



UNIVERSIDAD DE MEDELLIN

**CORRELACIONES ENTRE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
MATEMÁTICOS Y EL ENFOQUE SOCIO-CRÍTICO EN EL CONTEXTO DE LA
INSTITUCIÓN EDUCATIVA MARÍA DE LOS ANGELES CANO MARQUEZ**

MARIBEL MENA CÓRDOBA

JUAN SEBASTIAN MENA

UNIVERSIDAD DE MEDELLÍN

DEPARTAMENTO CIENCIAS BÁSICAS

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Trabajo de grado para optar al título de magister en educación matemática

Asesor: Magíster José Alberto Rúa

MEDELLIN

2014

Dedicatoria

A Dios por ser mi guía espiritual,
a mis padres, a mis hijos Sebastián y Mariana,
y a mis hermanos,
quienes se constituyeron en apoyo incondicional.

Maribel Mena

A Dios y a mi familia.

Juan Sebastián Mena

Agradecimientos

Al magíster José Alberto Rúa, quien fue nuestro asesor y maestro, le agradecemos la confianza, el estímulo y apoyo en todo el proceso; muchas gracias al Dr. Jorge Bedoya por sus orientaciones y a la señora Yolanda Zuluaga, rectora de la institución educativa María de los Ángeles Cano Márquez, por su estímulo y colaboración. También, de manera muy particular y amorosa a Mariana y Sebastián, quienes perdonaron todas nuestras ausencias y siempre nos brindaron su apoyo y genuino amor.

Tabla de Contenido

Introducción	
Justificación.....	15
Retos.....	18
1. Reto frente al poco desarrollo del aprendizaje autónomo y de la incorporación de la autonomía como valor social.	18
2. Reto frente al relativo desarrollo del pensamiento crítico y reflexivo.	19
3. Reto frente a la reducida incorporación del trabajo cooperativo	20
4. Reto frente a las atenuadas mediaciones sociales y culturales por la defensa del desarrollo de la autoestima y la formación de la personalidad.	22
5. Reto frente a la ausencia del desarrollo del pensamiento Integral, en contraposición a la instrumentalización del pensamiento particionado.	22
Problema.....	25
Objetivo General.....	28
Objetivos Específicos	28
Metodología	29
Aspectos Generales del Enfoque Socio-Crítico	34
Características de la Escuela Socio-Crítica	39
La Educación Matemática Crítica	42
La Resolución de Problemas Matemáticos.....	45

Importancia de la Resolución de Problemas en la Enseñanza de las Matemáticas	49
<i>Papel del profesor en la enseñanza de solución y/o resolución de problemas</i>	54
<i>Los conceptos de ejercicio y problema en el contexto de la educación matemática ...</i>	57
<i>Diferencia entre problema y ejercicio</i>	59
Figura 1. Diferencias entre problema y ejercicio.....	59
<i>Criterios que permiten convertir las tareas escolares en problemas en vez de simples ejercicios</i>	61
Figura 2. Criterios que permiten convertir las tareas escolares en problemas en vez de simples ejercicios.....	61
<i>Pensamiento creativo en la solución y/o resolución de problemas.....</i>	63
<i>Métodos para solucionar problemas</i>	64
Tabla 1. Metodología de George Polya.	66
Tabla 2. Metodología de Alan Schoenfeld	68
Tabla 3. Metodología de Miguel De Guzmán.....	70
<i>Dificultades que se pueden presentar a la hora de abordar problemas.....</i>	72
Conclusiones.....	95
Puntos de Encuentro Entre La Resolución de Problemas y el Enfoque Socio Critico	101
Recomendaciones Para un Trabajo Efectivo de la Resolución de Problemas Bajo el Enfoque Socio-Critico.....	102
Referencias Bibliográficas.....	108

ANEXOS.....	115
Anexo A. Ingreso familias María Cano, tomado del PEI.....	115
Anexo B. Índice de desarrollo humano comuna de Medellín, Colombia	116

Listado de Tablas

Tabla 1. Metodología de George Polya	66
Tabla 2. Metodología de Alan Schoenfeld	68
Tabla 3. Metodología de Miguel de Guzmán	70

Listado de Figuras

Figura 1. Diferencia entre problema y ejercicio	59
Figura 2. Criterios que permiten convertir las tareas escolares en problemas en vez de simples ejercicios.....	¡Error! Marcador no definido.

Listado de Anexos

Anexo A. Ingreso familias María Cano, tomado del PEI.....	115
Anexo B. Índice de desarrollo humano comuna de Medellín, Colombia	116

Resumen

El presente trabajo busca contribuir a que los docentes de matemáticas, de la institución María de los Ángeles Cano Márquez, accedan a una herramienta teórica y metodológica para ser usada en la resolución de problemas matemáticos.

El tipo de investigación en la que se inscribe este trabajo es cualitativo y está basado en el estudio de casos; su propósito es recoger antecedentes del enfoque socio-crítico y de la resolución de problemas matemáticos así como describir su estado actual, con la finalidad de observar cómo el enfoque socio-crítico y la resolución de problemas se complementan y aportan a los maestros, en la formación de educandos reflexivos y críticos que aspiren a impactar positivamente su entorno.

En tal sentido, se aplicaron unas encuestas a los docentes de matemáticas de secundaria y de los grados 4° y 5° de primaria, así como a estudiantes de 7° y 9° grado, para luego realizar un análisis comparativo de los resultados obtenidos en ellas.

Para el desarrollo del presente trabajo, se realizó una búsqueda bibliográfica de elementos que aporta la teoría crítica de la educación, en especial la escuela de Frankfurt con sus representantes Herbert Marcuse y Jürgen Habermas; luego se abordó la lectura de pensadores críticos como Paulo Freire, quienes oficiaron como referentes para un valioso aporte en esta tarea. Para el mismo efecto se han tomado elementos de las propuestas de las teorías de la educación matemática crítica.

La información obtenida a partir de la aplicación de los instrumentos acá usados, permitió indagar sobre el nivel de apropiación de las diferentes categorías: el desarrollo del pensamiento autónomo, el desarrollo del pensamiento crítico y reflexivo, el aprendizaje cooperativo, el desarrollo de la autoestima y la personalidad o el desarrollo del pensamiento complejo; ejercicio que propició la profundización en las teorías acerca de las mismas y sus posibles formas de aplicación. Finalmente, se encontraron puntos de convergencia entre la resolución de problemas y el enfoque socio-crítico, objetivo central del presente trabajo.

Introducción

Los docentes vienen preguntándose en nuestro país si es posible trabajar —desde las matemáticas— con metodologías alternativas que potencien el pensamiento crítico y reflexivo en los estudiantes. Cada una de las instituciones educativas cuenta con un modelo pedagógico propio — original, alternativo, holístico o tradicional— que busca dar respuesta a las necesidades e intereses de los estudiantes. La institución educativa María De los Ángeles Cano ha optado por el modelo pedagógico socio-crítico.

Esta institución educativa se encuentra ubicada en la Comuna Uno de la ciudad de Medellín; comuna en la que se encuentran los indicadores más bajos en el índice de desarrollo humano de la ciudad (anexo A y B), lo que a la postre ha vulnerado a sus habitantes en áreas tales como: salud, vivienda, empleo y educación. Estas dificultades exigen propuestas educativas que fortalezcan los procesos de aprendizaje y la formación de sus estudiantes.

La vulnerabilidad de este sector de la ciudad repercute de forma particular en los estudiantes, propiciando el afianzamiento de múltiples dificultades —en los aspectos mencionados— que la escuela y el currículo tradicional no han podido superar, en particular, la falta de autonomía o bajo desarrollo del pensamiento crítico y reflexivo. Así mismo, el trabajo cooperativo se ve minimizado y muchas veces se limita a la conformación de algunos equipos de trabajo, lo que favorece la predominancia del individualismo y la competitividad en términos de sobrevivencia. Los múltiples estudios hechos en esta comunidad evidencian también dificultades en el desarrollo de la autoestima y formación de la personalidad de sus niños y jóvenes.

Como se puede observar, en esta comuna abundan familias disfuncionales, en las que, por ejemplo algunas madres, que son cabeza de familia, cumplen el papel de autoridad y de sostenimiento del hogar, lo cual tiene implicaciones —no siempre favorables— en el proceso formativo de los estudiantes.

Como docentes y directivos de la institución educativa María de los Ángeles Cano Márquez se busca, a través del desarrollo del presente trabajo, y desde el escenario de solución de problemas matemáticos, contribuir a una alineación de esta temática con el enfoque socio-crítico. En esta perspectiva, la apuesta es por el Modelo pedagógico **Socio-crítico**, el cual ha sido adoptado por la institución para orientar su funcionamiento; este modelo concibe al hombre — desde la relación enseñanza aprendizaje— como “un sujeto crítico, político, capaz de transformar los entornos donde habita, con el fin de lograr su desarrollo con equidad y estar en capacidad de resolver problemas que la ciencia plantea, a través de la apropiación del conocimiento, en forma ética y racional”. (PEI de María de los ángeles Cano Márquez, (2007) p. 53)

Es propósito de la Institución María Cano

“formar seres humanos, autónomos, reflexivos, libres, trascendentes, responsables, conscientes; personas que a través de una actuación respetuosa, una participación crítica y una comunicación asertiva, promuevan tanto la sana convivencia, el respeto por los derechos humanos, el medio ambiente, la diversidad cultural, así como transformaciones a nivel personal y social; ciudadanos que a partir de la apropiación de conocimientos potencien un espíritu investigativo, emprendedor, creativo y al mismo tiempo, desarrollen esquemas de

pensamiento que redunden en posiciones críticas, políticas y propositivas”.(PEI de María de los Ángeles Cano Márquez (2007) p. 53)

La anterior decisión obedece a que la educación en la Institución Educativa María de los Ángeles Cano Márquez estuvo centrada en modelos de enseñanza y aprendizaje de tipo memorístico, que impedían en su momento, aprendizajes cognitivo-afectivos que favorecieran el desarrollo de los estudiantes como sujetos y personas integrantes de su cultura, ciudadanos que transformaran positivamente su entorno y fueran constructores de país.

Los lineamientos del currículo colombiano, particularmente en matemáticas, plantean la importancia de la enseñanza a partir de situaciones problemas que enfatizan en los procesos de pensamiento, esto en concordancia con el contexto social colombiano que requiere la formación de sujetos críticos y reflexivos, que aporten a la solución de los problemas capitales del país, esto es, desigualdad social, desempleo, salidas violentas al conflicto, discriminación, segregación económica y racial, entre otros.

Si se unen las necesidades de la comunidad en este entorno a las opciones que desde las matemáticas se pueden implementar para suplirlas, se explicará por qué la experiencia vivida como docentes en la institución mencionada y los seminarios desarrollados en la Maestría de Educación Matemática de la Universidad de Medellín, nos motivaron a desarrollar la propuesta de investigación del presente trabajo.

Justificación

La Institución Educativa María de los Ángeles Cano, se encuentra ubicada en la comuna uno de la ciudad de Medellín. Esta comuna, como se ha referenciado anteriormente, presenta los índices de desarrollo humano más bajos de la ciudad, un comportamiento que la misma institución pudo evidenciar en las encuestas realizadas como base para la construcción del proyecto educativo institucional; problemáticas que se ven reflejadas en los miembros de la institución: escasa formación académica de los padres, situaciones de violencia social e intrafamiliar, hacinamiento de las familias, empleo informal o familias en la que su cabeza de hogar no es la más indicada (caso de abuelos y abuelas); estos factores ponen en estado de vulnerabilidad a los estudiantes. Conscientes de esta situación y de cómo se afectan los estudiantes en la escuela, la institución educativa viene realizando una reformulación de su modelo pedagógico y de su P.E.I.; para ello se realizaron diferentes talleres y trabajos con padres de familia, estudiantes, docentes y directivos docentes.

De otro lado, haber gozado de la oportunidad de trabajar en la Institución María de los Ángeles Cano Márquez y el hecho de participar en el proceso de construcción del modelo pedagógico adoptado allí —Modelo socio-crítico— ha permitido validar esta apuesta, pues considerando que las matemáticas, y específicamente la resolución de problemas, pueden alinearse con el modelo señalado, dado que en el contexto de la Institución María de los Ángeles Cano Márquez, las diferentes áreas apuntan a cumplir una función social que satisfacen las necesidades citadas, especialmente en la formación

de ciudadanos en la democracia; razón para que allí las matemáticas jueguen un papel fundamental.

El trabajo con todos los estamentos de la comunidad educativa llevó a que se considerara el modelo pedagógico socio-crítico como el más indicado para la institución.

En el presente trabajo se busca ahondar en elementos teóricos de la matemática crítica, la resolución de problemas matemáticos y el enfoque socio-crítico.

El enfoque socio-crítico, incorporado a las matemáticas, posibilita buscar nuevos caminos para potenciar el desarrollo de los estudiantes. El desarrollo de la matemática crítica presenta antecedentes en la escuela de Frankfurt y hoy día se busca, con el desarrollo del presente trabajo, que los docentes de matemáticas tengan la oportunidad de contar con más elementos teórico- prácticos para el trabajo con el modelo de la institución.

Los módulos a los que se ha tenido acceso dentro del currículo de la Maestría en Educación Matemática, en la Universidad de Medellín y los diálogos con expertos — particularmente con el asesor de grado— han planteado la posibilidad de reflexionar sobre la necesidad de incorporar ciertos retos que se constituyeran en retos para el desarrollo del modelo socio-crítico en relación con el trabajo de las matemáticas; en el presente trabajo se busca posicionar la fundamentación teórica de tales retos, así como

analizar la apropiación que los docentes de matemáticas de la institución han realizado del mismo.

La validación del presente trabajo se constituirá en insumo para el fortalecimiento del modelo pedagógico institucional, dado que enriquecerá la fundamentación pedagógica de la misma, buscando generar más alternativas didácticas y pedagógicas para el trabajo en la institución.

La aspiración, desde el inicio y durante el proceso, es que esta propuesta no se quede solo en un proyecto de grado, sino que por el contrario, se lleve a la práctica más allá de los vínculos de los investigadores con la institución; pues se ve como una alternativa viable en el contexto, para el alcance de logros significativos en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas; este es entonces, un reto social y académico más que de índole personal.

Los retos de investigación aquí señalados se plantean después de un análisis, producto de trabajos anteriores realizados por nuestro asesor, la iteración con los docentes de la institución María de los Ángeles Cano Márquez, los diarios de campo y las observaciones de clase, ello permitió concentrarnos con los tópicos o características encontradas, los cuales deben permear el trabajo con el enfoque socio-crítico.

Retos

1. Reto frente al poco desarrollo del aprendizaje autónomo y de la incorporación de la autonomía como valor social.

La autonomía¹ se entiende como la capacidad de los sujetos para tomar decisiones con criterios que provengan de un proceso de formación en la pregunta, el cuestionamiento y la proposición.

En nuestra escuela se evidencia la poca autonomía de los estudiantes en la falta de criterio al emitir juicios propios y, en la dependencia de las indicaciones del docente para poder avanzar en el desarrollo de la clase. La escuela socio-crítica aprecia el valor de la autonomía. Para *Freire*, (1996), el estudiante debe ser un sujeto que se apropie de su aprendizaje, aunque de hecho debe existir una concordancia con el educador quien será el primero en formarse en aquello que pretende enseñar, es decir, se requiere de maestros que se apropien de su enseñanza. La práctica educativa debe ser progresista si quiere formar en la autonomía. Enseñar, como práctica reflexiva, exige respeto a los valores de los estudiantes; ello reafirma su autonomía. El maestro que aspire a formar a sus estudiantes —desde los parámetros expuestos atrás— deberá estar abierto a la indagación y a la curiosidad de sus estudiantes; en ningún caso se limitará a “transferir” conocimiento a los estudiantes.

¹ La capacidad de darse a sí mismo la ley, era el concepto que tenían las ciudades-estados griegas de la antigüedad. El concepto moderno de autonomía surge principalmente con Kant y da a entender la capacidad del sujeto de gobernarse por una norma que él mismo acepta como tal sin coerción externa. (...) Esta capacidad de optar por aquellas normas y valores que el ser humano estima como válidas es formulada a partir de Kant como autonomía. Esta aptitud esencial del ser humano es la raíz del derecho a ser respetado en las decisiones que una persona toma sobre sí misma sin perjudicar a otros

El desarrollo de la autonomía, en resumen, significa llegar a ser capaz de pensar por sí mismo con sentido crítico, teniendo en cuenta muchos puntos de vista, tanto en el ámbito moral como en el intelectual. (Freire, 1996). La autonomía expresa la capacidad de darse reglas a sí mismo, filosóficamente declara la relación entre la libertad y responsabilidad. (Freire, 2004)

El desarrollo de la autonomía en los estudiantes, les propicia la adquisición de capacidades para gestionar sus propios aprendizajes, permitiéndoles, desde las herramientas cognitivas y sociales, un aprendizaje continuo a lo largo de su vida. Una propuesta recordada por todos, es la que Estanislao Zuleta expresaba como aquella propia de un sujeto con la capacidad de ponerse en cuestión.

2. Reto frente al relativo desarrollo del pensamiento crítico y reflexivo.

La escuela, en general en el medio, se ha visto afectada por un relativo desarrollo del pensamiento crítico y reflexivo, esto se debe a una exagerada instrumentalización y a una educación excesivamente memorística, desprovista del diálogo de saberes y del encuentro con el otro. La escuela tradicional no propicia el desarrollo del pensamiento divergente y creativo; es decir, de un pensamiento que cuestiona, que indaga, que hace preguntas y que busca respuestas. En la escuela se viene dando una educación predominantemente repetitiva, que potencializa más bien características negativas en el estudiante como la pasividad, la poca participación en la actividad académica y un marcado desinterés por su formación.

En contraste, el desarrollo del pensamiento crítico implica la capacidad de emitir juicios y de abrir la mente a diferentes puntos de vista, teniendo una explicación para cada uno de ellos. El ejercicio de la reflexión permanente plantea Sánchez, (Sánchez 2009); favorece el aprendizaje autónomo y regulado. De otro lado, las estrategias didácticas centradas en los estudiantes y diseñadas para el desarrollo de su capacidad crítica y reflexiva, favorecen su capacidad de solucionar situaciones problemas. Por estas razones, el pensamiento crítico, desarrollado en forma sistemática, posibilita en los estudiantes una mente abierta para cambiar estructuras iniciales de pensamiento.

En el modelo pedagógico **socio-crítico**, se concibe la formación de un sujeto crítico y reflexivo que *vela por un rol de estudiante realmente emancipado para que este pueda asumir una posición objetiva frente al mundo que se le presenta.*

3. Reto frente a la reducida incorporación del trabajo cooperativo

La ausencia del trabajo cooperativo se hace evidente en el funcionamiento de la Institución Educativa María de Los Ángeles Cano Márquez, ello se evidencia al analizar las encuestas aplicadas (asunto que se discutirá en los análisis de resultados); valga señalar que una de las características más importantes del aprendizaje cooperativo es que favorece el diálogo entre pares y que el modelo socio-crítico demanda la utilización de este tipo de trabajo cooperativo.

Si a los estudiantes no le preocupa los resultados académicos de sus compañeros, ni lo que ocurra con estos y solo le interesan sus desempeños individuales — tendencia en el desarrollo de

la escuela actual— es una señal de que estos jóvenes se están formando en el egoísmo, facilitando la multiplicación de personalidades individualistas que poco aportan a la solución de los problemas de la comunidad académica; todo ello acompañado de un déficit solidario con las distintas problemáticas de su entorno.

El Aprendizaje Colaborativo (AC) facilita un mayor rendimiento académico en las áreas de matemáticas, ciencias y tecnología (sin menoscabo de las demás) y permite la preparación de los estudiantes como ciudadanos (Pulojas, 2009). Además, motiva a los estudiantes a perseguir objetivos comunes y los estimula a preocuparse por los demás, en contraposición con la actitud individualista o competitiva que ya se ha mencionado.

Con frecuencia, tiende a confundirse el trabajo en equipo con el trabajo cooperativo; para que la producción grupal sea efectivamente beneficiosa para el aprendizaje, es necesario que la intervención pedagógica considere una serie de variables relevantes a fin de lograr que la sinergia sea posible. En el trabajo por equipos se busca la interdependencia positiva, de tal manera que no sea contraproducente el poner juntos a determinado grupo de compañeros, por tal razón —en el momento de repartir los grupos— es importante tener en cuenta que los estudiantes van a desempeñar actividades particulares, es decir, roles que les van a ser asignados.

De otro lado, el aprendizaje cooperativo es un proceso en equipo en que los miembros, para alcanzar una meta propuesta, se apoyan y confían los unos en los otros; bajo esta modalidad el docente deberá utilizar varias técnicas que permiten hacer exitoso dicho proceso (como la técnica del rompecabezas, el aprendizaje en equipos de Slavin, la investigación en grupos, o aprendiendo juntos de Johnson y Johnson).

En síntesis, el trabajo cooperativo favorece la solidaridad, la construcción colectiva del conocimiento, la reflexión crítica; valores que el enfoque socio-crítico aspira a desarrollar en los estudiantes.

4. Reto frente a las atenuadas mediaciones sociales y culturales por la defensa del desarrollo de la autoestima y la formación de la *personalidad*.

La herencia biológica, el desarrollo social y la cultura, inciden en la formación de la personalidad de un individuo; corresponde a la escuela ser mediadora de los aspectos sociales y culturales en la tarea de mejorar las condiciones actuales de los sujetos de aprendizaje, hacerlo de manera pertinente y sustentada en las investigaciones al respecto, incrementará sus posibilidades de éxito².

5. Reto frente a la ausencia del desarrollo del *pensamiento Integral*, en contraposición a la instrumentalización del pensamiento particionado.

La escuela mediada por concepciones pedagógicas tradicionales, ha optado por la postura de alinear, fragmentar y dividir el conocimiento de espaldas a una propuesta holística e integral de un aprendizaje significativo y perdurable en el tiempo.

² A este respecto vale mencionar al médico vienés Sigmund Freud, uno de los precursores del estudio de la personalidad desde su propuesta del ello, el yo y el superyó.

Según el filósofo francés Edgar Morín, el pensamiento complejo —noción utilizada en filosofía y epistemología— se basa en un asunto espiritual humano, como el aliento de vida; este pensamiento complejo se opone al aislamiento de los objetos del conocimiento, los restituye a su contexto y los reinserta en la globalidad a la que pertenecen. (Morín, 1992)

La escuela colombiana se ha olvidado de promover el pensamiento integral, abordando el conocimiento como si este formara pequeñas islas en las que es menester aprender de manera fraccionada. Morín (1992) propone lecturas bien orientadas, esto es, que posibiliten el diálogo constante para el desarrollo del pensamiento complejo en el estudiante.

En este sentido la Institución Educativa María de Los Ángeles Cano Márquez, ha reformulado su modelo pedagógico —tal como lo hemos referido— hacia una propuesta que concibe a sus estudiantes —desde la relación enseñanza aprendizaje— “como sujetos críticos, políticos, capaces de transformar los entornos donde habitan y ejercen su labor, con el fin de lograr un desarrollo con equidad y resolver problemas que la ciencia plantea a través de la apropiación del conocimiento, en forma ética y racional”. (Modelo pedagógico de María de los Ángeles Cano Márquez, (2007)

En la apuesta por una conformación de un pensamiento integral en sus estudiantes, la I.E María Cano quiere perfilar un ideal del hombre y de la mujer con las siguientes características:

“Seres humanos, autónomos, reflexivos, libres, trascendentes, responsables, conscientes; personas que a través de una actuación respetuosa, una participación crítica y una comunicación asertiva, promuevan tanto la sana convivencia, el respeto por los derechos humanos, el medio ambiente, la diversidad cultural , así como transformaciones a nivel personal y social; ciudadanos que a partir de la apropiación de conocimientos potencien un

espíritu investigativo, emprendedor, creativo y al mismo tiempo, desarrollen esquemas de pensamiento que redunden en posiciones críticas, políticas y propositivas”.(PEI de María de los Ángeles Cano Márquez,2007)

A manera de recapitulación, en el presente trabajo se abordan elementos del enfoque del modelo pedagógico socio-crítico —mediados por las tensiones y los retos ya mencionados— haciendo énfasis en los planteamientos de Freire, Habermas, Giroux, Apple y la escuela socrática, entre otros. Se explicitan las principales características del enfoque socio-crítico y se analizan sus principales elementos. De igual manera, se analizará la viabilidad de su aplicación en la escuela actual y la manera como este puede relacionarse y articularse con la resolución de problemas matemáticos.

Problema

Colombia es un país pluriétnico y multicultural distribuido en cinco grandes regiones; sobra resaltar que cada una de ellas presenta características particulares, singulares, contrastivas y diferenciadoras que obligan —desde cualquier propuesta educativa— a la implementación de currículos y modelos pedagógicos en consonancia con tales peculiaridades. En otras palabras, la educación no puede ser ajena a su contexto —mediato e inmediato—, pues ella debe responder a las necesidades del entorno, adaptarse a las condiciones del mismo y procurar los cambios en unas directrices que sean afines al ámbito en que las instituciones educativas se despliegan.

Para este caso se debe recordar que el modelo socio-crítico aspira a la emancipación de los estudiantes; una emancipación que se cristalizará en la medida que los estudiantes — en este caso de la institución educativa citada— desarrollen un pensamiento crítico que les permita fijar sus propios criterios, gozar de un sano ejercicio de la libertad, autoregularse desde una autonomía solidaria y, finalmente, ejercer un discernimiento acucioso a la hora de tomar sus decisiones.

La adopción e implementación de un modelo socio-crítico en la escuela, podría contrarrestar los influjos nefastos de una escuela de carácter tradicional, hegemónica y homogenizante que se traduce en unos estudiantes que piensen y actúen de igual manera, resolviendo sus inquietudes desde las propuestas de los medios masivos de comunicación o desde los inconscientes colectivos propios de la comunidad en que se desenvuelven, es decir, existe un alto riesgo en este tipo de escuelas de que el estudiante proveniente de ellas no se ponga en cuestión ni confronte la realidad al tiempo que se deja arrastrar por las doctrinas y corrientes de turno, incluso —muy común en nuestro medio— presa de los grandes males juveniles: droga, prostitución, embarazos no deseados o delincuencia. En este tipo de escuela el educador es el depositante de la verdad y

la educación se convierte en una educación bancaria, tal como lo plantea Freire, en la que se pretende llenar de datos la memoria del estudiante.

Con frecuencia, en la escuela homogenizante y tradicional predomina el absolutismo y en ocasiones el maltrato; es común en ella la falta de reconocimiento de la autoridad debido a las prácticas sociales en las cuales la autoridad no ha sido ejercida legítimamente por el Estado sino por otros grupos locales de presión al margen de la ley.

A lo anterior, se suma una de las características negativas del mundo globalizado: la proclividad a una estandarización del pensamiento; por esa razón se hace necesario —desde la educación— generar una cierta resistencia y abogar por las peculiaridades propias de todo sujeto; nadie posee las mismas características, necesidades, aptitudes e intereses como para uniformar una forma de ver y usar el mundo; en particular, desde la educación matemática es importante sumarse a los planteamientos de la escuela matemática crítica. Al respecto, es necesario recordar que la escuela crítica se desarrolló en diferentes países siendo la más destacada la escuela de Frankfurt, con Habermas como su principal referente y el acompañamiento también de las propuestas emanadas por la corriente educativa australiana, la teoría crítica de América latina y la pedagogía Radical americana, las cuales presentan posturas críticas de la educación, particularmente a los modelos educativos que se limitan a ideologizar al individuo para las prácticas liberales y neoliberales.(Giroux,2010)

Un currículo socio-crítico debe definir claramente sus propósitos y alcances, ello implica la transformación de los contenidos, de las metodologías y de las didácticas. Un currículo socio-crítico busca formar al estudiante como un individuo crítico reflexivo y autónomo quien interactuará con un educador que dinamice el trabajo de la escuela a través de una educación dialógica en la que la pregunta sea recurrente como estrategia didáctica. Esta es una propuesta pedagógica que viene trabajándose desde Sócrates, quien con la Mayéutica, potenciaba el

aprendizaje de sus estudiantes. Es por ello que esta estrategia de la pregunta, se convierte en esencia del proceso en la díada de enseñanza y aprendizaje.

De otro lado, la aceptación de Colombia para ser parte de la OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico) plantea cambios en el modelo educativo, esta organización le aplica a los países miembros la pruebas PISA (Programme for International Student Assessment - Programa para la evaluación internacional de estudiantes), un examen en el que se evalúan competencias en lenguaje, ciencias naturales y resolución de problemas. El pertenecer a esta organización implica desarrollar políticas públicas orientadas desde allí y específicamente políticas públicas educativas. Bien importante entonces, indagar por ellas y constatar los requerimientos, en el ámbito educativo, que el país debe cumplir.

En el presente trabajo se destaca la importancia de la resolución de problemas de carácter matemático bajo un enfoque socio-crítico, por ello se plantea como *pregunta de investigación* el siguiente:

¿Qué características de la solución de problemas matemáticos guardan correspondencia con el modelo pedagógico de la I.E María de los Ángeles Cano Márquez?

Objetivo General

Identificar características en la resolución de problemas matemáticos que guardan correspondencia con el modelo pedagógico —enfoque socio-crítico— de la I.E María de los Ángeles Cano Márquez.

Objetivos Específicos

- Reconocer los elementos del enfoque socio-crítico y la solución de problemas que se practican en la institución Educativa María de los Ángeles Cano Márquez.
- Caracterizar algunos elementos del enfoque socio-crítico que convergen y contribuyen a la solución de problemas de carácter matemático.

Metodología

Al observar y analizar el contexto de la Institución Educativa María de los Ángeles Cano Márquez y la aplicación del modelo socio-crítico en dicha institución, se buscó dar respuesta al interrogante: ¿Qué características de la resolución de problemas matemáticos guardan correspondencia con el modelo socio-crítico de la institución educativa María de los Ángeles Cano Márquez?

La metodología se apoya en un estudio de casos en el cual, mediante la aplicación de unos instrumentos, se recogen datos proporcionados por los estudiantes y docentes. Y se enmarca dentro del enfoque cualitativo.

Cabe destacar que la Institución Educativa María de los Ángeles Cano Márquez viene en un proceso de apropiación del modelo pedagógico socio-crítico y, por tanto, los instrumentos diseñados y aplicados tienen como finalidad analizar la correspondencia entre la aplicación de la teoría de la resolución de problemas matemáticos y las características que plantea el modelo socio-crítico en la institución educativa.

Se diseñó una encuesta para docentes y otra para estudiantes, haciendo referencia a las mismas categorías.

Se encuestaron 30 estudiantes del grado noveno y 30 estudiantes del grado séptimo, así como seis docentes de matemáticas de los grados 4°, 5°, 6°, 7°, 9 y 11°.

De igual manera se realizó observación de clases a docentes de matemáticas de 4, 5, 6, 7, 9 y 11 y se realizó la observación de los diarios de campo de los mismos, lo cual permitió realizar una triangulación de la información.

Con base en la sugerencia de expertos como nuestro asesor de grado y de una guía construida por los docentes de matemáticas de la institución María Cano se construyó, la guía de observación de clase, se observó clase a seis docentes.

Guía de Observación de clase de matemáticas.

pregunta	SI	No
1. El docente trabaja problemas matemáticos en grupos	4	2
2. El docente favorece el trabajo cooperativo.	3	3
3. Los estudiantes tienen la posibilidad de aportar en la solución de problemas.	4	2
4. El docente tiene equipos de trabajo organizados para sus clases de matemáticas.	4	2
5. El docente crea las condiciones necesarias para	4	2

que los estudiantes aporten a la clase.		
6. El docente muestra que valora más el procedimiento que el resultado.	5	1
7. En clase de matemáticas se trabajan problemas de la vida cotidiana.	3	3
8. El docente permite y estimula la participación de los estudiantes.	4	2
9. Se observan problemas que impliquen el trabajo de valores	4	2
10. En clase de matemáticas se trabajan situaciones de la vida cotidiana.	3	3
11. El docente se preocupa por el desarrollo de valores en la clase	5	1
12. Al colocar un problema de matemáticas el docente insiste a los estudiantes que	5	1

sean perseverantes.		
13 Al trabajar en clase de matemáticas se asignan roles para el trabajo cooperativo	4	2
14 El docente deja problemas a los estudiantes que le permiten afianzar el tema.	4	2
15 Al solucionar problemas el docente le entrega los pasos para su solución a los estudiantes	6	0
16 El docente exige el silencio total durante la clase, no permitiendo la participación de los estudiantes.	3	3
17 Los problemas planteados, se relacionan con otras asignaturas.	4	2
18 Los problemas planteados muestran	3	3

diferentes vías de solución		
19 El docente formula problemas relacionados con la vida cotidiana	4	2
20 El docente orienta a los estudiantes para que formulen problemas relacionados con la vida cotidiana	3	3

El diario de campo de los docentes de matemáticas.

Se realizó la revisión de los diarios de campo, carpeta de contenido de los seis docentes seleccionados, para observar su planeación y reflexiones correspondientes al trabajo con problemas matemáticos. Al observar los diarios de campo observamos:

- Temática trabajada y su fecha.
- Reflexiones pedagógicas realizadas por el docente.
- Correspondencia entre el desarrollo de la clase observada y registro que el docente realiza de los mismos.

Los tres instrumentos permitieron realizar una triangulación de la información. Los resultados obtenidos los analizamos en el capítulo llamado análisis de datos.

Los 6 diarios de campo observados muestran planeación de situaciones problemas, los cuales presentan correspondencia entre las fechas en las cuales los docentes habían planeado el trabajo con situaciones problemas y las clases dictadas por los docentes.

Las reflexiones planteadas por 4 de los seis docentes apuntan a que están buscando desarrollar el pensamiento reflexivo en los estudiantes.

Al observar las clases de los maestros se denota en los educadores el interés porque los educandos participen en la dinámica de las clases.

Aspectos Generales del Enfoque Socio-Critico

En la *Institución Educativa María de Los Ángeles Cano Márquez* el enfoque socio-crítico aspira a formar al hombre para su emancipación, asume así una posición revolucionaria de lo que es la educación que guarda una estrecha relación con querer transformar la realidad, dándole solución a sus problemas; este modelo se caracteriza por una permanente reflexión sobre el concepto de ciencia, atribuyéndole importancia al concepto de humanidad, por encima del cientificismo, por la búsqueda de un equilibrio y una mediación entre la teoría y la práctica, propende por la cooperación y la colaboración, y cree en la construcción colectiva del conocimiento, a tal punto que considera que el conocimiento individual no tiene sentido si no se enmarca en el aprendizaje grupal.

La pedagogía socio-crítica propende por fomentar los valores de la democracia, entendida esta como la posibilidad de que todas las personas participen en procesos de toma de decisiones, válido para una pedagogía, que como la mencionada, propenda por la transformación social.

La perspectiva socio-crítica, además de explicar las relaciones sociales, busca crear las condiciones para su transformación en un escenario de propiciación para que el ser humano pueda llegar a formar conciencia política y social.

La dialéctica es una constante que aparece en el enfoque socio-crítico, dado que en la escuela se manifiestan las relaciones de poder; por eso, la dialéctica ha de estar allí presente buscando develarlas. Las relaciones de poder en las organizaciones reflejan sus respectivos equivalentes en la sociedad. La escuela, en su calidad de institución va a sufrir sus propios conflictos en los que mediarán, por supuesto, particulares relaciones de poder.

Desde la perspectiva socio-crítica el conflicto no es un problema, el conflicto precisa alternativas creativas de solución. La tensión que origina el conflicto, es un desequilibrio que no puede ser mantenido durante mucho tiempo.

Ole Skovmose (1999) considera que la educación permite la emancipación, entendida esta como sinónimo de **autonomía**, es decir, la capacidad del individuo para conocer su realidad y para transformarla.

Giroux, (1999), plantea que hay que defender la escuela como un lugar para el fomento de la democracia, en donde los profesores deben ser intelectuales que, a través de la reflexión crítica, generen el cambio. Por tal razón es necesario el conflicto, pues desde él se puede crear una conciencia emancipadora que, a través de la contradicción, genere cambios sociales.

Uno de los principales representantes del enfoque socio-crítico es el maestro brasileño Paulo Freire, sus propuestas de enseñanza crítica tuvieron gran acogida, no solo en Latinoamérica sino también en EEUU, Europa y Asia. Para Freire. (Citado por Ángulo 2005), la práctica educativa es una dimensión de la práctica social, la participación debe ser un derecho; por tanto, el educador debe tomar posición en el sentido de buscar cambiar y transformar el entorno, evitando convertirse en un simple reproductor de los modelos imperantes en la sociedad; para Freire, (citado por Ángulo 2005), el educador no solo es el que educa, sino aquel que educa a través de un diálogo en que ambos se transforman; de otro lado, considera que debe haber una articulación del poder con los movimientos populares, ello implica entonces la formación de educadores populares.

Plantea Skovmose (1999) analizando la teoría de la escuela de Frankfurt, que el conocimiento es producto de los intereses humanos y responde a una construcción social. La teoría socio-crítica se fundamenta en el pensar que es posible otra sociedad más democrática y por tanto es posible otra escuela; una escuela donde educando y educador estén en una relación horizontal y en la que tanto el uno como el otro sean conscientes de que en el proceso de aprendizaje... ambos aprenden; que el educador aprende del educando y el educando aprende del educador. Habermas denuncia las contradicciones del capitalismo, no debidas a causas de su

ímpetu económico sino a los problemas de legitimación, pues mientras en este sistema se habla de derechos humanos y aquilatados valores de democracia, la estructura clasista reproduce la injusticia y la opresión social. Por esa razón y para mantener la dominación social e ideológica, la hegemonía capitalista se apoya más en la estructura escolar que en el aparato represor y para ello el sistema propicia la formación de estructuras de la *personalidad* que se adapten a la estructura social dada. Sin embargo, eso pasa en todo sistema social, siempre se enfrentarán grupos e individuos con deseos y pretensiones que son incompatibles, lo importante es que se alcance un equilibrio entre las pretensiones de unos y los derechos de los otros.

La educación es una herramienta muy poderosa para generar cambios en uno u otro sentido; desde este modelo se cree que la formación de un sujeto crítico propiciará escenarios más equilibrados para las futuras generaciones.

¿Es posible una educación que, teniendo en cuenta la globalización, saque partido de esta, formando sujetos críticos y autónomos? El enfoque socio-crítico plantea que sí es posible; pero hay que hacer una salvedad: pese a que nuestra humanidad es global, hay que salirle al paso a una globalización neoliberal, que pretende formar sujetos con un pensamiento homogéneo. El currículo socio-crítico aspira a evitar la reproducción del *status quo* mientras busca favorecer a la mayoría de las personas que constituyen la población, abanderando los valores universales y no los personales o de la clase social hegemónica

El currículo crítico se convierte en una alternativa para diferentes regiones del mundo, como una contraposición a la educación occidental marcada por el capitalismo. Plantea Rodríguez

Rojo (2005) que el currículo socio-crítico debe responder al neoliberalismo que ha originado las desigualdades planteadas por la sociedad del conocimiento, eliminando el analfabetismo informacional; buscando que los estudiantes adquieran competencias que garanticen la inclusión social, formando intelectualmente a los estudiantes para que puedan discernir frente a los medios de comunicación, preparando éticamente a los estudiantes para la toma de decisiones, promoviendo una pedagogía de la esperanza —opuesta al fatalismo— y formando ciudadanos aptos para liberarse. En este currículo pues, surgirán determinadas didácticas críticas que propicien cambios, dado que ellas deberán romper paradigmas reinantes —como el de la linealidad temática—; estamos hablando de una didáctica transformadora del medio, enmarcada en una pedagogía *globo crítica*.

Para Freire (1999) la educación es una práctica política y nunca es neutra, el maestro debe fijar posición en cuanto a si reproduce el modelo vigente o si verdaderamente está buscando la transformación social. Las prácticas educativas involucran valores, proyectos y utopías; legitiman, cuestionan o transforman. Las prácticas educativas o son conservadoras o son progresistas; plantea Freire (2007) que “la educación por sí misma no cambia el mundo, pero sin ella es imposible hacerlo; en este camino y dado que los seres humanos son inacabados, la educación —en especial la educación para los oprimidos— es inacabada”.

Las metodologías que se utilicen en esta propuesta educativa deben estar basadas en la construcción social del conocimiento, a diferencia de la construcción de la sociedad del conocimiento; nótese cómo la falta del componente social privilegia de entrada otros componentes en la dinámica educativa, económica y científica; es decir, la educación no aporta a

la cualificación del componente social, seguramente sí lo hará con otro tipo de intereses; no hay que ser muy perspicaz para saber a cuáles. Elemento importante de esta propuesta será el diálogo, pues este se constituye en algo más que un recurso metodológico o una estrategia didáctica, a la postre, permite al sujeto reconocer al otro, diferenciarse de él pero, también, compartir sus experiencias.

Los educadores socio-críticos se preocupan por los alcances de la escuela socio-crítica cuando manifiestan que las sociedades no se cambian por decreto ni siguiendo un determinado discurso teórico.

En consideración con lo anterior, se puede evidenciar que el desarrollo de un currículo en el enfoque socio-crítico, concibe a los estudiantes en procesos de **autonomía**, posibilitándoles herramientas que les permitan la toma de decisiones y la elaboración de argumentos propios con base en el discernimiento realizado.

Características de la Escuela Socio-Crítica

Una escuela socio-crítica se caracteriza por una relación dialógica entre los estudiantes y los docentes; en tal mediación se estimula al estudiante para que pregunte y argumente, para que dude y defienda, para que sea curioso y para que se forme un criterio de los problemas que debe abordar. Sin embargo, debe completarse este propósito con una construcción colectiva del conocimiento, en la que todos los actores educativos mantengan una diferencia de roles que les permita culminar procesos satisfactorios en las tareas que acometen.

Para Freire, *todo el mundo* sabe algo y *todo el mundo* tiene algo que aprender; también en la Escuela socio-crítica el estudiante se concibe como alguien portador del conocimiento desde sus experiencias; en tal dinámica, la relación maestro - estudiante será de carácter horizontal, es decir, ambos estarán retroalimentándose.

De otro lado, aunque el conocimiento que se obtiene del mundo es un conocimiento en el que predomina la cientificidad, es claro que se necesita un compensado volumen de humanidad, esto es, el conocimiento debe ser provechoso para a la humanidad y no ser valorado *per sé*. Cuando las razones por las cuales una sociedad se interesa en el conocimiento se alejan de los intereses sociales de una comunidad, aparecen de inmediato consecuencias nefastas como la presencia de desigualdades e injusticias sociales o económicas, un asunto menos lamentable que el hecho de que a la postre terminan afectando el derecho a una vida digna. En cuanto, de dónde provenga el conocimiento, se aspira a que exista una articulación de saberes, dentro de los cuales se valore tanto el saber popular, como el saber de la escuela.

La escuela debe evitar la homogenización, debe recrearse una escuela que busque la formación **autónoma** de sus estudiantes.

Para la escuela socio-crítica, el conocimiento se construye en un trabajo de **cooperación**, donde los individuos aportan sus experiencias. La interacción constante y continua posibilita la construcción colectiva y comprensiva del conocimiento.

Plantea Rodríguez Rojo (2010) que la ciencia es una construcción humana que esta mediada por los intereses de los sectores que la producen, la divulgan o la censuran; esta evidencia de ciertos intereses nos mueve a proponer que en últimas —y en aras de su sentido también social— debemos desacralizar la ciencia en sí misma y a su consecuente proceso de producción —tecnología—; entonces procuraríamos una ciencia a la altura de la humanidad, más subversiva y menos doctrinaria. Esto es lo que señala Karl Marx (2007) cuando afirma que los filósofos no han hecho más que interpretar de diversos modos el mundo, pero de lo que se trata es de transformarlo.

Freire (2009), a su vez, construye niveles de escala — categorizados por su nivel de crítica frente al mundo— por los cuales pasa el individuo; “el conocimiento no es algo dado y cerrado, sino que se reconstruye permanentemente de forma intersubjetiva...”

La educación debe servir para que educadores y educandos aprendan a leer y a construir la realidad y así poder escribir su propia historia; hay que tener en cuenta, afirma Freire (2009) que la educación no es neutra, o se está a favor de la emancipación, o se está en contra de ella; se tiene una educación para el continuismo o una educación para la transformación.

Freire, (2005), sostiene que esta pedagogía crítica — a la que la Institución le está apostando— debe contribuir a construir sueños, a reinventar utopías y a sembrar esperanzas de cambio (buscar fuentes)

El diálogo se constituye —más que un recurso metodológico— en la posibilidad de reconocer al otro como sujeto; la educación debe ser planteada de tal manera que ponga a los estudiantes en permanente actitud de diálogo. Por eso en el aula no se puede continuar promoviendo el dogmatismo, se debe trabajar y propender por la adquisición de la conciencia histórica y social. Los vínculos de pasividad deben ser cambiados por vínculos de cooperación.

La Educación Matemática Crítica

La teoría crítica surge a principios del siglo XX con una gran influencia de un grupo de sociólogos y psicólogos alemanes y está enmarcada en las denominadas teorías socioculturales de la educación. Es la época en que suceden las grandes guerras mundiales con sus consecuentes campos de exterminio; lo que se pretende con esta nueva visión de las matemáticas es desenmascarar las opresiones, distanciándose de los modelos rígidos y hegemónicos que hasta entonces habían regulado la forma de enseñar y aprender las matemáticas. Surge pues en un contexto de desigualdades dramáticas e injusticias sociales, económicas, políticas y culturales; por tal razón habrán de darle muchísima más importancia al poder de la contradicción y de la oposición, mediante una lógica de la dialéctica y no a la manera formal de resolver las contradicciones existentes. A la postre, esta nueva teoría buceará otras formas de conocimiento que operen en contraste con el excesivo cientificismo en la educación matemática.

Las matemáticas son en gran medida una ciencia abstracta, ello hace que el acceso al conocimiento de esta ciencia, no sea propicio para todos, lo cual ha llevado a que el símbolo matemático se haya constituido en una expresión de poder, un símbolo que expresa poder jerárquico dentro de una cultura, un instrumento de jerarquización. En la antigua Grecia, por

ejemplo, las matemáticas, para la construcción de edificios estaban reservadas solo para las élites, mientras que los esclavos las utilizaban de una manera utilitaria.

Filósofos y matemáticos modernos, críticos como Habermas, han propuesto el desarrollo de la llamada educación matemática crítica, es decir, la Educación Matemática crítica ha surgido como respuesta a las demandas sociales en contextos históricos y culturales.

Para Skovmose (1999), no se trata solo de hacer una educación matemática para todos sino una matemática que permita a los ciudadanos ser parte activa de una sociedad democrática. Es obligación de la escuela y también de las matemáticas, dotar al estudiante de herramientas que le permitan participar y juzgar la democracia, así como exigir a sus gobernantes tomar decisiones basadas en modelos tecnológicos y matemáticos.

La escuela debe reivindicar el valor de las matemáticas. A través del método hermenéutico dialéctico se propone dilucidar el papel de la escuela y del estudiante y reconocer que no existe una enseñanza colectiva que no pueda brindar respuesta a la heterogeneidad de los estudiantes.

Una matemática exitosa es aquella que propende porque el estudiante se forje la necesidad de aprender, Muñoz (2003). El docente debe buscar en las contradicciones lo que implica la teorización en el surgimiento de nuevos problemas, dichos problemas deben ser tratables y nunca pasar desapercibidos.

Para Rodríguez Rojo (2005) existe un currículo crítico, es decir, aquella propuesta o proyecto que se ofrece a una situación educativa con la intención de contribuir a cambiar las cosas, en este caso, la situación social educativa.

La pedagogía actual debe asumir la tarea integral de transformar el individuo; muchas veces el profesor actual de matemáticas no sólo no reconoce su deficiencia en didáctica matemática sino que tampoco reconoce su fracaso, echándoles la culpa a los estudiantes porque son *malos* para desenvolverse en esta área.

La matemática crítica se fundamenta, entre otros, en principios como:

- La escuela debe reivindicar el valor de la matemática en la vida del hombre y en la sociedad y no se puede poner en duda el valor pedagógico de la ciencia desde Platón, Aristóteles y los Pitagóricos.
- Se debe utilizar en consecuencia la educación matemática, para fomentar el conocimiento de la persona y su capacidad para la vida útil y responsable frente a sí mismo y frente a la sociedad.

Buscando una articulación entre el modelo pedagógico socio-crítico y la resolución de problemas matemáticos, se ha realizado una descripción de los principales fundamentos de dicha propuesta metodológica. En ella se reseña un poco la evolución histórica de la resolución de problemas y se resalta la diferencia entre resolver un problema mecánicamente o resolverlo de

forma consciente, de manera que los estudiantes entiendan el papel que las matemáticas juegan como elemento para resolver situaciones de la vida cotidiana, esto con la finalidad de facilitar el desarrollo del pensamiento divergente en los estudiantes.

La resolución de problemas tiene un gran poder como medio para el desarrollo del pensamiento crítico y reflexivo en los estudiantes.

En esta misma búsqueda se dedica un capítulo a esbozar los elementos teóricos de la resolución de problemas matemáticos, basados fundamentalmente en la teoría de George Polya.

La Resolución de Problemas Matemáticos

Evolución Histórica de la Resolución de Problemas

La resolución de problemas ha sido considerada para muchos como “el corazón de la actividad matemática” (J, M Sigarreta, 2006). Históricamente, el conocimiento matemático ha sido transmitido de una generación a otra.

La invención de la escuela está relacionada con la aparición de la escritura, en cuanto al trabajo con las matemáticas los escribas también tenían acceso al trabajo con ésta. En la antigua Mesopotamia, la finalidad de los problemas matemáticos surgieron para formar en el trabajo

con el cálculo. Se le atribuye al matemático griego Herón, el incluir ejercicios con texto en sus trabajos.

Los papiros más antiguos y las tablillas de barro dan cuenta de famosos problemas que tenían como finalidad la enseñanza de la aritmética. En general, los textos matemáticos iniciales exponen el planteamiento de un problema y luego muestran paso a paso la solución del mismo, se buscaba de esta manera, darle al alumno un ideal sobre cómo debería solucionarse los problemas.

Los egipcios y los babilonios lograron realizar una interpolación que les permitía relacionar un problema con otro. En la sociedad griega existía poco interés por la formación técnica de los estudiantes, los problemas que ellos planteaban tenían su origen en situaciones de tipo concreto. Para Sócrates había que formar muy bien intelectualmente a los estudiantes a través de las matemáticas. Platón sugirió que las matemáticas permitían realizar una introducción al estudio de la filosofía.

Schoenfeld en 1987 (citado en Sigarreta 2006) plantea que Sócrates pudo considerar la solución de problemas como un tema de estudio, planteando situaciones de carácter metacognitivo que incluso son estudiados en la actualidad.

Platón (citado Boyer, 1986), destaca la importancia de la geometría y en su obra, La República, afirma que “si se quiere desarrollar la inteligencia, es preciso proceder como se hace

en geometría, por medio de problemas”. El término Heurística es posterior a Sócrates y a Platón y se refiere al procedimiento o camino para encontrar la solución a un problema.

Las matemáticas alcanzan un importante desarrollo en la India (siglo V d.C Cristo) cuando Bháskara realiza una recopilación de los conocimientos matemáticos de esa época. La escuela de Bagdad introdujo el álgebra en la solución de problemas. Un representante de estos es Al Juarisme, a quien se le atribuye el primer texto de álgebra.

La edad media en Europa se caracterizó por los cambios políticos, económicos y por el avance de la ciencia. Allí aparecen las armas de fuego, las epidemias y enfermedades que ocasionalmente terminaron con la vida de muchas personas. En este contexto, los científicos buscaban conocer el orden del universo, fueron creadas las primeras universidades y se buscó una homogenización de la educación. Los docentes de matemáticas de las universidades, coincidían en la solución de problemas prácticos en los cuales se evidencia una concepción teológica de la educación, dado que toda la enseñanza estaba basada en Dios como causa universal.

En la época moderna ocurren cambios en Europa; la burguesía se afianza en el poder urbano desplazando a la nobleza y reaparecen los clásicos que se toman como modelo de cultura. Se desarrolla el capitalismo impulsado por el oro y la plata, llegados de América.

El siglo XVI es el del Renacimiento, la ciencia consigue un desarrollo relevante. Es la época en donde se destacan científicos como Copérnico, Kepler y Galileo.

La actividad matemática fue marcada por el matemático y filósofo René Descartes quien es considerado el fundador del racionalismo, teoría que se opone al empirismo y que argumenta que por medio de la razón se puede entender la realidad. El problema fundamental es encontrar una respuesta sobre el conocimiento inmediato de las verdades primeras.

Para Descartes (citado por Sigarreta, 2006), la matemática es un proceso en el cual el conocimiento se da por deducción y se basa en axiomas que son alcanzables mediante la intuición. Considera además que todo debe ser puesto en duda. Descartes en sus obras “Discurso del método y Reglas para la dirección del espíritu” plantea su concepción sobre la resolución de problemas, para lo cual propone tres fases:

1. Reducir cualquier problema a una ecuación simple
2. Reducir un problema matemático a un problema algebraico
3. Reducir cualquier problema a un problema matemático

Luego, planteará doce reglas más, con aspectos muy puntuales alrededor de la resolución de problemas.

En el siglo XVIII aparece Euler (1707-1783), quien toma la educación heurística en su praxis pedagógica; Euler se destaca por su gran capacidad de análisis. Es por ello que Polya afirma sobre él que es uno de los matemáticos más brillantes en la creación de algoritmos y

estrategias para la solución de problemas. En ese sentido, para Polya, una de las cosas más importantes en la enseñanza es sorprender a los estudiantes.

Importancia de la Resolución de Problemas en la Enseñanza de las Matemáticas

La importancia de las matemáticas está íntimamente ligada a la pregunta ¿En qué consiste hacer matemáticas? Tanto para los investigadores como para profesores y estudiantes, “hacer matemáticas” consiste en actuar para resolver problemas, no es solamente saber definiciones y teoremas que se utilizan o se aplican cuando se presenta la ocasión, sino que es “ocuparse de problemas” en un sentido amplio, lo cual incluye tanto encontrar buenas preguntas como soluciones a ellas.

En torno a este cuestionamiento, la UNESCO en la exposición internacional de 2006 “experiencing mathematics” (2006, p. 5) realizó algunos trabajos cuyos aportes giraron en torno de la pregunta, ¿Por qué las matemáticas? En este contexto se realizaron algunas consideraciones valiosas como:

“(…) Mediante las matemáticas comprendemos y por lo tanto dominamos el universo. Pero, desgraciadamente, es una ciencia invisible en sus aplicaciones. El único contacto que muchos ciudadanos tienen con ella se produce durante la enseñanza secundaria, y en numerosos casos, con poca fortuna. En consecuencia, las matemáticas se han convertido en una ciencia mal conocida y escasamente apreciada. ¿Qué hacer para cambiar esta tendencia?, ¿Cómo conseguir que los ciudadanos en general, y los escolares en particular, aprendan a valorar adecuadamente esta disciplina y estén dispuestos a dedicarle los esfuerzos necesarios para su aprendizaje?”.

En lo expuesto allí, una vez más se cuestiona el área de la matemáticas como académica y poco práctica; además, se concibe como una asignatura aburrida y difícil, por tal causa se debe tomar conciencia referente al problema que existe frente a este tema, pero también es necesario tomar los correctivos necesarios para lograr mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje de dicha disciplina.

Otro ejemplo ilustrativo se encuentra en el panorama de la educación Colombiana (Lineamientos curriculares de Matemáticas, MEN 1998), donde se expone la gran preocupación por lograr que la matemática sea una asignatura más asequible y agradable si su enseñanza se imparte mediante una adecuada orientación.

Debido a lo anterior, se requiere que el aprendizaje de las matemáticas sea significativo para el sujeto, a diferencia del aprendizaje repetitivo; según los registros, el primero consiste en provocar un estímulo en el sujeto para que modifique su conocimiento construyéndolo él mismo; mientras que el segundo, se limita a la mecanización y acumulación de conocimientos.

Ausubel (citado por Flores, 2001, p.49), hace hincapié, en que una de las formas de conseguir que el aprendizaje sea significativo para los estudiantes es mediante el aprendizaje por descubrimiento; también reafirmado por Polya (1945), cuando expresa la “resolución de problemas” es un arte práctico, como la natación, el esquí o tocar el piano: Usted puede aprenderla solo por imitación y práctica. Si usted desea aprender a nadar debe entrar en el agua, si quiere llegar a ser un solucionador de problemas tiene que resolver problemas”. (Descubrimiento matemático).

En este sentido,

La construcción de aprendizajes significativos en matemáticas implica la participación de los sujetos en su proceso de formación, por tal razón pasa de ser un receptor pasivo a ser un protagonista de su propio aprendizaje. A esto se le añade que la acción educativa debe desarrollar competencias matemáticas en el estudiante y por ende en la consolidación de un sujeto interactivo, crítico, responsable y autónomo.

Con todo lo anterior, es fundamental para la enseñanza significativa de la matemática buscar el desarrollo de pensamiento analítico y reflexivo, el cual ha sido sustituido históricamente por la mecanización y memorización de algoritmos.

Retomando lo que más arriba se indicó, la actualidad nacional en la educación matemática (Lineamientos curriculares de Matemáticas. MEN 1998, Estándares básicos de calidad), se insiste en que la matemática debe contribuir al desarrollo de competencias básicas,...

“De modo que los estudiantes sean capaces, a través de la exploración, de la abstracción, de clasificaciones, mediciones, y estimaciones llegar a resultados que les permitan comunicarse, hacer interpretaciones y representaciones; en fin, descubrir que la matemática está íntimamente vinculada con la realidad...”

A causa de ello, los estándares básicos de calidad se organizaron en tres aspectos que deben estar presentes en la actividad matemática: Planteamiento y resolución de problemas, Razonamiento matemático y Comunicación matemática. Estos tres aspectos son el hilo conductor para buscar la calidad de la educación matemática colombiana.

Es interesante observar cómo los estándares dan relevancia a las situaciones problema, pues ellas se convierten en una estrategia didáctica que genera en los estudiantes procesos de actividad matemática que les facilitan la construcción de los conocimientos.

Según Sánchez (2002, p.1) “la resolución de problemas es una herramienta natural en el contexto de la educación matemática, tanto con fines formativos, prácticos e instrumentales”.

El método de resolución de problemas es un recurso didáctico que orienta el trabajo en el aula, estimulando a los alumnos para que aborden situaciones nuevas, desarrolla actitudes positivas tendientes a mejorar el aprendizaje de las matemáticas, formular, proponer e inventar nuevos problemas matemáticos, responder a cuestiones que no conocen la respuesta o plantearse preguntas.

Es necesario recordar que algunos investigadores de la educación matemática, desde su trabajo didáctico, le otorgan gran relevancia a la resolución de problemas como motor de la enseñanza y aprendizaje de la matemática, algunos de ellos fueron:

Paul R. Halmos (citado por Nieto, 2004, p.4) expone: “la principal razón de existir del matemático es resolver problemas y, por lo tanto, en lo que realmente consisten las matemáticas es en problemas y soluciones.” Codina y otros (2001), en el mismo sentido expresan: “la resolución de problemas está siendo incorporada como eje de vértebra en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas”. (p.1). Algo parecido dice Sigarreta y Rodríguez (2006): “la

resolución de problemas matemáticos siempre ha sido el corazón de la actividad humana”. (p.1); finalmente, Vila y Callejo (2004), enuncian: “entendemos que la resolución de problemas es el corazón mismo de la matemática y que ella debería centrarse en la formación de los alumnos”. (p. 14)

El objetivo fundamental del método de resolución de problemas busca responder a una necesidad individual y social que facilite el aprendizaje y en el que el papel de la matemática sea relevante en la consecución de las metas que se proponen los docentes.

Lo que se ha querido argumentar hasta aquí, con el método de resolución de problemas, es que es un elemento clave que contribuye al desarrollo de habilidades que favorece el pensamiento divergente, adecuado ambiente de aprendizaje y colaboración entre pares.

En la profesión de educadores matemáticos, surge la inquietud de buscar estrategias que permitan realizar el trabajo con la resolución de problemas de una manera contextualizada, que le permitan al estudiante desarrollar su capacidad crítica y reflexiva. Es, de otro lado, preocupante el trabajo excesivamente axiomático. Las matemáticas deben contribuir a la formación de un pensamiento democrático y una excesiva axiomatización en la escuela no contribuye a ello.

Por tal razón, se hace necesario buscar alternativas en el trabajo con la resolución de problemas, pues este tiene como finalidad formar ciudadanos críticos que cuestionen y

reflexionen sobre su contexto, que en articulación con el enfoque socio-crítico concebido como modelo pedagógico, busquen dar respuesta a las necesidades sociales.

El modelo pedagógico es la base para orientar el quehacer pedagógico, pues en él se organiza el proceso educativo, pero pocas veces se cumple este objetivo en la realidad, por tal motivo este trabajo de grado está orientado a encontrar esas características comunes entre el enfoque socio-crítico y la resolución de problemas, para que haya una correspondencia entre el modelo pedagógico y el método en la clase de matemáticas.

Algunas Generalidades de la Resolución de Problemas

Papel del profesor en la enseñanza de solución y/o resolución de problemas.

“Aprender y enseñar matemáticas significa desarrollar, casi siempre, conocimientos matemáticos, aunque ellos se hayan creado o inventado hace más de cuatro mil años” (Wussing, 1998, p.26).

Los docentes de matemáticas hacen matemática con sus estudiantes en el momento mismo de construir definiciones y conceptos matemáticos, así ellos sean muy elementales.

El profesor de matemáticas en la actualidad se enfrenta a diversos retos, una escuela intercultural, una sociedad con desajustes sociales y económicos y unos estudiantes que demuestran apatía frente al área; ante este panorama, el maestro debe tomar conciencia de la

importancia de su rol en esta sociedad, como uno de los principales protagonistas que intervienen en la construcción de una mejor sociedad. Esto implica que el profesor en el ejercicio de su labor asuma, además de la académica, una actitud de compromiso ante la sociedad.

Desde esta perspectiva, el método de resolución de problemas es una herramienta didáctica que favorece la adquisición de conceptos de manera significativa, facilitando así el aprendizaje y la obtención de logros tanto de los estudiantes como del el profesor. Polya, citado por Echenique (2006, p.15)

“consideraba que el maestro/a tiene en sus manos la llave del éxito ya que si es capaz de estimular en los alumnos la curiosidad, podrá despertar en ellos el gusto por el pensamiento independiente; pero, si por el contrario dedica el tiempo a ejercitarles en operaciones de tipo rutinario, matará en ellos el interés. Es necesario crear en clase un ambiente que favorezca la investigación, el descubrimiento, la búsqueda, la desinhibición...”

Para contribuir en el proceso de enseñanza y aprendizaje, utilizando la metodología de resolución de problemas en matemáticas, Buschiazzo y otros, citado por Calvo (2008, p.132) presentan algunas recomendaciones para el docente en la enseñanza de resolución de problemas, entre las cuales se destacan:

- *Selección de problemas:* “(...) el profesor debe tener en cuenta las características del grupo en general con el fin de contextualizar la situación problemática; además, debe contemplar las características individuales, para adecuar el problema al nivel cognitivo de sus estudiantes...”.

- *Orientar la resolución:* el educador debe orientar el proceso para la solución del problema incitando a los estudiantes para que se cuestionen y por ende caigan en la cuenta de sus errores.
- *Estimular la resolución de problemas:* es común que en la búsqueda de soluciones a los problemas se encuentren con dificultades, pero con la motivación del docente pueden ser superadas; por tal razón, el docente debe propiciar en este sentido la perseverancia y la actitud positiva en este proceso.
- *El educador modelo ante la resolución de problemas:* el docente debe mostrar una actitud positiva, no debe sentirse derrotado ante el primer inconveniente que se le presente a sus estudiantes.

De otro lado, el trabajo de Buschiazzo incluye aspectos también importantes que debe tener en cuenta el profesor de matemáticas, ellos son:

- *Reconocer los tipos de razonamiento de sus estudiantes:* el profesor debe tener en cuenta, que la resolución de problemas es la oportunidad de reconocer el nivel de razonamiento de sus estudiantes, ello debe llevar a proponer actividades de acuerdo al nivel de pensamiento de sus aprendices
- *Tener en cuenta el éxito de otros estudiantes:* Revisar trabajos de estudiantes que hayan resuelto problemas con éxito, permite revisar estrategias diferentes, identificar las

debilidades y fortalezas de dicho proceso y, por último, reconocer que todos pueden abordar la resolución de problemas.

Los conceptos de ejercicio y problema en el contexto de la educación matemática.

¿Qué es un ejercicio? A continuación se hace referencia al concepto de ejercicio desde el punto de vista de varios investigadores de la educación matemática:

El investigador ruso G.A.Bal (citado por Perales 1993, p.175), considera que un ejercicio es un tipo de tarea específica que se propone a los estudiantes; generalmente es una tarea que exige de los mismos la acción mental más o menos amplia. Para Pozo (2001, p.34) son tareas meramente reproductivas en las que al alumno se le pide ejercitar una técnica o destreza ya aprendida, postura que comparte Miguel de Guzmán (1993, p.22), son simples algoritmos... de lápiz y papel.

Podemos colegir, desde estas concepciones, que la convergencia del significado de ejercicio recae sobre el sentido mecánico, memorístico y descontextualizado que tradicionalmente lo ha caracterizado. .

¿Qué es la resolución de un problema? Desde el punto de vista de la psicología experimental, se comenzó el trabajo de la resolución de problemas, no propiamente como su término lo indica con la teoría conductista: estímulo respuesta, en el que solo importaba la respuesta, sino que para los psicólogos de la Gestalt (citado por Perales 1993, p.176) el concepto

de problema se define genéricamente como cualquier situación prevista que produce, por un lado, un cierto grado de incertidumbre y, por otro, una tendencia a la búsqueda de la solución. Sostienen que en el proceso de solucionar un problema interviene el pensamiento productivo — en el que se crea una nueva solución (desconocida) — y el pensamiento reproductivo —en el que se aplican soluciones teniendo como referencia soluciones anteriores con respecto al problema—

En este mismo marco, los psicólogos de la Gestalt clasifican los problemas según el criterio que lo caracterice, esto es:

- a) Campo de conocimiento implicado
- b) Tipo de tarea
- c) Naturaleza del enunciado y característica del proceso de solución

Para Polya (1945, p.35), definir un problema es “buscar correctamente una acción para lograr una meta claramente concebida, pero no inmediatamente fácil de alcanzar”. Posteriormente, Dumas-Carré (citado en Perales 1993, p.177), relacionará los conceptos problema, resolución, solución, refiriéndose al término de resolución de problemas como la propia actividad de resolver asociada al proceso; este autor asumirá la solución como la respuesta o producto de dicho proceso.

Según Buschiazio y otros (citado en Calvo2008, p. 127) desde el punto de vista matemático “el problema implica una dificultad ya que se plantea una situación nueva que se debe dilucidar

por medio del razonamiento. La superación de esta dificultad que se habrá de alcanzar a través de algún camino constituye la resolución de problemas”. En pocas palabras, se acepta la idea de que el problema es la distancia entre lo que sabe y lo que queremos saber y que esa distancia merece el esfuerzo de ser recorrido.

Conviene subrayar lo siguiente: el problema solo existe para un estudiante, si se lo toma como tal, dado lo contrario sería una mera ejercitación y mecanización de algoritmos. Desde este punto de vista, problema es aquel que moviliza al estudiante a tomar decisiones, planificar, utilizar conceptos y procedimientos adquiridos. Cabe anotar que es importante plantearles las tareas a los estudiantes como algo sorprendente, desconocido y funcional dentro del aprendizaje.

Diferencia entre problema y ejercicio.

Lo anterior muestra que los términos problema y ejercicio presentan diferencias en sus concepciones como las siguientes:

Figura 1. Diferencias entre problema y ejercicio.

DIFERENCIAS ENTRE PROBLEMA Y EJERCICIO

EJERCICIO

1. Demuestra de inmediato el camino para la solución con la aplicación de una técnica.
2. Se resuelve de forma mecánica y algorítmica.
3. Es poco creativo y descontextualizado.
4. Se realizan rápidamente.
5. No tiene aplicación y significado.

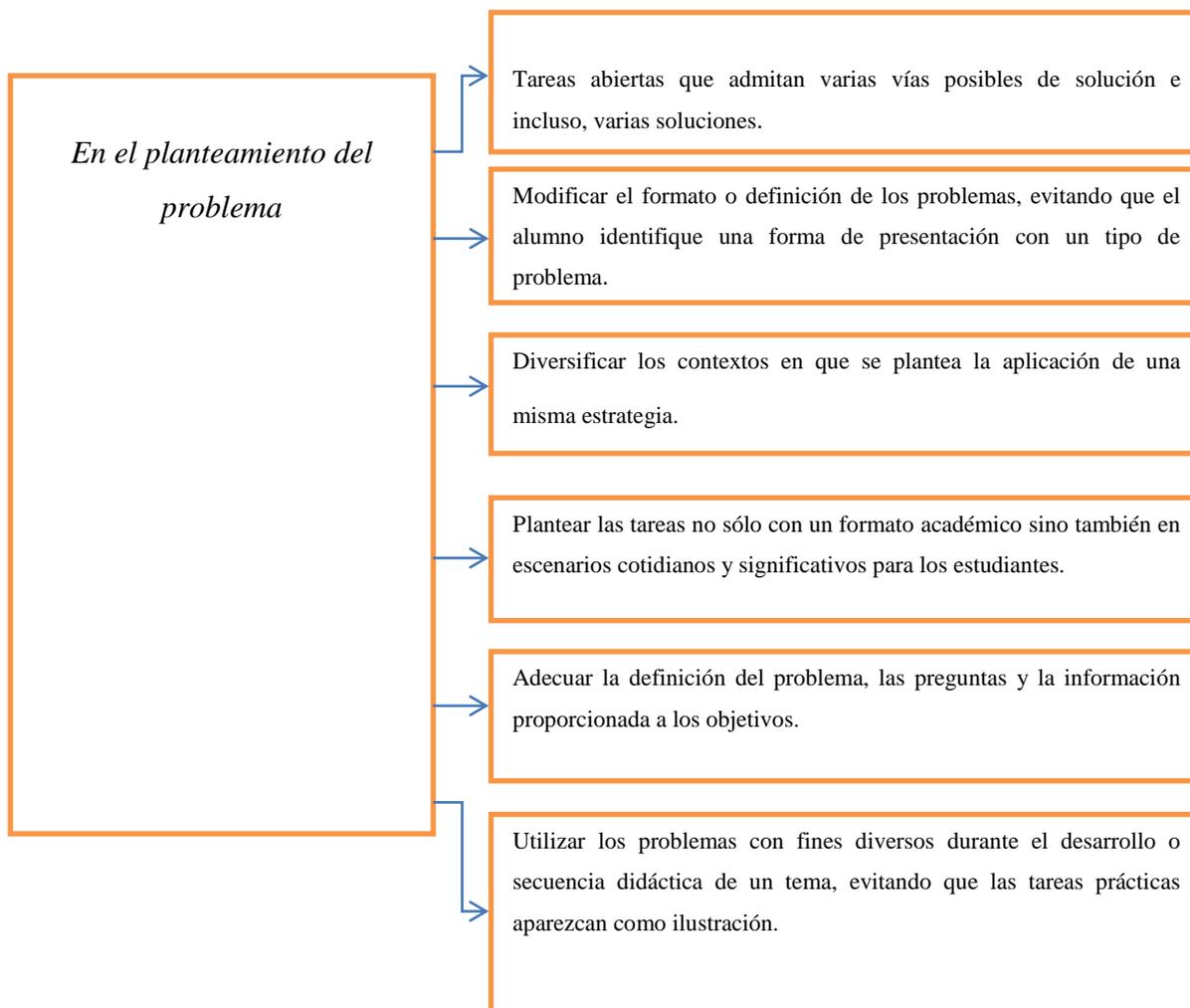
PROBLEMA

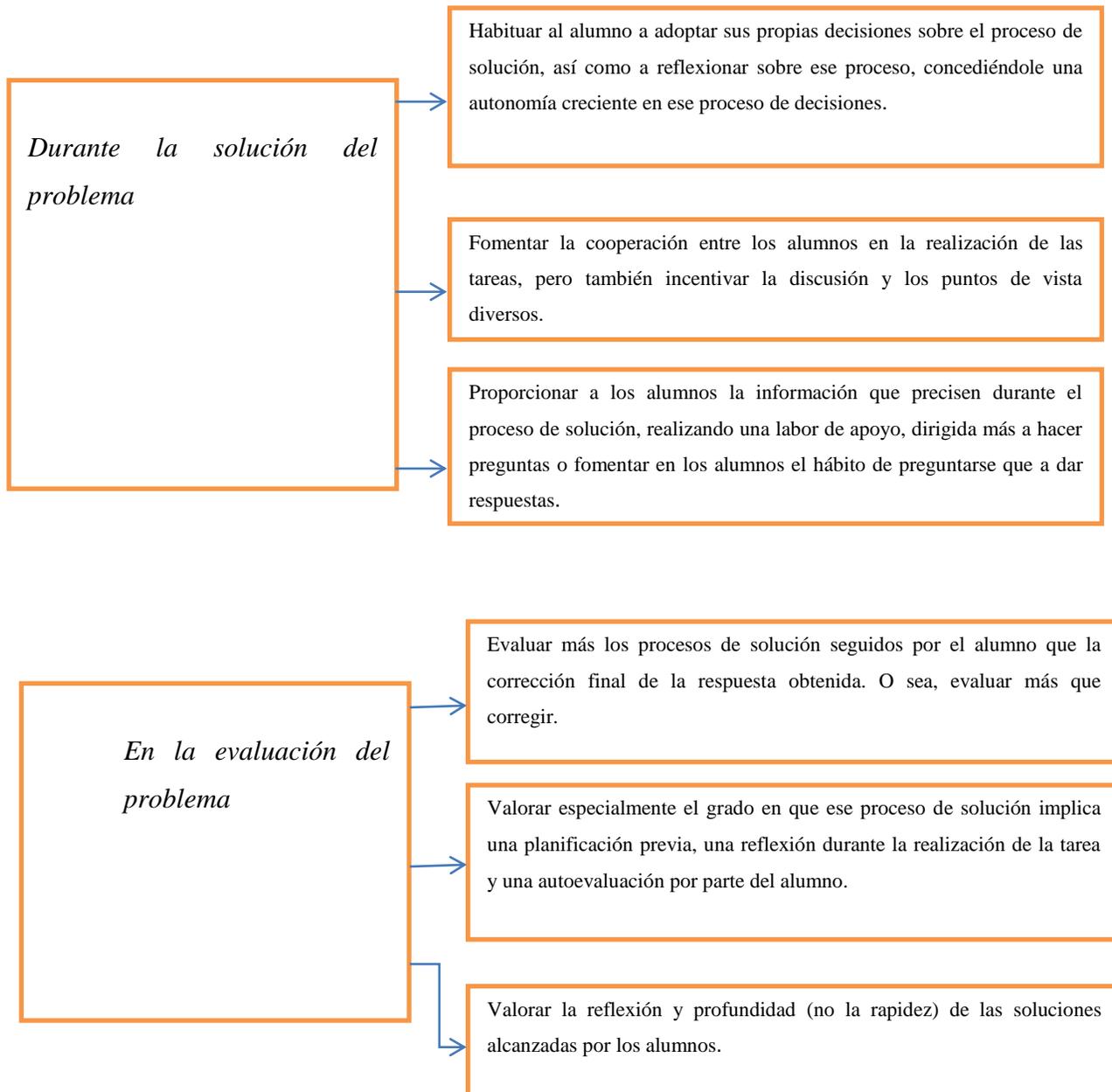
1. Se pueden aplicar diferentes estrategias.
2. Se soluciona con una investigación que le permitirá al estudiante adquirir nuevos conocimientos.
3. Pueden ser propuestos por los estudiantes utilizando situaciones contextualizadas que incentivan la creatividad y la motivación por la matemática.
4. Se debe insistir para encontrar la solución.

Sin embargo, las actividades sencillas como lo son los ejercicios, se pueden plantear como tareas teniendo en cuenta algunos criterios que ayudarán a romper la brecha entre estos dos conceptos y que, por supuesto, contribuirán en el proceso de la comprensión en matemática; para ello nos parece pertinente—desde el trabajo realizado por Pozo (1994)—considerar algunos criterios guía.

Criterios que permiten convertir las tareas escolares en problemas en vez de simples ejercicios.

Figura 2. Criterios que permiten convertir las tareas escolares en problemas en vez de simples ejercicios





¿Qué es resolver y solucionar un problema?

Aunque algunos textos de matemáticas, al igual que algunos docentes en el área, se refieren a estos términos como sinónimos, es importante diferenciarlos para identificar el papel que juegan al conjugarlo o relacionarlo con el término problema. La discrepancia subyace en que resolver —desde el contexto matemático— es tomar la decisión para escoger la alternativa más apropiada, es la acción de resolver o reducir a una meta (solución); dicha meta está inmersa en el proceso de hallar la solución.

De manera más simple:

RESOLVER: Proceso o acción para llegar con éxito a la respuesta de un problema

SOLUCIÓN: Meta a la cual se quiere llegar con un problema después de aplicarle un proceso

Pensamiento creativo en la solución y/o resolución de problemas.

Los problemas deben surgir de una manera natural, muchas veces presentados o formulados por los estudiantes, relacionados con un conocimiento contextualizado, que den pie para generar nuevos problemas, ideas y desafíos en el aprendizaje de la matemática. Ello permitirá usar el pensamiento creativo, el cual podrá ser convergente (capacidad crítica, para evaluar la alternativa más apropiada) y divergente (el implicado en el desarrollo de nuevas ideas).

El matemático Halmos (citado por Nieto 2004, p.3) dice que el pensamiento creativo en la resolución de problemas se favorece por ciertos aspectos como:

1. Pensamiento lateral: permite explorar otros caminos
2. Imitación: Sacar provecho de los caminos recorridos que han dado como resultado una solución exitosa a un problema
3. Principio de discontinuidad: Romper con la rutina a la hora de solucionar un problema
4. Mapas mentales: Organizar de manera lógica y creativa la estructura del tema
5. Ser optimista: Tener confianza y poseer una actitud desde lo físico, psicológico, para creerse capaz de solucionar un problema
6. Tormenta de cerebros o lluvia de ideas (brainstorming): compartir en el grupo de trabajo las ideas más relevantes que se tengan sobre el problema

Evidentemente, no son los únicos aspectos que en el ámbito de la creación ayuden a desarrollar dicha actividad; se han encontrado otros como la curiosidad o el deseo de saber qué hay más allá después de recorrer el camino.

Métodos para solucionar problemas.

Realizando una retrospectiva sobre el tema, han sido muchos los investigadores matemáticos que se han dedicado al tema de resolución de problema, entre ellos están: Polya (1945), Mayer (1983), Schoenfeld (1985), Pozo (1987), Brousseau (1983), De guzmán (1993), Puig (1996), entre otros. Sus investigaciones han sido significativas con respecto al tema, ellos propusieron,

como factor común, métodos accesibles y fáciles para la solución de problemas. George Polya (1945), por ejemplo, ha sido el gran referente para este tema con su libro: *Cómo resolver y plantear problemas* “*How to solve it*”. En el mismo, plantea una metodología en cuatro etapas para resolver problemas (Entender un problema, Crear un plan, Llevar a cabo el plan, Revisar e interpretar el resultado).

Otra importante contribución fue realizada por Alan Schoenfeld, quien hizo un estudio introspectivo del método de Polya y llegó a la conclusión de que “cuando se quiere trabajar con la resolución de problemas como una estrategia didáctica hay que tener en cuenta situaciones más allá de las puras heurísticas; de lo contrario, no funciona; no tanto porque las heurísticas no sirvan, sino porque hay que tomar en cuenta otros factores” (citado por Nieto2004). Véase tabla 1.

Miguel De Guzmán (1993, P.37), enfatiza en los procesos de pensamiento de los estudiantes; además, expresa que “las ventajas del procedimiento bien llevado son claras: actividad contra pasividad, motivación contra aburrimiento, adquisición de procesos válidos contra rígidas rutinas inmotivadas que se pierden en el olvido”. Véase Tabla 3.

Tabla 1. Metodología de George Polya.

METODOLOGIA DE GEORGE POLYA	
Reflexionar sobre el problema	<p>Etapa I: Comprensión del problema</p> <p>¿Cuál es la incógnita?</p> <p>¿Cuáles son los datos?</p> <p>¿Cuál es la condición?</p> <p>¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita?</p> <p>¿Es insuficiente? ¿Redundante? ¿Contradictoria?</p>
Llevar el problema a un terreno conocido	<p>Etapa II: Concepción de un plan</p> <p>¿Se ha encontrado con un problema semejante?</p> <p>¿Ha visto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente?</p> <p>¿Conoce un problema relacionado con este?</p> <p>¿Podría utilizarlo?</p> <p>¿Podría emplear su resultado?</p>

	<p>¿Podría utilizar su método?</p> <p>¿Podría utilizarlo introduciendo algún elemento auxiliar?</p> <p>¿Podría enunciar el problema en otra forma?</p> <p>¿Podría plantearlo en forma diferente nuevamente?</p> <p>¿Podría imaginarse un problema análogo, un tanto más accesible?</p> <p>¿O un problema más general?</p>
<p>Aplica todo sus habilidades y adquiere confianza</p>	<p style="text-align: center;">Etapa III: Ejecución del plan</p> <p>Al ejecutar el plan, compruebe cada uno de los pasos.</p> <p>¿Puede ver claramente que el paso es correcto?</p> <p>¿Puede demostrarlo?</p>
<p>Se generaliza y amplía para fortalecer lo que hace</p>	<p style="text-align: center;">Etapa IV. Visión retrospectiva</p> <p>¿Puede usted verificar el resultado?</p> <p>¿Puede verificar el razonamiento?</p> <p>¿Puede obtener el resultado en forma diferente?</p> <p>¿Puede verlo de golpe?</p> <p>¿Puede emplear el resultado o el método en algún otro problema?</p>

Tabla 2. Metodología de Alan Schoenfeld.

METODOLOGÍA DE ALAN SCHOENFELD	
Análisis	<ol style="list-style-type: none">1) Dibuje un diagrama siempre que sea posible.2) Examine casos especiales.<ol style="list-style-type: none">a) Seleccione algunos valores especiales para ejemplificar el problema e irse familiarizando con él.b) Examine casos límite para explorar el rango de posibilidades.c) Si hay un parámetro entero, dele sucesivamente los valores $1, 2, \dots, m$ y vea si emerge algún patrón inductivo.3) Trate de simplificar el problema:<ol style="list-style-type: none">a) Explotando la existencia de simetría.b) Usando argumentos del tipo “sin pérdida de generalidad”.
Exploración	<ol style="list-style-type: none">1) Considere problemas esencialmente equivalentes:<ol style="list-style-type: none">a) Reemplazando condiciones por otras equivalentes.b) Recombinando los elementos del problema de maneras diferentes.c) Introduciendo elementos auxiliares.d) Reformulando el problema:<ul style="list-style-type: none">• Mediante un cambio de perspectiva o notación.• Mediante argumentos por contradicción o contraposición.• Asumiendo que tenemos una solución y determinando sus propiedades.

	<p>2) Considere un problema ligeramente modificado.</p> <ul style="list-style-type: none">a) Escoja sub-metas (tratando de satisfacer parcialmente las condiciones).b) Relaje una condición y luego trate de reimponerla.c) Descomponga el dominio del problema y trabaje caso por caso. <p>3) Considere problemas sustancialmente modificados.</p> <ul style="list-style-type: none">a) Construya un problema análogo con menos variables.b) Deje todas las variables fijas, excepto una (para determinar su impacto).c) Trate de aprovechar cualquier problema relacionado que tenga forma, datos o conclusiones similares.
<p>Verificación de la solución</p>	<p>1) ¿Pasa su solución estas pruebas específicas?</p> <ul style="list-style-type: none">a) ¿Usa todos los datos pertinentes?b) ¿Está de acuerdo con estimaciones o predicciones razonables?c) ¿Soporta pruebas de simetría, análisis dimensional y escala? <p>2) ¿Pasa estas pruebas generales?</p> <ul style="list-style-type: none">a) ¿Puede ser obtenida de manera diferente?b) ¿Puede ser sustanciada por casos especiales?c) ¿Puede ser reducida a resultados conocidos?d) ¿Puede utilizarse para generar algún resultado conocido?

Tabla 3. Metodología de Miguel De Guzmán.

MIGUEL DE GUZMÁN
Propuesta la situación problema de la que surge el tema (basado en la historia, aplicaciones,...juegos)
Manipulación autónoma por los estudiantes
Familiarización con la situación y sus dificultades
Elaboración de estrategias posibles
Ensayos diversos por los estudiantes
Herramientas elaboradas a lo largo de la historia (contenidos motivados)

Elección de estrategias

Abordaje y resolución de problemas

Recorrido crítico (reflexión sobre el proceso)

Afianzamiento formalizado (si conviene)

Generalización

Nuevos problemas

Posibles transferencias de resultados, de métodos, de ideas

Dificultades que se pueden presentar a la hora de abordar problemas.

Algunos expertos en la resolución de problemas consideran que hay factores importantes que intervienen a la hora de ser afrontados por los estudiantes. Schoenfeld es uno de los que ha estudiado esa problemática; él identifica algunos factores que influyen a la hora de solucionar problemas, entre ellos, piensa que cada problema tiene su heurística, es decir prácticamente cada tipo de problema necesita de ciertas heurísticas particulares, en cambio Polya generaliza la heurística para solucionar problemas.

Otro de ellos es el sistema de creencias, según Schoenfeld, (citado por Nieto 1994), “se refiere a aquellas creencias y opiniones relacionadas con la resolución de problemas y que pueden afectar favorable o desfavorablemente [tal resolución]”.

Las creencias se pueden clasificar —según la subjetividad que las condicionan— de esta manera:

- a. Creencias de las matemáticas como disciplina
- b. Creencias de los sujetos sobre sí mismos y su relación con la matemática
- c. Creencias sobre la enseñanza de la matemática
- d. Creencias sobre la matemática relacionada con el contexto social

Las anteriores creencias tienen un componente cognitivo que se fundamenta en las creencias sobre la disciplina y un componente afectivo apoyado en las creencias de los sujetos sobre sí mismos (los genios son capaces de descubrir o crear matemáticas).

La creencia relacionada con el contexto social alude a la influencia de la sociedad (la matemática es una actividad solitaria, hecha por individuos aisladamente).

Después de todo esto, las dificultades que se han presentado pueden ser superadas con la implementación de estrategias de enseñanza y aprendizaje que ayuden a los estudiantes a desarrollar habilidades del pensamiento, además del gusto por las matemáticas y por ende estrategias que también les permitan alcanzar el éxito y retos de dicha disciplina.

Es por esta razón que el docente de matemática, desde su práctica, debe plantear la metodología de solución de problemas, considerando que debe ayudar a que el estudiante tenga la oportunidad de “sacarle jugo al juego y a su experiencia”, Miguel De Guzmán, (citado por Doniez, 2000).

En ese sentido, es importante que haya una planeación articulada entre el modelo y/o enfoque pedagógico y la solución de problemas; desde este punto de vista, la teoría pedagógica debe definir sus metas, su concepto de aprendizaje y desarrollo, su marco de interacción docente-estudiante, sus preferencias curriculares, y su didáctica.

Análisis Resultados

En esta sección y a renglón seguido, se presentan los resultados obtenidos de los cuestionarios realizados a los estudiantes de séptimo y noveno grado y a los profesores de la Institución Educativa María de los Ángeles Cano Márquez, tal como se anunció en la metodología.

El análisis de los datos obtenidos se realizó con base en la teoría del análisis cualitativo, es decir, tratando de comprender los diferentes aspectos que interfieren en la clase de matemáticas, específicamente en el tema de resolución de problemas en relación con el modelo pedagógico. Inicialmente, se aplicó la encuesta a un grupo aleatorio de 30 estudiantes de los grados grado séptimo, luego a un grupo de igual tamaño de grado noveno; de otro lado se aplicó a 9 docentes de la institución —4 de secundaria y 5 de primaria—, quienes mostraron disposición para responder; uno de los docentes no se interesó por ello.

Después de la aplicación de la encuesta, que fue realizada personalmente por uno de los investigadores, se tomaron los datos que fueron vaciados a una tabla Excel y se graficaron, para posteriormente realizar el análisis de los resultados.

Resultados encuesta estudiantes grado séptimo

CRITERIOS DE VALORACIÓN	S	CS	AV	PV	N
1. Se resuelven talleres y evaluaciones de problemas matemáticos en grupos.	8	7	6	5	4
2. Cuando tienes dudas para resolver problemas matemáticos, lo manifiestas, recibes colaboración de tus compañeros.	7	8	6	4	5
3. Se han posibilitado estrategias de solución de problemas matemáticos donde se haya necesitado del aporte de la mayoría de los estudiantes de tu grupo.	8	4	5	8	5
4. Tienes un equipo organizado para trabajar en la clase los problemas matemáticos.	9	4	6	4	7

5. Aportas a la clase de matemáticas para resolver problemas, con tu experiencia y conocimiento.	6	6	6	4	8
6. Cuando solucionas un problema matemático se te ha valorado más la respuesta que el procedimiento.	2	6	4	6	2
7. En clase de matemáticas has resuelto problemas de la vida cotidiana.	4	6	9	6	5
8. Para resolver problemas en clase de matemáticas tu profesor invierte parte del tiempo para escuchar propuestas de solución por parte de los estudiantes.	6	12	4	2	4
9. Solucionas problemas de tipo matemático en los cuales se propicia el trabajo en valores.	2	6	8	8	6
10. Al trabajar por grupos en clase de					

matemáticas hay monitores de grupo, con tareas diferentes (secretario, monitor, entre otros)	9	7	5	4	5
11. En el desarrollo de los problemas planteados se tocan temas concernientes al desarrollo de los valores.	8	8	9		5
12. Cuando solucionas un problema de matemáticas el docente te insiste en que seas perseverante para solucionarlo.	6	7	9	4	4
13. El docente te asigna tareas complementarias para que soluciones y amplíes tus conocimientos.	2	9	8	6	5
14. El docente permite exponer las tareas y consultas asignadas para ampliar el conocimiento.	12	6	4	6	2
15. El profesor te entrega los pasos para solucionar los problemas que propone en la clase.	5	6	5	9	5

16. El profesor de matemáticas te exige permanecer en silencio en la clase cuando intentas resolver problemas de tipo matemático.	4	8	6	10	2
17. Los problemas que formula y propone el docente se relacionan con temas de otras materias.	9	6	6	3	6
18. Los problemas que se proponen en clase, posibilitan el uso de diferentes estrategias y alternativas de solución.	8	4	8	6	4
19. El docente te formula problemas relacionados con la vida cotidiana y el mundo real.	4	8	6	8	4
20. El docente orienta actividades para que formules problemas que se relacionen con la vida cotidiana y otras asignaturas.	5	6	5	8	6

Resultados encuesta estudiantes grado noveno

CRITERIOS DE VALORACION	S	CS	AV	PV	N
1. Se resuelven talleres y evaluaciones de problemas matemáticos en grupos.	7	7	6	5	5
2. Cuando tienes dudas para resolver problemas matemáticos, lo manifiestas, recibes colaboración de tus compañeros.	10	2	7	5	6
3. Se han posibilitado estrategias de solución de problemas matemáticos donde se haya necesitado del aporte de la mayoría de los estudiantes de tu grupo.	4	8	9	4	5
4. Tienes un equipo organizado para trabajar en la clase los problemas matemáticos.	3	9	6	7	5
5. Aportas a la clase de matemáticas para resolver problemas, con tu experiencia y conocimiento.	9	5	6	7	3

6. Cuando solucionas un problema matemático se te ha valorado más la respuesta que el procedimiento.	5	6	4	5	10
7. En clase de matemáticas has resuelto problemas de la vida cotidiana.	7	6	4	6	8
8. Para resolver problemas en clase de matemáticas tu profesor invierte parte del tiempo para escuchar propuestas de solución por parte de los estudiantes.	8	5	7	6	4
9. Solucionas problemas de tipo matemático en los cuales se propicia el trabajo en valores.	5	7	8	5	5
10. Al trabajar por grupos en clase de matemáticas hay monitores de grupo, con tareas diferentes (secretario, monitor, entre otros).	6	5	6	8	5
11. En el desarrollo de los problemas planteados se tocan temas concernientes al desarrollo de los valores.	5	8	7	5	5
12. Cuando solucionas un problema de matemáticas el docente te insiste en que seas perseverante para solucionarlo.	10	12	4	3	1

13. El docente te asigna tareas complementarias para que soluciones y amplíes tus conocimientos.	7	11	4	5	3
14. El docente permite exponer, las tareas y consultas asignadas para ampliar el conocimiento.	9	9	5	5	2
15. El profesor te entrega los pasos para solucionar los problemas que propone en la clase.	11	8	6	5	
16. El profesor de matemáticas te exige permanecer en silencio en la clase cuando intentas resolver problemas de tipo matemático.	7	11	5	4	3
17. Los problemas que formula y propone el docente se relacionan con temas de otras materias.	7	8	7	4	4
18. Los problemas que se proponen en clase posibilitan el uso de diferentes estrategias y alternativas de solución.	7	8	10	3	2
19. El docente te formula problemas relacionados con la vida cotidiana y el mundo real.	6	10	6	5	3

20. El docente orienta actividades para que formule problemas que se relacionen con la vida cotidiana y otras asignaturas.	7	5	10	5	3
--	---	---	----	---	---

Guía de Observación de clase de matemáticas.

pregunta	SI	No
1.El docente trabaja problemas matemáticos en grupos	4	2
2. El docente favorece el trabajo cooperativo.	3	3
3. Los estudiantes tienen la posibilidad de aportar en la solución de problemas.	4	2
4. El docente tiene equipos de trabajo organizados para sus clases de matemáticas.	4	2
5. El docente crea las condiciones necesarias para	4	2

que los estudiantes aporten a la clase.		
6. El docente muestra que valora más el procedimiento que el resultado.	5	1
7. En clase de matemáticas se trabajan problemas de la vida cotidiana.	3	3
8. El docente permite y estimula la participación de los estudiantes.	4	2
9. Se observan problemas que impliquen el trabajo de valores	4	2
10. En clase de matemáticas se trabajan situaciones de la vida cotidiana.	3	3
11. El docente se preocupa por el desarrollo de valores en la clase	5	1
12. Al colocar un problema de matemáticas el docente insiste a los estudiantes que	5	1

sean perseverantes.		
13 Al trabajar en clase de matemáticas se asignan roles para el trabajo cooperativo	4	2
14 El docente deja problemas a los estudiantes que le permiten afianzar el tema.	4	2
15 Al solucionar problemas el docente le entrega los pasos para su solución a los estudiantes	6	0
16 El docente exige el silencio total durante la clase, no permitiendo la participación de los estudiantes.	3	3
17 Los problemas planteados, se relacionan con otras asignaturas.	4	2
18 Los problemas planteados muestran	3	3

diferentes vías de solución		
19 El docente formula problemas relacionados con la vida cotidiana	4	2
20 El docente orienta a los estudiantes para que formulen problemas relacionados con la vida cotidiana	3	3

Los 6 diarios de campo observados muestran planeación de situaciones problemas.

Se encuentra correspondencia entre las fechas en las cuales los docentes habían planeado el trabajo con situaciones problemáticas y las clases dictadas por los docentes.

Las reflexiones planteadas por 4 de los seis docentes apuntan a que están buscando desarrollar el pensamiento reflexivo en los estudiantes.

Al observar las clases de los maestros se denota en los educadores el interés porque los educandos participen en la dinámica de las clases.

En cuanto al desarrollo del aprendizaje autónomo, los estudiantes manifiestan la posibilidad que tienen para aportar a la clase de matemáticas al realizar resolución de problemas.

Tanto los estudiantes de noveno como los de séptimo grado, manifiestan la posibilidad de desarrollar actividades que contribuyen al desarrollo del pensamiento crítico y reflexivo, pero en el grado séptimo los estudiantes manifiestan que se aprovecha poco su experiencia para aportar a la resolución de problemas.

De los encuestados, 29 manifiestan que siempre se permite desarrollar el trabajo en equipo, lo cual evidencia que este aspecto que busca desarrollar el modelo socio-crítico está incluido en las estrategias de trabajo desarrolladas por los estudiantes.

Resultados encuestas docentes.

CRITERIOS DE VALORACIÓN	S	CS	AV	PV	N
1. Cree que la evaluación debe ser individual, por ningún motivo grupal.			5	4	2
2. Suelen los estudiantes ayudarse entre sí para aclarar dificultades, cuando se enfrentan a un problema.		2	5	2	
3. Ofrece espacios para realizar lluvias de ideas para resolver problemas entre pares.		3	5	1	
4. Organiza a los estudiantes en grupos de trabajo según sus intereses y habilidades para resolver problemas.	1	4	3	1	2
5. Considera usted que al resolver un problema matemático, es más importante encontrar la respuesta que el proceso.		1	6	1	1
6. Sus estudiantes relacionan la información					

matemática para solucionar problemas de la vida cotidiana.	1	5	2	1	1
7. Sus estudiantes proponen los problemas en clase de matemáticas.		2	5	1	1
8. Demuestra apertura a los comentarios y preguntas de los estudiantes para resolver problemas matemáticos.	1	4	2	1	1
9. Los problemas planteados a los estudiantes tienen contenidos que aporten a la formación en valores de los estudiantes.	2	3	2	2	
10. Organiza su clase por tutores de grupo, con tareas diferentes para cada miembro (secretario, monitor, entre otros).	2	3	3		1
11. En el desarrollo de los problemas planteados se tocan temas concernientes al desarrollo de los valores		1	4	3	
12. Los problemas planteados a los estudiantes favorecen la perseverancia.	1	3	3	2	
13. Como docente deja temas pendientes para que					3

sean ampliados por los estudiantes.	2	4	2	1	
14. Los estudiantes socializan los temas dados mediante exposiciones	1	4	3		1
15. Al plantear un problema a un estudiantes le entrega permanentemente indicaciones de cómo utilizarlos (le entrega las técnicas y algoritmos)	1	1	3	3	1
16.. Al trabajar los problemas matemáticos se preocupa porque trabajen de una manera ordenada y silenciosa.	1	2	3	2	
17. El trabajo con la resolución de problemas permite la interdisciplinariedad con otras áreas.	1	4	2	2	
18. Los estudiantes dan muestra de desarrollo complejo al trabajar con la resolución de problemas.	2	3	3	1	
19. Los problemas planteados contribuyen a solucionar problemas de la vida real.	3	2	3	1	
20. Permite que los estudiantes propongan problemas relacionados con otras áreas.		2	2	5	

Puede evidenciarse que existe una importante valoración por parte de los docentes de lo que debe ser el trabajo en equipos como herramienta para el trabajo con los problemas matemáticos; sin embargo para evaluar, existe preferencia por la evaluación individual.

También se evidencia que no hay fundamentación sobre la teoría de organización de equipos de trabajo.

Existe un pequeño porcentaje de educadores que considera más importante —en el momento de resolver un problema— encontrar la solución del mismo que el procedimiento que se realiza, en tal sentido la mayoría de los estudiantes expone que les es más valorado el resultado que el proceso de resolución de un problema. Los docentes le dan alguna valoración a resolver problemas de la vida cotidiana, pero no es del convencimiento de todos los docentes. También se evidencia una importante tendencia por suministrar a los estudiantes el camino a seguir cuando de resolver problemas se trata.

Puede observarse que los docentes le dan gran importancia a ser perseverantes al momento de enfrentarse con una situación problémica.

Al leer el trabajo de investigación de tesis de maestría de Hernández, Buelvas y Agudelo, se coincide con la conclusión a la que se llega en dicho trabajo cuando manifiestan que todavía se observa un rol tradicional en la transmisión de conocimientos de los docentes de matemáticas; en el presente trabajo puede observarse que en varios criterios de valoración los maestros de matemáticas muestran alineación con el modelo, pero en otros criterios todavía se trabaja de una manera tradicional.

En tal sentido, se llega a las siguientes conclusiones y recomendaciones para el trabajo, con la resolución de problemas, basado en el enfoque socio-crítico en la institución María Cano.

Aquí se muestra el modelo de planeación de clases de la institución, desde el cual realizamos la revisión y verificación de los contenidos trabajados.

Suma y restas	21-01-14	23 y 24-01-14	31-01-14	03-02-14			Desarrollo de adiciones y sustracciones en el cuaderno de tareas.
Número 1000 valor posicional	26-27-03-14	03-04-14	10-04-14				Desarrollo de taller 2: Ampliemos nuestra numeración.
Lectura y escritura de números con unidades de mil	26-27-03-14	03-04-14	10-04-14	19-05-14			Desarrollo de taller 2: Ampliemos nuestra numeración. Escritura tarea: adiciones y sustracciones con números del 1.000 al 10.000.
Figuras planas (triángulos, cuadrados y rectángulos)							
Cálculos de perímetros							
Recta numérica							
Recolección de datos(relacionados con las figuras, sumas, restas y perímetros)	24-04-14						Inicio del cuadernillo de trabajo de P.T.A

Suma y restas	21-01-14	23 y 24-01-14	31-01-14	03-02-14			Desarrollo de adiciones y sustracciones en el cuaderno de tareas.
Número 1000 valor posicional	26-27-03-14	03-04-14	10-04-14				Desarrollo de taller 2: Ampliemos nuestra numeración.
Lectura y escritura de números con unidades de mil	26-27-03-14	03-04-14	10-04-14	19-05-14			Desarrollo de taller 2: Ampliemos nuestra numeración. Escritura tarea: adiciones y sustracciones con números del 1.000 al 10.000.
Figuras planas (triángulos, cuadrados y rectángulos)							
Cálculos de perímetros							
Recta numérica							
Recolección de datos(relacionados con las figuras, sumas, restas y perímetros)	24-04-14						Inicio del cuadernillo de trabajo de P.T.A

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA MARÍA DE LOS ANGELES CANO MÁRQUEZ	CÓDIGO: F-GI-02 VERSIÓN: 03 Pág. 1 / 2
	DESARROLLO Y VALORACIÓN DE CONTENIDOS	

ÁREA / ASIGNATURA : MATEMÁTICAS DOCENTE: ANDREA OCAMPO R. GRADO: 2º4 PERIODO: 2 AÑO: 2014

CONTENIDOS	FECHA EN LA QUE SE DICTA EN EL GRUPO						OBSERVACIONES
Recolección de datos (relacionados con las figuras, sumas, restas y perímetros)							
Adición y sustracción con números de dos o tres cifras	22-04-14						Desarrollo de adiciones y sustracciones en el cuaderno de tareas.
Descomposición de números de cuatro cifras	21-04-14	28-04-14	07-05-14	19-05-14	28 y 29-05-14		Desarrollo de taller 2: Ampliemos nuestra numeración.
Composición de números	28-04-14	21-05-14	28 y 29-05-14				Desarrollo de taller 2: Ampliemos nuestra numeración.
Resolución de problemas	21-04-14	28-04-14	29-04-14				Desarrollo grupal de problemas matemáticos, libro P.T.A Escritura de problemas para desarrollar en la casa con números de 4 cifras.

La multiplicación y tablas de multiplicación							
Términos de la multiplicación							
Multiplicación por una cifra							
Problemas sencillos de multiplicación							
Medidas de tiempo, peso, cantidad y volumen							
Organización de datos							

 Sinergias	INSTITUCIÓN EDUCATIVA MARÍA DE LOS ANGELES CANO MÁRQUEZ <hr/> DESARROLLO Y VALORACIÓN DE CONTENIDOS	CÓDIGO: F-G1-02 VERSIÓN: 03 Pág. 1 / 2
---	--	--

ÁREA / ASIGNATURA: MATEMÁTICAS DOCENTE: ANDREA OCAMPO R. GRADO: 2º4 PERIODO: 3 AÑO: 2014

CONTENIDOS	FECHA EN LA QUE SE DICTA EN EL GRUPO						OBSERVACIONES
Múltiplos de un número							
Áreas de las figuras planas							
Recolección de datos relacionados con perímetros y áreas							
Reparto y división							
Doble y mitad							

La división y la multiplicación							
Términos de la división							
Repartos exactos y no exactos							
Dividendos de dos y tres cifras por divisor de una cifra							

Al realizar la triangulación de la información pudimos observar:

Los docentes de matemáticas tienen preocupación porque sus prácticas pedagógicas estén alineadas con el enfoque pedagógico de la institución, el enfoque socio-crítico, en tal sentido han buscado que la estrategia del trabajo con la resolución de problemas sea permanente.

Los docentes de matemáticas de la institución que participaron en este trabajo coinciden en que el trabajo con los problemas facilita la reflexión permanente por parte de los estudiantes.

La resolución de problemas a estado enmarcada en los proyectos de aula, por tanto el área de matemática presenta propuestas para realizar modificaciones al instrumento de evaluación (carpeta institucional).

Puede observarse que el trabajo en el aula de los docentes de matemáticas, con el enfoque pedagógico socio-crítico se encuentra en una fase de apropiación.

El trabajo con los problemas matemáticos le ha permitido a los docentes de matemáticas acercarse al trabajo pedagógico por proyectos y trabajar con los fundamentos de lo socio-crítico.

Conclusiones

La Resolución de Problemas Bajo el Enfoque Socio-Crítico

De acuerdo con lo anterior y retomando algunos argumentos ya planteados, la solución de problemas mediada por el enfoque socio-crítico, pretende movilizar la enseñanza de la matemática hacia un aprendizaje que responda a las necesidades que no se encuentran solo en el aula, sino también en el entorno.

Tal metodología favorece:

- La actividad independiente y autónoma: tanto el trabajo con el modelo socio-crítico como la resolución de problemas, ofrecen el desarrollo de la autonomía como una característica común cuando el educador posibilita que el estudiante solucione problemas de manera independiente; para el modelo socio-crítico, ésta debe ser una de las principales características que debe tener la educación.
- El cooperativismo entre pares: cuando el educador ofrece espacios para realizar lluvias de ideas, cuando conforma equipos de acuerdo con sus intereses y habilidades, cuando estimula la colaboración de monitores, está contribuyendo a la formación de estudiantes solidarios; la resolución de problemas y el enfoque socio-crítico coinciden en la aplicación de este tipo de estrategia.

- Actitud positiva ante las matemáticas: buscando evitar la monotonía y la falta de sentido, el trabajo con la resolución de problemas facilita la motivación del estudiante, dado que los problemas bien trabajados impulsan al estudiante a querer plantearse y hallar la solución de los problemas; este es uno de los aspectos que el enfoque socio-crítico pretende desarrollar en el ámbito educativo actual.
- Desarrollo de pensamiento crítico: para la educación socio-crítica es esencial la formación del pensamiento crítico y divergente; la resolución de problemas contribuye a desarrollar dicho pensamiento cuando propicia que el docente valore el proceso que el estudiante desarrolla para la solución de un problema y no solo resultado, aquí el error del estudiante se considera como su oportunidad para encontrar soluciones.
- Crear conocimiento matemático: se pueden matematizar situaciones de la vida cotidiana, cuando se solucionan situaciones que ameritan el uso de las matemáticas, para el modelo socio-crítico, las situaciones de la vida cotidiana deben estar presentes en el aula.
- Incentivar valores de convivencia: el modelo socio-crítico busca formar a los estudiantes en el desarrollo de valores democráticos y ciudadanos, los problemas portadores de información facilitan la formación de valores en los estudiantes.
- Aprendizaje significativo: al proponer problemas contextualizados, se busca que los estudiantes usen un anclaje que les permita acceder con propiedad al trabajo con otros

conocimientos; el modelo social-crítico busca que los estudiantes puedan aprovechar su contexto para su beneficio y transformación.

La resolución de problemas es un aprendizaje que contribuye a desarrollar en los estudiantes estrategias mentales que les permiten facilitar la resolución de situaciones, no solo matemáticas sino también situaciones de la vida real; se desprende entonces, que todas las actividades planteadas por el docente deben relacionarse con el contexto de sus estudiantes, puesto que será más fácil pensar de forma coherente, cuando se ha vivido el problema. Cabe anotar que dicho contexto es diferente para cada estudiante, por esta causa el docente debe asumir su responsabilidad como ser social que medie entre el estudiante y el mundo.

Lo anterior significa, que el maestro debe procurar en el aula la construcción de los estudiantes como sujetos de una sociedad; ello mediante la integración de cultura, realidad, currículo, escuela y contexto; mediado todo por la articulación del método de solución de problemas y el enfoque socio-crítico. Lo que se resalta, desde luego, es que el aprendizaje de los estudiantes debe propender a formarlos como seres sociales que intervengan en la construcción de una mejor sociedad, diligentes frente a situaciones individuales y sociales.

Los enfoques, modelo pedagógico y la didáctica de cada disciplina, guían el proceso de enseñanza aprendizaje, estos factores se fusionan para convertirse en el combustible necesario para que funcione la educación. Desde este punto de vista, la resolución de problemas bajo el enfoque socio-crítico facilita el trabajo en el aula.

Todo esto conduce a que el estudiante se estructure como un sujeto **crítico** que reconoce cuáles son sus necesidades individuales y también las del medio; desde su formación en la escuela podrá buscar soluciones a los problemas del entorno y contribuir, a su manera, en la transformación de la realidad.

Aquí se debe aclarar que no siempre los contextos reales tienen solución inmediata usando las situaciones problemas; es por ello que el estudiante debe buscar la gestión de diferentes alternativas de solución con la **participación de la comunidad**. Es evidente que allí se presentarán discusiones respecto de algunos acuerdos y contradicciones, pero que mediados por el **respeto y la tolerancia**, ayudarán a mitigar las relaciones de poder que se puedan presentar; se debe mantener claro que el aporte de todos es significativo puesto que para la mayoría es un interés común encontrar solución o soluciones a los problemas que se presentan en sus comunidades.

Otro aspecto mencionado es la posibilidad de encontrar contextos diferentes en un aula de clase; allí cada realidad particular —planteada como situación problema— debe buscar solución con la **cooperación** de todos sus integrantes, cada estudiante podrá aportar de manera diferente para encontrar posibles soluciones (**lluvia de ideas**), lo que dinamiza la clase y conduce a preocuparse por ayudar y entender al otro (**ser solidario**). En este sentido, la clase de matemáticas es un espacio de enriquecimiento personal donde tiene cabida el desarrollo del pensamiento divergente; en consecuencia, esta se pondrá al servicio de valores como la **convivencia y la paz**.

El trabajo en el aula, con la solución de problemas bajo el enfoque socio-crítico, posibilita que el trabajo sea un espacio de reflexión donde se analicen las posibles causas y consecuencias de las situaciones presentes en el medio, allí se podrán buscar soluciones por medio de nuevas conexiones que faciliten el proceso **creativo** (estudiante como investigador).

De este modo, la **investigación** (buscar similitudes, categorías, analizar, relacionar, aplicar, transferir entre temas y materias diferentes) iniciada por los educandos, operará como combustible en la búsqueda de respuestas, utilizando sus propios conocimientos y aprovechando los medios de que disponen. Esto conlleva a que el estudiante obtenga un aprendizaje significativo puesto que le será más fácil vincular lo aprendido con sus propias experiencias de vida. Además, muy posiblemente desarrollará valores sociales y habilidades matemáticas para potenciar sus capacidades **cognitivas y metacognitivas**.

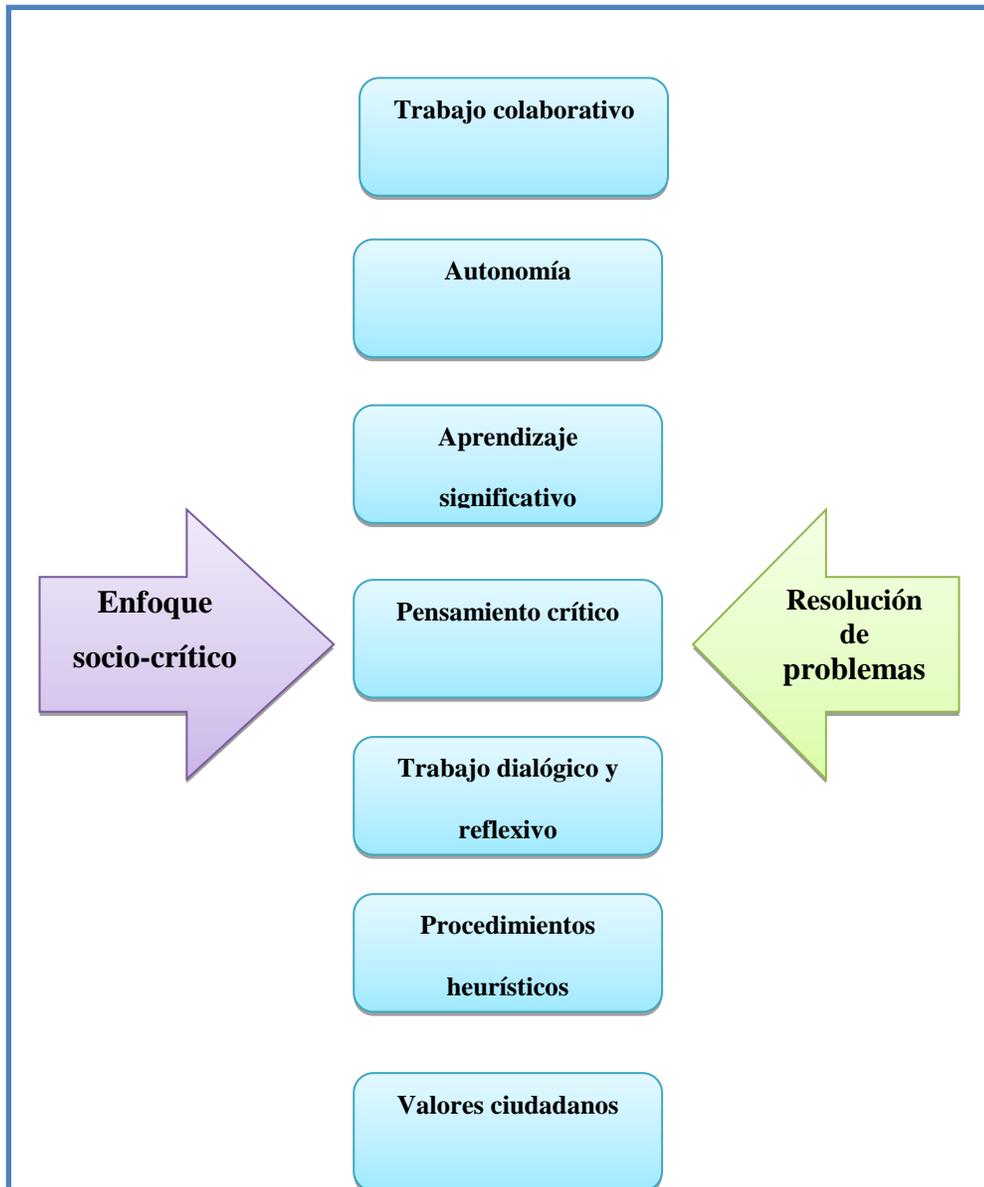
Una vez más se confirma la importancia de la utilización de la matemática para solucionar problemas cotidianos en todos los ámbitos de la vida en sociedad.

Para condensar lo dicho, los educandos serán capaces de descubrir el verdadero sentido de las matemáticas al saber que están inmersas en cada una de las situaciones de la vida real y que estas fueron creadas basándose en la realidad. Esto equivale a decir que la resolución de problemas es una estrategia para pensar matemáticamente, un medio para formar sujetos autónomos críticos, capaces de evaluar más de un punto de vista. Por ello, se debe considerar que el estudiante —por medio de la resolución de problemas— aprende matemáticas y está creando matemáticas nuevas, entendiéndose el término “nuevo” no como la creación de nuevos conocimientos, pero sí como la creación de matemáticas nuevas para ellos como estudiantes. Lo

dicho hasta aquí significa que los estudiantes, al resolver un problema, pueden arribar a una respuesta que les es desconocida, es decir nueva.

Puntos de Encuentro Entre La Resolución de Problemas y el Enfoque Socio Crítico

Figura 3. Elementos que desarrolla la solución y/o resolución de problemas bajo el enfoque socio-crítico.



Recomendaciones Para un Trabajo Efectivo de la Resolución de Problemas Bajo el Enfoque Socio-Critico

Las teorías socioculturales están inmersas en la educación matemática actual, una de las principales pretensiones del modelo socio-crítico es posibilitarle al hombre su **emancipación**, convirtiéndolo en sujeto activo frente a los procesos de aprendizaje. Los planteamientos de la educación matemática crítica propenden por una mirada diferente de la matemática, esto es, una que busque la solución de problemas y en la cual el estudiante pueda dar respuesta a las exigencias que el medio social le demanda.

Los problemas matemáticos, tal como plantea Miguel de Guzmán (1993), tienen como uno de sus objetivos el desarrollo del pensamiento divergente, pues este le posibilita al estudiante elegir la estrategia más adecuada cuando de solucionar un problema se trate; lo anterior implica que el maestro debe seleccionar problemas, que por su contenido, puedan contribuir a la formación de sujetos críticos y reflexivos.

En el trabajo con los problemas, el docente debe tener en cuenta las **características de sus estudiantes** y adecuar el problema acorde con las exigencias y expectativas que ellos presenten. Esto implica que el docente no debe limitarse a lo que los libros de texto le plantean; debe evitar entonces esas rutas de análisis, frente a un problema propuesto, que conduzcan a meros ejercicios mecánicos, desprovistos de sentido y significación y, por tanto, desmotivadores para el trabajo académico del estudiante.

En la metodología, es importante trabajar en la solución de problemas desde un enfoque **cooperativo**, lo cual implica el manejo de algunos elementos del trabajo grupal; ellos exigen que la interacción cooperativa no consista en que los maestros conformen equipos de trabajo, sino en que usen diferentes estrategias para que los estudiantes reflexionen, dialoguen, interactúen, fijen posiciones y debatan asertivamente con sus compañeros, con la convicción de que es posible recibir aportes valiosos de todos y que un problema, cuando se soluciona entre varios sujetos, es más factible de ser resuelto.

El experto en educación matemática es el docente, quien debe —siguiendo la línea de la educación socio-crítica—, elaborar o seleccionar **problemas de carácter socio-matemático** en los cuales el estudiante tenga la posibilidad de contextualizar sus propias realidades y tratar de darle soluciones a las mismas, por ejemplo, en nuestro medio se han planteado problemas que incluyen información sobre las tarifas de servicios públicos, temática que ofrece la posibilidad, a través de un análisis crítico y reflexivo, de indagar diferentes situaciones de carácter social que se presentan en el medio.

Los **problemas en contexto** le dan significancia a la misma situación problema, además de que permiten a los estudiantes adentrarse en las realidades sociales de su país.

En lo **dialógico**, es claro que el diálogo posibilita al estudiante interactuar con sus pares y con el educador, quien conociendo la teoría de resolución de problemas, puede seleccionar aquellos que considera más pertinentes. Establecer ese **diálogo en el aula**, facilita a los estudiantes sacar conjeturas, debatirlas, examinarlas; la interacción de los actores en el aula es

factor fundamental para proveer al estudiante de herramientas que le posibiliten la interacción social.

En el momento de seleccionar los problemas, el educador puede tomar elementos de la pedagogía crítica y tener en cuenta la teoría de la complejidad, es decir, utilizar **problemas** que den cuenta de **varias áreas del conocimiento** para que el educando construya una visión amplia del mundo y comprenda que el conocimiento no es particionado; ello, buscando un diálogo de saberes que permita generar nuevos horizontes de acción y reflexión a los estudiantes. Avanzar en esta propuesta lleva a la reflexión permanente por parte de los docentes para buscar puntos de encuentro.

En varias de las didácticas latinoamericanas, en especial en la didáctica cubana, cobra relevancia el trabajo con **problemas portadores de valores** en los que se plantean situaciones con relevancia social que fomentan en los estudiantes valores ciudadanos, propios de la sociedad en la cual se encuentran inmersos.

Ser educador matemático, que utiliza como referente el enfoque socio-crítico, implica para el docente una propiciación de las condiciones en el aula para que al trabajar con los problemas se cree un clima de participación; el educador, a través de la conocida Mayéutica socrática, puede ir guiando el proceso de solución de los problemas. Esta metodología, entrecruzada con fenómenos sociales del entorno, permite que el docente promueva el debate alrededor de situaciones problemas, este debate aporta al proceso de aprendizaje y favorece a una construcción del conocimiento con mayor significancia.

La resolución de problemas, usando un enfoque socio-crítico, ayuda a formar sujetos reflexivos y críticos que validan la importancia del conocimiento matemático como una manera de contribuir a transformar su entorno.

El profesor, para facilitar el trabajo en el aula, como se dijo anteriormente, debe asumir su papel de ser social; en este sentido debe romper la brecha que hay entre las situaciones escolares y aquellas de carácter extraclase; para ello, debe incitar a que el estudiante conozca su contexto (barrio, ciudad, familia, entre otros) luego caracterizarlo, identificar sus elementos más relevantes y formarse una opinión sobre los factores de tensión en su ámbito. Estas situaciones reales deben ser reelaboradas por el estudiante en la búsqueda de encontrar soluciones utilizando los conocimientos adquiridos. De esta manera, estudiantes y docentes usarán las situaciones contextualizadas como situaciones problemas en el contexto matemático

Se requiere de un docente efectivo para cumplir su papel, que considere los diferentes niveles de desempeño y adecue el trabajo en el aula a las necesidades individuales y sociales; además, un maestro que haga del salón de clase un ambiente apropiado en el que se conviva en la tolerancia, el respeto, la cooperación, la gestión de conflictos y la escucha al otro, factores que ayudarán a derrumbar la brecha entre la escuela y la realidad.

Por tal causa, es indispensable que el profesor de matemáticas deba repensar su práctica pedagógica, tomando como hilo conductor el desarrollo de competencias ciudadanas mediadas por las también competencias matemáticas; desde estas dos perspectivas se puede lograr desarrollar en los estudiantes ciertas condiciones de personas críticas, con curiosidad intelectual y con valores éticos, que cumplan con deberes y aprendan a vivir en armonía; todo ello articulado

con los conocimientos y las habilidades cognitivas propias del área; un binomio que contribuirá, muy seguramente, al desarrollo de la sociedad.

Lo que se acaba de decir conduce a aseverar que un profesor de matemáticas debe ajustar su currículo con métodos de enseñanza acordes con las necesidades educativas de los estudiantes de la actual sociedad, que además de incentivar la práctica de valores, reivindique el verdadero sentido de la matemática en el proceso de formación de sus estudiantes.

La Resolución de Problemas Bajo el Enfoque Socio-Critico Favorece en los Estudiantes

1. La conciencia de que son parte activa de la sociedad y que sus actos siempre afectarán su entorno.
2. El reconocer que hay diferentes formas de pensar y de argumentar sus ideas de manera respetuosa con sus compañeros, dado que en la metodología trabajada, la interacción con sus compañeros va a ser permanente.
3. La conciencia de su realidad, de sus capacidades y deficiencias (meta cognición).
4. La capacidad para generar debate en torno a las experiencias que le proveen las situaciones problema.
5. Estudiantes con posición crítica frente a la vida y frente al conocimiento.
6. Estudiantes que valoran el conocimiento y que lo entienden como una forma de emancipación.
7. Con capacidad de cuestionar su entorno y realidad a partir del conocimiento.
8. Un estudiante que desarrolle habilidad para la toma de decisiones, que conozca sus deberes, derechos y responsabilidades para consigo mismo y para con la sociedad.

9. Estudiantes con capacidad de reflexionar a través de la información que reciben.
10. Estudiantes que a partir de su realidad familiar, regional y mundial, sean capaces de reflexionar y de generar acciones tendientes a su transformación.

Referencias Bibliográficas

Angulo, L; León, A (2005). Perspectiva Crítica de Paulo Freire y su contribución a la teoría del currículo. Universidad de los Andes. Revista Venezolana de Educación. pag 2-3

Arias, R; Peralta, H (2011) La enseñanza, una puerta para la complejidad y la crítica. *Revista en estudios pedagógicos XXXVIII*. (1) 293-302.

Berlonga, G; (2009) Educación popular recreándola en nuestros tiempos. *Revista La piragua* #30

Codina, A., Rivera, A., Gómez, P. Rico, L. (2001). Hacia una instrucción basada en la resolución de problemas: los términos problema, resolución y solución. En iniciación a la investigación en didáctica de la matemática. Granada: Editorial Universidad de Granada.

Calvo, M. (2008). Enseñanza eficaz de la resolución de problemas en matemáticas. *Revista de la Universidad de Costa Rica* 32(1).PP. 123-138.

Cita en el texto (Calvo, 2008)

Cáceres, P.; Conejeros, M. (2011). El efecto de un modelo de metodología centrada en el aprendizaje sobre el pensamiento crítico, el pensamiento creativo y la capacidad de resolución de problemas en estudiantes con talento académico. *Revista española de pedagogía de pedagogía*.66: 248. (p.p. 39-56). Valparaíso, Pontificia universidad católica de Valparaíso.

Cita en el texto (Caseres y Conejeros 2011)

Colunga, S; García R; Blanco, C. (2013). El docente como investigador y transformador de sus propias prácticas. La investigación acción en educación. *Revista Transformación* (1) 14-23.

Cita en el texto (Colunga, y otros, 2013)

Da Silva, T (1997). *Descolonizar el currículo: Estrategias para una pedagogía crítica*. Editorial Lozada. Buenos Aires.

Cita en el texto (Da Silva, 1997)

De Guzmán, M. y Gil, D. (1993). *Enseñanza de las ciencias y las matemáticas. Tendencias e Innovaciones*. Madrid: Popular

Cita en el texto (Guzmán, y Gil, 1993,

Doniez, R. (2000). Fragmentos encontrados sobre la resolución de problemas. *En: Revista integra* N°4. Universidad de viña del Mar. Chile

Cita en el texto (Doniez 2000,)

Echenique, I. (2006). *Matemáticas resolución de problemas*. Educación Primaria. Navarra: Departamento de educación. Gobierno de Navarra. Recuperado de <http://ebookbrowse.com/matematicas-resolucion-de-problemas-echenique-pdf-d142615878>

Flores, P. (2001). "Aprendizaje y evaluación". *En Didáctica de La Matemática en la Educación Primaria* (41-60). Madrid: S

Cita en el texto (Flores, 2001)

Freire, P (2004) *Pedagogía de la autonomía*. Editorial Paz e Tierra. Sao Paulo. Pág. 28

Freire P (1999) *la naturaleza política de la Educación*. Editorial paidos. Buenos Aires. Pág. 131

Freire, P (1996) "La importancia del acto de leer", en *enseñar lengua y literatura, en el bachillerato, textos de la lengua y la literatura*, Barcelona. Editorial Grao (15) pág. 81-88

Cita en el texto (Freire, 1996)

Garzón, T (2013) *Pedagogía Socio-crítico en Paulo Freire y Henry Giroux*, Revista Universidad Militar Nueva Granada

Cita en el texto (Garzón, 2013,)

Giroux, H (1999) *Teoría y resistencia en educación, una pedagogía para la oposición...* Editorial siglo XXI. Buenos Aires. Pág. 76.

Guiso, A (2000). *Sostener una mano o encadenar un alma. Legados de Paulo Freire. Revista Contexto Educao.Brasil.*

Cita en el texto (Guiso, 2000)

Heffes, O. (2000) *Marx: La interpretación como óbice de la transformación. Proyecto hermenéutico*

Cita en el texto (Heffes, 2000)

Huerta, R. (2009). *El individuo como sujeto de procesos psicosociales*, Portal de filosofía y

Psicología interactiva.

Cita en el texto (Huerta 2009)

Ministerio de Educación Nacional. (1998). Lineamentos curriculares, Matemáticas. Santafé de Bogotá.

Morín Edgar (1992) Introducción al pensamiento complejo. Editorial Gedisa. Barcelona. Pag 136

Muñoz, Blanca (2003) Escuela de Frankfurt. D. Universidad Carlos III, Madrid. Recuperado de [http:// www...2003-ecaths1.S#amazonas.com](http://www...2003-ecaths1.S#amazonas.com).

Nieto, J. (2004). Talleres de formación matemática: Resolución de problemas. 26-31. Maracaibo de julio de 2004

Cita en el texto (Nieto 2004)

Organización de las Naciones Unidas para la Educación la Ciencia y la Cultura. ¿Por qué las matemáticas? El aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. ICME (10).Madrid España 2006. Recuperado de: http://www.google.es/#sclient=psy-ab&q=exposicion+internacional+de+matematicas&oq=exposicion+internacional+de+matematicas&gs_l=serp.12...2870.38204.0.40139.79.42.16.21.28.3.1404.12012.0j20j10j6j1j2j2j1.42.0....0...1c.1.19.psy-ab.DGt8gBRDywk&pbx=1&bav=on.2.or.r_qf.&fp=b4bea6c8bfaae8bd&biw=1280&bih=843

Obando, G. Y Muñera, J.J. (2003). Las situaciones problemas como estrategia para la conceptualización matemática. Revista de educación y pedagogía. Medellín: Universidad de Antioquia, Facultad de educación. 15(35). (ene-abr.).pp. 185-199.

PEI Institución Educativa María de Los Ángeles Cano Márquez. (2007)

Perales, F. (1993). La resolución de problemas una revisión estructurada. En: Enseñanza de las Ciencias. Facultad de Ciencias de la Educación Universidad de Granada: 11 (2), pp. 170-178

Cita en el texto (Perales 1993)

Polya, G. (1945). *Cómo plantear y resolver problemas*. México Trillas edición 1972

Cita en el texto (Polya, 1945)

Pozo, J., Pérez, M.; Domínguez; Gómez, M.; Postigo, Y. (1994). La solución de problemas. Editorial Santillana. Madrid.

Cita en el texto (Pozo, y otros, 1994)

Pulojas; P (2009). Aprendizaje cooperativo y educación inclusiva: Una forma práctica de aprender juntos alumnos diferentes. Barcelona. Universidad Vic

Cita en el texto (Pulojas, 2009)

Redondo (1990) Habermas: La filosofía como guarda e intérprete. Universia: Biblioteca de recursos.

Rico, L. (2006). *La competencia matemática en PISA.PNA*, 1(2), pp47-66

Rodríguez, M. (2010). Hacia una formación del docente de matemáticas integral, reflexiva y crítica. *Revista enfoques educativos*.

Rodríguez. (2005). Una didáctica crítica para el currículo socio-crítico en un mundo parcialmente globalizado. Recuperado de [http:// www.redes-cepalcala.or](http://www.redes-cepalcala.or).

Sánchez, R (2008) Modelos de intervención psicopedagógica. Publicaciones universitat Jme.

Sánchez, A. (2002). *Resolución de problemas: estrategia de trabajo en el aula para orientar la enseñanza de la matemática*. Universidad de los Andes Mérida. Venezuela

Cita en el texto (Sánchez, 2002)

Santos, L. (1997). *Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas*. Capítulo 6. Centro de investigación y estudios avanzados del IPN. Grupo editorial Iberoamericana. Segunda Edición. México

Cita en el texto (Santos, 1997)

Severino (1995). Consideraciones sobre la teoría socio-crítica de la enseñanza. *Ediciones Universidad de Salamanca* (13) pág. 241-259.

Cita en el texto (Severino, 1995)

Sigarreta, Rodríguez (2006). La resolución de Problemas una visión Histórico-Didáctica. *Boletín de la asociación matemática venezolana*. Vol. XIII.

Cita en el texto (Sigarreta, 2006)

Skovmose O. (1999). Hacia una filosofía de la educación matemática crítica, *Revista una empresa docente*. Bogotá. Primera edición., pag 20

Torres. A. (2007) Educación de adultos y desarrollo. Paulo Freire y la educación popular. Ediciones n# 69.

Cita en el texto (Torres, 2007)

Torres V. (2009). Formación horizonte pedagógico socio-crítico proyecto educativo institucional. *Revista Educación y humanismo*. (16) pág. 46-53.

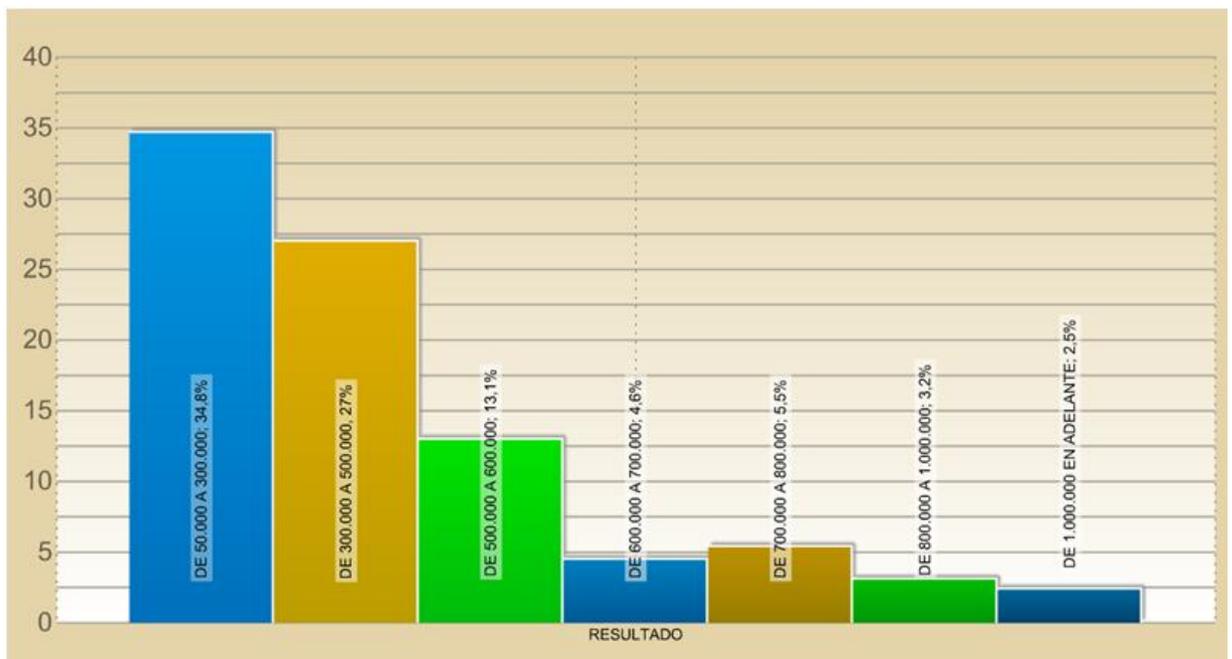
Cita en el texto (Torres, 2009)

Vila A. y Callejo, M. (2004). *Matemáticas para aprender a pensar: El papel de las creencias en la resolución de problemas*. Madrid: Narcea, S.A.

Cita en el texto (Vila, 2004)

ANEXOS

Anexo A. Ingreso familias María Cano, tomado del PEI.



Fuente. PEI Institución Educativa María de Los Ángeles Cano Márquez

Anexo B. Índice de desarrollo humano comuna de Medellín, Colombia

Indicadores de contexto

**Indicador de Desarrollo Humano para Medellín
Comunas y Corregimientos 2004 - 2011**

Comuna	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
1 - Popular	73,14	73,97	77,56	78,18	78,21	78,71	78,74	78,20
2 - Santa Cruz	74,13	72,81	77,33	77,99	79,09	79,37	79,34	80,31
3 - Manrique	75,59	77,11	80,60	81,90	81,76	82,42	81,09	80,27
4 - Aranjuez	76,82	76,59	80,83	81,53	81,15	81,67	83,43	83,88
5 - Castilla	79,78	80,74	83,03	83,82	82,97	84,02	85,16	86,11
6 - Doce de Octubre	77,56	77,09	81,19	80,84	81,03	81,58	82,67	82,71
7 - Robledo	79,96	78,89	81,83	81,32	81,88	82,92	83,86	83,98
8 - Villa Hermosa	75,45	76,99	79,56	80,60	80,15	80,82	81,53	81,51
9 - Buenos Aires	78,97	79,94	81,70	82,24	83,91	84,21	83,98	85,46
10 - La Candelaria	80,50	82,05	84,95	79,17	85,97	87,10	87,07	88,86
11 - Laureles Estadio	90,37	90,60	91,02	90,12	91,35	91,28	93,77	93,91
12 - La América	87,61	86,98	88,94	88,02	87,88	87,89	90,53	92,55
13 - San Javier	76,96	77,05	80,05	80,96	81,88	82,00	82,07	81,34
14 - El Poblado	92,36	94,75	95,26	96,90	96,63	97,52	96,00	97,92
15 - Guayabal	80,70	82,40	84,03	83,77	84,80	85,86	85,71	86,93
16 - Belén	83,45	85,73	88,07	88,99	87,58	89,38	88,57	90,83
Total Comunas	80,94	81,67	84,20	84,48	85,21	85,57	86,13	86,80

Fuente: Departamento Administrativo de Planeación, Alcaldía de Medellín, 2012

Medellín un hogar para la vida
Alcaldía de Medellín

Fuente:

http://www.medellin.gov.co/irj/go/km/docs/wpcccontent/Sites/Subportal%20del%20Ciudadano/Plan%20de%20Desarrollo/Secciones/Publicaciones/Documentos/2012-02-29_Presentaci%C3%B3n%20PDM_Alcalde_CTP2.pdf