos casos para determinadas tipologías estructurales la falla por cortante era predominante incluso sobre la falla por flexión. El comportamiento descrito por Roumani et al. (1985), dónde se muestran los diferentes mecanismos de falla de vigas de mampostería postensada, se encuentra presente en la base de datos de recolectada en las distintas investigaciones relacionadas anteriormente. Se hace una interpretación general del comportamiento a cortante de este sistema estructural y se busca reducir la actual brecha de incertidumbre en la predicción de la resistencia nominal a cortante para esta tipología estructural.

## 3.2. Descripción del sistema ensayado

El sistema estructural estudiado se evalúa a cortante por medio de los resultados de los ensayos obtenidos por la campaña experimental de García (2016), y consiste en un sistema de vigas simplemente apoyadas construidas con bloques de concreto de mampostería estructural (con perforación vertical) (Figura 3.1 a y b) con resistencias a la compresión entre 10 MPa y 20 MPa. Además de un bloque macizo desviador que se utiliza para mantener la posición de la barra de postensado usada (Figura 3.1 c y d).

El área bruta aproximada de la sección transversal de los bloques de mampostería estructural de perforación vertical es de  $32150 \text{ mm}^2$ , aproximadamente. Las propiedades mecánicas de los bloques desviadores no fueron consideradas en este estudio, ya que supera notablemente las propiedades mecánicas de los bloques de concreto, para que no sean elementos por donde se intuye que sucede la falla.

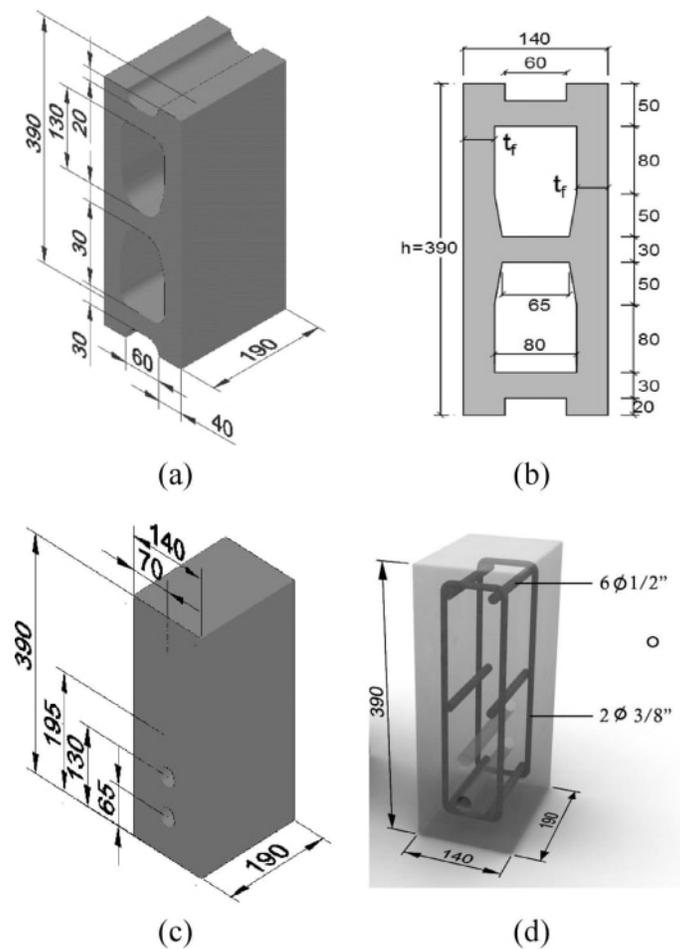


Figura 3.1: Bloques usados: a) Dimensiones del bloque, b) Sección transversal simplificada, c) Dimensiones del bloque desviador usado, d) Detalle del refuerzo del bloque desviador (unidades en mm). Fuente (García et al., 2019)

En la Figura 3.2 se muestra la configuración general de las vigas de mampostería con postensado excéntrico no adherido con el uso de bloques desviadores que fueron ensayadas, esta configuración general se replicó hasta obtener un total de 40 vigas ensayadas bajo un ensayo de carga controlado como se indica en la siguiente sección, del total de las 40 vigas ensayadas, 7 de ellas tuvieron una falla por cortante y las restantes 33 tuvieron una falla por flexión.



Figura 3.2: Configuración general de vigas de mampostería con postensado excéntrico no adherido pertenecientes a la base de datos de García (2016)

### 3.3. Descripción de los ensayos realizados

Un ensayo monotónico es una prueba experimental donde se aplica una carga de forma gradual a una velocidad lenta, pausada y constante, en un solo sentido de aplicación, hasta que el material llegue a su estado límite de falla. Esta tipología de ensayo sirve para obtener información sobre las propiedades del material como la resistencia máxima, la ductilidad, rigidez, etc. Pero estos resultados también son útiles para desarrollar modelos matemáticos que pretendan predecir o estimar el comportamiento de elementos similares en situaciones similares.

García (2016) realizó una serie de ensayos para evaluar las propiedades mecánicas de los materiales constituyentes con los que fueron construidas las vigas de mampostería postensada que fueron ensayadas bajo dos tipos de cargas monotónicas hasta presentar una falla por cortante. Las propiedades mecánicas fueron medidas de acuerdo con los procedimientos especificados por la ASTM. La mezcla de mortero utilizada en la construcción de las vigas tenía una relación de mezcla de cemento/arena fina de 1 : 2 en peso, y una relación agua/cemento de aproximadamente 0.7, la cual fue ajustada dependiendo de la absorción de los bloques de mampostería. García (2016) indica que se usaron los procedimientos de las normas ASTM C140-15, ASTM C90, ASTM C1314, ASTM C780, y ASTM C1157 para determinar la re-

sistencia a la compresión de unidades mampostería, unidades de mampostería de concreto, prismas de mampostería, cilindros de mortero y de cemento hidráulico, respectivamente. Además, los bloques desviadores fueron hechos con una mezcla de cemento/arena/agregado grueso de 1 : 2 : 2 y una relación agua cemento de 0.6. De acuerdo con el procedimiento especificado en la ASTM C39, el valor medio de la resistencia a la compresión medido fue de 35.6 *MPa*.

### 3.3.1. Descripción de materiales

Para los ensayos realizados se tiene que de las siete vigas que fallaron a cortante, 3 con cuatro puntos de contacto y 4 con seis puntos de contacto, se componen de una barra de acero roscada de grado 75 que cumplen con las especificaciones de acero de según *ASTM A615*, con un diámetro de 25mm y un área transversal nominal de 506.7mm<sup>2</sup>. De acuerdo con el fabricante se tiene que la resistencia a la fluencia, la resistencia última y el módulo de elasticidad son de 517*MPa*, 690*MPa* y 200*GPa*, respectivamente. No se consideraron pérdidas a largo plazo como la deformación por fluencia, la contracción o la relajación del acero debido a que el postensado se aplicó justo antes de realizar las pruebas.

Los bloques de mampostería de concreto usados corresponden a una resistencia a la compresión de 12 *MPa*, usados en 3 ensayos, y 18 *MPa* usados en 4 ensayos. Para todos los ensayos realizados, se tiene que los bloques tienen dos agujeros verticales como se indica en la Figura 3.1 a y b.

Los bloques desviadores corresponden a concreto reforzado con barras de acero corrugado y dos estribos de confinamiento corrugados para evitar fallas locales en la zona de anclaje como se indica en la Figura 3.1 c y d.

### 3.3.2. Ensayo monotónico de 4 puntos de contacto

Este ensayo tiene una configuración donde la viga se encuentra simplemente apoyada y los puntos de apoyo coinciden con el centro de los bloques desviadores de los extremos, y cuya carga aplicada se distribuye en otros dos puntos (Figura 3.3), reduciendo la relación del vano de cortante a un tercio de la longitud y produciendo flexión pura en el tercio central, donde no existen fuerzas cortantes y se tiene un momento flector constante.



Figura 3.3: Configuración de ensayo monotónico de 4 puntos de contacto

En la Figura 3.4 se muestra en detalle la configuración del ensayo realizado, con la configuración de 4 puntos de contacto, para el cual 3 de las vigas ensayadas presentaron falla de cortante, que corresponden a las vigas 2, 6 y 11.

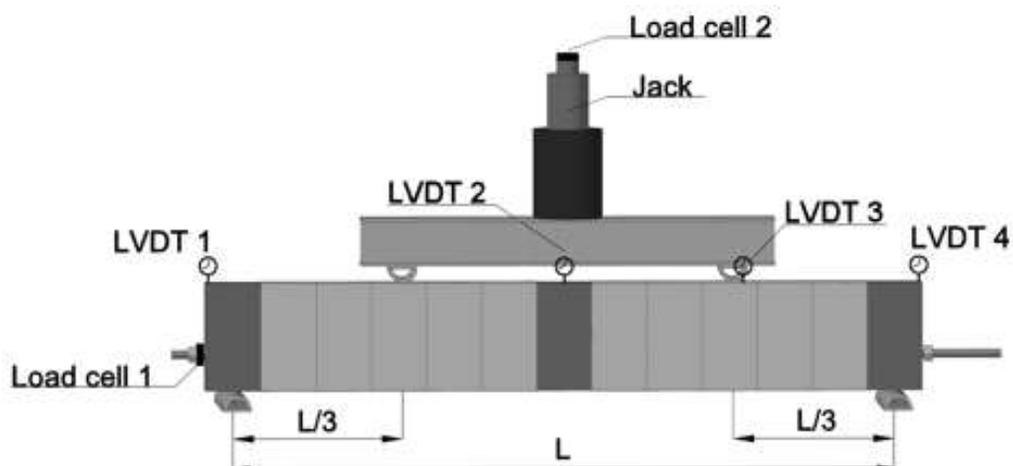


Figura 3.4: Configuración de las vigas: Configuración del ensayo de 2 puntos de carga. Fuente (García et al., 2019)

### 3.3.3. Ensayo monotónico de 6 puntos de contacto

Esta otra tipología de ensayo de 6 puntos de contacto pretende reducir la relación del vano de cortante aún más y tener un comportamiento más cercano a una carga uniformemente distribuida. Aquí se presenta una configuración con la viga simplemente apoyada, en sus extremos, con una carga externa que se distribuye simétricamente en 4 partes iguales en la longitud de la viga y manteniendo un vano central libre de cortante de  $L/3$  como se indica en la Figura 3.5.

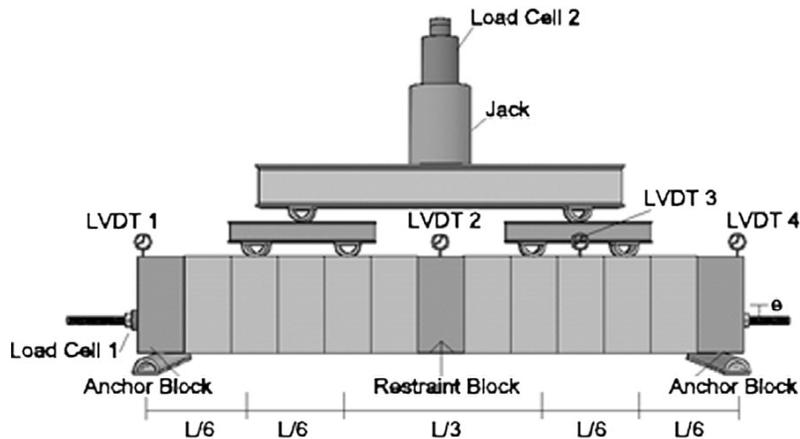


Figura 3.5: Configuración de las vigas: Configuración del ensayo de 4 puntos de carga. Fuente (García et al., 2019)

En la Figura 3.6 se muestra cómo es la configuración general para el ensayo monotónico de 6 puntos realizado por García (2016). Dentro de los cuales 4 vigas presentaron fallas de cortante, estas fueron las vigas 18, 19, 20 y 32.



Figura 3.6: Configuración de ensayo monotónico de 6 puntos de contacto

### 3.3.4. Resumen de base de datos

En la Tabla 3.1 se presenta el resumen de la base de datos para vigas que corresponden a una falla de cortante. Vale aclarar que todas las vigas mostradas aquí corresponden a la misma área de postensado descrita anteriormente y la tipología de ensayo se presenta en esta misma.

Tabla 3.1: Resumen de datos iniciales

Viga	Resistencia del bloque [MPa]	Tensión inicial [kN]	Vano [m]	Longitud total [m]	Excentricidad de la barra [cm]	Profundidad efectiva $d$ [cm]	Puntos de carga	$\frac{a}{d}$	Carga última [kN]	$V_{exp}$ [kN]
2	18	71.73	2.31	2.50	8.0	27.5	2	2.800	60.83	30.42
6	18	79.56	2.36	2.57	8.0	27.5	2	2.861	62.94	31.47
11	18	80.30	2.32	2.54	8.0	27.5	2	2.812	61.46	30.73
18	12	55.78	2.41	2.62	12.5	32	4	1.255	84.73	42.37
19	12	46.74	2.43	2.62	12.5	32	4	1.266	89.46	44.73
20	12	32.50	2.41	2.60	12.5	32	4	1.255	74.23	37.12
32	12	62.48	3.15	3.37	12.5	32	4	1.641	68.87	34.44

Debido a que la distribución de la carga para ambos ensayos es simétrica, los resultados del

máximo cortante experimental ( $V_{exp}$ ) mostrados en la Tabla 3.1 son equivalentes a la mitad de la fuerza máxima aplicada justo antes del instante de falla de las vigas.

### 3.4. Hipótesis de falla de ensayos

Durante los ensayos experimentales no sólo se recolectaron datos, sino que también se realizó una campaña fotográfica con registro videográfico, que sirve de fuente para indicar en detalle el comportamiento de las vigas falladas.

#### 3.4.1. Viga 2

La falla de la viga 2 es similar a la falla tipo *IV* representada en la Figura 2.14, donde las grietas se proyectan en un ángulo de  $21^\circ$ , apareciendo en medio del vano de cortante e iniciando por debajo pero cerca del eje centroidal de la sección transversal del elemento. Estas grietas se concentran en la zona final de la viga, entre el bloque 7 y el bloque 10, proyectándose directamente hacia el centro del bloque desviador final y hasta justo debajo de uno de los dos puntos de aplicación de la carga progresiva.

El colapso de la viga se da debido a la penetración progresiva de las grietas en la cabeza de compresión, siendo estas grietas el resultado de la secuencial falla por tensión principal en el plano de corte, tal cómo lo indica Roumani et al. (1985).



Figura 3.7: Instante de la falla de la viga 2, cara posterior

En la Figura 3.8 se presenta el mapeo de las grietas de cortante que se fueron generando en la viga. En esta, se alcanza a apreciar cómo comienzan las grietas en los bloques de mampostería pero se proyectan hacia el apoyo, dibujando ángulos entre  $9^\circ$  y  $13^\circ$ , también se percibe cómo las grietas generan saltos de discontinuidad entre los bloques 8, 9 y 10. Las grietas discontinúas dejan claro la no continuidad de esfuerzos en la viga, incluso a pesar del postensado.

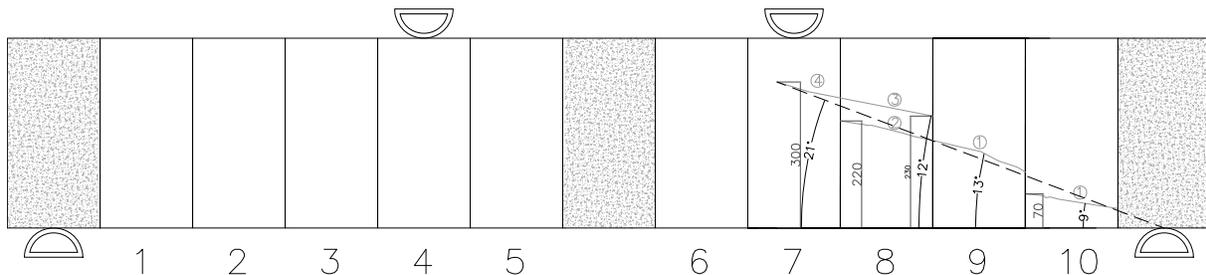


Figura 3.8: Mapeo de grietas de la viga 2 cara frontal

### 3.4.2. Viga 6

La viga 6 se comportó muy similar a la viga 2, esta obtuvo grietas diagonales en medio del vano de cortante y con ángulos entre  $18^\circ$  y  $21^\circ$ . Esas grietas aparecen entre el bloque 1 y el bloque 4, las cuales ocurren después de la existencia de unas grietas por flexión en las juntas de los bloques. Las grietas de cortante inician en los bloques 1 y 2, de nuevo cerca del eje neutro pero siempre por debajo del mismo como se muestra en la Figura 3.9.



Figura 3.9: Primeras grietas de corte en el vano de cortante de la viga 6

En la Figura 3.10 se muestra el resultado de las grietas formadas hasta debajo del primero de los dos puntos de carga, describiendo un comportamiento de falla similar al tipo *IV* representada en la Figura 2.14.



Figura 3.10: Instante de la falla de la viga 6

El mapeo de la viga 6 que se presenta en la Figura 3.11 presenta la trayectoria de una grieta que tiene algunos saltos de discontinuidad menores pero que a su vez dibuja dos grietas relativamente paralelas sobre la parte central de la sección transversal. Las dos grietas paralelas en la parte superior de la viga presentan una evidente continuidad, dando a entender que hacia la zona de compresión los esfuerzos pueden considerarse continuos. También se presenta una proyección de la grieta principal que parece partir del apoyo principal, mientras que la grieta que se encuentra justo por encima parece proyectarse hacia el punto de carga.

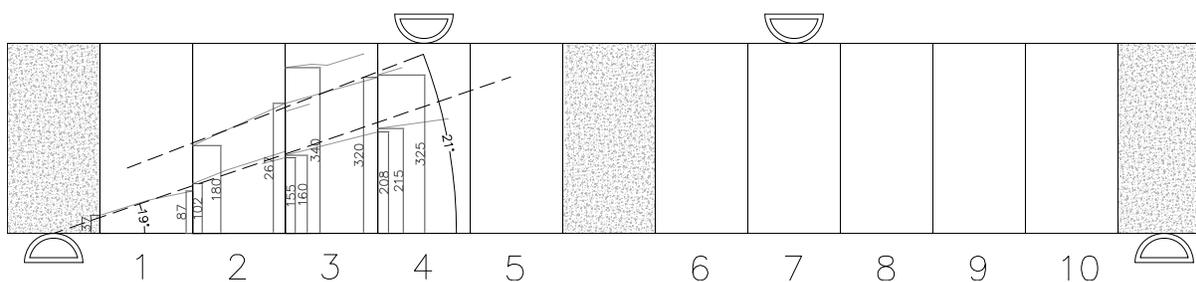


Figura 3.11: Mapeo de grietas de la viga 6

### 3.4.3. Viga 11

Esta viga presenta una falla de corte por medio de la aparición de grietas diagonales con ángulos entre  $18^\circ$  y  $31^\circ$  sobre los bloques 1, 2, 3 y 4 proyectándose entre el centro del primer

bloque desviador hasta el primero de los dos puntos de carga.

En la secuencia de falla que se presenta en el Figura 3.13 se observa cómo en la primera captura, la viga extiende sus grietas casi hasta llegar a la fibra más comprimida debajo del bloque 4. En la segunda captura se puede notar cómo la viga alcanza a tomar una doble curvatura en los primeros tres bloques y a su vez se alcanza a apreciar cómo hace efecto la tensión de los esfuerzos principales engrosando la grieta que se extiende hasta la zona de compresión haciendo que la viga pierda capacidad hasta el punto en el que la cabeza de compresión termina por no resistir los esfuerzos residuales fruto de la redistribución de fuerzas internas llevando a una falla de compresión en esta zona.

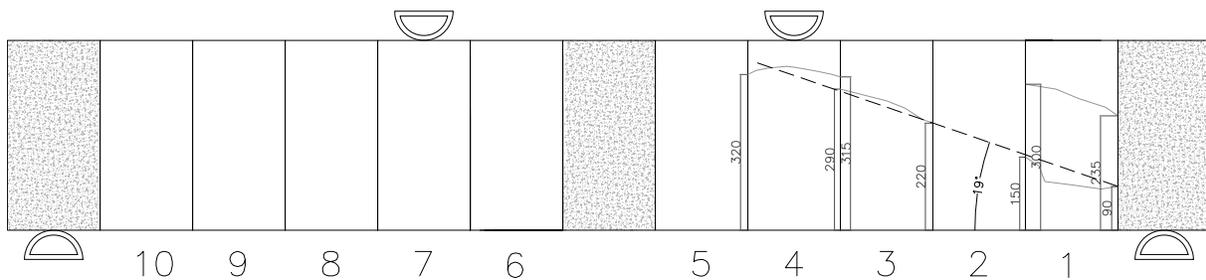


Figura 3.12: Mapeo de grietas de la viga 11 cara posterior

En la Figura 3.12 se muestra cómo las grietas de cortante aparecen de manera discontinua y difieren un poco entre la cara frontal y la cara posterior, ya que en la cara posterior no se presenta la continuidad de la grieta en el bloque 2. A pesar de esto, se muestra un patrón muy similar en ambas caras de la viga con discontinuidades marcadas entre bloques y con ángulos de inclinación similares.

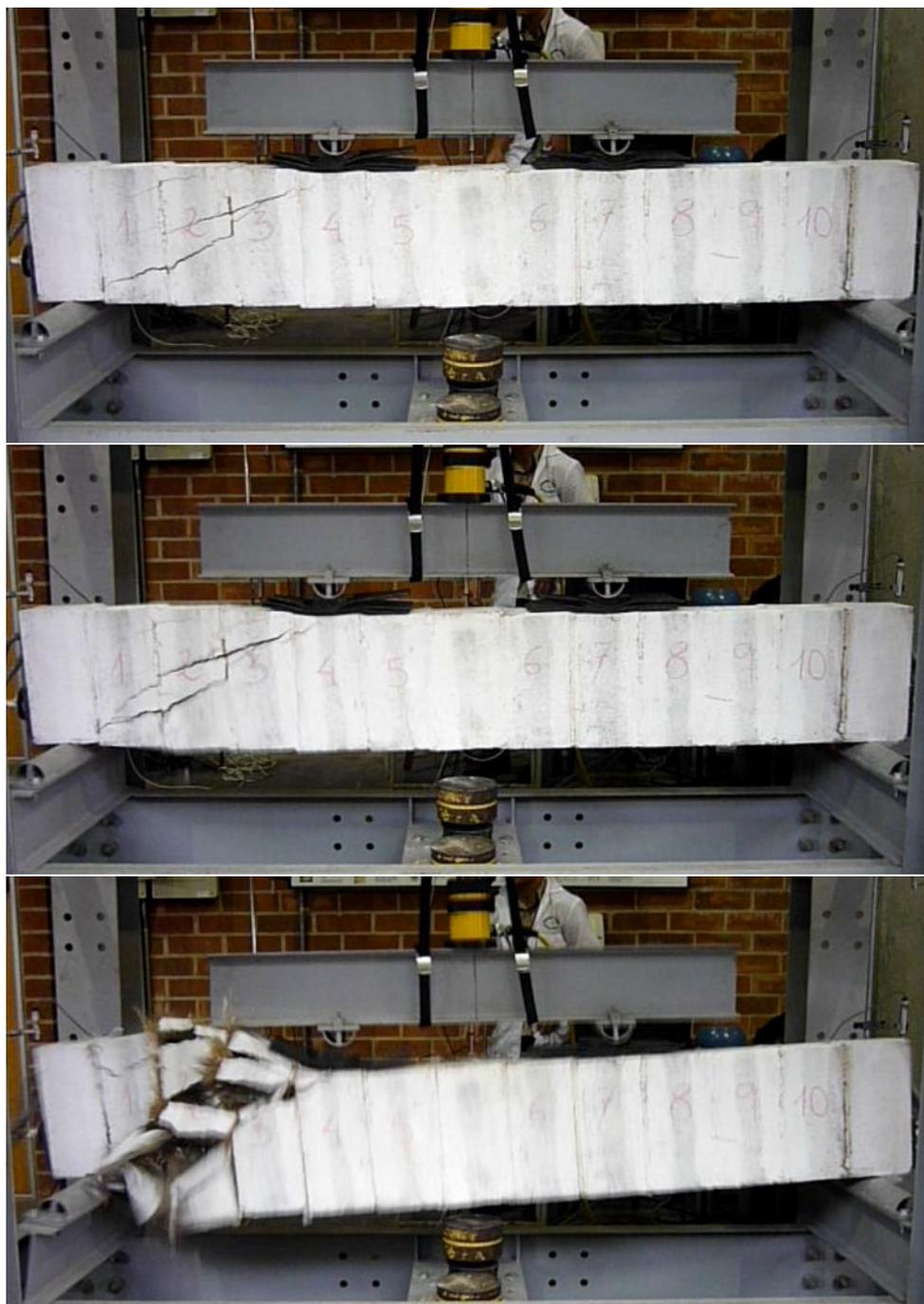


Figura 3.13: Secuencia de falla de la viga 11

#### 3.4.4. Viga 18

Esta viga fue ensayada bajo la tipología de seis puntos de carga, en la que la carga monolítica se reparte en cuatro partes iguales, lo que genera que la relación del vano de cortante se reduzca a 1.255.

Durante el desarrollo de esta prueba se encontraron grietas tanto por flexión como por cortante, las grietas de corte se representaron con mayor fuerza en los últimos bloques de la viga por medio de una grieta de alrededor de  $17^\circ$  que se proyecta desde el apoyo hasta debajo del punto de carga sobre el bloque 7 y de otra grieta de aproximadamente  $23^\circ$  que apareció en el bloque 10, cerca del eje neutro y parece proyectarse hasta justo debajo de la carga sobre el bloque 9 cómo se muestra en la Figura 3.14.



Figura 3.14: Enfoque del instante justo antes de la falla de la viga 18

La secuencia de falla presentada en la Figura 3.17 muestra claramente cómo entre los bloques 9 y 10 se presenta una pérdida significativa de sección, lo que lleva a que súbitamente se reduzca la cabeza de compresión y lleve a una falla casi de cortante pura, dónde los bloques 9 y 10 se deslizan hacia abajo y hacia arriba respectivamente, por medio de la junta entre ellos.



Figura 3.15: Reconstrucción de la viga 18 tras la falla

En la Figura 3.15, se observa cómo la cabeza de compresión no se vio afectada en sobremadera, no se observa una falla de compresión en esta zona como en las vigas anteriores, sino que por el contrario la falla, a pesar de haber sido frágil, tiende a ser más de corte puro justo en medio del claro de cortante hasta donde se extiende la segunda grieta diagonal descrita anteriormente.

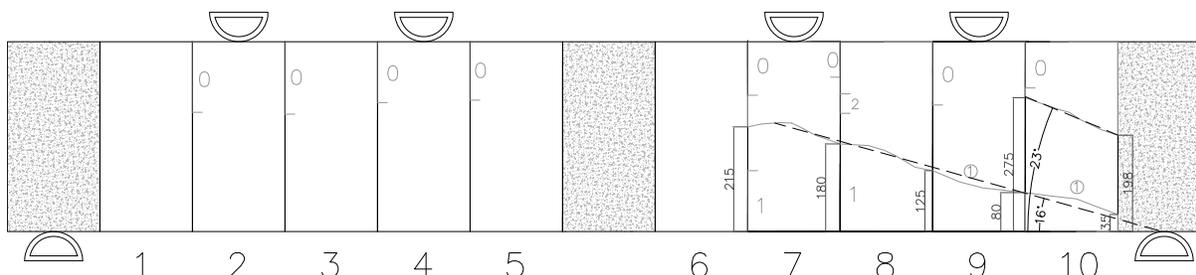


Figura 3.16: Mapeo de grietas de la viga 18

Al analizar el mapeo de la viga 18 y que se presenta en la Figura 3.16, se puede suponer que en esta viga se presentó una continuidad de esfuerzos, esto de acuerdo con la continuidad de la grieta principal de cortante, sin embargo, instantes antes de la falla se presentó una última grieta aproximadamente en la mitad de la sección transversal con un ángulo de  $23^\circ$ , la cual, a pesar de proyectarse directamente hacia el punto de apoyo, la grieta se desvió de manera vertical justo entre los bloques 9 y 10.

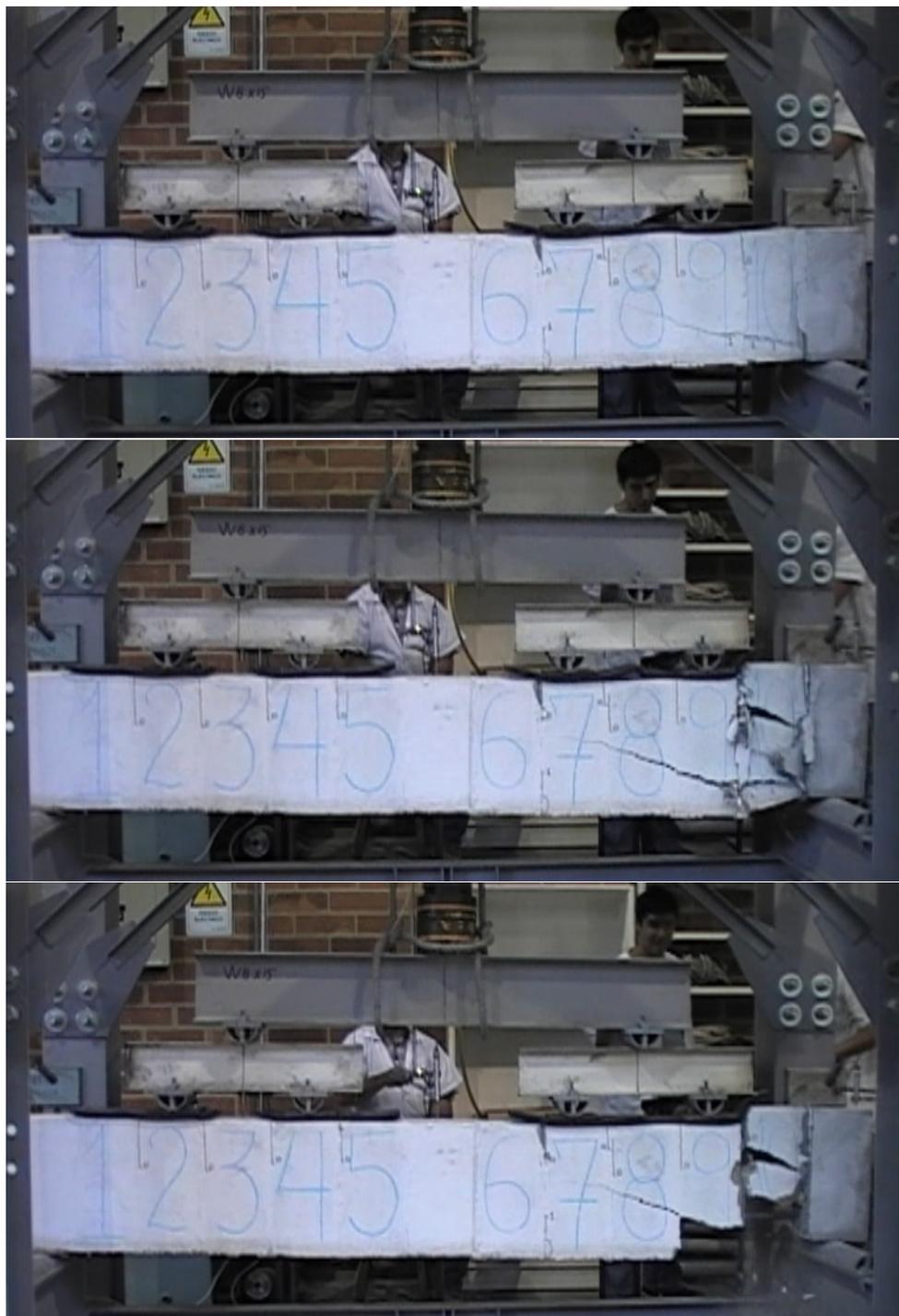


Figura 3.17: Secuencia de falla de la viga 18

### 3.4.5. Viga 19

La disposición final de esta viga indica que su relación del vano de cortante es de 1.266, esto debido a que se usó una configuración de seis puntos de contacto por medio de 4 puntos de carga equivalentes entre sí.

En la secuencia de falla de la Figura 3.18 se nota cómo la falla de esta viga es muy similar a la de la viga 18, donde en el extremo final de esta aparecen 2 grietas diagonales, una que se proyecta desde el apoyo hasta el punto de aplicación directo sobre el bloque 7 con un ángulo aproximado de  $25^\circ$  y otra grieta en el bloque 10 que inicia en la mitad de la sección transversal y se proyecta directamente hacia el punto de carga sobre el bloque 9 con un ángulo aproximado de  $37^\circ$ .

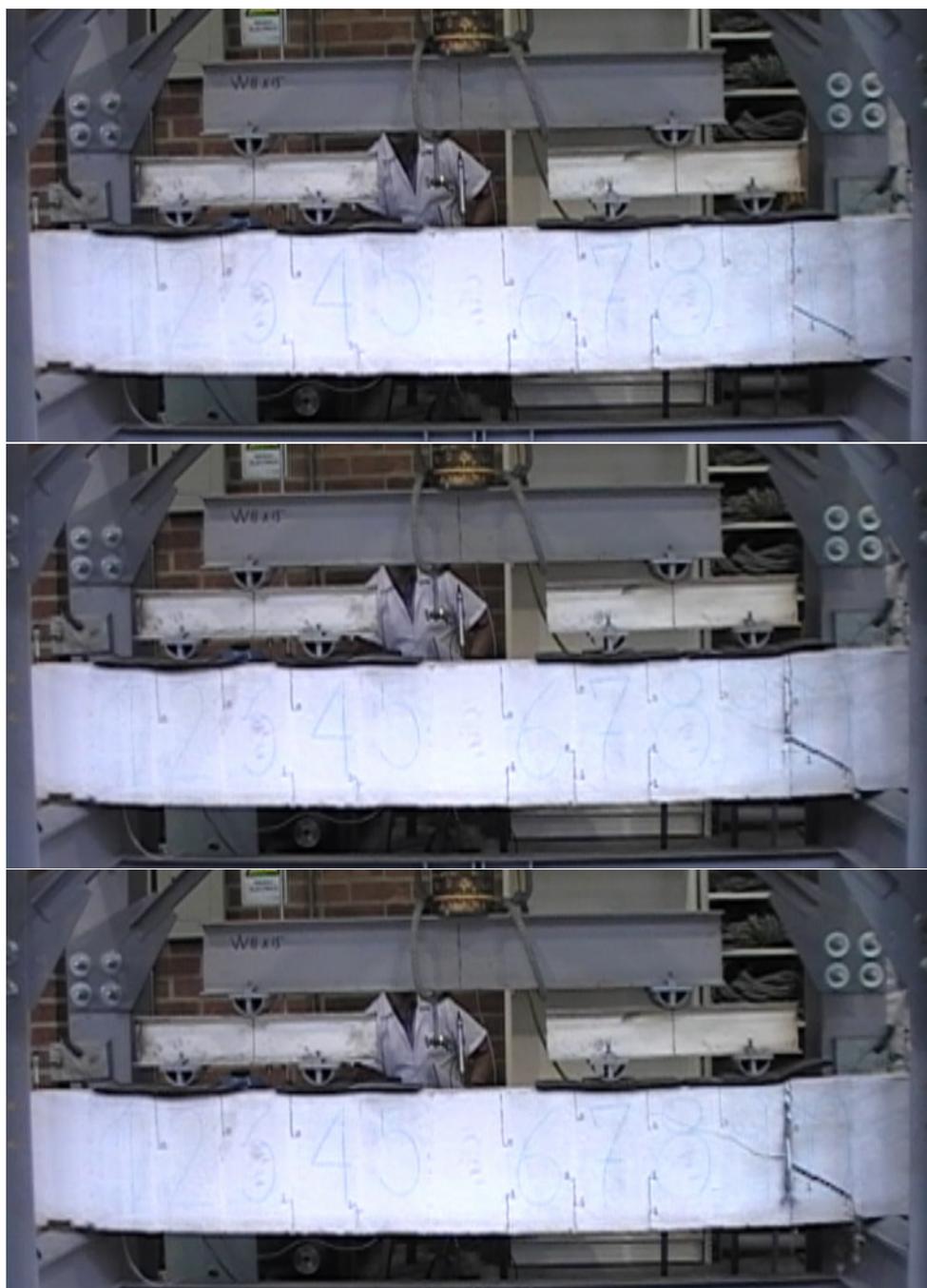


Figura 3.18: Secuencia de falla de la viga 19

El modo de falla observado de esta viga se podría interpretar como cortante pura, debido a que, a pesar de que las grietas llegan a penetrar casi por completo la cabeza de compresión, la viga pierde parte de la sección en el bloque 10 y se genera un deslizamiento entre este bloque y el 9 justo en la junta existente entre estos (Figura 3.19).



Figura 3.19: Enfoque del instante de la falla de la viga 19

El mapeo de la viga 19 que se presenta en la Figura 3.20, indica cómo se generan primero unas grietas verticales en las juntas de los bloques de mampostería, mostrando la evidencia de esfuerzos normales de tensión en la zona inferior de la viga. También se muestra como se proyectan dos grietas principales de cortante, donde una de ellas parece proyectarse desde el apoyo hasta el segundo punto de carga, sin embargo, la falla ocurre después de la aparición de la segunda grieta que se proyecta hacia el punto de carga más cercano con un ángulo de  $37^\circ$ , esto muestra que hubo una pérdida de capacidad después de la progresión de la grieta de  $25^\circ$  que indujo una falla a cortante en la junta de los bloques 9 y 10.

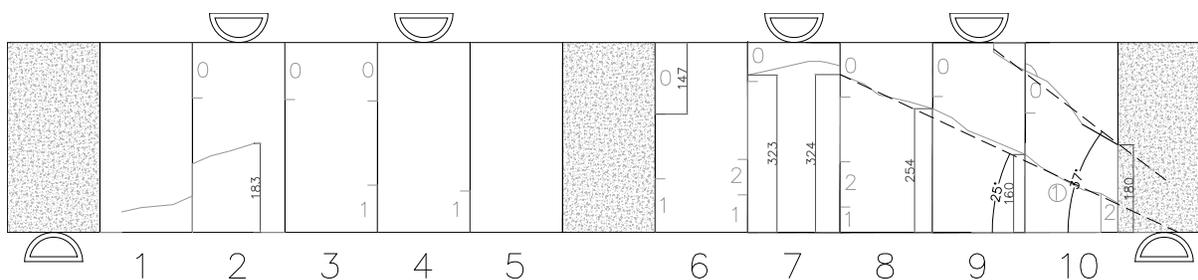


Figura 3.20: Mapeo de grietas de la viga 19

### 3.4.6. Viga 20

La relación del vano de cortante que le corresponde a esta viga es de 1.255 así como en la viga 18. De acuerdo con lo observado en las anteriores vigas (18 y 19), el resultado de

falla mostrado en la Figura 3.21 es bastante similar, ya que cuando las grietas de cortante comienzan a penetrar la cabeza de compresión se genera una falla de cortante pura en la unión de los bloques 9 y 10, dejando ver un comportamiento repetitivo para valores de  $\frac{M}{Vd}$  similares a 1.26.



Figura 3.21: Enfoque del instante de la falla de la viga 20

En la secuencia de falla indicada en la Figura 3.23 se alcanzan a apreciar la extensión de una grieta de aproximadamente  $16^\circ$  que comienza incluso desde la mitad del bloque desviador final hasta la mitad del bloque 7, justo por debajo del punto de carga. A su vez se genera una segunda grieta que parece coincidir con el extremo derecho del bloque 10, sin ingresar al bloque desviador pero que viaja con un ángulo aproximado de  $42^\circ$  proyectándose hacia el punto de carga sobre el bloque 9 pero sin penetrarlo, por lo que se puede decir que la grieta llega a convertirse completamente en vertical presentando así un comportamiento de cortante pura.

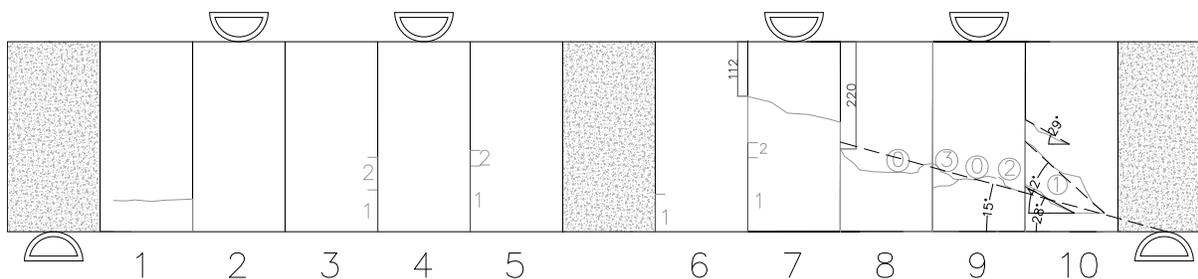


Figura 3.22: Mapeo de grietas de la viga 20

En la Figura 3.22 se muestra el mapeo realizado a la viga 20. En este se muestra un comportamiento similar al de la viga 19, donde inicialmente aparecen grietas de flexión, seguidas de una grieta principal de cortante de aproximadamente  $15^\circ$ , pero con grandes cambios en su

trayectoria, mostrando también unas discontinuidades que se hacen evidentes mayormente entre los bloques 7 y 8. Sin embargo, La cuña formada con la grieta de  $42^\circ$  de inclinación, pudo haber sido la causante de la pérdida de sección suficiente para generar la falla a cortante en la pega de los bloques 9 y 10.

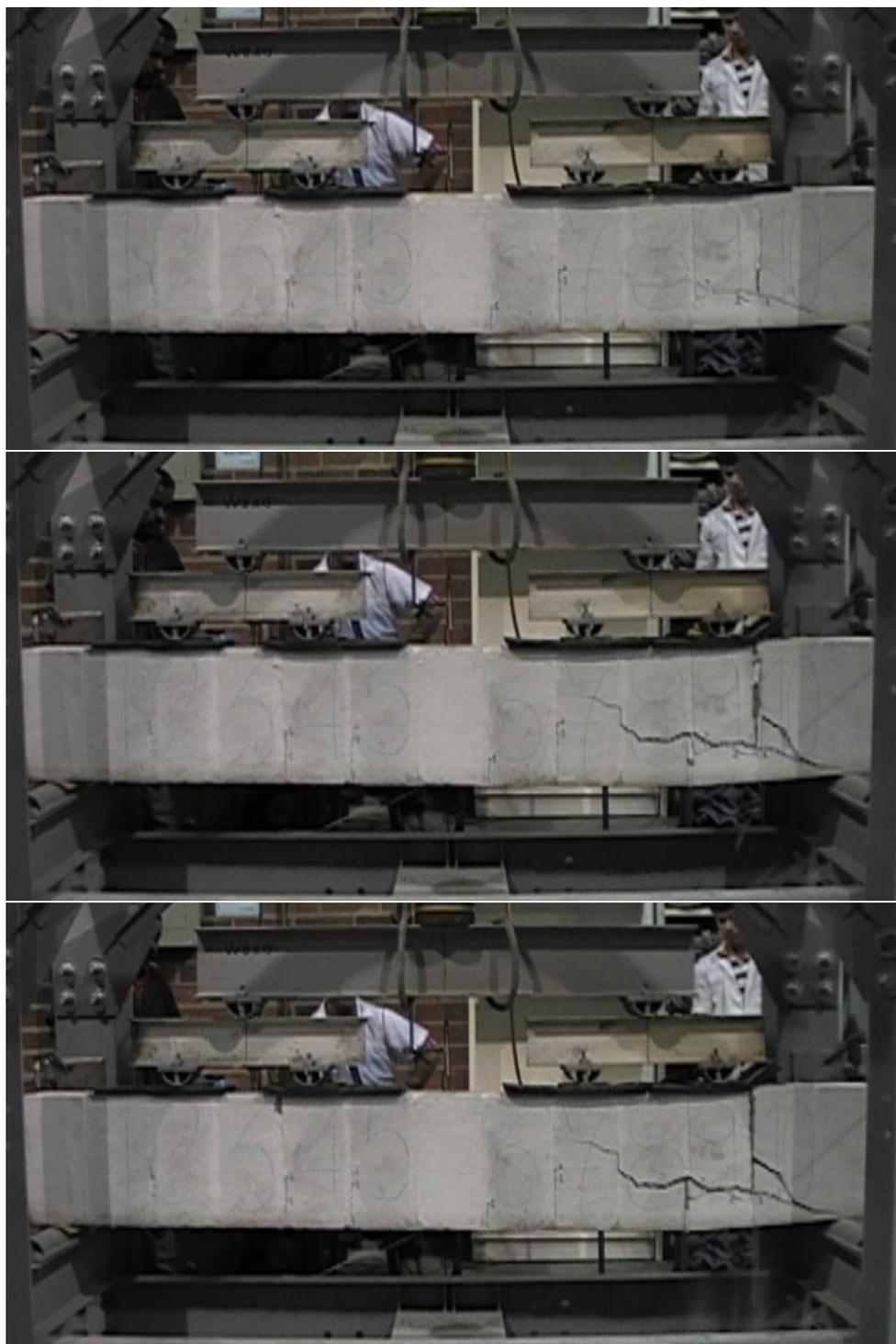


Figura 3.23: Secuencia de falla de la viga 20

### 3.4.7. Viga 32

Esta viga difiere de las anteriores en su longitud total, ya que esta es más larga, alcanzando los  $3.15m$  de luz libre, pero guardando la configuración del ensayo de seis puntos de contacto. Esto aumenta la relación del vano de cortante a 1.641 lo que aún la hace menor a las de las vigas 2, 6 y 11 que corresponden a los ensayos de cuatro puntos de contacto.

Este ensayo comenzó mostrando grietas de flexión sobre las uniones de los bloques, sin embargo, finalmente presentó una falla de cortante por medio de una grieta diagonal de aproximadamente  $10^\circ$  que se proyecta desde el primer punto de apoyo hasta debajo del primer punto de carga entre el bloque 2 y 3, en este punto cambia de dirección aumentando a un ángulo de aproximadamente  $28^\circ$  hacia el punto de carga que se encuentra sobre el bloque 5, muy cerca de la junta al bloque 6. Allí se observa cómo la grieta genera una falla súbita en la viga, donde es posible que la cabeza de compresión no soportara la reacomodación de esfuerzos residuales y fallara por compresión sobre la zona de la junta entre el bloque 5 y 6. Durante la secuencia de falla mostrada en la Figura 3.25 se muestra el comportamiento anteriormente descrito, mientras que en la Figura 3.26 se muestra el daño generado sobre la viga después de ser fallada. Sobre la cara frontal se observan los ángulos de la falla de corte, mientras que sobre la cara posterior se nota una pérdida completa de sección que podría haber llevado también a la falta de cabeza de compresión necesaria para soportar los esfuerzos residuales.

Al realizar el mapeo de la viga 32 que se muestra en la Figura 3.24, se evidencia un comportamiento muy particular, ya que inicialmente esta viga comienza a presentar algunas grietas verticales de flexión, que llegan incluso a superar los  $150\text{ mm}$  en el centro del vano. Sin embargo, instantes antes de la falla, se presenta una grieta en el bloque 5 con una ligera contra pendiente aproximadamente a  $155\text{ mm}$  por encima de la base de la viga, seguida de una grieta principal de cortante de  $13^\circ$  en el bloque 2, pero luego cambia su dirección en los bloques 3 y 4 a una inclinación de aproximadamente  $24^\circ$ . Esto genera una pérdida de material que se desprende de la viga entre los bloques 1 y 6 llevando a que la viga quede sin capacidad suficiente entre los bloques 4 y 5. También se muestra cómo la grieta se proyecta desde el apoyo hacia el segundo punto de carga y que se detiene debido a la pérdida de capacidad de la viga y su posterior fallo.

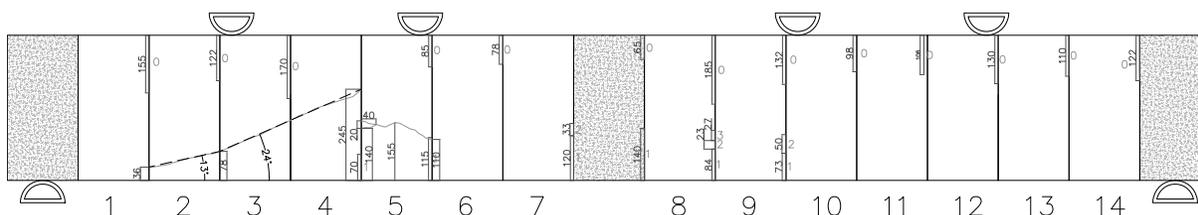


Figura 3.24: Mapeo de grietas de la viga 32

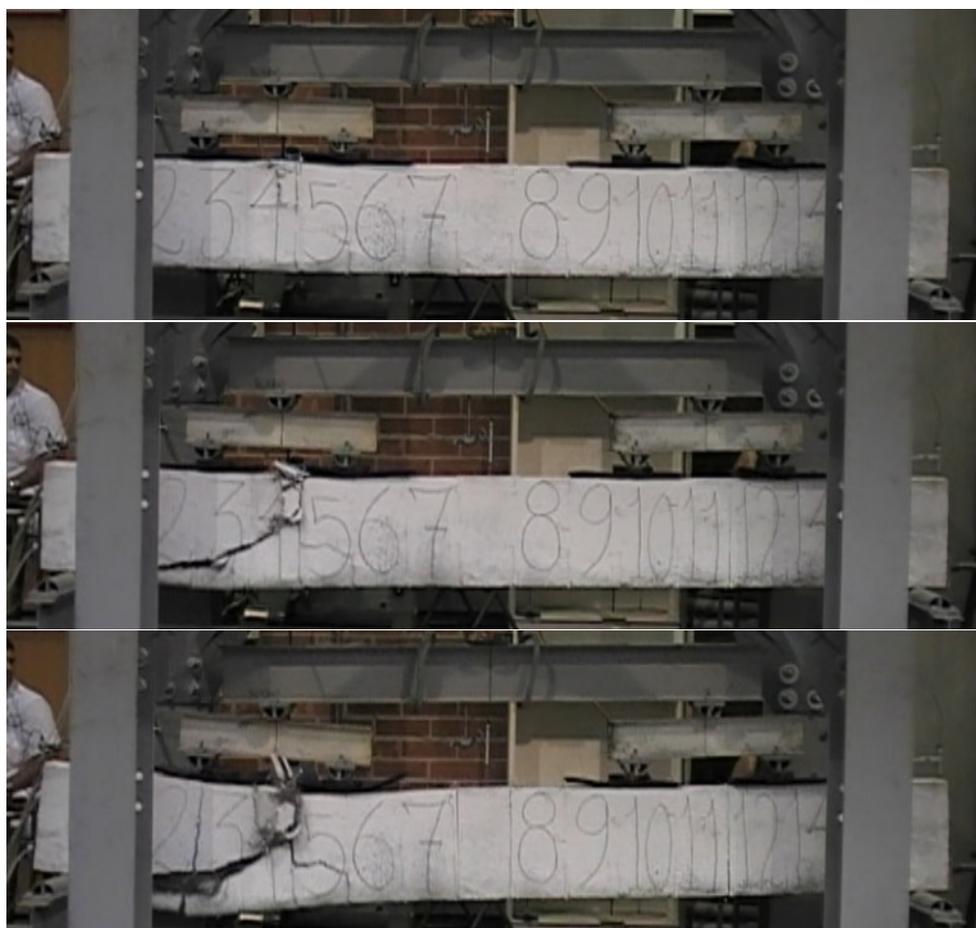


Figura 3.25: Secuencia de falla de la viga 32



Figura 3.26: Enfoque del instante de la falla de la viga 32

### 3.5. Discusión de resultados

Para todos los ensayos realizados se pudo apreciar cómo siempre ocurría la falla de cortante hacia uno de los dos extremos, sin embargo, nunca ocurrió una falla hacia ambos extremos, esto ocurre debido a que, a pesar de ser ensayos controlados en laboratorio, existen pequeñas variaciones humanas que tienden a que las fuerzas internas tiendan a ser levemente mayores en uno de los extremos.

Las vigas 2, 6 y 11 que fueron falladas bajo la tipología de cuatro puntos de contacto y con relaciones de claro de cortante de 2.800, 2.861 y 2.812 respectivamente, presentan grietas de cortante que se extienden por todo el vano de cortante, desde un apoyo hasta el punto de carga más cercano. Se puede apreciar cómo se fueron formando poco a poco las grietas de cortante y cómo fueron penetrando cada vez más en la cabeza de compresión hasta llegar a su falla.

Con respecto a las vigas que se fallaron bajo la tipología de seis puntos de contacto, se observó la existencia de dos tipos de fallas de cortante diferentes. La primera de ellas muestra cómo comienzan a desarrollarse dos grietas diagonales que tienden a dirigirse hacia los puntos de aplicación de carga que, al estar más cerca de los apoyos reducen la relación del vano de cortante incluso hasta 1.255 y determinan finalmente una falla similar al cortante puro, donde los bloques contiguos al punto de carga más cercano al apoyo terminan por deslizarse verticalmente por la junta entre estos. Es de aclarar que en estas vigas (18, 19 y 20), las grietas no solo se prolongaron por todo el vano de cortante, sino que también penetraron hasta el punto dónde la fuerza cortante dentro de la viga se convierte en cero.

La segunda tipología de falla en el ensayo de seis puntos de contacto es el que se presentan en la viga 32, donde a pesar de que las grietas de flexión ya comienzan a notarse en las juntas de los bloques, las grietas de cortante son muy pequeñas y casi imperceptibles, pero finalmente no se desarrolla una grieta prolongada, sino que apenas esta aparece, se pierde la capacidad de la viga y esta falla súbitamente.

En general, se puede decir que los mapeos de las vigas muestran grietas de cortante que pueden extenderse desde el apoyo hacia el punto de carga más cercano, sin embargo, cuando la relación del vano de cortante ( $a/d$ ) disminuye, las grietas tienden a generar fallas de cortante vertical entre las juntas de los bloques cercanos al punto de la carga, mientras si la relación ( $a/d$ ) es mayor, las grietas tienden a ser un tanto más escalonadas, mostrando un comportamiento de discontinuidad de esfuerzos.

# Capítulo 4

## PROPUESTAS ANALÍTICAS EXISTENTES

### 4.1. Introducción

Existen diferentes formulaciones para determinar la resistencia a cortante en elementos de mampostería, de las diferentes propuestas de la literatura ya se han aplicado algunas en normativas a nivel mundial.

La mayoría de las expresiones para la predicción de la resistencia a cortante disponibles para muros de mampostería reforzada se basan en desarrollos estadísticos a partir de conceptos teóricos (Dillon and Fonseca, 2017), y a la fecha no se ha adoptado ninguna ecuación analítica efectiva para la predicción del desempeño a cortante en este tipo de muros. Esto se debe principalmente a la complejidad del mecanismo de falla por cortante en los muros de mampostería reforzada.

Gran parte de la base de datos utilizada para desarrollar las expresiones de cortante se obtuvo de los resultados de ensayos de laboratorio recopilado como parte del estudio de “U.S. Coordinated Program for Masonry Building Research” en el año 1987. La mayoría de los resultados recopilados pertenecen a muros completamente rellenos, y por tal razón varias de las expresiones adoptadas por los códigos de mampostería han sido calibradas a partir de datos obtenidos solo de ensayos con elementos completamente rellenos. A pesar de que se han tratado de adaptar expresiones para la predicción del cortante en mampostería con celdas parcialmente rellenas, se observa que la introducción de nuevos parámetros y constantes no ha sido muy efectiva.

### 4.2. Descripción de aportes a la resistencia al cortante

Teniendo en cuenta que la mampostería es un material que no presenta una continuidad en las propiedades a lo largo de un mismo elemento, esto debido a que requiere de un material adherente para unir las unidades que la componen tal es el ejemplo de una viga o un muro. Es relevante partir de analizar el comportamiento de un material continuo con abundantes

estudios respecto de la resistencia al cortante, como lo es el concreto reforzado o también el concreto postensado.

De acuerdo con Park et al. (1975), se sabe que la resistencia al cortante en una viga es aportada por el acero dispuesto longitudinal y transversalmente, la carga de compresión que se le pueda ejercer al elemento, la resistencia debido a la zona de compresión hasta donde se encuentra la profundidad del eje neutro y la trabazón entre las grietas diagonales que se van presentando en el claro de cortante.

Por otro lado, la Sociedad Americana de Ingenieros Civiles (ASCE) indica que la resistencia al cortante de una viga de concreto reforzado está compuesta de cuatro componentes, el aporte del cordón de concreto no fisurado conocido como  $V_c$ ; la resistencia al cortante debida a la fricción junto con la acción de las fuerzas debidas a los esfuerzos de tracción residuales que se presentan a lo largo de las grietas, conocidas como  $V_w$ ; el aporte provisto por el refuerzo transversal conocido como  $V_s$  y, finalmente, el aporte debido al refuerzo longitudinal conocido como  $V_l$  (Marí et al., 2016).

Park et al. (2013) han demostrado que el mayor aporte está dado por la cabeza de compresión, donde incluso obteniendo una buena aproximación de la profundidad del eje neutro se puede tener una mayor precisión en la resistencia al cortante tanto para elementos postensados como para elementos simplemente reforzados.

Sin embargo, la mampostería no se comporta como el concreto reforzado y tiene particularmente un comportamiento no lineal debido a que en el desarrollo de las grietas de cortante también se presentan esfuerzos de flexión que generan una no continuidad entre los bloques de mampostería que componen el elemento. Es por esto que en la práctica, la resistencia al corte de los muros de mampostería reforzada se ha calculado mediante la suma de tres componentes: la contribución de la mampostería, la fricción debida al esfuerzo de compresión axial, y la contribución del refuerzo a cortante. La primera expresión para la predicción de la resistencia a cortante de la mampostería fue desarrollada hace más de tres décadas por Matsumura (1988).

### 4.3. Expresiones de resistencia al corte para mampostería

Existen un gran número de ecuaciones para la predicción de la resistencia al corte para muros de mampostería reforzada, con el fin de analizar la composición de estas, su precisión y el aporte de cada componente se indican algunas ecuaciones relevantes.

### 4.3.1. Matsumura, 1988

La primera expresión propuesta para determinar la resistencia al cortante en muros de mampostería reforzada fue desarrollada por Akira Matsumura en 1988, para la cual empleó los resultados obtenidos en pruebas de laboratorio a cerca de 60 muros de cortante en mampostería de concreto y 30 muros de mampostería de ladrillo de arcilla, bajo cargas cíclicas, dónde la mayoría de los especímenes fallaron después de 4 ó 5 ciclos de carga. Para esta formulación se tiene en cuenta el aporte de la mampostería, de la compresión axial y del acero de refuerzo a cortante como se muestra en la ecuación (4.1).

$$V_n = \left[ k_u k_p \left( \frac{0.76}{(h/d) + 0.7} + 0.012 \right) \sqrt{f'_m} + 0.2\sigma_n + 0.18\gamma\delta\sqrt{\rho_h f_{yh} f'_m} \right] (0.875td) \quad (4.1)$$

Matsumura usa un coeficiente de corrección  $k_u$  para mampostería parcial o completamente rellena, para este caso se usó  $k_u = 0.8$  para elementos tipo viga parcialmente rellenos. Se asumió un coeficiente de ajuste por refuerzo postensado  $k_p = 1.16P_t^{0.3}$ , donde  $P_t = a_t/(0.875dK^2)$ . Siento  $a_t$  el área de acero postensado usado en el elemento tipo viga y  $d$  la profundidad efectiva (Matsumura, 1988).

Los factores  $\gamma$  y  $\delta$  corresponden a la acción del confinamiento de la lechada para aporte por acero dispuesto para resistir el cortante. Estos no se tuvieron en cuenta para la aplicación actual debido a que no tienen influencia en la presente investigación.

### 4.3.2. Shing et al, 1990

En 1990 se propone otra expresión para muros mampostería reforzada a partir de un análisis de regresión con los resultados de los ensayos de laboratorio de 22 muros de mampostería de concreto reforzada, estos entre cargas monotónicas y cargas cíclicas, (Voon et al., 2007). En esta expresión presentada en la ecuación (4.2) por Shing, se despreció la contribución del refuerzo transversal superior e inferior debido a la longitud de desarrollo insuficiente provocada por las grietas diagonales. Además, el efecto de la tensión axial se incluye en función del término de la resistencia a la compresión de la mampostería.

$$V_n = (0.166 + 0.0217\rho_v f_{yv}) \sqrt{f'_m} A_n + (0.0217\sigma_n A_n) \sqrt{f'_m} + \left( \frac{h - 2d'}{S_h} - 1 \right) A_h f_{yh} \quad (4.2)$$

Para efectos de la presente investigación, se considera que el refuerzo longitudinal y transversal no tiene influencia en la resistencia del sistema.

### 4.3.3. NZS 4230, 1990

La norma de diseño de mampostería de Nueva Zelanda desarrolló una expresión basada en los resultados de las pruebas de laboratorio realizadas antes de 1981 para muros de mampostería reforzada. La expresión presentada en la ecuación (4.3), unifica el efecto de la tensión axial de compresión y la resistencia de la mampostería en el término  $v_m$ , donde ( $v_m = 0.1f'_m + \sigma_n$ ),

siendo  $\sigma_n$  el esfuerzo debido a la compresión en el elemento. A diferencia de la formulación propuesta por Shing, no se consideró el efecto del refuerzo vertical (longitudinal) a pesar de que se incluyó la contribución del refuerzo horizontal (transversal) sin ninguna limitación sobre su ubicación en el muro (Voon et al., 2007).

$$V_n = v_m bd + A_h f_{yh} \frac{d}{s_h} \quad (4.3)$$

#### 4.3.4. NZS 4230, 2004

Casi década y media después, se desarrolló una nueva formulación que tendía a ser más conservadora debido a que se dejó de usar el área neta de la sección transversal (Minaie et al., 2009). Esta formulación, presentada en la ecuación (4.4), tiene 3 factores de corrección  $C_1$ , el cuál incluye el aporte debido al refuerzo longitudinal. Existe también un factor de forma  $C_2$  y finalmente el factor de corrección por el aporte del refuerzo transversal a cortante  $C_3$ . En esta ocasión el aporte debido a la resistencia de la mampostería  $v_{bm}$  depende del tipo de bloque usado y del nivel de ductilidad del elemento (NZS-4230, 2004).

$$V_n = \left[ (C_1 + C_2) v_{bm} + 0.9 \frac{N^*}{bd} \tan(\alpha) + C_3 \frac{A_v f_y}{bs} \right] bd \quad (4.4)$$

#### 4.3.5. Anderson y Priestley, 1992

Anderson y Priestley desarrollaron una expresión con base en los resultados de diversas investigaciones tanto para elementos total o parcialmente rellenos con distintas tipologías de carga. En esta expresión se desprecia el efecto del refuerzo vertical, pero introduce el efecto de la ductilidad de la mampostería al considerar la degradación de la resistencia al corte de la mampostería en la respuesta inelástica mediante el factor de reducción  $C_{ap}$  y el coeficiente  $K$  para los diferentes tipos de mampostería empleados en la construcción del muro (Bolhassani et al., 2016).

$$V_n = C_{ap} k A_n \sqrt{f'_m} + 0.25 \sigma_n A_n + 0.5 A_h f_{yh} \frac{d}{s_h} \quad (4.5)$$

Para mampostería de concreto se debe asumir  $C_{ap} = 0.24$  y  $C_{ap} = 0.12$  para mampostería de arcilla (Minaie et al., 2009). Para el parámetro  $k$ , se toma igual a 1 para la menor ductilidad presentada por los autores, este factor disminuye linealmente a medida que se aumenta el nivel de ductilidad (Voon et al., 2007).

#### 4.3.6. NEHRP, 1997

El Programa Nacional de Reducción de Riesgos por Terremotos de Estados Unidos (NEHRP por sus siglas en inglés), adoptó una expresión similar a la ecuación propuesta por Anderson y Priestley (1992), en la cual el factor de ductilidad  $C_{ap}$  se expresó en términos de la relación de aspecto del muro  $\frac{M}{V L}$  (Bolhassani et al., 2016). El efecto de la acción de dovela en la zona de concreto reforzado y el refuerzo vertical fueron ignorados en la expresión, y no se definió una distinción clara entre los elementos total o parcialmente rellenos.

$$V_n = 0.083 \left[ 4.0 - 1.75 \frac{M}{VL} \right] A_n \sqrt{f'_m} + 0.25 \sigma_n A_n + 0.5 A_h f_{yh} \frac{L}{s_h} \quad (4.6)$$

Para la ecuación (4.6) se usa un cambio de notación debido a que se desarrolló a partir de muros de mampostería, por lo tanto, se aclara que  $L$  corresponde a la longitud horizontal del muro.

#### 4.3.7. UBC, 1997

La expresión disponible en el código de construcción uniforme de estados Unidos (Uniform Building Code-UBC por sus siglas en inglés) se basó exclusivamente en los resultados de ensayos de laboratorio recopilados como parte del estudio de “U.S. Coordinated Program for Masonry Building Research” en el año 1987, con una amplia gama de ensayos no solo sobre estructuras de mampostería sino también sobre los materiales que las componen. Sin embargo, a diferencia de la ecuación propuesta por Akira Matsumura (1988), no se introdujo ningún factor de modificación para los muros parcialmente rellenos ni tuvo en cuenta el aporte por la compresión axial (Aguilar et al., 2016).

$$V_n = 0.083 \left[ 2.8 - 1.6 \left( \frac{h_e}{d_v} \right) \right] A_n \sqrt{f'_m} + A_{sh} f_{yh} \quad (4.7)$$

#### 4.3.8. Ingham y Voon, 2007

En 2007 Ingham y Voon proponen una actualización de la ecuación propuesta en la norma de diseño de mampostería de Nueva Zelanda que introduce factores de modificación para los principales parámetros que constituyen la ecuación, esta nueva expresión tampoco proporcionó ninguna consideración especial entre los elementos total o parcialmente rellenos. Los autores consideran el aporte que brinda la mampostería, la compresión axial y el acero dispuesto para cortante en la ecuación (4.8), además resaltan que se realizaron pruebas de ensayos de cargas controladas, además de contar con los ensayos previos de otros investigadores, donde también se hizo uso de cargas cíclicas (Voon et al., 2007).

$$V_n = V_m + V_p + V_s \quad \text{dónde} \quad \begin{cases} V_m = v_m b_w d & \text{y} & v_m = k (C_a + C_b) \sqrt{f'_m} \\ V_p = 0.9 \tan(\alpha) P^* \\ V_s = A_h f_{yh} \frac{d_e}{s_h} \end{cases} \quad (4.8)$$

El aporte correspondiente al esfuerzo cortante en la mampostería incluye los factores de refuerzo longitudinal  $C_a = 0.022 \rho_v f_{yv}$  y de forma  $C_b = 0.083 [4 - 1.75 (M/(VL))]$ , este último afectado por el nivel de ductilidad adoptado en el muro, dando como resultado la ecuación (4.9) (Voon et al., 2007).

$$V_n = \left[ 0.022 \rho_v f_{yv} + 0.084 \left( 4.0 - 1.75 \frac{h_e}{l_w} \right) \right] \left( 1 - \frac{\mu - 1.25}{2.75} \right) A_n \sqrt{f'_m} + 0.9 \tan(\alpha) P^* + A_h f_{yh} \frac{d_e}{s_h} \quad (4.9)$$

Las modificaciones realizadas por Voon et al. (2007) consideran 56 resultados de ensayos de muros de mampostería sujetos a cargas cíclicas de distintos programas experimentales.

#### 4.3.9. MSJC, 2008

El Comité de normas para el diseño de Mampostería de Estados Unidos (Masonry Standards Joint Committee-MSJC por sus siglas en inglés) proporcionó una formulación para mampostería sin refuerzo y con refuerzo, en esta última introdujo un factor ( $\gamma_g$ ) a la expresión de cortante desarrollada por la NEHRP, para diferenciar la predicción entre elementos total o parcialmente rellenos (Minaie et al., 2009).

Para la mampostería sin refuerzo se presenta la ecuación (4.10), donde la resistencia al cortante se define a partir del aporte de la mampostería y la compresión axial, limitados por el máximo aporte permisible por la mampostería sin refuerzo y un coeficiente que depende del área transversal.

$$V_n \leq \begin{cases} 0.33A_n\sqrt{f'_m} \\ 0.83A_n \\ 0.26A_n + 0.45N_u \end{cases} \quad (4.10)$$

Al momento de usar mampostería reforzada se utiliza la ecuación (4.11) donde  $\gamma_g$  debe asumirse como 1 si se tiene mampostería completamente rellena ó 0.75 si es parcialmente rellena (MSJC, 2008).

$$V_n = \gamma_g (V_{nm} + V_{ns}) \quad \text{dónde} \begin{cases} V_{nm} = 0.083 \left[ 4.0 - 1.75 \frac{M}{VL} \right] A_n \sqrt{f'_m} + 0.25P_u \\ V_{ns} = 0.5 \frac{A_v}{s} f_y d_v \end{cases} \quad (4.11)$$

#### 4.3.10. TMS 402-22, 2022

La sociedad de mampostería de Estados Unidos (The Masonry Society - TMS por sus siglas en inglés) modificó la normativa anterior cambiando  $\gamma_g$  de 0.75 a 0.70 para mampostería reforzada parcialmente rellena (TMS-402/602-22, 2022) en la ecuación (4.12).

$$V_n = \gamma_g (V_{nm} + V_{ns}) \quad \text{dónde} \begin{cases} V_{nm} = 0.083 \left[ 4.0 - 1.75 \frac{M}{VL} \right] A_n \sqrt{f'_m} + 0.25P_u \\ V_{ns} = 0.5 \frac{A_v}{s} f_y d_v \end{cases} \quad (4.12)$$

#### 4.3.11. Hassanli et al, 2014

La formulación presentada en la normativa MSJC-2008 fue estudiada por Hassanli, ElGawady y Mills (2014), donde se incluyeron los factores  $\alpha$  y  $\beta$ , para incluir el efecto del espaciamiento del refuerzo y la relación de aspecto del muro (factor  $\alpha$ ) y el efecto de la reducción en la eficiencia del acero (factor  $\beta$ ) (Hassanli et al., 2014) obteniendo finalmente la ecuación (4.13) con base en distintos ensayos de diferentes autores y normativas que incluyen ensayos de carga controlada y ensayos de carga cíclica.

$$V_n = \alpha 0.083 \left[ 4.0 - 1.75 \frac{M}{VL} \right] A_n \sqrt{f'_m} + 0.25 P_u + \beta (0.5 A_h f_{yh} d_v / s_h) \quad (4.13)$$

Los autores recomiendan que los valores de  $\alpha$  y  $\beta$  sean 0.7 y 0.56 respectivamente para mampostería parcialmente rellena.

#### 4.3.12. CSA S304-14, 2014

La norma canadiense también cuenta con su propuesta para determinar la resistencia a cortante de la mampostería. Según el artículo 11.3.4.3, sólo se toma en cuenta el aporte de la mampostería y del refuerzo transversal, considerando así el aporte brindado por la compresión axial como se observa en la ecuación (4.14). Donde  $V_m$  esfuerzo cortante de diseño;  $\phi_m$  = factor por resistencia de la mampostería,  $K_b$  el factor por inyección de lechada,  $\lambda$  el factor de densidad;  $b_w$  el ancho de la sección transversal,  $d$  la profundidad efectiva del refuerzo,  $f_m$  la resistencia a la compresión de la mampostería y  $\beta$  el coeficiente de cortante.

$$V_r = V_m + V_s \quad \text{dónde} \quad \begin{cases} V_m = \phi_m \lambda K_b \beta \sqrt{f'_m} b_w d \\ V_s = 0.36 \phi_s A_v f_y d_v \cot(\theta_1) / s \end{cases} \quad (4.14)$$

En esta ecuación se asume  $\lambda = 1$  según la densidad del concreto utilizado,  $K_b = 0.175$  para mampostería sin relleno y  $\beta = \frac{0.40}{1 + 1500 \varepsilon_x} \frac{1300}{1000 + z_e}$  de acuerdo con la sollicitación a cortante, flexión y carga axial. Los factores  $\phi_m$  y  $\phi_s$  corresponden a la reducción de la resistencia aportada por la mampostería y el refuerzo transversal, respectivamente (CSA:S304-14, 2014).

Sin embargo, la normativa canadiense también tiene otro método para la predicción de la resistencia al cortante según el artículo 7.10.2.1 para muros. Allí se presenta la ecuación (4.15), la cual incorpora el esfuerzo cortante de diseño y el esfuerzo de compresión axial. Dónde el factor  $\gamma_g$  depende del nivel de relleno de la mampostería.

$$V_n = \phi_m (v_m b_w d_v + 0.25 P_d) \gamma_g \quad \text{dónde} \quad v_m = 0.16 \left( 2 - \frac{M_f}{V_f d_v} \right) \sqrt{f'_m} \quad (4.15)$$

#### 4.3.13. NBR 15961-1, 2011

La norma brasilera tiene una propuesta para determinar la resistencia característica al corte  $f_{vk}$ . La ecuación (4.16) se ha elaborado de acuerdo con las recomendaciones del Eurocódigo 6.1/2001 y la Norma Británica (BS 5628-2) (Pasquantonio et al., 2016). Donde  $f_{vk}$  es la resistencia característica al corte;  $M_{max}$  es el momento flector máximo;  $V_{max}$  es el esfuerzo cortante máximo;  $d$  es el canto efectivo de la viga y  $\rho$  es la relación entre el refuerzo longitudinal  $A_s$  y la sección transversal de la viga  $bd$  (ABNT, 2011).

$$V_n = f_{vk} b d \quad \text{dónde} \quad f_{vk} = \left[ 2.5 - 0.25 \left( \frac{M_{max}}{V_{max} d} \right) \right] \left( 0.35 + 17.5 \frac{A_s}{b d} \right) \quad (4.16)$$

#### 4.3.14. IMNC, 2010

La ecuación (4.17) propuesta por el código Mejicano para predecir la resistencia al cortante hace uso del aporte del bloque de mampostería  $0.5 v_m A_T$ , de la compresión axial  $0.3 P$  y del refuerzo

longitudinal  $\rho_h f_{yh} A_T$  afectado por un factor  $\eta$  que depende de la cantidad de refuerzo dispuesto (IMNC, 2010). Toda la expresión se reduce según un factor de resistencia  $F_R$  que se asume como 0.4.

$$V_n = F_R (0.5v_m A_T + 0.3P) + F_R \eta \rho_h f_{yh} A_T \quad \text{dónde } \eta = \begin{cases} 0.6 & \text{if } \rho_h f_{yh} \leq 0.6 \\ 0.2 & \text{if } \rho_h f_{yh} \geq 0.9 \end{cases} \quad (4.17)$$

Dónde el aporte dado por la mampostería puede ser determinado por medio de la expresión  $v_m = 0.25\sqrt{f'_m}$ , siendo  $f'_m$  la resistencia a la compresión de la mampostería.

#### 4.3.15. BS 5628-2, 2005

La normativa británica tiene una propuesta muy similar a la que presenta el euro-código en cuanto a mampostería reforzada (Dickie and Lissel, 2009), sin embargo, cuando de mampostería postensada se trata, la formulación cambia como se muestra en la ecuación (4.18), dónde existe el aporte debido a la mampostería afectada por la relación del vano de cortante  $\frac{M}{Vd}$  y el aporte de la compresión axial que se afecta a su vez por el aporte de la mampostería (BS5628-2, 2005). Esta ecuación parece tener la forma de una suma vectorial de componentes de donde se obtiene finalmente la resistencia a cortante de la mampostería postensada.

$$V_n = \sqrt{\left(\frac{f_t}{\gamma_{mv}}\right)^2 + 0.9f_p \left(\frac{f_t}{\gamma_{mv}}\right)} \quad \text{dónde} \quad f_t = 1.3 - 0.275 \frac{M}{Vd} \quad (4.18)$$

Para esta, se asume  $\gamma_{mv} = 2$  de acuerdo con la tabla 8 de la sección 7.5.2.2 del código de prácticas para el uso de la mampostería dónde indica claramente que este es el valor que se debe tomar para determinar la resistencia a cortante de la mampostería. Mientras que  $f_p$  es el esfuerzo postensado inicial en el área proyectada de la mampostería.

#### 4.3.16. EN 1996-1-1, 2005

Para el estándar europeo (Eurocode 6) se indica que la resistencia inicial de la mampostería a cortante  $f_{cko}$  es de 0.20 MPa cuando se usan bloques de agregado de concreto (Dickie and Lissel, 2009), sin embargo, al hacer uso de una capa delgada de mortero, esta incrementa a 0.30 MPa. De acuerdo con la ecuación (4.19), el máximo esfuerzo resistente al corte se define cómo  $f_{vd} = f_{vko} + 0.4\sigma_d \leq 0.065f'_m$ , dónde claramente se percibe el aporte inicial de la resistencia de la mampostería más el aporte dado por el esfuerzo de compresión axial  $0.4\sigma_d$ , sin embargo, en este código se limita el valor de  $f_{vd}$  al 6.5% de la resistencia a la compresión de la mampostería (Eurocode6, 2005).

$$V_n = V_{Rdn1} + V_{Rdn2} \quad \text{dónde} \quad \begin{cases} V_{Rdn1} = f_{vd}bd \\ V_{Rdn2} = 0.9A_{sw}f_{yd} \end{cases} \quad (4.19)$$

#### 4.3.17. NSR-10, 2010

Por su parte, el Reglamento Colombiano de Construcción Sismo Resistente también propone que la resistencia al cortante se compone del aporte de la mampostería afectado por la relación del vano de cortante  $\frac{M_u}{V_u d}$  y del aporte de la compresión axial  $0.25P_u$  (NSR-10, 2011).

$$\begin{aligned}
 V_m &= 0.30A_{mv}\sqrt{f'_m} + 0.25P_u && \text{si} && \frac{M_u}{V_u d} \leq 0.25 \\
 V_m &= \left[ 0.33 - 0.13 \left( \frac{M_u}{V_u d} \right) \right] A_{mv}\sqrt{f'_m} + 0.25P_u && \text{si} && 0.25 < \frac{M_u}{V_u d} < 1.00 \\
 V_m &= 0.20A_{mv}\sqrt{f'_m} + 0.25P_u && \text{si} && \frac{M_u}{V_u d} \geq 1.00
 \end{aligned} \tag{4.20}$$

#### 4.3.18. Resumen de expresiones para la resistencia al cortante

En la Tabla 4.1 se indica el aporte por mampostería y por postensado de cada una de las formulaciones planteadas anteriormente, despreciando el aporte del refuerzo longitudinal y transversal cuando aplique.

Tabla 4.1: Aporte al cortante de cada formulación

Código	Contribución de la mampostería ( $V_m$ ) [N]	Contribución del postensado ( $V_p$ ) [N]
Matsumura, 1988	$k_u k_p \left( \frac{0.76}{(h/d) + 0.7} + 0.012 \right) \sqrt{f'_m} (0.875td)$	$0.2\sigma_n (0.875td)$
Shing et al, 1990	$0.166 \sqrt{f'_m} A_n$	$(0.0217\sigma_n A_n) \sqrt{f'_m}$
NZS 4230, 1990	$0.1f'_m b_w d$	$\sigma_n b_w d$
NZS 4230, 2004	$(C_1 + C_2) v_{bm} b_w d$	$0.9N^* \tan(\alpha)$
Anderson y Priestley, 1992	$C_{ap} k A_n \sqrt{f'_m}$	$0.25\sigma_n A_n$
NEHRP, 1997	$0.083 \left[ 4.0 - 1.75 \frac{M}{VL} \right] A_n \sqrt{f'_m}$	$0.25\sigma_n A_n$
UBC, 1997	$0.083 \left[ 2.8 - 1.6 \left( \frac{h_e}{d_v} \right) \right] A_n \sqrt{f'_m}$	N / A
Ingham y Voon, 2007	$0.084 \left( 4.0 - 1.75 \frac{h_e}{l_w} \right) \left( 1 - \frac{\mu - 1.25}{2.75} \right) A_n \sqrt{f'_m}$	$0.9 \tan(\alpha) P^*$
MSJC, 2008 (4.10)	$V_m \leq \begin{cases} 0.33A_n \sqrt{f'_m} \\ 0.83A_n \\ 0.26A_n + 0.45N_u \end{cases}$	N / A
MSJC, 2008 (4.11)	$\gamma_g 0.083 \left[ 4.0 - 1.75 \frac{M}{VL} \right] A_n \sqrt{f'_m}$	$\gamma_g 0.25P_u$
TMS 402-22, 2022	$\gamma_g 0.083 \left[ 4.0 - 1.75 \frac{M}{VL} \right] A_n \sqrt{f'_m}$	$\gamma_g 0.25P_u$
Hassanli et al, 2014	$\alpha 0.083 \left[ 4.0 - 1.75 \frac{M}{VL} \right] A_n \sqrt{f'_m}$	$0.25P_u$
CSA S304-14, 2014 (4.14)	$\phi_m \lambda K_b \beta \sqrt{f'_m} b_w d$	N / A
CSA S304-14, 2014 (4.15)	$0.16 \left( 2 - \frac{M_f}{V_f d_v} \right) \sqrt{f'_m} b_w d_v \gamma_g$	$0.25P_d \gamma_g$
NBR 15961-1, 2011	$\left[ 2.5 - 0.25 \left( \frac{M_{max}}{V_{max} d} \right) \right] 0.35bd$	N / A
IMNC, 2010	$F_R \left[ 0.5 \left( 0.25 \sqrt{f'_m} \right) A_T \right]$	$F_R (0.3P)$
BS 5628-2, 2005 <sup>i</sup>	$\left( \frac{1.3 - 0.275 \frac{M}{Vd}}{\gamma_{mv}} \right)^2$	$0.9f_p \left( \frac{1.3 - 0.275 \frac{M}{Vd}}{\gamma_{mv}} \right)$
EN 1996-1-1, 2005 <sup>j</sup>	$f_{vko} b d$	$0.4\sigma_d b d$
NSR-10, 2010	$\left[ 0.33 - 0.13 \left( \frac{M_u}{V_u d} \right) \right] A_{mv} \sqrt{f'_m}$ si $0.25 < \frac{M_u}{V_u d} < 1.00$	$0.25P_u$

i, Se descompuso de manera vectorial y debe ser normalizada respecton de  $V_n^2$

j, La suma de  $V_m$  y  $V_p$  debe ser menor o igual que  $0.065f'_m$

## 4.4. Comparación de expresiones con datos experimentales

A partir de la base de datos obtenida por medio de los ensayos realizados por García et al. (2019) y descrita en la sección 3, se verifican las expresiones de la sección 4.3 por medio de un análisis estadístico simple, donde se compara la desviación estándar y la media como método para clasificar las formulaciones y poder facilitar así la comparación entre ellas. Para esto se evaluaron todas las expresiones descritas en la Tabla 4.1 y se resumen en la Tabla 4.2.

Tabla 4.2: Resistencia al cortante de cada viga para las diferentes expresiones

Código	Viga 2 $V_n$ [N]	Viga 6 $V_n$ [N]	Viga 11 $V_n$ [N]	Viga 18 $V_n$ [N]	Viga 19 $V_n$ [N]	Viga 20 $V_n$ [N]	Viga 32 $V_n$ [N]
Matsumura, 1988	28190	29533	29859	35595	33661	30939	33031
Shing et al, 1990	29246	29967	30035	22681	22001	20931	23184
NZS 4230, 1990	79816	84638	85094	67622	61144	50939	72424
NZS 4230, 2004	28996	30971	31639	46907	40149	30215	41187
Anderson y Priestley, 1992	50669	52626	52811	40674	38414	34854	42349
NEHRP, 1997	17933	19890	20075	30615	28187	24795	26055
UBC, 1997	25230	25367	25258	14100	14197	14100	16868
Ingham y Voon, 2007	23056	25031	25699	46130	39310	29438	38115
MSJC, 2008 (4.10)	26685	26685	26685	26685	26685	22984	26685
MSJC, 2008 (4.11)	13449	14918	15056	22961	21140	18596	19542
TMS 402-22, 2022	12553	13923	14053	21431	19731	17357	18239
Hassanli et al, 2014	17933	19890	20075	25614	23236	19794	22925
CSA S304-14, 2014 (4.14)	5155	5211	5365	3739	3455	3594	3927
CSA S304-14, 2014 (4.15)	31373	33331	33516	26715	24455	20895	28390
NBR 15961-1, 2011	12474	12369	12453	17630	17609	17630	16853
IMNC, 2010	15428	16367	16456	12262	11177	9469	13066
BS 5628-2, 2005	24952	25670	26144	31719	29629	26164	30878
EN 1996-1-1, 2005	37616	37616	37616	25077	25077	22645	25077
NSR-10, 2010	36979	38936	39121	29636	27376	23816	31311
Resistencia última	30415	31470	30730	42365	44730	37115	34435

Vale la pena aclarar que, aunque algunas de las formulaciones planteadas no consideran el aporte del postensado, se consideran debido a que hacen parte de una normativa que diferencia los aportes del postensado o se hace referencia a la relación del vano de cortante. Esta información podría ser de utilidad para futuros estudios que debatan la inclusión de los esfuerzos de compresión dentro de elementos no reforzados explícitamente o dentro de la relación del vano de cortante.

En la Figura 4.1 se puede apreciar cómo propuestas como la Neozelandesa de 1990 tiene una dispersión muy alta y sobrestima en gran medida la capacidad de las vigas que se fallaron con respecto a la realidad. Adicionalmente es importante dejar claridad de que todos los resultados que se muestran en la Figura 4.1 que superan la unidad (1.00) sobrestiman la verdadera capacidad a cortante para el sistema evaluado, por lo tanto su uso no es adecuado para este. En la misma figura se resalta una franja de color amarillo que indica un rango de  $\pm 20\%$  de la unidad.

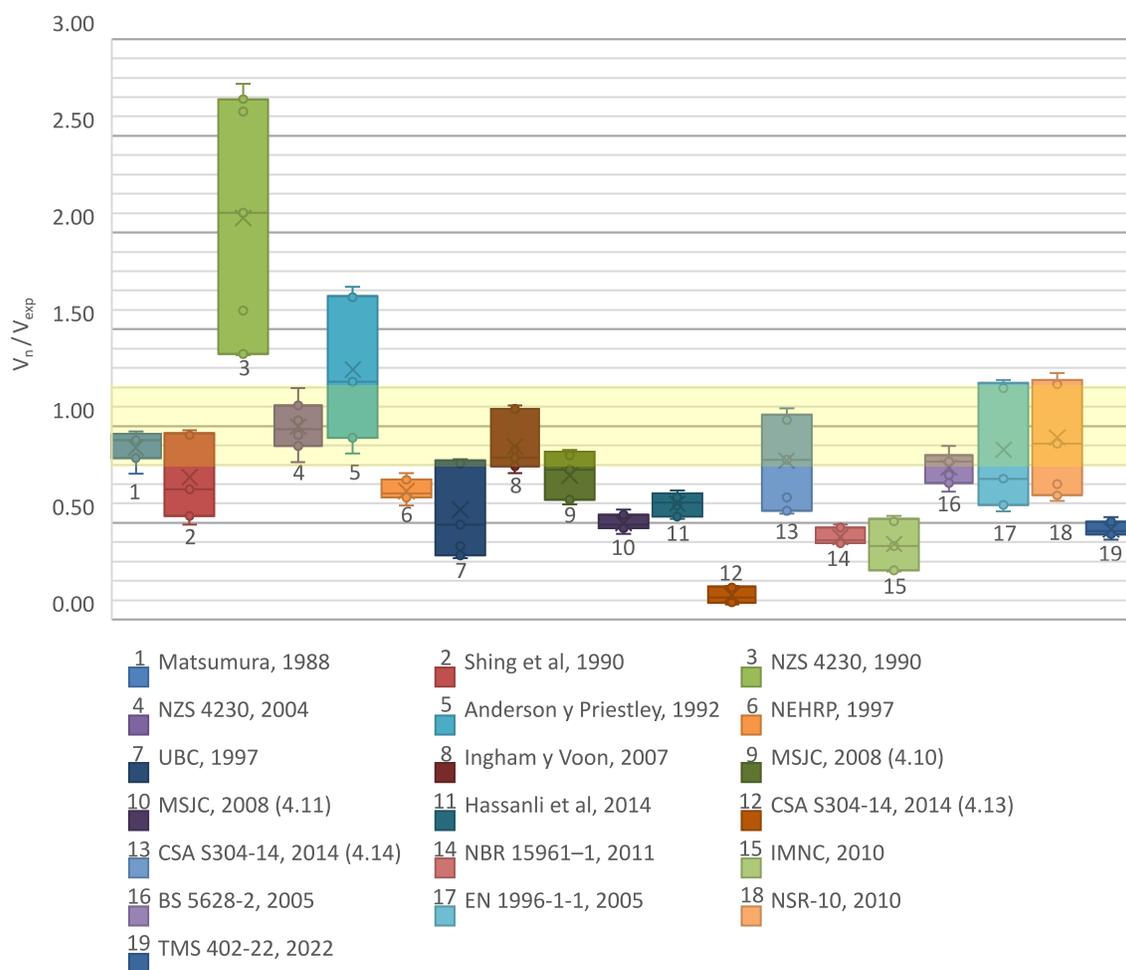


Figura 4.1: Resultados estadísticos de resistencias por Predicciones V.S. Experimentales

Se realiza el análisis de las medias correspondientes a cada expresión como se muestra en la Figura 4.2 donde se indica el valor de la relación de capacidad de cada formulación con respecto a la capacidad real de los datos experimentales  $\left(\frac{V_n}{V_{exp}}\right)$ . Llama la atención el hecho de que la capacidad

a cortante es mayor en la formulación que no considera el postensado para la normativa americana del 2008, mientras que para la normativa canadiense ocurre lo contrario.

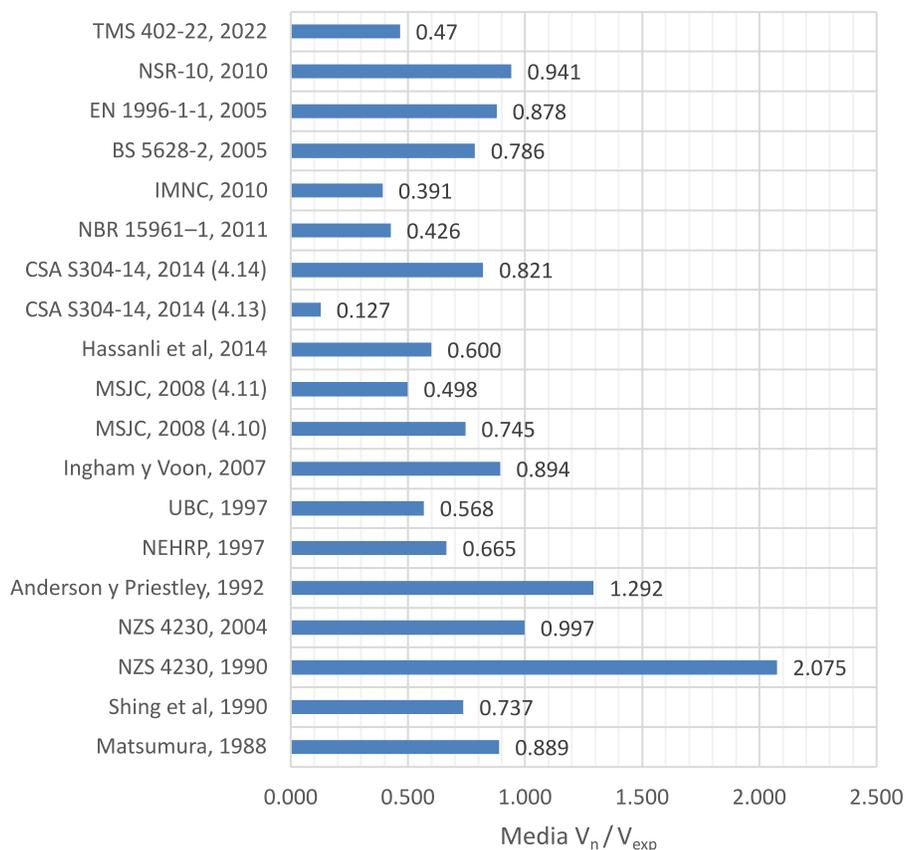


Figura 4.2: Valores medios de  $\frac{V_n}{V_{exp}}$

A su vez, determina el aporte debido a la mampostería ( $V_m$ ) en términos de  $\sqrt{f'_m}$  y debido al postensado ( $V_p$ ) en términos de la carga de postensado inicial  $P_n$  para cada formulación, con el fin de obtener un indicativo medio de estas componentes a partir del porcentaje de aporte  $\frac{V_m}{V_n}$  y  $\frac{V_p}{V_n}$  como se indica en la Figura 4.3. En la mayoría de los casos, cuando se tiene en cuenta el aporte del postensado, es este el mayor aporte a la resistencia al cortante del sistema. Llama la atención además que, para la normativa americana del 2008, la compresión debida al postensado comprende el 69% del aporte, sin embargo, la capacidad total es menor a la calculada con la ecuación que no considera la capacidad del postensado, mientras que en la normativa canadiense la capacidad total a cortante aumenta cuando se considera el aporte del postensado, siendo este un 53% de la totalidad de la capacidad.

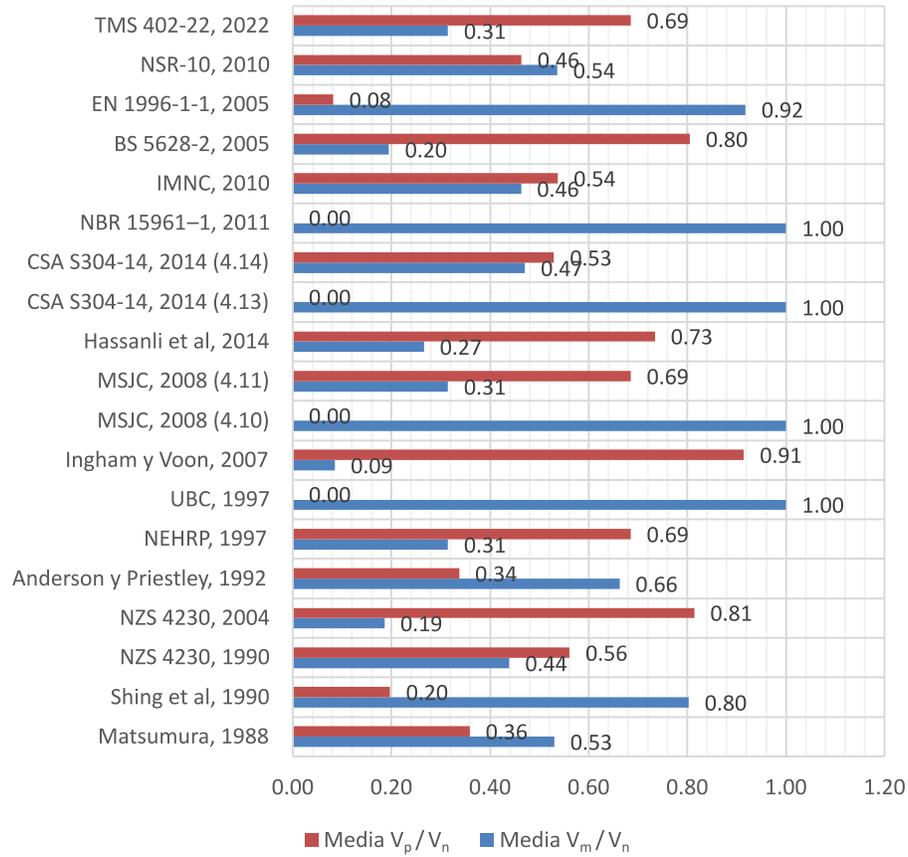


Figura 4.3: Aporte por componentes  $\frac{V_m}{V_n}$  y  $\frac{V_p}{V_n}$

Para determinar la eficacia de cada expresión, se encontró el porcentaje de los resultados de cada expresión que daban entre 0.9 y 1.1 lo que se refiere a los resultados que están dentro del 20% más cercano a la realidad. Se tuvo en cuenta este porcentaje respecto de la cantidad total de valores evaluados dentro de cada expresión para determinar las expresiones que fueran más eficaces como se muestra en la Figura 4.4.

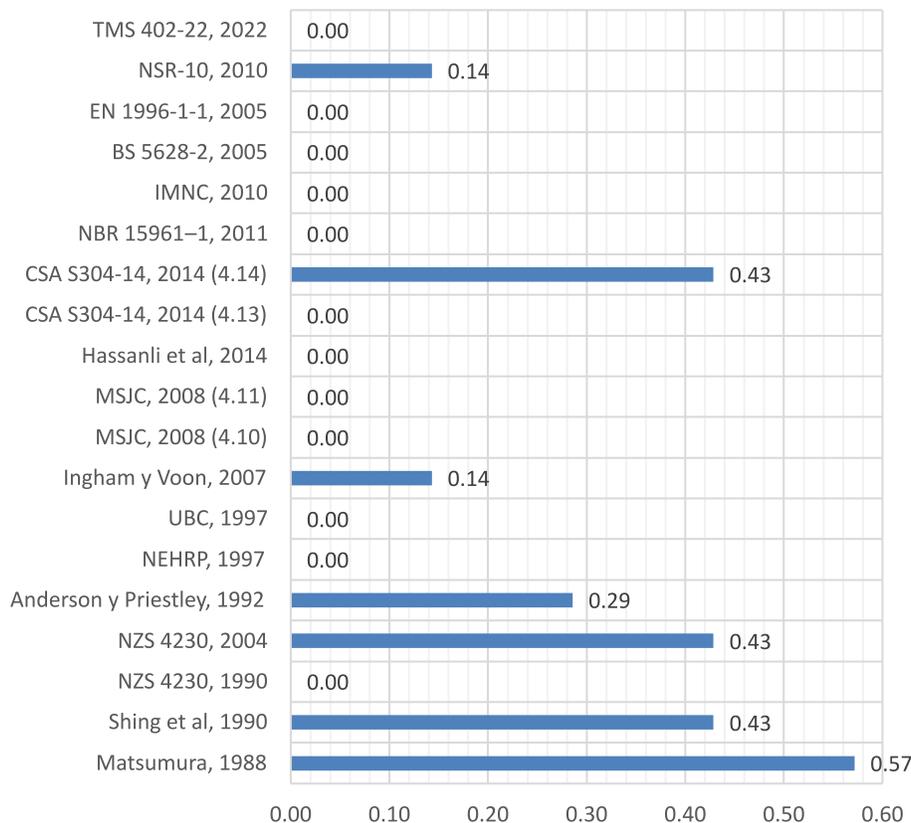


Figura 4.4: Porcentaje de resultados dentro del 20 % cercano a la realidad

#### 4.4.1. Expresiones concisas

Se puede decir que las formulaciones que tienen la mayor cantidad de valores cercanos a su media presentan la forma más concisa. De acuerdo con la Figura 4.1 se listan, a continuación, las 6 expresiones más concisas ordenadas de mayor a menor.

- NBR 15961-1, 2011.
- CSA S304-14, 2014 (4.14).
- MSJC, 2008 (4.11) y TMS 402-22.
- Hassanli et al, 2014.
- NEHRP, 1997.
- Matsumura, 1988.

A pesar de que las formulaciones más concisas sean las propuestas por los códigos brasileño y canadiense (por medio de la sección 11.3.4.3), estas hacen parte también de las que más se alejan de la realidad ya que subestima la capacidad aproximadamente entre un 39 % y un 49 % para la normativa brasileña y entre un 8 % y un 17 % para la canadiense, mientras que las formulaciones de Matsumura (1988) y del Programa Nacional de Reducción de Riesgos por Terremotos de Estados Unidos (NEHRP) se acercan más a la realidad con una media de 89 % y 66 % respectivamente.

#### 4.4.2. Expresiones que mejor se adaptan a los resultados experimentales

En cuanto a la mejor adaptación de las expresiones hacia el sistema evaluado, se puede tener como medida la media de los resultados de cada una de ellas sin discriminar si los valores están por encima o por debajo de la realidad. A partir de esto se listan, a continuación, las 6 expresiones más precisas ordenadas de mayor a menor.

- NZS 4230, 2004.
- NSR-10, 2010.
- Ingham y Voon, 2007.
- EN 1996-1-1, 2005.
- Matsumura, 1988.
- CSA S304-14, 2014 (4.15).

Cabe destacar que la formulación que a pesar de que la propuesta de Matsumura (1988) no es la más precisa, ni la más concisa es la única expresión que aparece dentro de las dos selecciones. A pesar de que existan otras formulaciones como la NZS-4230 (2004) que tiene una media del 99.7% de cercanía con la realidad y no tiene una alta dispersión a pesar de no hacer parte del listado de las formulaciones concisas.

#### 4.4.3. Expresiones eficaces

De acuerdo con la Figura 4.4, se listan las 5 formulaciones más eficaces, donde los resultados están entre el 90% y el 110% de la resistencia real  $V_{exp}$  de las vigas pertenecientes a la base de datos experimentales de García et al. (2019).

- Matsumura, 1988.
- CSA S304-14, 2014 (4.15).
- NZS 4230, 2004.
- Shing et al, 1990.
- Anderson y Priestley, 1992.

### 4.5. Discusión de resultados

Se puede decir que la dispersión de resultados entre las distintas formulaciones es bastante amplia, ya que van desde el 8% hasta el 270% de la resistencia real de las muestras ensayadas. Sin embargo, se puede encontrar información relevante si se realiza un análisis de la similitud de entre las expresiones, del origen de estas y del aporte de cada componente.

De acuerdo con la información que proporciona la Figura 4.3, alrededor del 58% de las expresiones tiene una forma muy similar de representar el aporte debido a la mampostería  $V_m$ , dónde este

es modificado según la relación del vano de cortante  $\frac{M}{Vd}$  mientras que todas las expresiones que tienen en cuenta el aporte de la compresión axial  $V_p$ , consideran una reducción que en algunos casos es fija y en otros depende de la afectación de la mampostería o de la relación del vano de cortante.

Al observar detenidamente la compilación de formulaciones existentes mostradas en la Tabla 4.1, se puede apreciar que existen dos tendencias con respecto al aporte de la mampostería  $V_m$ , la primera de estas es partir de una resistencia base en función del valor de la resistencia a la compresión  $f'_m$ , y la otra es la tendencia de afectar la capacidad debida a la mampostería de acuerdo con el vano de cortante  $\frac{M}{Vd}$ , sin embargo, entre todas estas expresiones algunas consideran unos factores de variación de acuerdo con el tipo de mampostería, tipo de relleno, e incluso el tipo de desempeño en función de la ductilidad.

También se puede decir que la formulación de Matsumura es la que mejor se ajusta al sistema evaluado, sin embargo, tanto esta como las demás expresiones no habían llegado a ser validadas para un sistema como este.

# Capítulo 5

## PROPUESTA EXPERIMENTAL DE RESISTENCIA NOMINAL A CORTANTE

### 5.1. Introducción

Existen diversos fenómenos físicos en la naturaleza que pueden ser descritos por medio del uso de diversas variables teóricas. Para esto se requiere hacer una observación de algunos parámetros y tomar la respuesta ante el cambio de estos y así poder entender algún comportamiento en particular que sea requerido o de interés. Este tipo de procesos suelen ser realizados por medio de técnicas como los análisis estadísticos.

Un análisis estadístico puede ser descriptivo o inferencial. La estadística descriptiva utiliza indicadores como la media, la mediana, la moda y la desviación estándar, entre otras para poder resumir, describir y comprender la distribución de unos datos, de esta manera se puede identificar patrones ó tendencias en los fenómenos físicos. Por otro lado, la estadística inferencial se basa en la teoría de la probabilidad y utiliza modelos matemáticos para estimar parámetros de una muestra de datos y poder hacer referencia a una población entera, procurando representar con estos parámetros el comportamiento de toda una población (Gelman and Hill, 2006).

Gracias a la estadística inferencial se ha podido describir en el mundo el comportamiento de diferentes variables en todo tipo de contexto por medio de este tipo de análisis estadístico, a partir de algunos datos experimentales. Por ejemplo, se ha podido describir el módulo de elasticidad del concreto ( $E_c$ ) como una función de la procedencia de los agregados y su respectiva resistencia a la compresión ( $f'_c$ ). En Colombia se usa un módulo de elasticidad como se indica en la ecuación (5.1), donde la resistencia a la compresión del concreto debe ser dada en Mega Pascales, el factor 4700 es un valor obtenido de un análisis estadístico con agregados ígneos y finalmente las unidades del módulo de elasticidad también son dadas en Mega Pascales aunque esta ecuación no sea dimensionalmente homogénea, los resultados que entrega el análisis inferencial indica que es un modelo matemático que representa el fenómeno físico.

$$E_c = 4700\sqrt{f'_c} [MPa] \quad (5.1)$$

Por lo tanto, se vuelve necesario tener una base de datos sobre la cual se pueda realizar un análisis

estadístico donde se puedan sacar conclusiones acerca de la influencia de diferentes factores en la resistencia a cortante de elementos tipo viga bajo ciertas consideraciones específicas.

Otro ejemplo vívido se observa en todas las propuestas para la resistencia a cortante de la mampostería, ya que tienen como objetivo tener una predicción ajustada a la realidad a partir de unos datos de ensayos que producen el fenómeno físico de la falla por cortante. Sin embargo, es importante indicar que no todos los modelos matemáticos representan la variedad de las diferentes características que se pueden presentar en la mampostería, ya que esta puede tener distintos tipos de bloques, distintos tipos de material de pega, puede ser reforzada o postensada, puede ser parcialmente o completamente rellena e incluso puede tener mampostería no adherida. La variabilidad de los parámetros es muy amplia y por lo tanto, es importante tener en cuenta que toda predicción tiene errores y que no siempre se ajusta a una realidad absoluta, por ejemplo, de acuerdo con los análisis de Hassanli et al. (2014), en los códigos americano, australiano, canadiense y neozelandés sobre estiman la resistencia a cortante entre un 17% y un 71% lo cual es inseguro cuando se requiere una formulación precisa y conservadora. Esto puede darse debido a que los modelos que pretenden predecir la resistencia al cortante en estas normativas no se ajustan a la realidad de los ensayos experimentales con los que fueron evaluados, a diferencia de los datos experimentales presentado en la sección 3, donde al ser evaluados para la normativa americana y canadiense se subestima la resistencia al cortante en un 75.9% y 82.1% respectivamente, mientras que en el caso de la normativa neozelandesa los datos se ajustan a una media del 99.7%.

En el presente documento se propone una formulación que predice la resistencia al cortante para vigas de mampostería con postensado excéntrico no adherido y sin refuerzo adicional a cortante o a flexión. Por lo tanto es de gran importancia tener en cuenta que en este estudio se presentará una formulación que posiblemente sea válida para elementos con características similares o comportamientos similares a las características de los datos experimentales.

## 5.2. Análisis de regresión

Uno de los métodos más usados en la estadística inferencial es el análisis de regresión, ya que usualmente se requiere describir un fenómeno físico haciendo uso de una variable de respuesta que pueda ser medible y que es conocida teóricamente como  $Y$ , por medio de la variación de parámetros que puedan influir en los resultados de dicha variable de respuesta, estos parámetros de control se conocen teóricamente como variables independientes y se suelen denotar como  $X$ .

Existen diferentes tipos de regresiones, sin embargo, el objetivo es encontrar un modelo que explique determinado comportamiento a partir de una expresión afectada por unos coeficientes para cada variable independiente que afecte el resultado de la variable de respuesta. De entre las diferentes regresiones, la más común es la regresión lineal que puede ser simple o multivariable.

Para que los datos que se puedan predecir por medio de un modelo de regresión lineal sean confiables, se deben cumplir los siguientes supuestos:

- Los errores  $e_i$  deben tener una media de cero, esto debido a que es el valor que se espera tener en una regresión lineal acertada.

- Debe existir homocedasticidad, esto es, cuando la varianza del error de la variable se mantiene a lo largo de las observaciones, es decir, esta varianza es constante. Esta se puede verificar por medio de pruebas analíticas como la prueba de contraste de Breusch-Pagan (Faraway et al., 2016).
- Los errores deben presentar un comportamiento normal para la media y la varianza correspondientes de los anteriores dos supuestos. Esto se puede verificar por medio de una prueba de bondad de ajuste como la prueba Shapiro.
- Debe existir independencia de los errores, esto es, que cada error correspondiente a cada dato de las variables independientes no debe estar correlacionado con otro error. Esto se puede verificar por medio de una prueba analítica donde se compruebe que los errores se comporten de manera aleatoria como lo hace la prueba de Durbin-Watson.
- Debe existir un mayor número de observaciones (datos obtenidos) que de parámetros a estimar.

### 5.2.1. Regresión lineal simple

Es la forma más básica de análisis de regresión lineal y se utiliza para modelar la relación entre dos variables continuas. El objetivo es encontrar la expresión de una línea recta que mejor se ajuste a los datos y predecir los valores de la variable dependiente  $Y$  en función de los valores de la variable independiente  $X$ . La forma de la regresión lineal simple se indica en la ecuación (5.2), donde  $Y$  es la variable de respuesta (dependiente),  $X$  es la variable independiente,  $\beta_0$  es un parámetro del modelo de regresión lineal que representa el punto en el cual la línea recta intercepta el eje “ $y$ ”,  $\beta_1$  es un parámetro del modelo de regresión lineal que representa la pendiente de la línea recta y  $e_i$  es un parámetro del modelo que representa un error aleatorio con media cero y varianza  $\sigma^2$  (Pulido and de la Vara Salazar, 2008).

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + e_i \quad (5.2)$$

### 5.2.2. Regresión lineal multivariable

Este tipo de regresión se utiliza cuando existe más de un parámetro que afecta la respuesta de un fenómeno físico. Cuando se requiere explicar la relación entre una única variable “ $Y$ ”, conocida como variable de respuesta o variable dependiente, y una o más variables independientes o de control se recomienda el uso de un modelo lineal, también conocido como regresión lineal (Faraway et al., 2016).

En estos casos el objetivo es determinar un modelo representado por medio de una expresión matemática como se indica en la ecuación (5.3). Por lo general, las variables independientes se nombran como  $X_1, X_2, \dots, X_p$ , donde “ $p$ ” es el número de variables independientes, que también se le conoce como predictores.

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \dots + \beta_p X_p + e_i \quad (5.3)$$

Los análisis de regresión dependen de la cantidad de predictores a usar en el modelo. Cuando  $p = 1$ , se tiene una regresión simple, pero cuando  $p > 1$  se tiene una regresión multivariable. Sin embargo, cuando también hay múltiples variables de respuesta se tendría una regresión multivariable múltiple. De manera similar a la regresión lineal simple, los diferentes factores  $\beta$  son parámetros del modelo

lineal que deben ser encontrados para que minimicen la suma de los cuadrados de los errores para encontrar así la línea recta que mejor se ajuste a los datos. Finalmente, el factor  $e_i$  es un parámetro del modelo que representa un error aleatorio con media cero y varianza  $\sigma^2$  (Faraway et al., 2016).

Usualmente los predictores (variables independientes) de un modelo no siempre tienen las mismas unidades o la misma escala, por lo tanto esto hace que los resultados debidos a una regresión lineal no se comporten como se espera, sin embargo, se puede modificar los datos obtenidos de tal manera de que estos tengan una escala similar entre si para que los factores que se determinen en el modelo se ajusten mejor a los datos obtenidos. A este proceso descrito anteriormente se le llama normalización de datos y es un proceso muy común para que cualquier tipo de regresión lineal pueda describir mejor los fenómenos físicos que pretenden modelar.

### 5.3. Predictores para determinar la resistencia al cortante

Cómo parte de los objetivos planteados, se requiere desarrollar un modelo que represente el comportamiento de la resistencia nominal a cortante de vigas de mampostería con postensado excéntrico no adherido. Para esto se analizan los predictores que se han tenido en cuenta en las expresiones descritas en la sección 4.3, donde en general los predictores existentes se pueden entender mejor por medio de la ecuación (5.4) como indican Marí et al. (2016) y como se describe en detalle en la sección 4.2.

$$V_n = V_c + V_w + V_l + V_s \quad (5.4)$$

De acuerdo con las observaciones realizadas a dichas expresiones, se observa que cada una de las cuatro componentes que aportan a la resistencia al cortante dependen de algunos predictores que se describen a continuación.

#### 5.3.1. Componente del bloque de mampostería $V_c$

El aporte que realiza el bloque de mampostería depende de dos predictores base. La primera de ellas es  $\sqrt{f'_m} A_n$  que procura determinar una proporción máxima de la resistencia a la compresión de la mampostería (o de los mismos bloques que componen la mampostería) para representar una cortante básica cómo se hace en la norma neozelandesa ó una resistencia inicial característica al cortante como en la norma europea.

Sin embargo, esta resistencia inicial característica al cortante depende a su vez de una relación conocida como el vano de cortante  $\frac{a}{d}$ , la cual también es definida en la mayoría de las expresiones como la relación entre el momento máximo y la cortante máxima multiplicada por la altura efectiva al cortante  $\left(\frac{M}{Vd}\right)$ . Por lo general, a medida que esta relación aumenta, hace decrecer la resistencia inicial característica al cortante (Voon et al., 2007).

Sin embargo este aporte se fundamenta principalmente en el comportamiento de la cabeza de compresión del elemento, es decir, la zona de compresión que existe por encima del eje neutro, la cual se ve afectada por los esfuerzos de compresión existentes que pueden ser significativos si se tiene elementos postensados que inducen una carga inicial  $P_o$  que podría considerarse como un tercer predictor.

### 5.3.2. Componente de esfuerzos en la grieta de cortante $V_w$

Este aporte se conoce como los esfuerzos de tracción residuales que se presentan a lo largo de las grietas, por lo tanto es un parámetro que depende de la tensión de tracción media de la relación entre esfuerzo y deformación unitaria (Figura 5.1), donde esta curva se considera distribuida en la zona fisurada de la sección transversal donde la curva esfuerzo deformación alcanza un esfuerzo de cero, es decir, desde el eje neutro hacia la zona de tensión de la sección, reduciendo la curva esfuerzo deformación dependiendo de la energía de fractura que pueda administrar la sección (Marí et al., 2016).

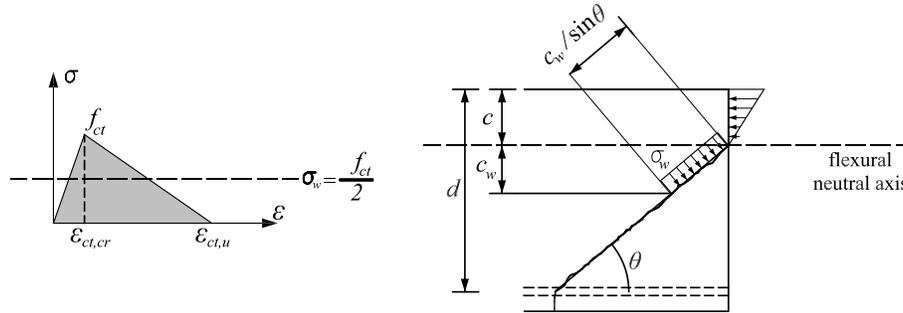


Figura 5.1: Contribución de esfuerzos en la grieta de cortante. Fuente: (Marí et al., 2016)

### 5.3.3. Componente de refuerzo transversal $V_s$

Cuando una sección tiene refuerzo transversal, es porque se pretende aportar directamente en la resistencia de fuerzas cortantes por medio de una transmisión solidaria entre el esfuerzo principal de tracción del elemento con este refuerzo. Esto permite que una componente de las fuerzas internas que generan las grietas diagonales de cortante sea asumida por la resistencia a tensión del acero transversal y liberando así esfuerzos principales en el material principal de la mampostería (Marí et al., 2016).

### 5.3.4. Componente de refuerzo longitudinal $V_l$

Esta componente considera el aporte debido al refuerzo longitudinal pasivo y/o activo que se encuentren presentes en la mampostería, estos hacen referencia a barras corrugadas de acero (refuerzo pasivo) y a cables o barras de acero postensado (refuerzo activo) que se adhieren al bloque de mampostería por medio de algún material cementante para que estos trabajen en conjunto. El aporte del postensado no solo aplica en esta componente, sino también en el aporte de la componente del bloque de mampostería, ya que aumenta la cabeza de compresión debido a los esfuerzos de compresión que se generan en la mampostería. Este tipo de aporte se vuelve relevante cuando se encuentra completa ó incluso parcialmente adherido a la mampostería.

### 5.3.5. Predictores seleccionados

De acuerdo con Park et al. (2013), el aporte más relevante para la resistencia al cortante está dada por la cabeza de compresión  $V_c$ , la cual si se analiza en detalle puede aportar la información suficiente para determinar con buena precisión un ajuste cercano a la realidad. Por tanto, el modelo que se propone en la sección 5.5 se fundamenta en la componente del bloque de mampostería teniendo

en cuenta la compresión inicial del postensado por medio del esfuerzo de compresión adicional en la cabeza de compresión, ya que no se considerará el aporte del postensado como componente de refuerzo longitudinal  $V_l$ .

Este aporte considerará entonces únicamente los siguientes predictores.

- Resistencia inicial característica al cortante como función de la resistencia a la compresión del bloque de mampostería: Esta ha sido considerada en más del 90 % de las expresiones evaluadas en la sección 4.4 a través del parámetro  $\sqrt{f'_m}$  (Hassanli et al., 2014), sin embargo para uso de este análisis estadístico se usará como predictor la expresión  $\sqrt{f'_m}A_n$ .
- Relación del vano de cortante: se ha demostrado que la resistencia a la compresión de la mampostería tiene un comportamiento lineal decreciente que depende directamente de la relación del vano de cortante  $\left(\frac{M}{Vd_v}\right)$  (Park et al., 1975). Motivo por el que es un factor incluido en más del 60 % de las expresiones de la Tabla 4.1, y se presenta cómo  $\sqrt{f'_m}A_n\left(\frac{M}{Vd}\right)$ .
- Esfuerzo Axial: Se ha demostrado que el esfuerzo a compresión mejora el comportamiento a cortante de los elementos de concreto (Park et al., 1975). Es por esto que en más del 75 % de las expresiones de la Tabla 4.1 se incluye esta variable en la resistencia al cortante en elementos de mampostería expresada como  $P_o$ .

## 5.4. Base de datos experimentales

De acuerdo con los ensayos experimentales descritos en la sección 3, en la Tabla 5.1 se presentan los datos de las vigas de acuerdo con los predictores descritos anteriormente. Debido a que los datos no tienen una escala similar entre ellos, es importante realizar un procedimiento de normalización para que los predictores se mantengan adimensionales y la diferencia de valores entre ellos sea menor, para que los datos se puedan ajustar de manera precisa a un modelo de regresión lineal multivariable.

Tabla 5.1: Datos experimentales para la regresión lineal múltiple

Viga	$V_{exp}$ [kN]	$\sqrt{f'_m}A_n$ [kN]	$\sqrt{f'_m}A_n\frac{a}{d}$ [kN]	$P_o$ [kN]
2	30.415	136.401	381.923	71.730
6	31.470	136.401	390.189	79.560
11	30.730	136.401	383.576	80.300
18	42.365	111.371	139.794	55.780
19	44.730	111.371	140.954	46.740
20	37.115	111.371	139.794	32.500
32	34.435	111.371	182.718	62.480

La relación  $\frac{a}{d}$  hace referencia a la relación  $\frac{M}{Vd}$

En la Tabla 5.2, se presentan los datos normalizados a través de la división de los valores entre la variable de respuesta  $V_{exp}$ , de esta manera los predictores quedan adimensionales y permiten que los parámetros que se definan por medio del análisis de regresión puedan ser extrapolados a una expresión donde sólo se encuentren los predictores en su forma básica.

Tabla 5.2: Datos experimentales para la regresión lineal múltiple

Viga	$\frac{V_{exp}}{V_{exp}}$ [Adimensional]	$\frac{\sqrt{f'_m A_n}}{V_{exp}}$ [Adimensional]	$\frac{\sqrt{f'_m A_n} (a/d)}{V_{exp}}$ [Adimensional]	$\frac{P_o}{V_{exp}}$ [Adimensional]
2	1	4.484659	12.557045	2.358376
6	1	4.334315	12.398768	2.528122
11	1	4.438689	12.482130	2.613082
18	1	2.628841	3.299744	1.316653
19	1	2.489847	3.151213	1.044936
20	1	3.000697	3.766500	0.875657
32	1	3.234235	5.306166	1.814433

La relación  $\frac{a}{d}$  hace referencia a la relación  $\frac{M}{Vd}$

## 5.5. Modelo estadístico de resistencia al cortante

De acuerdo con la información obtenida y descrita en la sección 3 se proyecta realizar un análisis de regresión lineal multivariable a partir de los predictores descritos en la sección 5.4 como variables independientes para hallar la resistencia al cortante (Variable dependiente) de vigas de mampostería con postensado excéntrico y sin ninguna clase de relleno, sin embargo, con el fin de mejorar el desempeño a flexión de las vigas y de mantener el trazado del postensado, se utiliza 3 bloques desviadores, uno en el centro y uno en cada extremo tal cual se usó en el sistema desarrollado por García et al. (2019).

El análisis de regresión lineal multivariable sería una modificación del que se usa para las normativas TMS y CSA según Dillon and Fonseca (2017) donde se usan 4 predictores como se indica en la ecuación (5.5).

$$V_n = \beta_1 \sqrt{f'_m A_n} + \beta_2 \frac{M_u}{V_u d_v} \sqrt{f'_m A_n} + \beta_3 P_u + \beta_4 \left( \frac{A_v}{s} \right) f_y d_v \quad (5.5)$$

Sin embargo, los tres predictores que se tomarán en cuenta desprecian el efecto del cuarto término ya que este se refiere específicamente al aporte debido al refuerzo transversal ó refuerzo a cortante y esto es así ya que no se considera acero a cortante en las vigas falladas. Por lo tanto, la ecuación (5.5) pasa a ser la ecuación (5.6).

$$V_n = \beta_1 \sqrt{f'_m A_n} + \beta_2 \frac{M_u}{V_u d_v} \sqrt{f'_m A_n} + \beta_3 P_u \quad (5.6)$$

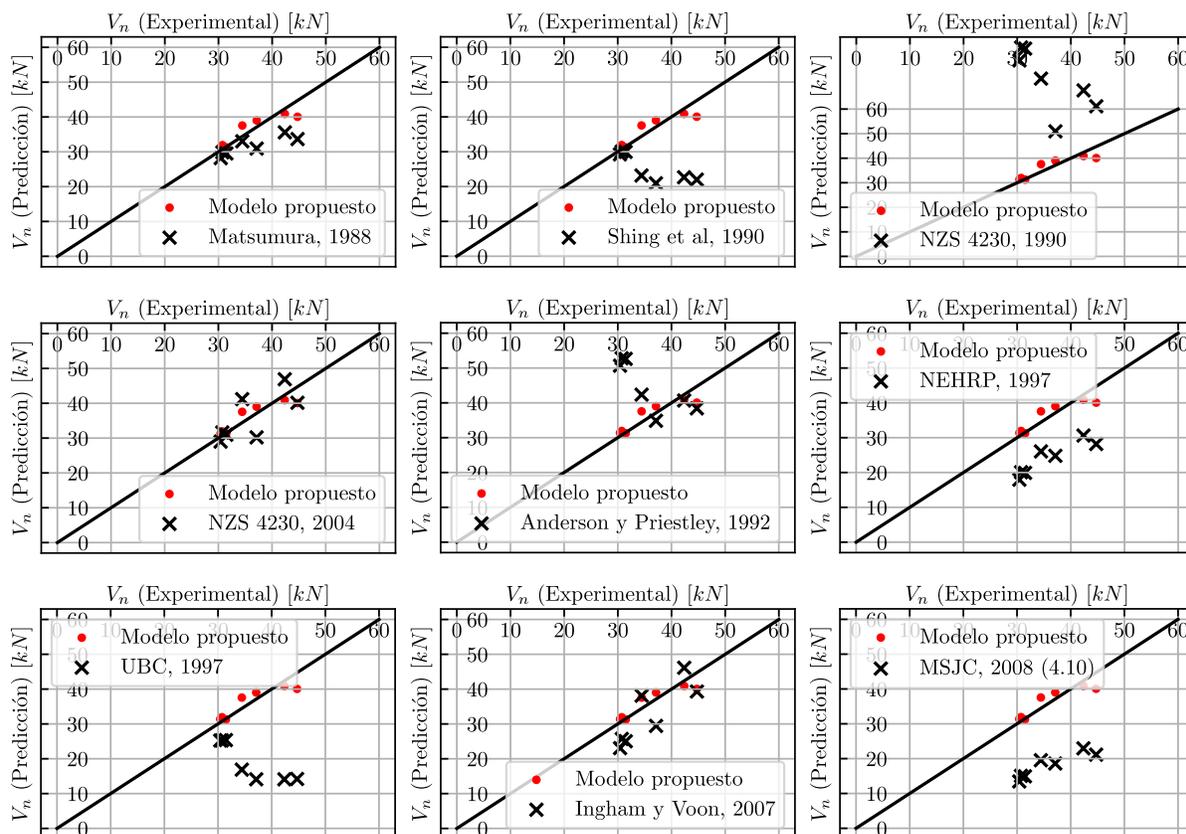
De acuerdo con la definición del análisis de regresión lineal multivariable es necesario tener en cuenta el valor de  $\beta_0$ , pero esto sucede cuando el fenómeno físico está descrito por un valor inicial que no dependa de los demás predictores, en este caso, es imposible decir que si no existe un valor de resistencia a la compresión de los bloques de mampostería y fuerza inicial de postensado vaya a existir un valor de resistencia al cortante del elemento ya que es algo ilógico y que para que pueda existir uno debe existir el otro. Por lo tanto, En este orden de ideas se asume  $\beta_0 = 0$  coincidiendo así con un comportamiento que se acerca a la realidad del fenómeno físico.

Para poder realizar esta regresión se ordenaron los datos para que tuvieran la mismas unidades, es así como en la Tabla 5.1 se indican todos los valores en kilo newtons  $[kN]$ . Los datos tuvieron que ser normalizados con respecto a la cortante última resistida por las vigas ( $V_n$ ), esto con el fin de tener coeficientes adimensionales y un mejor ajuste en el procedimiento estadístico.

Todos los análisis estadísticos se realizaron por medio de un lenguaje de programación libre conocido como *R*, donde por medio del software libre *RStudio* se obtuvo los coeficientes resultantes de este análisis de regresión lineal multivariable, donde como resultado  $\beta_1 = 0.44$ ,  $\beta_2 = -0.09$  y  $\beta_3 = 0.08$  (ver Figura 5.4) dando como resultado la ecuación (5.7). Este modelo experimental debe tener consistencia de unidades en Newtons  $[N]$  y milímetros  $[mm]$  donde las unidades de la predicción son en Newtons  $[N]$ .

$$V_n = \frac{1}{20} \left( 8.8 - 1.8 \frac{M_u}{V_u d} \right) \sqrt{f'_m} A_n + 0.08 P_o \quad (5.7)$$

Con el fin validar el modelo lineal encontrado, es importante realizar una serie de análisis estadísticos para poder entender con mayor claridad los resultados que pueda arrojar el modelo presentado en la ecuación (5.7), la cual presenta una desviación estándar de  $4.33 \text{ kN}$  para los datos a los que se ajusta. En la Figura 5.2 se puede observar cómo la línea negra continua representa el ajuste perfecto a los datos experimentales, mientras que puntos rojos representan la predicción del modelo presentado en la ecuación (5.7) y las cruces negras representan la predicción de las expresiones presentadas en la sección 4.3.



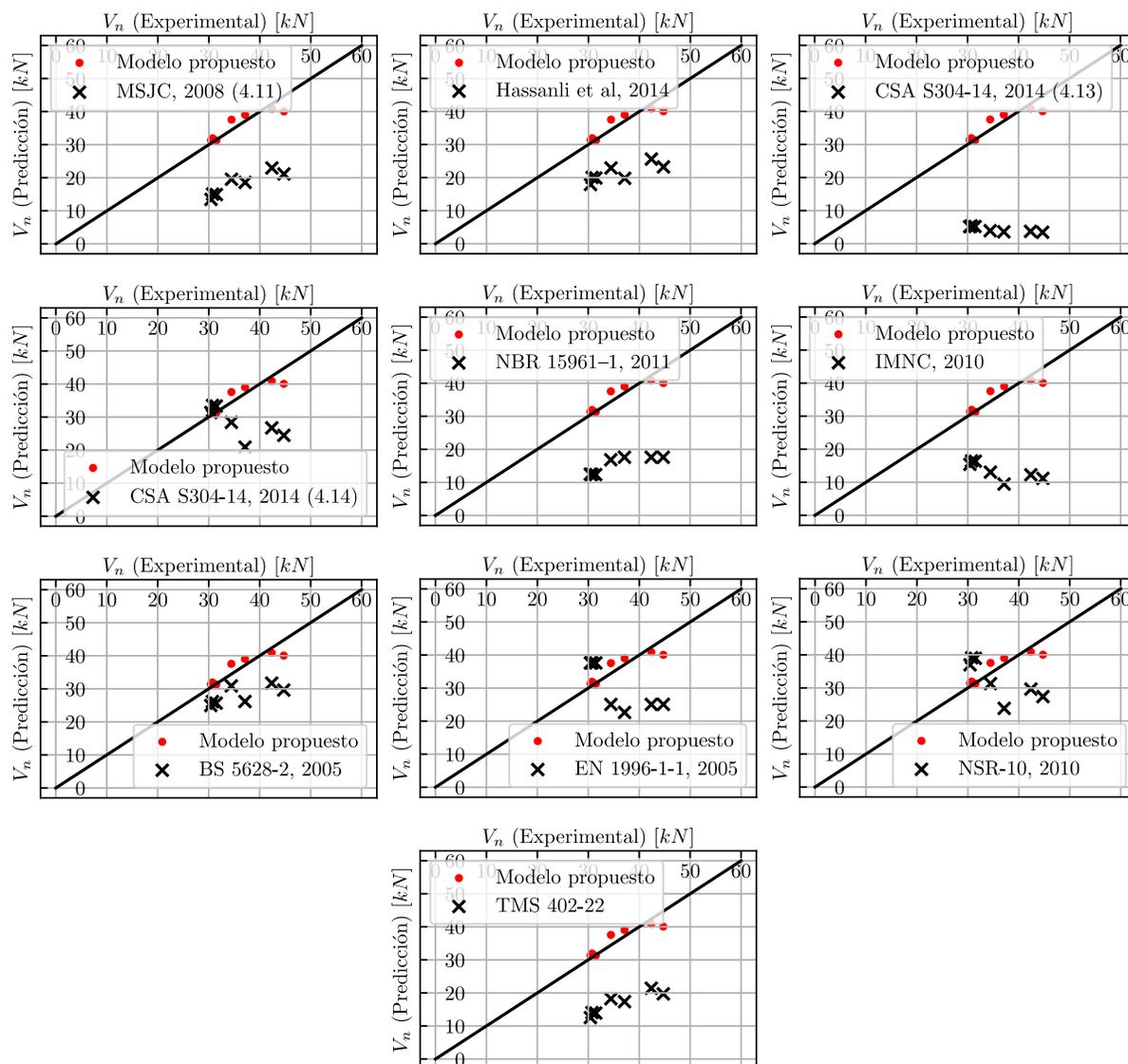


Figura 5.2: Modelos de resistencia al cortante versus datos experimentales

### 5.5.1. Colinealidad

Con el fin de revisar la relación entre las variables se realiza un análisis de correlación de variables, esto permite identificar si existe colinealidad entre las variables independientes, esto se presenta cuando dos o más variables independientes están correlacionadas y con esto se puede tomar información al respecto del comportamiento del modelo con relación al fenómeno físico.

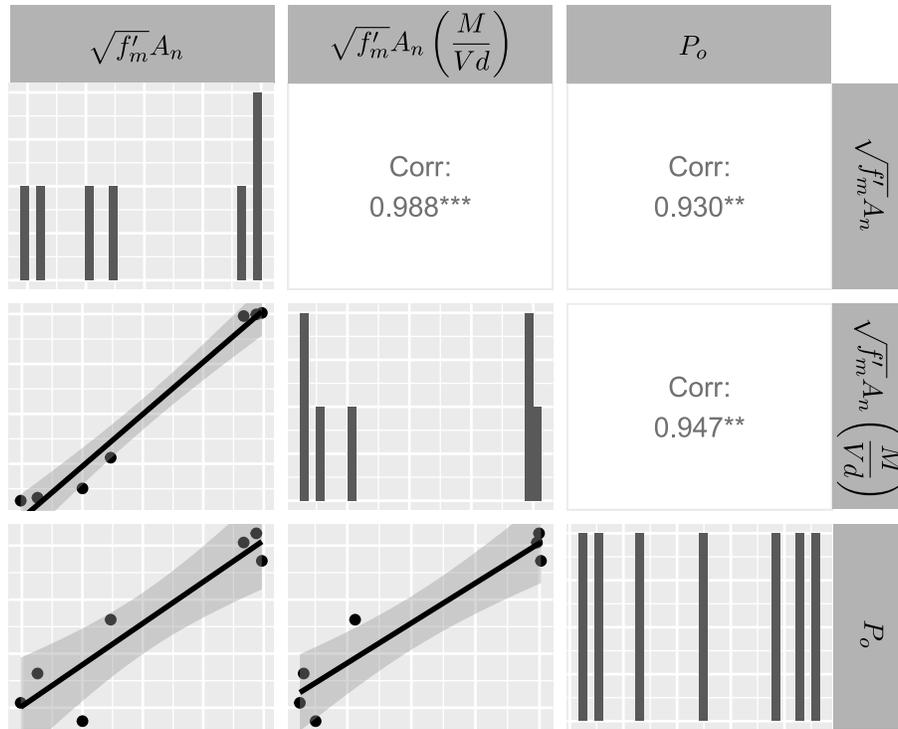


Figura 5.3: Correlación entre variables independientes  $\sqrt{f'_m}A_n$ ,  $\sqrt{f'_m}A_n\frac{M_u}{V_u d}$  y  $P_o$

De acuerdo con la Figura 5.3, existe una alta correlación entre el predictor  $\sqrt{f'_m}$  y el predictor  $\sqrt{f'_m}\frac{M_u}{V_u d}$  con un valor de 98.8 %, lo que indica que a pesar de relacionarse mucho entre si, es algo que se espera para el comportamiento del fenómeno físico modelado, ya que desde 1975 se entiende que existe una estrecha relación entre estas variables (Park et al., 1975).

También se puede observar que existe una alta correlación entre el predictor  $P_o$  con los predictores  $\sqrt{f'_m}$  y  $\sqrt{f'_m}\frac{M_u}{V_u d}$ , dónde se tienen valores de correlación del 93 % y 94.7 % respectivamente. Esto se da debido a que se está estudiando la componente correspondiente a la cabeza de compresión, la cual relaciona directamente el aporte de los tres predictores.

Debido a la correlación entre las variables independientes, se puede decir que estas no son independientes entre sí, lo cual estadísticamente hablando puede llevar a que los pronósticos sean imprecisos, esto sucede cuando hace falta tener en cuenta otro tipo de predictores que sean independientes entre sí. Sin embargo, de acuerdo con Park et al. (2013), se puede decir que la resistencia al cortante del fenómeno físico aquí representado está descrito por los tres predictores que se presentan, por lo tanto dicha correlación entre las variables independientes es aceptable y realmente está ligada al comportamiento del fenómeno físico estudiado.

Otras alertas que genera la correlación entre las variables se describen a continuación.

- Se pueden conducir al no rechazo de la hipótesis nula para los coeficientes, esto significa que al realizar un análisis de varianzas (ANOVA) entre las variables independientes resulte que los predictores no tengan un nivel de significancia suficiente cómo para hacer parte del modelo

(Pulido and de la Vara Salazar, 2008).

- Se puede generar coeficientes de determinación ( $\beta$ ) más altos de lo real (Pulido and de la Vara Salazar, 2008).
- Puede existir un cambio de signo de los signos de los coeficientes del modelo (Pulido and de la Vara Salazar, 2008).

### 5.5.2. Coeficientes del modelo

Se realiza el análisis detallado de los coeficientes  $\beta$  encontrados en el modelo de regresión lineal multivariable. Con el fin de que el modelo corra adecuadamente en el software *RStudio*, se cambió el nombre de los predictores como se presenta a continuación.

- El predictor conocido como  $\sqrt{f'_m}An$  se representará en el lenguaje de uso libre *R* cómo:  $f_1$ .
- El predictor conocido como  $\sqrt{f'_m}An \frac{M_u}{V_u d}$  se representará en el lenguaje de uso libre *R* cómo:  $f_{11}$ .
- El predictor conocido como  $P_o$  se representará en el lenguaje de uso libre *R* cómo:  $f_2$ .

```
> modelo = lm(v ~ f1 + f11 + f2+0, data = datos )
> summary(modelo)

Call:
lm(formula = v ~ f1 + f11 + f2 + 0, data = datos)

Residuals:
    1         2         3         4         5         6         7
-0.005925  0.032836 -0.012396  0.036948  0.106081 -0.050253 -0.083849

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
f1      0.44420      0.04905   9.057 0.000824 ***
f11    -0.09321      0.01643  -5.674 0.004761 **
f2      0.07816      0.12942   0.604 0.578478
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.07655 on 4 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9967,    Adjusted R-squared:  0.9941
F-statistic: 396.8 on 3 and 4 DF,  p-value: 2.1e-05
```

Figura 5.4: Resumen del Modelo de Regresión Lineal Multivariable (MRLM) en *RStudio*

Al calcular los coeficientes del MRLM se puede concluir que los valores  $p$  ( $P_r > |t|$  en la Figura 5.4) de los predictores  $f_1$  y  $f_{11}$  son 0.000824 y 0.004761 respectivamente, lo que quiere decir que, para un nivel de significancia del 5% se rechaza la hipótesis nula de que estos factores sean iguales a cero y se dice que ambos factores son significantes para este modelo y deben ser considerados dentro del mismo para describir adecuadamente el fenómeno físico. Sin embargo, el coeficiente del predictor  $f_2$  tiene un valor  $p$  de 0.578478, lo cual es mayor al nivel de significancia establecido como el 5%

por lo que no se rechaza la hipótesis nula de que  $\beta_3 = 0$ , por lo tanto, estadísticamente hablando, el predictor correspondiente a la compresión del postensado  $P_o$  no tiene tanta relevancia como para hacer parte del modelo, sin embargo no se considera necesario retirarlo del modelo debido a que prescindir de este sería no considerar el efecto del postensado en este sistema, alejándose de la realidad del fenómeno físico a describir.

Otro modo de validar la significancia de los predictores es por medio de un análisis de varianzas de las variables independientes (ANOVA), el cual refuerza la importancia que tiene cada predictor en el MRLM y se puede observar que de acuerdo con la Figura 5.5, efectivamente los predictores  $\sqrt{f'_m}An$  y  $\sqrt{f'_m}An\frac{M_u}{V_{ud}}$  son muy relevantes con valores  $p$  representados como  $P_r(>F)$  mientras que de acuerdo con el ANOVA, el predictor  $P_o$  no tiene tanta relevancia, sin embargo, como se explicó anteriormente no se debería prescindir de este predictor ya que hace parte de la componente de la cabeza de compresión que explica el comportamiento de la variable de respuesta  $V_n$ .

```
> summary(aov(modelo))
      Df Sum Sq Mean Sq  F value    Pr(>F)
f1      1  6.643    6.643  1133.634 4.64e-06 ***
f11     1  0.331    0.331   56.479 0.00168 **
f2      1  0.002    0.002    0.365 0.57848
Residuals 4  0.023    0.006
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Figura 5.5: Análisis de varianzas (ANOVA) de los predictores en *RStudio*

Los valores de los parámetros  $\beta$  hallados se pueden analizar también gracias a los intervalos de confianza que se muestran en la Figura 5.6, donde se indica que el coeficiente  $\beta_1 = 0.44$  del predictor  $\sqrt{f'_m}An$  se encuentra entre 0.3080 y 0.58037 para un 95 % de confianza e indica que efectivamente este coeficiente siempre adicionará resistencia al cortante. También indica que el coeficiente  $\beta_2 = -0.09$  del predictor  $\sqrt{f'_m}An\frac{M_u}{V_{ud}}$  se encuentra entre  $-0.1388$  y  $-0.0476$  para un 95 % de confianza e indica que efectivamente este coeficiente definitivamente reduce la capacidad a cortante dependiendo de la relación del vano de cortante. Y finalmente, el coeficiente  $\beta_3 = 0.08$  del predictor  $P_o$  se encuentra entre  $-0.2812$  y  $0.4375$  para un 95 % de confianza, mostrando que este coeficiente a pesar de estar sumando en algún momento podría, estadísticamente hablando llegar a reducir la capacidad de cortante. Sin embargo se debe verificar la bondad de ajuste del modelo para validar si este parámetro afecta los resultados o por el contrario puede llegar a hacer parte del modelo.

```
> confint(lm(formula = v ~ f1 + f11 + f2+0, data = datos))
      2.5 %      97.5 %
f1  0.3080217 0.58036907
f11 -0.1388254 -0.04759909
f2  -0.2811749 0.43749497
```

Figura 5.6: Intervalos de confianza de factores  $\beta$  en *RStudio*

### 5.5.3. Bondad de ajuste

Con el fin de verificar cuan bien se ajusta el MRLM a los datos recolectados para predecir el fenómeno físico a partir de los coeficientes  $\beta$  hallados, se realiza una prueba de bondad de ajuste por

medio de los coeficientes  $R^2$  y  $R^2$  ajustado, los cuales de acuerdo con la Figura 5.4 son 99.67% y 99.41% respectivamente. Estos coeficientes miden la proporción de variabilidad total de la variable dependiente  $V_n$  respecto a su media que es explicada por el MRLM (Pulido and de la Vara Salazar, 2008) es decir, que el coeficiente  $R^2$  indica que la variabilidad de la resistencia al cortante es explicado por un modelo de regresión múltiple, mientras que el coeficiente  $R^2$  ajustado indica que la variabilidad de la variable de respuesta  $V_n$  no sólo es explicada por el MRLM, sino que efectivamente incluye como variables independientes los predictores  $\sqrt{f'_m}An$ ,  $\sqrt{f'_m}An\frac{M_u}{V_u d}$  y  $P_o$  y que se puede representar con la expresión descrita en la ecuación (5.7).

Los valores de bondad de ajustes que arroja el MRLM son muy favorables, indicando que efectivamente el modelo, aún incluyendo el coeficiente  $\beta_3$  correspondiente al predictor  $P_o$ , se ajusta muy bien al comportamiento real del fenómeno físico que pretende describir la resistencia a cortante del sistema de García et al. (2019).

#### 5.5.4. Validación de supuestos del modelo

El MRLM se considera estadísticamente adecuado cuando se cumplen los supuestos descritos en la sección 5.2, para esto se realizan tres pruebas que determinan la validación de estos.

#### 5.5.5. Homocedasticidad

Este supuesto se refiere a la condición en la que la varianza de los errores aleatorios de un modelo estadístico es constante para todos los niveles de las variables predictoras, es decir, indica que la variabilidad de los errores aleatorios es la misma en todo el rango de valores de las variables predictoras. En el contexto de la regresión lineal, la homocedasticidad es importante porque los coeficientes estimados de la regresión y sus intervalos de confianza se basan en la suposición de que la varianza de los errores aleatorios es constante. Si la homocedasticidad no se cumple, entonces la precisión de los coeficientes y las estimaciones de la varianza se verán afectadas, lo que puede conducir a conclusiones incorrectas sobre la relación entre las variables.

Para determinar si existe o no la homocedasticidad en el MRLM, se pueden realizar diferentes pruebas analíticas como la prueba de Breusch-Pagan o la prueba de White, en este caso se utilizó la prueba Breusch-Pagan por medio del lenguaje de programación para estadística de uso libre *R*, donde de acuerdo con la Figura 5.7, se puede indicar que el valor  $p$  de 0.2456 es mayor al nivel de significancia del 5%, indicando que efectivamente el MRLM cumple el supuesto de homocedasticidad.

```
> bptest(modelo)

studentized Breusch-Pagan test

data: modelo
BP = 2.8077, df = 2, p-value = 0.2456
```

Figura 5.7: Prueba Breusch-Pagan de homocedasticidad de los errores en *RStudio*

### 5.5.6. Normalidad de errores

La normalidad de los errores es un supuesto importante en la estadística porque muchos métodos estadísticos, como las pruebas de hipótesis y los intervalos de confianza, se basan en la suposición de normalidad. Si los errores no se distribuyen normalmente, entonces las conclusiones obtenidas a partir del modelo pueden ser incorrectas. En caso de que los errores no sigan una distribución normal, se pueden considerar diferentes técnicas de transformación de datos o modelos alternativos que permitan abordar esta violación del supuesto.

En un MRLM, la normalidad de los errores se puede evaluar mediante diferentes métodos, como gráficos de distribución normal de los residuos, pruebas de normalidad como la prueba de Shapiro-Wilk, o pruebas gráficas como el gráfico de probabilidad normal o Q-Q plot. En el MRLM considerado, se utiliza la prueba Shapiro-Wilk por medio del software de uso libre *RStudio* como se muestra en la Figura 5.8, donde se muestra que el valor  $p$  es de 0.949, el cual es mayor al nivel de significancia del 5%, indicando que efectivamente el MRLM cumple el supuesto de normalidad de los errores con la media cero y con una varianza constante.

```
> shapiro.test(modelo$residuals)

      shapiro-wilk normality test

data:  modelo$residuals
w = 0.97794, p-value = 0.949
```

Figura 5.8: Prueba Shapiro-Wilk de normalidad de los errores en *RStudio*

### 5.5.7. Independencia de errores

Este supuesto establece que los errores o residuos del modelo son independientes entre sí. Esto significa que el valor de un error no está relacionado con el valor de otro error. La independencia de errores es importante porque si los errores están correlacionados o autocorrelacionados, puede sesgar las estimaciones de los coeficientes de la regresión y llevar a conclusiones erróneas. Si los errores no son independientes, entonces las inferencias basadas en el modelo pueden ser incorrectas y la precisión del modelo puede verse afectada.

En un MRLM, la independencia de errores se puede evaluar mediante diferentes métodos, como gráficos de residuos contra el orden de las observaciones o pruebas estadísticas específicas de autocorrelación como la prueba de Durbin-Watson como se indica en la Figura 5.9, donde se muestra que el valor  $p$  es de 0.286, el cual es mayor al nivel de significancia del 5%, indicando que efectivamente el MRLM cumple el supuesto de independencia de los errores.

```
> dwt(modelo, alternative = "two.sided")
lag Autocorrelation D-w Statistic p-value
1      0.07433846      1.549901  0.286
Alternative hypothesis: rho != 0
```

Figura 5.9: Prueba Durbin-Watson de independencia de los errores en *RStudio*

### 5.5.8. Análisis de componentes del MRLM

La ecuación (5.7) correspondiente al MRLM se pone a prueba con los datos de la Tabla 5.3 para analizar los resultados en función de cuán concisa, eficaz y precisa es esta expresión usando en todo caso unidades de Newtons  $[N]$  y milímetros  $[mm]$ .

Tabla 5.3: Datos experimentales para la validación del MRLM

Viga	$f'_m$ [MPa]	$\frac{a}{d}$ [Adimensional]	$P_o$ [kN]
2	18	2.800	71.730
6	18	2.861	79.560
11	18	2.812	80.300
18	12	1.255	55.780
19	12	1.266	46.740
20	12	1.255	32.500
32	12	1.641	62.480

La relación  $\frac{a}{d}$  hace referencia a la relación  $\frac{M}{Vd}$

El valor de  $f'_m$  hace referencia a la resistencia a la compresión del bloque de mampostería usado

Los resultados del MRLM presentes en la Tabla 5.4 indican que efectivamente el modelo se ajusta muy bien a los datos, presentando una formulación muy concisa, con una desviación muy pequeña (0.064) que indica en este caso que todos los resultados están entre el 89.6% y el 109.1% de la resistencia real obtenida en la base de datos experimental.

También se puede destacar que la media se encuentra con una cercanía a la realidad del 101.0% mostrando una alta precisión en la formulación y además, una alta eficacia debido a que el 85.7% de los resultados se encuentran entre el 90% y el 110% de la resistencia real  $V_{exp}$ .

Se puede indicar también que el aporte debido al bloque de mampostería, reducido por la relación del vano de cortante  $V_m$  predomina en la predicción del MRLM con un 86% contra un 14% de aporte por parte de la compresión inicial  $P_o$ .

Tabla 5.4: Resultados del MRLM para la base de datos

Viga	$V_n$ [kN]	$\frac{V_m}{V_n}$ [%]	$\frac{V_p}{V_n}$ [%]	$\frac{V_n}{V_{exp}}$ [Adimensional]
2	31.382	82	18	1.032
6	31.264	80	20	0.993
11	31.919	80	20	1.039
18	40.884	89	11	0.965
19	40.057	91	9	0.896
20	39.022	93	7	1.051
32	37.557	87	13	1.091

Las variables  $V_n$ ,  $V_m$  y  $V_p$  se calcularon por medio de la ecuación (5.7)

## 5.6. Discusión de resultados

De acuerdo con los análisis realizados, el modelo de regresión lineal multivariable para predecir la resistencia al cortante de vigas de mampostería con postensado excéntrico sin ningún tipo de relleno y correspondiente con la ecuación (5.7), es estadísticamente válida ya que cumple con los supuestos para la realización del modelo. Esto aún teniendo en cuenta que los predictores usados para encontrar dicho modelo que representa el fenómeno físico se correlacionan entre sí.

A pesar de que el aporte del postensado no parece ser lo suficientemente significativo, aporta alrededor de un 14% de la resistencia al cortante y no debería ser despreciado en este modelo.

Es importante indicar que aunque el MRLM se ajuste muy bien a la base de datos de elementos fallados, debe ser validado por una nueva base de datos cuyos ensayos concuerden con el sistema de García et al. (2019) y poder así extrapolar el modelo no sólo ajustado sino también validado a este sistema estructural.

# Capítulo 6

## RECOMENDACIONES PARA FUTURAS INVESTIGACIONES

### 6.1. Introducción

Usualmente al realizar una investigación acerca de algún tema particular, se pretende aclarar ciertas incógnitas o preguntas que llevan a la creación de un nuevo conocimiento que se aborda un tema específico. Sin embargo, al mismo tiempo ocurre que en el proceso de la creación del conocimiento se generen nuevas dudas y otras ramas que deberían ser investigadas para dar mayor bagaje a la investigación, aumentando así un conocimiento de específico a general.

En esta sección se indican algunas ramas para futuras investigaciones acerca del tema específico, las cuales pueden partir de este trabajo de grado para maestría.

### 6.2. Relación del claro de cortante

- Por definición, la relación del claro de cortante se denota como  $\frac{a}{d}$  y se puede definir también como la relación entre el momento en el punto de carga y el cortante correspondiente en dicho punto, es decir,  $\frac{M(a)}{V(a)d}$  sin embargo, en la mayoría de las formulaciones se usa para efectos prácticos una suposición de  $\frac{Mu}{Vud}$ . Es importante tener claro que esta relación de vano de cortante difiere de acuerdo con el tipo de carga aplicada y debería tenerse en cuenta de acuerdo con esta.
- Con el postensado, el comportamiento de la mampostería cambia debido a la pre-compresión que este induce en los elementos y que genera un mejoramiento a flexión y por ende a cortante. Existe la posibilidad de modificar la relación de vano de cortante  $\frac{M}{Vd}$  por medio del postensado, haciendo uso de un momento efectivo, el cual tenga en cuenta directamente el valor del momento en el punto de aplicación de la carga pero reducido por el momento que genera el postensado con una excentricidad definida. Esto puede ayudar a eliminar la componente de la compresión en las expresiones y ser incluida en la componente correspondiente al efecto de la relación del vano de cortante, la cual a su vez podría ser variable en función del punto de evaluación, como ocurre en algunos códigos a nivel mundial.

## 6.3. Modelación numérica

- Las vigas de mampostería postensada tienen un comportamiento no lineal que no es fácil de describir por medio de ecuaciones analíticas, ya que los principios de algunas teorías que podrían ser puntos de partida no se aplican debido a la no homogeneidad del material. Es importante desarrollar modelos numéricos a partir de la interacción de los distintos materiales, con el fin de llegar a calibrar un comportamiento similar al que se describe en los distintos ensayos experimentales realizados desde la década de los 80's hasta la actualidad.
- Hacer uso de modelos simples como los modelos de Montecarlo para validar o refutar distintos modelos empíricos puede ser otro punto de partida. A partir de allí se puede hacer una relación entre distintas investigaciones y cruzarlas para de esta manera poder generar formulaciones estadísticas basadas en modelos calibrados para distintas tipologías de mampostería postensada y así llegar a una formulación general por medio de factores que lleven a identificar para cada caso particular el modelo que mejor se ajusta.
- Desarrollar modelos de elementos finitos a partir de elementos sólidos con su interacción no adherentes es importante para determinar un comportamiento controlado de este tipo de elementos, replicando el modelo empírico con el fin de derivar a modelos de alta complejidad haciendo uso de distintos procesos que lleven a ampliar el espectro de soluciones.

## 6.4. Ajuste estadístico

- Para la investigación actual se requiere una validación del modelo presentado en la ecuación (5.7), por lo tanto sería de gran utilidad realizar una investigación con base en un diseño de experimentos controlado que varíe diferentes predictores del modelo presentado y de esta manera poder verificar la veracidad de este, entre otros, como por ejemplo la influencia de los distintos factores, la veracidad de los intervalos de confianza y la posibilidad de extrapolar esta formulación a elementos sin bloques desviadores u otras tipologías usadas en el mundo.
- Ampliar el espectro de posibles soluciones ajustando el modelo empírico propuesto en la ecuación (5.7) al incluir datos de vigas falladas bajo cargas dinámicas que simulen la acción del sismo para identificar la afectación de la capacidad de la resistencia al cortante y las limitaciones del sistema estudiado bajo estas condiciones.
- Hacer un análisis estadístico a partir de la realización de otros ensayos bajo condiciones similares pero dirigido exclusivamente a determinar la contribución del postensado, esto haciendo uso de diferentes técnicas de simulación del efecto del mismo en los ensayos. Estas consideraciones también enriquecerían la posibilidad de la simplificación de modelos numéricos o de elementos finitos que permitan ajustar el modelo propuesto.

# Bibliografía

- ABNT (2011). *NBR 15961-1 Alvenaria estrutural - Blocos de concreto Parte 1:Projeto - Associação Brasileira de Normas Técnicas*, volume 1.
- Aguilar, V., Sandoval, C., Adam, J. M., Garzón-Roca, J., and Valdebenito, G. (2016). Prediction of the shear strength of reinforced masonry walls using a large experimental database and artificial neural networks. *Structure and Infrastructure Engineering*, 12:1661–1674.
- Baqi, A. (2009). Appropriate control prism for prestressed or reinforced masonry floor systems. *The Masonry Society Journal ( TMS Journal) U.S.A.*, 26:9–26.
- Bolhassani, M., Hamid, A. A., Johnson, C., and Schultz, A. E. (2016). Shear strength expression for partially grouted masonry walls. *Engineering Structures*, 127:475–494.
- Bonett, R. L., Urrego, H., and Carrillo, J. (2017). Behavior of ungrouted and unbonded post-tensioned masonry beams and slabs. *Engineering Structures*, 141:703–714.
- BS5628-2, B. S. I. (2005). *Code of practice for the use of masonry. Part 2, Structural use of reinforced and prestressed masonry*. British Standards Institution.
- Calderón, S., Vargas, L., Sandoval, C., Araya-Letelier, G., and Milani, G. (2022). Shear design equation and updated fragility functions for partially grouted reinforced masonry shear walls. *Journal of Building Engineering*, 50.
- Cerioni, R. and Donida, G. (1994). A finite element model for the nonlinear analysis of reinforced and prestressed masonry walls. *Computers Structures*, 53:1291–1306.
- Crisafulli, F., Genatios, C., and Lafuente, M. (2016). *VIVIENDA DE INTERÉS SOCIAL EN AMÉRICA LATINA. UNA GUÍA PARA SISTEMAS CONSTRUCTIVOS SISMORRESISTENTES*.
- CSA:S304-14 (2014). *Design of masonry structures - Canadian Standards Association CSA:S304-14*.
- Dickie, J. E. and Lissel, S. L. (2009). Comparison of in-plane masonry shear models.
- Dillon, P. B. and Fonseca, F. S. (2017). Reevaluation of the current north american shear strength equations.
- ElGawady, M. A., Ryu, D., and Wijeyewickrema, A. C. (2014). Seismic behavior of unbonded post-tensioned masonry walls. Earthquake Engineering Research Institute.
- Eurocode6 (2005). En 1996-1-1: Eurocode 6: Design of masonry structures - part 1-1: General rules for reinforced and unreinforced masonry structures.

- Faraway, J. J., Dominici, F., Tanner, M., Zidek, J., Abramovich, F., Ritov, Y., Affi, A., May, S., Clark, V. A., Altman, D. G., Anderson, A. J. B., Banerjee, S., Roy, A., and Bissell, D. (2016). *Linear Models with R*. Chapman and Hall/CRC.
- Ganz, H. R. (1990). *POST-TENSIONED MASONRY STRUCTURES - VSL International Ltd.*
- García, J. M. (2016). Flexural behavior of ungrouted post-tensioned concrete masonry - universidad de medellín, phd thesis.
- García, J. M., Bonett, R. L., and Schultz, A. E. (2021). Structural testing of ungrouted post-tensioned cantilever masonry walls under unidirectional out-of-plane monotonic and cyclic loading. *Engineering Structures*, 235:111961.
- García, J. M., Bonett, R. L., Schultz, A. E., Carrillo, J., and Ledezma, C. (2019). Flexural behavior of ungrouted post-tensioned concrete masonry beams with unbonded bars. *Construction and Building Materials*, 203:210–221.
- García, J. M., Bonett, R. L., Schultz, A. E., and Ledezma, C. (2017). Stress at ultimate in unbonded tendons for ungrouted post-tensioned masonry beams. *Engineering Structures*, 140:447–457.
- Gelman, A. and Hill, J. (2006). Data analysis using regression and multilevel/hierarchical models. *Data Analysis Using Regression and Multilevel/Hierarchical Models*.
- Hassanli, R. (2019). *Behavior of Unbounded Post-tensioned Masonry Walls*. Springer International Publishing.
- Hassanli, R., Elgawady, M., and Mills, J. (2014). An evaluation of design code expressions for estimating in-plane shear strength of partially grouted masonry walls. *Australian Journal of Structural Engineering*, 15:299–320.
- IMNC (2010). Normas técnicas complementarias para diseño y construcción de estructuras de mampostería - instituto mexicano de normalización y certificación - imnc.
- Kalliontzis, D. and Schultz, A. E. (2017). Improved estimation of the reverse-cyclic behavior of fully-grouted masonry shear walls with unbonded post-tensioning. *Engineering Structures*, 145:83–96.
- Londoño, A. F. (2019). Estudio y análisis comparativo entre el método aperticado y mampostería estructural, realizado en andrés felipe londoño méndez código: 505981 universidad católica de colombia facultad de ingeniería programa de ingeniería civil alternativa práctica.
- Lourenço, P. B. (2014). Masonry structures, overview. *Encyclopedia of Earthquake Engineering*, pages 1–9.
- Marí, A., Bairán, J. M., Cladera, A., and Oller, E. (2016). Shear design and assessment of reinforced and prestressed concrete beams based on a mechanical model.
- Matsumura, A. (1988). Shear strength of reinforced masonry walls. *Proceedings of Ninth World Conference on Earthquake Engineering*, VI.
- Medeiros, K. A., Parsekian, G. A., Shrive, N. G., and Fonseca, F. S. (2022). Shear load capacity prediction of unperforated and perforated partially grouted masonry walls. *Engineering Structures*, 256.

- Minaie, E., Moon, F. L., and Hamid, A. A. (2009). In-plane shear resistance of partially grouted reinforced concrete masonry shear walls.
- MSJC, M. S. J. C. (2008). *Building Code Requirements for Masonry Structures - Masonry Standards Joint Committee (TMS 402-xx/ACI 530-xx/ ASCE 5-xx)*.
- NSR-10 (2011). Reglamento colombiano de construcción sismo resistente nsr-10.
- NZS-4230 (2004). *Design of Reinforced Concrete Masonry Structures - New Zeland Standard 4230:2004*.
- Park, H. G., Kang, S., and Choi, K. K. (2013). Analytical model for shear strength of ordinary and prestressed concrete beams. *Engineering Structures*, 46:94–103.
- Park, R., Paulay, T., York, N., Chichester, Brisbane, Toronto, and Singapore, (1975). *Reinforced Concrete Structures*. Wiley.
- Pasquantonio, R., Parsekian, G., Soudais, P., and Camacho, J. (2016). Shear strength of concrete block beams: Assessment of international codes and influence of shear span and longitudinal reinforcement. page 405.
- Phipps, M. E. and Al-Safi, S. (2004). Post-tensioned prestressed masonry columns. *Structures - A Structural Engineering Odyssey, Structures 2001 - Proceedings of the 2001 Structures Congress and Exposition*, 109:1–15.
- Phipps, M. E., Bell, A., and Swailes, T. (1994). Masonry column tests. pages 168–172. Proc British Masonry Society 6, Proc 3rd International Masonry Conference ; Conference date: 01-01-1824.
- Pulgarín, C. A. S. and Contreras, L. F. S. (2010). Análisis económico de la mampostería postensada en seco versus actuales soluciones de vivienda de interés social en Colombia.
- Pulido, H. G. and de la Vara Salazar, R. (2008). *Análisis y diseño de experimentos*. Segunda edición edition.
- Roumani, N., Tech, M. E. P., and StructE, M. (1985). The shear strength of prestressed brickwork i and t sections.
- Shafii, F. (1997). Shear failure modes of prestressed brickwork retaining walls. pages 297–305.
- Shaw, G., Curtin, W. G., Priestly, C. L., and Othick, G. J. (1988). Prestressed channel section masonry walls. *The Structural Engineer*, 66:117–120.
- Sokairge, H., Rashad, A., and Elshafie, H. (2017). Behavior of post-tensioned dry-stack interlocking masonry walls under out of plane loading.
- TMS-402/602-22 (2022). *TMS 402/602-22 Building Code Requirements and Specification for Masonry Structures*. The Masonry Society.
- Todisco, L., Stocks, E., León, J., and Corres, H. (2018). Enhancing the structural performance of masonry structures by post-tensioning. *Nexus Network Journal*, 20:671–691.
- Voon, K. C., Ingham, J. M., and Asce, M. (2007). Design expression for the in-plane shear strength of reinforced concrete masonry.

Yamaguchi, K., Matsufuji, Y., and Koyama, T. (2007). A new structural system: Friction-resistant dry-masonry. *Building Research and Information*, 35:616–628.