

**CONCEPCIONES QUE POSEEN LOS PROFESORES DE MATEMÁTICA SOBRE LA  
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y CÓMO AFECTAN LOS MÉTODOS DE  
ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE**

**MARÍA MILENA BEDOYA ECHAVARRÍA  
SERGIO ANDRÉS OSPINA SÁNCHEZ**



**UNIVERSIDAD DE MEDELLÍN  
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS  
MEDELLÍN  
2014**

**2014 CONCEPCIONES QUE POSEEN LOS PROFESORES DE MATEMÁTICA SOBRE  
LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y CÓMO AFECTAN LOS MÉTODOS DE  
ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE**

**MARÍA MILENA BEDOYA ECHAVARRÍA  
SERGIO ANDRÉS OSPINA SÁNCHEZ**

**Trabajo de Grado para optar al título de  
Magister en Educación Matemática**

**Dirigida por  
BRUNO D'AMORE**

**UNIVERSIDAD DE MEDELLÍN  
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS  
MEDELLÍN  
2014**

**Nota de aceptación:**

---

---

---

---

---

---

---

**Firma del presidente del jurado**

---

**Firma del jurado**

---

**Firma del jurado**

**Medellín, 27 de mayo de 2014**

## AGRADECIMIENTOS

A la UNIVERSIDAD DE MEDELLÍN por darnos la oportunidad de hacernos más sensibles ante la educación matemática.

A la coordinadora de la Maestría en educación matemática Ana Celi Tamayo por lo brindado y a El Doctor Javier Suarez por su dedicación, aportes y enseñanzas que nos dio durante las clases y en asesorías. Un profesor que siempre estaba para colaborarnos.

A nuestro asesor de tesis, Dr. Bruno D'Amore por su esfuerzo y dedicación, quien con sus conocimientos, su experiencia, su paciencia y su motivación logró que nosotros pudiésemos terminar esta tesis.

También nos gustaría agradecer a los compañeros de maestría en especial al profesor Gabriel Pareja porque todos han aportado con un granito de arena a nuestra formación a través de sus consejos, sus enseñanzas y por su amistad.

Agradecemos también a Georlán Echavarría Patiño que con su entrega a la hora de revisar la forma de la tesis, logramos obtener una mirada diferente.

A nuestras madres, hermanos que nos acompañaron en esta aventura que significó la maestría y que de forma incondicional, entendieron nuestras ausencias y los malos momentos.

Son muchas las personas que han formado parte de nuestra vida profesional a las que nos encantaría agradecerles su amistad, consejos, apoyo, ánimo y compañía en los momentos más difíciles y alegres de nuestras vidas.

*Para todos ustedes: Muchas gracias y que Dios los bendiga.*

**TABLA DE CONTENIDO**

	<b>Pág.</b>
<b>1. JUSTIFICACIÓN .....</b>	<b>18</b>
<b>2. OBJETIVOS .....</b>	<b>26</b>
<b>2.1. OBJETIVO GENERAL.....</b>	<b>26</b>
<b>2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....</b>	<b>26</b>
<b>3. MARCO TEÓRICO .....</b>	<b>27</b>
<b>3.1. SOBRE LA IMPORTANCIA DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN LA MATEMÁTICA.....</b>	<b>27</b>
<b>3.2. SOBRE LAS CONVICCIONES Y CONCEPCIONES EN MATEMÁTICAS, SOBRE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.....</b>	<b>30</b>
<b>3.3. SOBRE LOS MÉTODOS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.....</b>	<b>38</b>
<b>3.4. SOBRE LA CONCEPCIÓN DE PROBLEMA .....</b>	<b>49</b>

<b>3.5. SOBRE LAS CONCEPCIONES EN LOS OBSTÁCULOS EN EL TRABAJO DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS .....</b>	<b>55</b>
<b>3.6. SOBRE EL APRENDIZAJE ESTRATÉGICO .....</b>	<b>56</b>
<b>3.7. SOBRE LA UTILIZACIÓN DE INSTRUMENTOS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS .....</b>	<b>60</b>
<b>4. METODOLOGÍA .....</b>	<b>61</b>
<b>4.1. LA ENTREVISTA SOCRÁTICA.....</b>	<b>62</b>
<b>4.1.1. La intencionalidad de la entrevista .....</b>	<b>63</b>
<b>4.1.2. El lenguaje: .....</b>	<b>64</b>
<b>4.1.3. Los conceptos básicos: .....</b>	<b>65</b>
<b>4.1.4. El diálogo inquisitivo: .....</b>	<b>65</b>
<b>4.1.5. La movilización del pensamiento: .....</b>	<b>65</b>
<b>4.1.6. El aporte de información: .....</b>	<b>66</b>
<b>4.1.7. La problematización con las ideas: .....</b>	<b>66</b>
<b>4.1.8. El paso por los tres momentos: .....</b>	<b>66</b>
<b>4.1.9. La red conceptual: .....</b>	<b>67</b>
<b>4.2. LA OBSERVACIÓN.....</b>	<b>67</b>
<b>5. CRONOGRAMA DE ACTIVIDADES.....</b>	<b>70</b>

<b>6. POBLACIÓN</b> .....	71
<b>6.1. MUESTRA</b> .....	71
<b>6.1.1. Caracterización de los grupos de estudio de profesores:</b> .....	71
<b>6.1.2. Caracterización de los grupos de estudio de alumnos:</b> .....	72
<b>7. INSTRUMENTOS</b> .....	74
<b>7.1. ENCUESTA REALIZADA A PROFESORES ENCARGADOS DE DICTAR MATEMÁTICAS (VER ANEXO 1)</b> .....	74
<b>7.1.1. Objetivo general de la encuesta</b> .....	74
<b>7.1.2. Estructura</b> .....	75
<b>7.2. ENCUESTA REALIZADA ALUMNOS (VER ANEXO 2)</b> .....	76
<b>7.2.1. Objetivo general de la encuesta:</b> .....	77
<b>7.2.2. Estructura:</b> .....	77
<b>7.3. RÚBRICA DE OBSERVACIÓN (VER ANEXO 4):</b> .....	78
<b>7.3.1. Objetivo general de la rúbrica:</b> .....	78
<b>7.3.2. Estructura:</b> .....	78
<b>8. ANÁLISIS DE RESULTADOS</b> .....	79

<b>8.1. GRUPO DE PROFESORES LICENCIADOS DE BACHILLERATO .....</b>	<b>79</b>
<b>8.1.1. Concepcion de problema y diferencia con ejercicio: .....</b>	<b>94</b>
<b>8.2. GRUPO DE PROFESORES DE PRIMARIA .....</b>	<b>100</b>
<b>8.2.1. Concepcion de problema y diferencia con ejercicio: .....</b>	<b>105</b>
<b>8.3. CANDIDATOS A MAGISTER EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA.....</b>	<b>111</b>
<b>8.3.1. Concepcion de problema y diferencia con ejercicio: .....</b>	<b>116</b>
<b>8.4. PROFESIONALES DE OTRAS DISCIPLINAS QUE DAN MATEMÁTICAS EN BACHILLERATO.....</b>	<b>123</b>
<b>8.5. PROFESORES UNIVERSITARIOS.....</b>	<b>133</b>
<b>8.5.1. Concepcion de problema y diferencia con ejercicio: .....</b>	<b>137</b>
<b>8.6. RESOLUCIÓN DE PROBLEMA POR PARTE DE LOS DIFERENTES PROFESORES CON PERFIL CARACTERÍSTICO .....</b>	<b>144</b>
<b>8.7. ANÁLISIS DE TENDENCIAS EN PREGUNTAS CERRADAS, SÍ O NO. ....</b>	<b>148</b>
<b>8.8. ANÁLISIS ENCUESTA ALUMNOS:.....</b>	<b>175</b>
<b>8.9. CONVICCIÓN SOBRE EL TIEMPO PARA RESOLVER UN PROBLEMA: PROFESORES VS ALUMNOS:.....</b>	<b>178</b>
<b>8.9.1. Métodos de resolución de problemas por parte de los alumnos .....</b>	<b>179</b>



<b>8.10. ANÁLISIS OBSERVACIÓN DE CLASES:</b> .....	181
<b>9. CONCLUSIONES</b> .....	183
<b>10. REFLEXIONES</b> .....	189
<b>11. REFERENCIAS</b> .....	190
<b>ANEXOS</b> .....	194

## LISTA DE TABLAS

	<b>Pág.</b>
<b>Tabla 1.</b> Resumen método de Polya .....	39
<b>Tabla 2.</b> Esquema de los procesos de resolución de problemas .....	47
<b>Tabla 3.</b> Cronograma de actividades .....	70
<b>Tabla 4.</b> Codificación tabla 1 de la encuesta a profesores.....	79
<b>Tabla 5.</b> Recopilación estadística de Concepciones sobre la matemática, tabla 1 de la encuesta.	80
<b>Tabla 6.</b> Codificación tabla 2 de la encuesta a profesores.....	81
<b>Tabla 7.</b> Recopilación estadística de Estrategias de resolución de problemas, tabla 2 de la encuesta de profesores .....	83
<b>Tabla 8.</b> Codificación tabla 3 de la encuesta de profesores.....	84
<b>Tabla 9.</b> Recopilación estadística de Convicción de lo que es un problema, tabla 3 de la encuesta de profesores .....	85
<b>Tabla 10.</b> Codificación tabla 4 de la encuesta a profesores.....	85
<b>Tabla 11.</b> Recopilación estadística de Ejemplos de problemas, tabla 4 de la encuesta de profesores .....	86

<b>Tabla 12.</b> Codificación tabla 5 de la encuesta a profesores.....	87
<b>Tabla 13.</b> Recopilación estadística de Tipos de obstáculos en la resolución de problemas, tabla 5 de la encuesta de profesores .....	88
<b>Tabla 14.</b> Codificación tabla 6 de la encuesta a profesores.....	89
<b>Tabla 15.</b> Recopilación estadística de Utilización de libros de texto, tabla 6 de la encuesta de profesores .....	89
<b>Tabla 16.</b> Recopilación estadística de concepciones sobre la matemática, tabla 1 de la encuesta de profesores de primaria.....	100
<b>Tabla 17.</b> Recopilación estadística de estrategias de resolución de problemas, tabla 2 de la encuesta de profesores de primaria. ....	101
<b>Tabla 18.</b> Recopilación estadística de convicción de lo que es un problema, tabla 3 de la encuesta a profesores de primaria. ....	102
<b>Tabla 19.</b> Recopilación estadística de Ejemplos de problemas, tabla 4 de la encuesta a profesores de primaria.....	102
<b>Tabla 20.</b> Recopilación estadística de tipos de obstáculos en la resolución de problemas, tabla 5 de la encuesta a profesores de primaria. ....	103
<b>Tabla 21.</b> Recopilación estadística de la utilización de libros de texto, tabla 6 de la encuesta a profesores de primaria. ....	104
<b>Tabla 22.</b> Recopilación estadística de concepciones sobre la matemática, tabal 1 de encuesta a profesores candidatos a magister.....	111

<b>Tabla 23.</b> Recopilación estadística de estrategias de resolución de problemas, tabla 2 de encuesta a profesores candidatos a magister.....	112
<b>Tabla 24.</b> Recopilación estadística de convicción de lo que es un problema, tabla 3 de la encuesta a profesores candidatos a magister.....	112
<b>Tabla 25.</b> Recopilación estadística de ejemplos de problemas, tabla 4 de la encuesta a profesores candidatos a magister. ....	113
<b>Tabla 26.</b> Recopilación estadística de tipos de obstáculos en la resolución de problemas, tabla 5 de la encuesta a profesores candidatos a magister. ....	114
<b>Tabla 27.</b> Recopilación estadística de Utilización de libros de texto, tabal 6 de la encuesta a profesores candidatos a magister.....	114
<b>Tabla 28.</b> Recopilación estadística de concepciones sobre la matemática, tabla 1 de la encuesta a profesionales dedicados a la docencia en bachillerato. ....	123
<b>Tabla 29.</b> Recopilación estadística de estrategias de resolución de problemas, tabla 2 de la encuesta a profesionales dedicados a la docencia en bachillerato. ....	124
<b>Tabla 30.</b> Recopilación estadística de convicción de lo que es un problema, tabla 3 de la encuesta a profesionales dedicados a la docencia en bachillerato. ....	125
<b>Tabla 31.</b> Recopilación estadística de ejemplos de problemas, tabla 4 de la encuesta a profesionales dedicados a la docencia en bachillerato. ....	125
<b>Tabla 32.</b> Recopilación estadística de tipos de obstáculos en la resolución de problemas, tabla 5 de la encuesta a profesionales dedicados a la docencia en bachillerato.....	126

<b>Tabla 33.</b> Recopilación estadística de utilización de libros de texto, tabla 6 de la encuesta a profesionales dedicados a la docencia en bachillerato. ....	126
<b>Tabla 34.</b> Recopilación estadística de concepciones sobre la matemática, tabla 1 de la encuesta a profesores universitarios. ....	133
<b>Tabla 35.</b> Recopilación estadística de estrategias de resolución de problemas, tabla 2 de la encuesta a profesores universitarios. ....	134
<b>Tabla 36.</b> Recopilación estadística de convicción de lo que es un problema, tabla 3 de la encuesta a profesores universitarios. ....	134
<b>Tabla 37.</b> Recopilación estadística de ejemplos de problemas, tabla 4 de la encuesta a profesores universitarios. ....	135
<b>Tabla 38.</b> Recopilación estadística de tipos de obstáculos en la resolución de problemas, tabal 5 de la encuesta a profesores universitarios. ....	135
<b>Tabla 39.</b> Recopilación estadística de utilización de libros de texto, tabla 6 de la encuesta a profesores universitarios. ....	136
<b>Tabla 40.</b> Nomenclatura de preguntas sí o no para análisis en tablas de frecuencia. ....	148
<b>Tabla 41.</b> Recopilación preguntas de sí o no, grupo de profesores licenciados de bachillerato .	149
<b>Tabla 42.</b> Recopilación preguntas de si o no, profesionales en bachillerato. ....	149
<b>Tabla 43.</b> Recopilación preguntas de si o no, Candidatos a magister .....	150
<b>Tabla 44.</b> Recopilación preguntas de si o no, Universitarios .....	150

<b>Tabla 45.</b> Recopilación preguntas de si o no, profesores de primaria.....	151
<b>Tabla 46.</b> Sexto.....	175
<b>Tabla 47.</b> Séptimo.....	175
<b>Tabla 48.</b> Octavo .....	176
<b>Tabla 49.</b> Noveno .....	176
<b>Tabla 50.</b> Decimo .....	176
<b>Tabla 51.</b> Once .....	177
<b>Tabla 52.</b> Universitario.....	177
<b>Tabla 53.</b> Sobre el tiempo para resolver un problema: profesores vs alumnos.....	178
<b>Tabla 54.</b> Métodos de resolución de problemas por parte de los alumnos.....	179
<b>Tabla 55.</b> Análisis observación de clases .....	181

## LISTA DE GRÁFICOS

	<b>Pág.</b>
<b>Gráfico 1.</b> Relación profesores-alumnos-convicciones.....	31
<b>Gráfico 2.</b> Red conceptual .....	64
<b>Gráfico 3.</b> Diferentes relaciones respecto a la resolución de problemas en profesores licenciados de bachillerato .....	99
<b>Gráfico 4.</b> Diferentes relaciones respecto a la resolución de problemas en profesores de primaria .....	110
<b>Gráfico 5.</b> Diferentes relaciones respecto a la resolución de problemas en profesores candidatos a magister .....	122
<b>Gráfico 6.</b> Diferentes relaciones respecto a la resolución de problemas en profesores no licenciados que se desempeñan en bachillerato .....	132
<b>Gráfico 7.</b> Diferentes relaciones respecto a la resolución de problemas en profesores universitarios .....	143

**LISTA DE ANEXOS**

	<b>Pág.</b>
<b>Anexo 1.</b> Encuesta para profesores de matemática.....	194
<b>Anexo 2.</b> Encuesta para alumnos de matemática.....	206
<b>Anexo 3.</b> Criterios de observación de clase .....	209
<b>Anexo 4.</b> Tablas de nomenclatura para facilitar el análisis cuantitativo.....	211



## RESUMEN

*“No podemos resolver problemas pensando de la misma manera que cuando los creamos”*

*Albert Einstein*

La exploración de las convicciones y concepciones de los profesores de matemática es uno de los tópicos de investigación más importantes dentro de esta comunidad educativa, no solo a nivel nacional sino internacional. Es por esto, que en el presente trabajo, el objetivo general fue analizar las concepciones y convicciones que poseen los profesores de matemática sobre la resolución de problemas y cómo éstas afecta los métodos de enseñanza y de aprendizaje.

Para ello, la metodología de investigación del presente trabajo, será mixta; ya que, por un lado, se tratará cuantitativamente de sondear qué convicciones y concepciones predominan en el medio, y por otro, cualitativamente ya que se esbozará una descripción de cada categoría de convicciones y concepciones encontradas, a través de una entrevista socrática.

Para el desarrollo fue necesario realizar encuestas a profesores y alumnos, entrevistas a profesores y observaciones de clase. Todo esto bajo un marco teórico basado en la teoría presentada por diferentes autores como Vygotsky, Shoenfeld, D`Amore, Fandiño, entre otros, donde nos centramos en las concepciones que poseen los profesores sobre la resolución de problemas y poder observar las diferencias que se encuentran entre profesores licenciados en matemática, no licenciados, candidato a magister y otros grupos.

**Palabras clave:** convicciones, concepciones, problemas , profesores y alumnos.

## INTRODUCCIÓN

Durante el tiempo que llevamos como docentes hemos comprendido que uno de los caminos para lograr cambios en el aula es la investigación, la realimentación de los resultados de esas investigaciones y el tratar las diferentes problemáticas con la veracidad que se merecen.

Se inició así, el camino de la investigación para entre otras obtener el título de magister pensando en tratar un tema actual, pertinente y donde se pudiera obtener algún tipo de retribución hacia el contexto donde se desarrollara la investigación. Entonces empezamos a buscar temas que presentaran problemáticas en las aulas de hoy, dentro de ellas encontramos muchas, pero una nos llamó la atención, ya que observamos que existe mucha bibliografía al respecto, pero los resultados no cambian en absoluto como lo demuestran muchas pruebas estandarizadas de matemática y es la resolución de problemas matemáticos.

Al consultarlo con nuestro asesor el Doctor Bruno D'Amore, nos insistió sobre el hecho que era una problemática ampliamente tratada y que tendría que ser desarrollada de una manera diferente para que tuviera algún sentido, y así no se convirtiera en una publicación más de las que aparecen cada año sobre el tema, que terminan perdiéndose en un estante.

Se realizó una búsqueda sobre que de la resolución de problemas se había trabajado y encontramos muchas propuestas que apuntaban a determinar la forma en que los alumnos resuelven ciertos tipos de problemas, otras donde se observa la descripción de la dinámica de clase cuando se adopta una metodología basada en la resolución de problemas y muchos otros donde se hace el énfasis en la resolución de cierto tipo de problemas mediante el uso de las TIC, sin embargo existen

pocas propuestas investigativas donde se ponga la mirada en el profesor, situación que nos llamó la atención dado que es él quien puede lograr cambios al interior del aula, mucho más allá de las políticas educativas, las investigaciones externas y los mismos alumnos que difícilmente propongan mejorar las dinámicas del aula y aprendizaje.

Desde esto, se fue conformando un tema interesante entre la resolución de problemas y los profesores, pero ahora quedaba el establecer sobre qué relación de todas las posibles entre esta dupla se haría el énfasis. Al fin y gracias a lecturas que se venían realizando sobre la temática, encontramos un concepto que nos ayudó a establecer el tema de la presente investigación, este concepto fue el de convicción y concepción, explorado en la educación matemática para otro tipo de relaciones y no explorado en nuestro contexto para esta relación en particular. De allí nuestra pregunta de investigación *¿Cuáles son las concepciones de los profesores de matemática sobre la resolución de problemas y qué relación tienen estas concepciones con el aprendizaje estratégico de los alumnos?*

Después de definir el tema de la investigación y aunque ya habíamos leído sobre la temática, se nos presentó el reto de conformar un marco teórico coherente y lo suficientemente fuerte para poder de alguna manera interpretar y darle soporte a lo que pretendíamos hacer. En este proceso fue nuestro asesor el que nos orientó hacia una bibliografía un poco más actual de la que se encuentra en el medio colombiano sobre este tema, exploramos autores europeos en su mayoría, algunos inclusive vivos y que continúan con su proceso de investigación, logramos seleccionar lo que para nosotros como investigadores podría ser la base del trabajo sobre las concepciones de los profesores de matemática sobre la resolución de problemas y la relación tienen estas concepciones con el aprendizaje estratégico de los alumnos y lo fundamentamos con las propuestas teóricas de Borasi, Boero y Vygotsky para la concepción de lo que es un problema, Fandiño desde lo que se entiende por aprendizaje estratégico (estrategias de resolución de problemas), D'Amore y

Schoenfeld desde el concepto de convicción y concepción, y otros autores complementarios que nos permitieron lograr nuestro cometido.

Superada esta etapa debíamos elegir un contexto para desarrollar la investigación, teníamos a nuestra disposición tres contextos diferentes, la universidad de Medellín, el Vermont School y el colegio cooperativo San Antonio de Prado, dado que nuestra investigación se basaba en los profesores indiferentemente del su contexto de acción, así elegimos los tres pero separando los profesores que participarían en grupos con las siguientes características: grupo de profesores universitario, grupo de profesores no licenciado (profesionales en otras áreas), grupo de profesores licenciados en primaria, grupo de profesores licenciados en bachillerato, grupo de profesores candidatos a magister.

A estos grupos se les aplico una entrevista socrática adaptada a una encuesta, se observó la clase de algunos representantes de cada grupo, se encuestó a los alumnos de algunos representantes de cada grupo y se caracterizó cada grupo en razón del tipo de concepción que tenía acerca de lo que es un problema, lo que es la matemática, el método de resolución de problemas, el obstáculo que más perciben se presentan en el trabajo en el aula con la resolución de problema y la utilización de las TIC en la resolución de problemas, todo esto bajo los fundamentos teóricos antes constituidos en el marco teórico, complementados con la coherencia entre las respuestas de las encuestas de profesores, alumnos y la observación de la realidad del aula.

## 1. JUSTIFICACIÓN

*“Si buscas resultados distintos, no hagas siempre lo mismo”*

*Albert Einstein*

Al realizar un análisis sobre las problemáticas actuales en las aulas de matemática, se encuentra, entre ellas, una que ha venido siendo una preocupación consistente en el tiempo y a la cual no se le ha dado solución por completo, esta es la resolución de problemas, como metodología de enseñanza y aprendizaje.

En los últimos 50 años los estudios sobre esta problemática se han centrado en la relación entre el momento en que se produce la enseñanza, y el momento del aprendizaje; y esto a través de experiencias significativas, métodos sobre la resolución de problemas, uso de instrumentos en la resolución de problemas entre otros. A pesar de que se han realizado investigaciones de formas de solucionar un problema, se ha visto que en la mayoría de casos, los trabajos se centran en la forma algorítmica como método de enseñanza para resolver problemas; esta perspectiva llevó a que esta tendencia fuera un fracaso ya que en la actualidad, como se ha comprobado no es posible.

Esto se puede evidenciar en las pruebas estandarizadas como las del ICFES (Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior), donde la competencia matemática de resolución de problemas se relaciona con:

La capacidad de formular problemas a partir de situaciones dentro y fuera de la matemática, traducir la realidad a una estructura matemática, desarrollar y aplicar diferentes estrategias y justificar la elección de métodos e instrumentos para la solución de problemas, justificar la pertinencia de un cálculo exacto o aproximado en la solución de un problema y lo razonable o no de una respuesta obtenida. Verificar e interpretar resultados a la luz del problema original y generalizar soluciones y estrategias para dar solución a nuevas situaciones problema ICFES (2007) citado por Iriarte, A. & Sierra, I. (2011, p.94).

Las pruebas PISA (*Program for International Student Assessment*) o análogas que supuestamente están constituidas por “problemas”, han mostrado que internacionalmente los alumnos poseen una baja competencia en la resolución de problemas, especialmente Colombia que es uno de los países con nivel más bajo dentro de estas pruebas. Esto evidencia que es importante fomentar el trabajo con problemas por una parte y por otra parte, permite que los alumnos creen relaciones entre sus conocimientos y situaciones contextualizadas; además que fomenta unas estrategias diferentes para relacionar operaciones, conceptos y representaciones de manera no mecánica, ideal que en muchas ocasiones no acompaña la labor del profesor de matemática y que final cuando el alumno se enfrenta a una prueba externa, se encuentra con situaciones diferentes a lo que realizan en el aula.

Cuando los alumnos se enfrentan a problemas, donde las estrategias para la solución no son explícitas, por ejemplo tener un enunciado donde las palabras que acompañan no son: agregar, aumentar, sumar, entre otras, lleva a que haya una poca significación de la situación, lo que hace que el alumno no se desempeñe bien; como si su aprendizaje estratégico solo funcionara para algunos problemas de estructuras muy evidentes.

Desde esta perspectiva, al preguntar a alumnos sobre lo que entienden por matemática y resolver problemas, se pudo evidenciar que la asocian con un “razonamiento correcto” o como algo que no posee errores. Y es porque la matemática, ha sido identificada como una ciencia de lógica aristotélica. Según Aristóteles, citado en González (2002) la ciencia es:

“Conocimiento de lo universal y de las cosas necesarias, y hay unos principios de lo demostrable y de toda ciencia (pues la ciencia es racional), el principio de lo científico no puede ser ni ciencia, ni arte ni prudencia; porque lo científico es demostrable” (p. 3).

Es en este sentido, que Cantoral (2002) expone que se deja de lado la parte subjetiva y hasta la forma de aprender. Sin embargo, variables como la motivación, la afectividad, la imaginación, la comunicación, los aspectos lingüísticos y la capacidad de representación juegan un papel fundamental en la conformación de las ideas matemáticas en los estudiantes.

Se Toma en el presente trabajo la matemática como esencia importante para la sociedad, lo que lleva a que el ser humano pueda resolver problemas desde la comprensión, esta idea se puede sustentar con referencia en la UNESCO 2009 donde Bronzina, Chemello y Agrasar expresan que la matemática es una

Cuando se habla de calidad de la educación matemática de nuestros estudiantes, la palabra de orden es “comprender” cuáles son las herramientas necesarias para resolver ciertos problemas y distinguirlos de otros, en cuya solución se emplean otras herramientas. Comprender también que pueden variar los procedimientos y, sin embargo, ser válidos; que los problemas pueden presentar datos de más, o de menos; que pueden tener una, ninguna o varias soluciones posibles; que cada uno tiene la posibilidad de buscar, crear y validar su propio procedimiento. Comprender, en definitiva, que no todo “está hecho” (p. 11).

Cabe destacar que la resolución de problemas propicia el desarrollo del pensamiento matemático, puesto que exige poner en juego diferente tipos de razonamiento, además, al desarrollo de habilidades para reconocer y utilizar conceptos y procedimientos matemáticos.

Desde las propuestas internacionales para la educación matemática como lo son PISA, TIMSS, CAMBRIDGE y UNESCO, la resolución de problemas sería lo ideal, pero hay que reconocer que en la mayoría de las ocasiones, el fracaso de los alumnos en la resolución de problemas se puede relacionar entre otras, con la forma en que el profesor aborda los temas, ya que en algunos casos confunden sus capacidades con las de sus alumnos para solucionar problemas, por lo cual no hacen explícitos sus razonamientos ni los detalles de la solución cuando la hacen frente a ellos; además es posible que algunos no sepan cómo utilizar los problemas para que sus alumnos tengan un aprendizaje estratégico como lo propone Fandiño (2010); concepto que estudiaremos más adelante, en este mismo orden, no existe claridad entre problemas y ejercicios.

Al tener varios niveles educativos, se tiene la oportunidad de estudiar la incidencia de la enseñanza en la forma de los alumnos en cómo ven, cómo se aproximan y cómo aplican algoritmos en matemáticas sin ninguna intencionalidad; lo anterior, conlleva a que el alumno identifique la matemática como algo mecánico, donde se repiten procesos sin tener una comprensión.

Es por estos motivos que el presente trabajo de investigación centra la mirada en la resolución de problemas, pero desde la siguiente perspectiva: **las convicciones de los profesores de matemática sobre la resolución de problemas y cómo afectan estas en la experiencia y el aprendizaje de los alumnos.**

Este nuevo enfoque puede traer resultados diferentes ya que, de acuerdo a los resultados que se pueden obtener en el presente trabajo de investigación, se puede realizar un plan de intervención donde se realicen ajustes sobre las concepciones y convicciones de los profesores con respecto de lo que es un problema, y los métodos para la resolución de los mismos, entre otras cuestiones como tiempos e intencionalidades del trabajo con problemas, que permita un acercamiento a un aprendizaje estratégico. Esto repercutirá directamente sobre las acciones del profesor en el aula.

Este trabajo pretende enfatizar en que los profesores hagan una distinción entre ejercicios, problemas escolares y verdaderos problemas, basada en las ideas de Vigotsky. Así mismo concientizar e invitar a los profesores a reflexionar sobre el modo en que resuelven problemas matemáticos y con qué metodología llevan la resolución de problemas al aula, a través de sus propias convicciones y concepciones, adicionalmente abordar el potencial que abarca un problema para trabajar distintos conceptos para lo cual es interesante la teoría expuesta por Fandiño (2010) sobre el aprendizaje estratégico.



De las consideraciones anteriores, surge la siguiente pregunta de investigación:

***¿CUÁLES SON LAS CONCEPCIONES DE LOS PROFESORES DE MATEMÁTICA SOBRE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y QUÉ RELACIÓN TIENEN ESTAS CONCEPCIONES CON EL APRENDIZAJE ESTRATÉGICO DE LOS ALUMNOS?***

## **2. OBJETIVOS**

### **2.1. OBJETIVO GENERAL**

Analizar las concepciones y convicciones que poseen los profesores de matemática sobre la resolución de problemas y cómo éstas afecta los métodos de enseñanza y de aprendizaje.

### **2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Establecer las concepciones y convicciones de algunos grupos de profesores de matemática, sobre la resolución de problemas desde los métodos, uso de instrumentos, tiempos, y papeles de los participantes.
- Reconocer qué estrategias usan en el aula de algunos grupos de profesores de matemática para el trabajo con resolución de problemas y a qué concepciones corresponden.

### 3. MARCO TEÓRICO

#### 3.1. SOBRE LA IMPORTANCIA DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN LA MATEMÁTICA

*Un problema surge cuando un ser viviente tiene una meta pero no sabe cómo alcanzarla.*

*K. Duncker*

Se inicia este marco teórico con la cita de K. Duncker (1945) citado en D'Amore (2010, p. 20) quien expone la resolución de problemas como una competencia vital, por lo cual es fundamental ayudar a desarrollarla. La idea de ayudar a desarrollar competencias es la principal justificación de que la educación exista. Sin embargo, con el tiempo se ha propendido por una acumulación de conceptos, algunos sin mucha utilidad o sentido; respecto a esta realidad, Gerard Vergnaud (1990) citado en D'Amore (2010, p. 10) escribe: "Un concepto es casi nada sin las situaciones que le dan sentido y sin problemas que resolver".

Un concepto desde la matemática es algo primordial y el cómo se enseñe, llevará a que el alumno genere conocimiento además de motivación, o al contrario, que se encuentre en una nube donde las ideas no son claras; y esto es debido a que no hubo un buen acompañamiento por parte del profesor, ya que muchas veces éste continuó la manera de cómo llegaron los conceptos a su mente. Al dar paso a un aprendizaje mediante resolución de problemas, se genera como afirma R. Gagné (1975) citado por D'Amore (2010, p. 12) "capacidades de pensamiento ulterior" esta idea se puede fortalecer con las siguientes afirmación propuesta por Polya (1945) citado en D'Amore (2010, p. 11) "hacer matemática es ante todo, resolver problemas".

Las ideas anteriores son importantes, porque a lo largo de la historia, tanto personas del común como grandes matemáticos, han reconocido la resolución de problemas como el más alto grado de su hacer, ya que la relación entre conceptos y estrategias es lo que soluciona los problemas y allí se reorganiza constantemente el conocimiento, a partir del desarrollo de habilidades y destrezas.

Otra posición internacional que revela la importancia de la resolución de problemas en la educación donde la orden 10 de Andalucía (2010) estableció que:

La resolución de problemas debe entenderse como la esencia fundamental del pensamiento y el saber matemático; y en este sentido, ha de impregnar e inspirar todos los conocimientos que se vayan construyendo en esta etapa educativa, considerándose como eje vertebrador de todo el aprendizaje matemático y orientándose hacia la reflexión, el análisis, la concienciación y la actitud crítica ante la realidad que nos rodea. Tanto en la vida cotidiana como respecto a los grandes problemas que afectan a la humanidad (p. 2).

El estudio de la resolución de problemas será de gran importancia, aunque no será el único objetivo dentro de este trabajo. Esto debido, a que es un tema que en muchas ocasiones llama la atención y es frecuentemente estudiado en la educación matemática; esto se ve reflejado en el trabajo de muchos autores que en los últimos 50 años, muestran un acercamiento al concepto de problema, resolución de problemas y estrategias de solución. Se pretende ahora considerar lo que se ha entendido por resolver problemas. Esto puede dar luces sobre las posibles convicciones y concepciones de los profesores. Lesh y Zawojewski (2007, p. 782) definen la resolución de problemas como: “proceso de interpretar una situación matemáticamente, la cual involucra varios ciclos interactivos de expresar, probar y revisar interpretaciones –y de ordenar, integrar, modificar, revisar o redefinir grupos de conceptos matemáticos desde varios tópicos dentro y más allá de las matemáticas” Polya (1987) citado en D’Amore (2010) considera que:

Resolver problemas significa encontrar un camino para salir de una dificultad, para sortear un obstáculo, para alcanzar un objetivo que no sea inmediatamente alcanzable. Resolver problemas es una empresa específica de la inteligencia y la inteligencia es el don específico de los humanos: se puede considerar la resolución de problemas como la actividad más característica del ser humano (p. 20).

Por su parte, Fandiño (2010) señala:

La resolución de problemas se da mediante lo que “*podemos llamar por ahora* “estrategias de resolución de problemas” esta serie de pasajes: exploración de reglas (normas, experiencias) conocidas y aplicadas; descarto de algunas de estas; análisis de la situación estudiándola desde puntos de vista diversos; confección de una regla nueva de comportamiento obtenida “dosificando” oportunamente reglas exitosas ya utilizadas en precedencia; verifica la posibilidad de resolución del problema con dicha nueva regla (p. 85).

Desde las prácticas realizadas por algunos profesores, la resolución de problemas se relaciona con el aprendizaje, y por este motivo interesa saber qué se entenderá por aprendizaje. Para esto, haremos referencia a D’Amore (2010, p. 65), quien expresa: “El aprendizaje no se manifiesta a través de una indefinida y vaga cantidad de competencias adquiridas, sino a través del placer, del deseo, de la disponibilidad de hacer uso de él”. Además, se retoma la tesis expuesta por Fandiño (2010) en la cual sostiene que en el aprendizaje de las matemáticas se pueden observar 5 tipos de aprendizajes que están entremezclados pero que son distinguibles; estos son: el aprendizaje conceptual, el aprendizaje algorítmico, el aprendizaje estratégico (referente a la resolución de problemas), el aprendizaje comunicativo y el aprendizaje y gestión de las representaciones semióticas. ; Estos cinco tipos de aprendizaje se ven conjugados en la resolución de problemas, y es esta actividad la que puede dar la satisfacción de utilizar el conocimiento. En este orden de ideas como lo expresa D’Amore (2003c) citado en (Fandiño, 2010, p. 84):“El espacio después de: gratificación (placer “interior”, es decir, satisfacción interior, o el reconocimiento social de ser considerado un buen “resolutor” de problemas)”, este placer debe ser primero experimentado por el profesor para luego poder enseñar con este fin.

### **3.2. SOBRE LAS CONVICCIONES Y CONCEPCIONES EN MATEMÁTICAS, SOBRE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**

Alan Schoenfeld (1985), citado en Barrantes (2006), referencia, desde los estudios realizados sobre la resolución de problemas que

Cuando se tiene o se quiere trabajar con resolución de problemas como una estrategia didáctica hay que tener en cuenta situaciones más allá de las puras heurísticas; de lo contrario no funciona, no tanto porque las heurísticas no sirvan, sino porque hay que tomar en cuenta otros factores (p. 2).

De acuerdo a lo anterior se puede tomar como ejemplo: un profesor que usualmente enseña lo que aprendió y de la forma en que lo aprendió, estimula una replica en los estudiantes lo que genera una cadena, ya que no solo se transfiere un conocimiento matemático, sino también los sentimientos, convicciones y concepciones sobre el mismo, que es difícil de fragmentar.

Este ejemplo se puede conceptualizar mejor en el siguiente esquema donde tratamos de mostrar las relaciones entre convicciones y concepciones y como estas afectan los procesos de enseñanza y aprendizaje

**Gráfico 1.** Relación profesores-alumnos-convicciones.

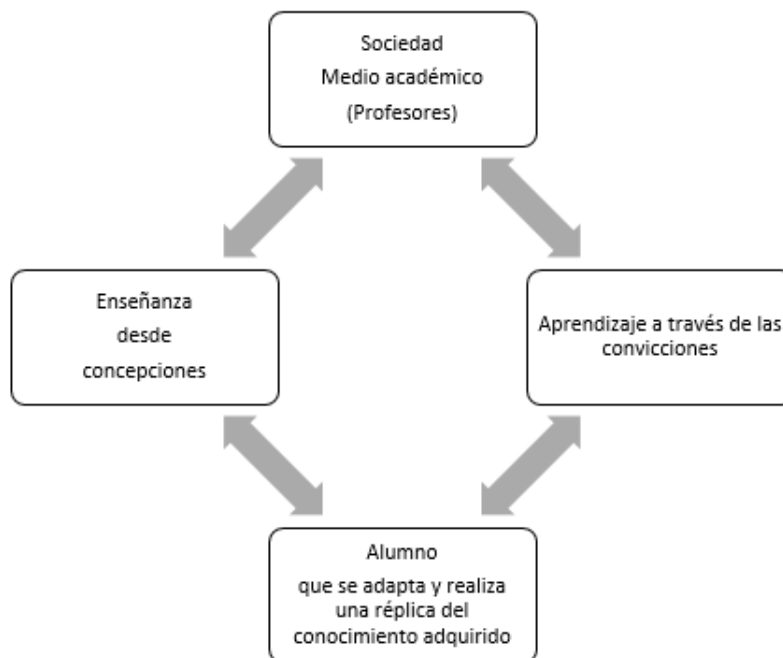


Diagrama Relación profesores-alumnos-convicciones, construcción propia.

Siguiendo con Schoenfeld (1985) citado en D'Amore y Fandiño (2004), se puede afirmar que

Cada individuo conceptualiza la matemática y se ubica en el ambiente matemático precisamente sobre la base del sistema de sus propias convicciones sobre la matemática, por tanto sobre la base de las concepciones que tiene de la matemática; es dicha concepción la que determina no solo las modalidades de inserción en la matemática, sino también las sensaciones que el individuo experimenta después de que esta inserción se ha dado. De esto se deduce (Fennema, Franke, 1992) la imposibilidad de separar el conocimiento (de la matemática) y convicción (sobre la matemática) en los profesores (p. 3).

Sobre la base de las consideraciones anteriores, Schoenfeld (1985) citado en D'Amore y Fandiño (2004, p. 3) declara: “en el estudio de la enseñanza y aprendizaje de la matemática ya es

reconocido entonces, que las convicciones forman parte importante del conjunto de conocimientos, dado que los determinan y los condicionan”.

Hechas las consideraciones anteriores, en el presente trabajo se darán las definiciones de lo que se entenderá por convicción y concepción, que serán nociones de gran relevancia para llevar a cabo la resolución de problemas. Desde la perspectiva de D’Amore y Fandiño (2004):

- **Convicción** (belief) (o creencia): opinión, conjunto de juicios/expectativas, aquello que se piensa a propósito de algo.

- El conjunto de las convicciones de alguien (A) sobre un determinado aspecto (T) forma la **concepción** (K) de A relativa a T., Si A pertenece a un grupo social (S) y comparte con los demás miembros de S el mismo conjunto de convicciones relativas a T, entonces K es una **concepción** de S relativa a T (p. 2).

Después de lo expuesto anteriormente, los profesores de matemática deben considerar sobre la base de sus reflexiones cómo mejorar y adquirir nuevas bases de su estructura mental, que permita el cambio de las convicciones y concepciones nocivas; y luego las de los alumnos. Pero para llegar a proponerse dicho objetivo, los profesores deben reconocer las que son comunes en sus alumnos, en la sociedad y en ellos mismos. Sin embargo, hoy se sabe cómo lo expresa Hoyles (1992) citado en D’Amore y Fandiño (2004 p. 4) “que no es posible separar el análisis de las convicciones de un individuo de aquellas del grupo social al cual pertenece, dado que estas son de todas formas el resultado de complejas interacciones entre grupos sociales”.

Es claro que las convicciones y concepciones de los profesores, generan en los alumnos esquematizaciones o al contrario, diferentes perspectivas de ver la matemática, por ejemplo: desde la resolución de problemas que en este trabajo se muestra como una metodología que permea los procesos de aprendizaje y enseñanza, y para ello se enfocará en los siguientes aspectos:



- Lo que es un problema matemático
- Lo que es un método de resolución de problemas matemáticos
- Los instrumentos que se pueden utilizar en la resolución de problemas matemáticos
- Los tiempos que requiere solucionar un problema matemático
- Los principales obstáculos que se presentan en la resolución de problemas
- Sobre el papel del profesor en la resolución de problemas en el aula.

Por medio de esto, se pretende conocer las convicciones y concepciones que se mueven en el medio (aunque en cada medio pueden variar, en este apartado se hablará de medio académico en matemática), donde según D'Amore y Fandiño (s.f, trad, 2014)

Pero en este medio también la racionalidad colapsa de vez en cuando en un método, un personaje, una ilusión y triunfa el hambre por la receta, el modo seguro, las panaceas. Valga decir que la investigación educativa ha demostrado en múltiples formas y en varias ocasiones que tales ilusiones son pura fantasía y que no puede haber un método seguro de enseñanza o aprendizaje (p. 1).

Una revisión histórica de las ilusiones y las ideas distorsionadas de la enseñanza puede ayudar a superar malentendidos, aquí se atenderán los directamente relacionados con la resolución de problemas, a continuación haremos alusión a las investigaciones realizadas en 2010 por D'Amore, Fandiño, Marazzani-y Sarrazy citadas por D'Amore y Fandiño (s.f, trad, 2014), donde mostraremos algunos antecedentes.

### **La ilusión de los diagramas de flujo.**

Usamos los diagramas de flujo para representar el procedimiento a seguir para resolver problemas en la escuela, y por lo tanto para que coincida con la resolución de los razonamientos de la representación procesal. Esto ayudará a los niños a reflexionar sobre los procedimientos y, por tanto, mejorar la capacidad de resolver problemas.

### **Hay dos puntos sobre los que reflexionar.**

La resolución de un problema, cualquier problema, hay un momento de la creación, sino que es precisamente este hecho que distingue a la resolución de un problema, en comparación con la ejecución de una actividad o la terminación de un ejercicio, ninguna representación gráfica, como rombo precisa, un problema, facilita la capacidad para enfrentar con éxito el momento creativo (estratégico).

La dificultad de describir el diagrama de flujo relativo es siempre muy superior a resolver un problema en la escuela, en cualquier nivel de edad, especialmente en las escuelas primarias y promedios.

Por lo tanto, las ya conocidas dificultades de los alumnos para resolver los problemas no se les habían dado una respuesta en términos de ayuda real, pero a menudo más dificultades insuperables. Cada niño o joven, entrevistado afirmó tener dificultad con el diseño del diagrama de flujo, incluso cuando se las arregló para resolver el problema. Los niños dicen saber cómo arreglarlo, pero no saben cómo dibujar el diagrama de flujo, pero dicen que saben que tienen que sacar porque es lo que el profesor quiere.

**La ilusión de guiar paso por paso en la resolución de problemas. La búsqueda de las recetas y los algoritmos para resolver problemas.**

En términos más generales, todos los sueños se crean con el tiempo como ayuda para asegurarse de que los niños puedan resolver problemas en la escuela con éxito. Aquí un ejemplo comentado

- Tener cuidado (profesor)

Comentario: como si se les ordenó que tener cuidado de condiciones fuera suficiente para el aprendizaje.

- Leer el texto así (profesor)

Comentario: Como si el texto no se puede extraer, sin embargo, o no representados, y luego el "leer bien" no tiene un significado preciso, y el niño bien podría leer el texto, palabra por palabra, y no entiende el significado global

- Leer bien la pregunta (profesor)

Comentario: como si la pregunta era siempre clara, expresa o presente

- Círculo datos (profesor)

Comentario: como si todos los datos son siempre útiles, todos los presentes, todos numérica.

- Hace hincapié en la aplicación

Comentario: como si la pregunta estaba en la necesidad de alivio, entonces hay problemas que no se puede señalar que la pregunta nos conduce inevitablemente al fracaso

- La llavecita de búsqueda de palabras que le ayuda a entender

Comentario: la llavecita palabra es una trampa diabólica, estudios serios han demostrado que la enseñanza esto es un desastre, tomar este ejemplo: "Tengo 3 bolas, pero tengo que jugar 7; todos los que tengo que añadir a lo que ya tengo", el famoso "palabra" es "agregar" Y entonces el niño va a realizar una suma y no la resta deseada

- Lo que es lo que hay que hacer (o en las acusaciones a seguir)

Comentario: como si se tratara de una acción a realizar (o procedimiento) para caracterizar un problema.

Tratando de averiguar si usted necesita para encontrar el número debe aumentar (y entonces usted es suma o multiplicación) o disminuir y entonces...

Comentario: transacciones que aumentan o disminuyen las trampas son una de las más

aberrantes que el profesor puede atender a sus estudiantes, aquí hay una multiplicación que no aumenta:  $12 \times 0.5$  y otras indicaciones similares.

También se tomara en cuenta los aportes de resolución de problemas que posee el artículo: *Cambios de convicciones en futuros profesores de matemática de la escuela secundaria superior* los cuales tendremos en cuenta como antecedentes del trabajo. D'Amore y Fandiño (2004), citan a los siguientes autores:

Según Frank (1985):

- En todo problema matemático existe la “mejor forma” de resolverlo.
- La matemática se hace trabajando intensamente sobre problemas, hasta encontrar la respuesta
- Los matemáticos resuelven siempre problemas en su cabeza rápidamente

Desde Schoenfeld (1992):

- Los problemas matemáticos tienen una única respuesta
- Existe una única forma correcta de resolver un problema
- Los matemáticos son individuos aislados, que trabajan aisladamente
- Los estudiantes que han entendido un tema de matemática saben resolver un problema sobre dicho tema en los primeros 5 minutos después de haberlo visto.

Según Furinghetti (1994):

- Dar respuesta justa es más importante que la forma de resolver un problema (pp. 5-6).

Una de las convicciones y concepciones sobre la resolución de problemas que se mueven en el medio de la enseñanza de la matemática es que existen recetas infalibles para llegar a la solución de cualquier problema; Esto tal vez influido porque en un momento muchos de los esfuerzos por entender estos procesos tenían como producto, una especie de método o modelo meta-cognitivo para solucionar problemas. Ahora se observaran algunos de estos resultados, para entender mejor esta convicción.

### **3.3. SOBRE LOS MÉTODOS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**

Según Polya, quien escribió un libro sobre resolución de problemas con el nombre de ‘How to solve it’, que tuvo su primera edición inglesa en el año 1945 y que la primera en español fue en 1965, expone que resolver problemas, es proceso que costa de cuatro fases:

- Comprender el problema
- Idear un plan para encontrar la solución
- Seguir ese plan
- Volver atrás para verificar el procedimiento y controlar el resultado.

D'Amore (2010, p. 211) ejemplifica lo planteado por Polya (1945) a partir de un esquema:

**Tabla 1.** Resumen método de Polya

COMPRENDER EL PROBLEMA	
Primero debes comprender el problema	<p>¿Cuál es la incógnita? ¿Cuál es la condición a satisfacer? ¿Es posible satisfacer la condición? ¿La condición es suficiente para determinar la incógnita? ¿Es suficiente? ¿Es superflua? ¿Es contradictoria? ¿Dibuja la figura? ¿Introduce nociones adaptadas? ¿Separa las distintas partes de la condición? ¿Puedes escribir cuáles son?</p>
IDEAR UN PLAN	
<p>Segundo: Encuentra la relación entre los datos y la incógnita. Puede ser que tengas que considerar otros problemas, si no se puede encontrar una relación evidente. Al final deberías obtener un plan de resolución.</p>	<p>¿Lo has visto? ¿Has visto el mismo problema en una forma ligeramente distinta? ¿Conoces un problema similar? ¿Conoces un teorema que pudiera ser útil? Puede ser ¡Observa la incógnita!, tratar de pensar en un problema conocido que tenga la misma incógnita o parecida. He aquí un problema similar al tuyo y que ha sido resuelto anteriormente. ¿Podrías usar el resultado? ¿Podrías usar el método? ¿Tendrías que introducir algún otro elemento para poder usarlo? ¿Sabrías introducir algún otro elemento para poder usarlo? ¿Sabrías reformular el problema de forma distinta? ¿Sabrías reformularlo de otra forma? Vuelve a las definiciones. ¿Si no sabes resolver un problema propuesto, intenta resolver primero un problema similar? ¿Puedes imaginar un problema más fácil de afrontar, que tenga una relación con este? ¿Y un problema más general? ¿Y un problema análogo? ¿Sabrías resolver una parte del problema? ¿Mantienes solo parte de las condiciones y deja las otras? ¿Cuánto dista la incógnita determinada así? ¿Cómo puede variar? ¿Puedes deducir algo útil de los datos? ¿Puedes pensar en otros datos útiles para encontrar la incógnita? ¿Puedes cambiar los datos o la incógnita, o ambos si es preciso, de forma que la nueva incógnita y los nuevos datos estén más próximos entre sí? ¿Has usado todos los datos? ¿Has usado todas las condiciones? ¿Has</p>

	tenido en cuenta todas las nociones esenciales contenidas en el problema?
<b>EJECUTAR EL PLAN</b>	
Tercero: Sigue tu plan	Mientras sigues tu plan de solución, controla todos los pasos. ¿Puedes ver con claridad si es exacto? ¿Puedes probar que es exacto?
<b>MIRAR ATRÁS</b>	
Cuarto: Examina la solución obtenida	¿Puedes controlar el resultado? ¿Puedes controlar el razonamiento? ¿Puedes obtener el resultado de forma distinta? ¿Puedes verlo a primera vista? ¿Puedes usar el resultado o el método para otro problema?

Para este método Polya crea algunas preguntas, para llevar a cabo de forma exhaustiva la resolución de un problema. En general es un buen principio, pero tiene una visión muy lineal del proceso. Además, se enfoca en problemas que siempre tienen solución, tampoco da la impresión de distinguir entre ejercicio y problema, cuestión muy importante que se desarrollará más adelante.

Schoenfeld (1992) citado en Santos (2008), también presenta una caracterización de las dimensiones o categorías que explican el éxito o fracaso de los estudiantes en la resolución de problemas:

(a) El conocimiento o recursos básicos que incluye definiciones, hechos, fórmulas, algoritmos y conceptos fundamentales asociados con un dominio matemático particular o tema.

(b) Estrategias cognitivas o heurísticas que involucran formas de representar y explorar los problemas con la intención de comprender los enunciados y plantear caminos de solución. Algunos ejemplos



de estas estrategias son dibujar un diagrama, buscar un problema análogo, establecer sub-metas, descomponer el problema en casos simples.

(c) Las estrategias metas cognitivas que involucran conocimiento acerca del funcionamiento cognitivo propio del individuo (¿Qué necesito? ¿Cómo utilizo ese conocimiento?) y estrategias de monitoreo y control del propio proceso cognitivo (¿Qué estoy haciendo? ¿Por qué lo hago? ¿A dónde voy?)

(d) Las creencias y componentes afectivos que caracterizan la conceptualización del individuo acerca de las matemáticas y la resolución de problemas, y la actitud y disposición a involucrarse en actividades matemáticas. (p. 6).

Los autores Resnick y Ford (1991) citados en D'Amore (2010), describen el proceso de resolución de problemas desde:

Las teorías de la elaboración de informaciones conciben la mente como si poseyese, más allá de las estructuras cognitivas, un repertorio de estrategias de resolución de problemas que ayudan a interpretar los problemas, a localizar los conocimientos y los procedimientos almacenados y a generar nuevas relaciones, entre voces de la memoria, archivadas separadamente. Estas estrategias organizan los procesos del pensamiento y recurren a varios componentes del conocimiento para elaborar un plan de acción, capaz de llevar a la resolución de la tarea que se tiene en frente (p. 220).

Esta teoría solo considera los procesos internos del sujeto, mas no considera sus convicciones frente a la resolución de problemas. Además, lo ve de una forma lineal; sin embargo, es un buen esquema inicial de lo que pasa en la mente, teniendo en cuenta que no siempre se pueda realizar en la realidad, por el desfase entre los modelos internos y los externos.

En este orden de ideas, se llega a un proceso denominado heurístico el cual se identifica por cinco fases para la resolución de problemas. Este proceso, es tomado por varios autores como Glaeser, Clemens, Bunderson, Burton y Mason y D'Amore, los cuales son usados desde diferentes perspectivas como se mostrara a continuación.

Según G.Glaeser (1976) citado en D'Amore (2010):

- La preparación (aquí juega un papel esencial la motivación: el profesor favorece el interés del niño proponiéndole o haciendo que surja una situación problemática interesante)

- La incubación (son las primeras tentativas de análisis explícitas, que el niño emplea; por ejemplo, repite el problema, se pone en situación, se hacen representaciones del hecho descrito)

- El bricolaje (es la fase de las primeras tímidas hipótesis " y si..." con las que entra en contacto directo con el problema, estudiándolo desde diversos ángulos y haciéndolo propio) (incubación y bricolaje están íntimamente ligados y no aparecen divididos rígidamente)

- La inspiración o eureka (puede ser o el momento final, en el caso en que el niño proporcione la respuesta final, o un caso intermedio, una iluminación significativa del proceso de resolución; es el momento de la máxima actividad, de más alta implicación); La verificación y la redacción (actividad explícita, si el profesor se ha acostumbrado a esta fase; o tal vez solo un control mental, incluso rápido, de coherencia entre la solución encontrada y el problema propuesto) (p. 53).

Fases de resolución de problemas según K. Clemens (1980) citado por D'Amore (2010, p. 139):

- Lectura
- Comprensión (traducción)
- Transformación del texto en un modelo matemático
- Aplicación de procedimientos aritméticos u otras cosas
- Codificación de la respuesta.

La hipótesis de este autor es que el fallo en la resolución de problemas se manifiesta en las tres primeras fases que preceden a la aplicación aritmética.

Además clasificó los fallos en las siguientes categorías:

- (a) El niño lee el texto, pero no lo comprende.
- (b) Lo comprende, pero no lo ve como un todo.
- (c) Por falta de motivación, no tiene estímulos.
- (d) Por falta de imaginación, no sabe traducir.
- (e) Le falta intuición para imaginar la situación traducida.
- (f) No sabe escoger el modelo matemático apropiado (Clemens, 1980 en D'Amore, 2010, p.

139).

Fases aportadas por C. Bunderson, 1965 citado por D'Amore (2010, p. 189):

- “Asimilación del enunciado del texto del problema.
- Percepción de las relaciones entre los datos del problema.
- Producción apropiada de relaciones que allí aparecen”.

Estas fases se dan de forma más o menos caótica. Este autor centra su estudio en la parte semántica y de los registros, pero es algo complicado sacar conclusiones cuando se entiende que el modelo interno del alumno puede tener un desfase con el modelo externo del mismo, y dado que los análisis se desarrollan sobre el estudio de los modelos externos.

Otro modelo de fases en la resolución de problemas es el planteado por L. Burton y L. Mason-K. Stacey en 1982, citado en D'Amore (2010) cuyas fases son:

- Fase inicial: el estudiante intenta comprender lo que debe hacer y de qué se trata el problema que tiene en frente; una característica positiva de esta fase es una buena representación de la situación problemática; si el problema se ha planteado en términos concretos la representación de la situación puede ser simple, si ha planteado en términos generales, una tarea inicial del estudiante es la de plantearse ejemplos concretos o formas que ilustren la situación; esto proporciona estímulos para seguir y pasar a la fase siguiente; si esta fase tiene éxito, el sujeto muestra interés por continuar la resolución.

- Fase de ataque: es la fase más relevante: el resolutor ensaya una primera hipótesis de resolución que puede no conducirlo a puerto y, entonces, debe estar dispuesto a comenzar de nuevo... Al ataque. En este punto puede ser necesaria la intervención del maestro para enderezar el esfuerzo de forma positiva, especialmente si, después de un recorrido difícil, se presenta el caso de tener que retornar al principio. Se

entiende que el reconocimiento de no poder proseguir es ya un primer paso hacia la solución: el sujeto que choca contra la evidencia y muestra poca disposición a repasar el trabajo propio es más difícil de tratar.

- Fase de revisión: es la fase en que el resolutor compara la propia solución con el estímulo de partida (por ejemplo, el texto del problema); puede darse el caso de que la comparación determine que no hay congruencias entre las cosas y, entonces, esta fase tiene muchos lados comunes con la precedente y el sujeto deberá estar dispuesto a retornar sobre sus pasos; está bien que esta fase se escriba, justamente para facilitar el control personal y para tener material de discusión con la clase.

- Fase de extensión: un problema no debería ser nunca un hecho aislado, sino formar parte de un proceso continuo; la solución de un problema debería llevar a la creación de otro, y así sucesivamente; la fase de extensión lleva pues a reforzar el desarrollo de una actitud matemática; en este punto se desarrolla un proceso en espiral porque, sobre las cenizas de la fase extensión surge la fase inicial de un nuevo problema. (p. 191).

De todos los intentos por esquematizar el proceso vivido por el resolutor de problemas se ha llegado a una aproximación clásica de las fases en la actividad de resolución de problemas propuesta por D'Amore (2010):

- Preparación: los elementos del problema son analizados, relacionados entre sí y, también con el campo de competencias del que resuelve.

- Incubación: el que enfrenta el problema renuncia a resolverlo, pero incluso si parece interesado y ocupado en otra cosa, en realidad, de forma inconsciente, está... “moliendo y mezclando” los componentes del problema.

- Inspiración: puede llegar en el momento de retorno al problema, de forma explícita, o bien mientras el sujeto se ocupa de otras cosas.

- Verificación: la idea que ha generado la inspiración es discutida y comparada a las preguntas del problema, para verificar si está en sintonía con ellas. (p. 187).

Este tema desborda el interés principal del presente trabajo y aunque se estudió a modo de contextualizar y fundamentar, es imposible agotarlo ya que cada etapa en cada una de las clasificaciones tiene un mundo de variables a considerar. Tal vez se entre en detalle en algunos apartados para favorecer conceptualizaciones y/o análisis, pero con lo expuesto hasta el momento se pueden identificar modelos muy claros de razonamiento que posiblemente se encuentren en las concepciones y convicciones de los profesores de matemática.

Sin embargo, estos métodos demuestran que desde las convicciones se ha tratado de crear teoría, aunque este no es el único punto álgido respecto a la resolución de problemas, por ejemplo, la definición de lo que es un problema y su diferencia con lo que es un ejercicio condiciona las convicciones y concepciones de los profesores, por ejemplo si se toman ciertas definiciones, se procederá bajo un camino muy específico. De allí la importancia de conocer diferentes acercamientos teóricos de lo que es un problema, un ejercicio y una situación problema ya que para muchos profesores es confuso.

Una perspectiva sobre la resolución de problemas que tiene Fandiño, (2010, p. 83) es : *“Resolver problemas y saber elegir como actuar en situaciones problemáticas puede ser un vehículo excelente para la formación de conceptos”* esto permite otra concepción que lleva a que la resolución de problemas sea un camino propicio para la enseñanza de la matemática, además de que se hace una toma de conciencia, por ejemplo, entender teoremas en geometría para luego llevarlo al contexto es un acto importante para la adquisición de conceptos, donde dicha situación se da natural y que conlleva a otros conceptos, donde la interpretación cobra forma de manera deductiva y a la vez activa.

Ahora se realiza un esquema de los procesos de resolución de problemas para clarificar y condensar las más características

**Tabla 2.** Esquema de los procesos de resolución de problemas

	<b>Autor</b>	<b>Fases o método de resolución de problemas</b>
1	<b>Proceso de resolución de problemas según Polya</b>	<p>“-Comprender el problema            -Idear un plan para encontrar la solución            -Seguir ese plan            -Volver atrás para verificar el procedimiento y controlar el resultado”.</p>
2	<b>Proceso de resolución de problemas según Schoenfeld</b>	<p>“-el conocimiento o recursos básicos que incluye definiciones, hechos, fórmulas, algoritmos y conceptos fundamentales asociados con un dominio matemático particular o tema.”</p> <p>-estrategias cognitivas o heurísticas que involucran formas de representar y explorar los problemas con la intención de comprender los enunciados y plantear caminos de solución. Algunos ejemplos de estas estrategias son dibujar un diagrama, buscar un problema análogo, establecer sub-metas, descomponer el problema en casos simples.</p> <p>-las estrategias metas cognitivas que involucran conocimiento acerca del funcionamiento cognitivo propio del individuo (¿Qué necesito? ¿Cómo utilizo ese conocimiento?) y estrategias de monitoreo y control del propio proceso cognitivo (¿Qué estoy haciendo? ¿Por qué lo hago? ¿A dónde voy?)</p> <p>-las creencias y componentes afectivos que caracterizan la conceptualización del individuo acerca de las matemáticas y la resolución de problemas, y la actitud y disposición a involucrarse en actividades matemáticas.”</p>
3	<b>Proceso de resolución de problemas según Resnick y Ford:</b>	<p>“Las teorías de la elaboración de informaciones conciben la mente como si poseyese, más allá de las estructuras cognitivas, un repertorio de estrategias de resolución de problemas que ayudan a interpretar los problemas, a localizar los conocimientos y los procedimientos almacenados y a generar nuevas relaciones, entre voces de la memoria, archivadas separadamente. Estas estrategias organizan los procesos del pensamiento y recurren a varios componentes del conocimiento para elaborar un plan de acción, capaz de llevar a la resolución de la tarea que se tiene en frente”</p>
4	<b>Proceso de resolución de problemas según G.Glaeser</b>	<p>“-La preparación (aquí juega un papel esencial la motivación: el profesor favorece el interés del niño proponiéndole o haciendo que surja una situación problemática interesante)</p> <p>-La incubación (son las primeras tentativas de análisis explícitas, que el niño emplea; por ejemplo, repite el problema, se pone en situación, se hacen representaciones del hecho descrito)</p> <p>-El bricolaje (es la fase de las primeras tímidas hipótesis " y si..." con las que entra en contacto directo con el problema, estudiándolo desde diversos ángulos y haciéndolo propio) (incubación y bricolaje están íntimamente ligados y no aparecen divididos rígidamente)</p> <p>-inspiración o eureka (puede ser o el momento final, en el caso en que el niño proporcione la respuesta final, o un caso intermedio, una iluminación significativa del proceso de resolución; es el momento de la máxima actividad, de más alta implicación); La verificación y la redacción (actividad explícita, si el profesor se ha acostumbrado a</p>

		esta fase; o tal vez solo un control mental, incluso rápido, de coherencia entre la solución encontrada y el problema propuesto)”
5	<b>Proceso de resolución de problemas según D'Amore</b>	<p>“-Preparación: los elementos del problema son analizados, relacionados entre sí y, también con el campo de competencias del que resuelve.</p> <p>-Incubación: el que enfrenta el problema renuncia a resolverlo, pero, incluso si parece interesado y ocupado en otra cosa, en realidad, de forma inconsciente, está... “moliendo y mezclando” los componentes del problema.</p> <p>-Inspiración: puede llegar en el momento de retorno al problema, de forma explícita, o bien mientras el sujeto se ocupa de otras cosas.</p> <p>-Verificación: la idea que ha generado la inspiración es discutida y comparada a las preguntas del problema, para verificar si está en sintonía con ellas.”</p>
6	<b>Proceso de resolución de problemas según L. Mason-K. Stacey</b>	<p>“Fase inicial: el estudiante intenta comprender lo que debe hacer y de qué se trata el problema que tiene en frente; una característica positiva de esta fase es una buena representación de la situación problemática; si el problema se ha planteado en términos concretos la representación de la situación puede ser simple, si ha planteado en términos generales, una tarea inicial del estudiante es la de plantearse ejemplos concretos o formas que ilustren la situación; esto proporciona estímulos para seguir y pasar a la fase siguiente; si esta fase tiene éxito, el sujeto muestra interés por continuar la resolución.</p> <p>Fase de ataque; es la fase más relevante: el resolutor ensaya una primera hipótesis de resolución que puede no conducirlo a puerto y, entonces, debe estar dispuesto a comenzar de nuevo... Al ataque. En este punto puede ser necesaria la intervención del maestro para enderezar el esfuerzo de forma positiva, especialmente si, después de un recorrido difícil, se presenta el caso de tener que retornar al principio. Se entiende que el reconocimiento de no poder proseguir es ya un primer paso hacia la solución: el sujeto que choca contra la evidencia y muestra poca disposición a repasar el trabajo propio es más difícil de tratar.</p> <p>Fase de revisión: es la fase en que el resolutor compara la propia solución con el estímulo de partida (por ejemplo, el texto del problema); puede darse el caso de que la comparación determine que no hay congruencias entre las cosas y, entonces, esta fase tiene muchos lados comunes con la precedente y el sujeto deberá estar dispuesto a retornar sobre sus pasos; está bien que esta fase se escriba, justamente para facilitar el control personal y para tener material de discusión con la clase.</p> <p>Fase de extensión; un problema no debería ser nunca un hecho aislado, sino formar parte de un proceso continuo; la solución de un problema debería llevar a la creación de otro, y así sucesivamente; la fase de extensión lleva pues a reforzar el desarrollo de una actitud matemática; en este punto se desarrolla un proceso en espiral porque, sobre las cenizas de la fase extensión surge la fase inicial de un nuevo problema.”</p>



### 3.4. SOBRE LA CONCEPCIÓN DE PROBLEMA

Un inicio sencillo para entender la concepción de problema puede ser con la definición de Gravemeijer y Doorman (1999), Lesh y Zawojewski (2007) que se encuentra en Santos (2007), quienes consideran que problemas: “son situaciones auténticas o realistas que propicien en los estudiantes la construcción de modelos matemáticos” (p. 3).

D’Amore (2010) distingue entre problema y ejercicio de la siguiente manera:

Los ejercicios pueden ser resueltos utilizando reglas ya aprendidas, o en vías de consolidación y, por tanto entran en la categoría de refuerzo o aplicación inmediata de conceptos; mientras los problemas, implican o bien el uso de más reglas (algunas incluso explícitas, en ese momento) o bien una sucesión de operaciones cuya elección implica un acto estratégico, quizás creativo, del propio alumno (p. 18).

Ampliando esta discusión se tomarán otros referentes sobre lo que caracteriza un problema: D’Amore (2010, p. 18), escribe “Los ingredientes necesarios para tener lo que en la escuela se llama problema: son datos numéricos, situación ficticia pero comprensible e imaginable, ensimación semántica de las operaciones necesarias... ¡un verdadero problema escolar!”.

Pero estas ideas no parecen recoger toda la complejidad del asunto, así se retoman los siguientes aportes que pueden ampliar el concepto:

R. Borasi (1986) citado en D’Amore (2010) distingue cuatro elementos constitutivos de un problema:

- Formulación (no necesariamente explícita) que lleva, de forma natural, a plantearse, más que a responder problemas.

- Contexto: todo lo que el texto se expresa de forma explícita o implícita, con el fin de encuadrar el problema, y que proporciona las distintas informaciones necesarias para resolverlos; por tanto: datos, pero también preguntas (inventadas, culturales,...) que el contexto trae in mente.

- Soluciones: una, varias, incluso ninguna; este último punto es importante, ya que aquí se pasa de la búsqueda de soluciones a la presentación de la cero de las soluciones.

- Métodos de resolución: que sean lo más amplios y diferenciados posibles (p. 173).

Otros elementos los esboza P. Boero (1986) citado por D'Amore (2010) como:

Estáticos y dinámicos. Los elementos estáticos son: el texto (comprendidos los signos lingüísticos, verbales o no, interpretables como informaciones o preguntas). La situación problemática (los aspectos del mundo real y de experiencia cultural que se pueden expresar mediante el texto) ; las soluciones del problema.

Los elementos dinámicos son verdaderas actividades: de comprensión del texto (reconstrucción de la situación problemática); de formulación de un texto (de forma que se exprese una tarea a realizar, partiendo de una situación problemática dada); de resolución (la propuesta de posibles soluciones del problema); de control (verificación de las soluciones propuestas).

Los elementos estáticos son analizables por el profesor antes de la propuesta explícita en clase; mientras los dinámicos son o bien objeto de observación, o bien habilidades que se pueden construir en el interior del sistema educativo (p. 174).

Ante la situación anterior, Boero (1986) citado en D'Amore (2010, p.174) afirma: que “el profesor puede esperar de los alumnos progresos del tipo: “capacidad de formular un texto, de

comprenderlo, de resolver situaciones problemáticas, o de controlar las soluciones en un análisis muy detallado de las distintas fases”.

Según J. Piaget (1987) citado en D’Amore (2010).

Las preguntas hechas al niño deben ser formuladas de forma que se vaya más allá de las capacidades intelectuales del niño para dar una respuesta inmediata, y de forma que él no tenga la posibilidad de producir una respuesta al azar. .... Por tanto, se trata de hacer preguntas que hagan que el niño no pueda recurrir solo a la experiencia personal precedente o al propio conocimiento del mundo (p. 62).

Otra teoría que fundamenta esta idea es la de la zona de desarrollo próximo propuesta por Vigotsky (1989), citado en D’Amore (2010) quien la explica de la siguiente manera:

Nivel de desarrollo real, es decir, el nivel de desarrollo de las funciones mentales de un niño que ha sido el resultado de ciertos ciclos evolutivos ya completados. Se trata de las competencias que el niño domina por sí mismo, que ya sabe, o de las capacidades que se miden con un test, para determinar el nivel que tiene en ese estadio.

El nivel de desarrollo potencial. Para describirlo debemos pensar en una situación concreta. , Imaginemos a un niño frente a un problema o a un ejercicio. Está quieto, incapaz de proceder (es preciso decir que el nivel de dificultad de ese problema es superior a su desarrollo efectivo). Como ocurre a menudo en la práctica didáctica, el profesor hecha una mano, sugiere, inicia la resolución (no para solucionar el problema en lugar del niño, sino para dar una pequeña sugerencia inicial) Es bien conocido que, entonces, se desarrolla un mecanismo por el que el niño, por así decir, se "desbloquea" y toma la iniciativa, llevando tal vez a completar la resolución. ¿Qué ha sucedido? Que el niño ha entrado a una zona que supera la de su desarrollo real (tanto es así que estaba bloqueado) pasando a una nueva zona, la que ahora o en un futuro más o menos próximo alcanzará, y que es pues su nivel de desarrollo potencial (p. 66).

Al respecto, D'Amore (2010) expresa:

La actividad didáctica parece estar mucho más influenciada por la zona comprendida entre el nivel de desarrollo potencial y el nivel de desarrollo real, una zona que Vigotsky ha estudiado de forma particular y a la que ha dado el nombre de zona de desarrollo próximo (p. 67).

Siguiendo la definición de Vigotsky (1989) citado en D'Amore (2010):

La zona de desarrollo próximo : Es la distancia entre el nivel efectivo de desarrollo tal como es determinado por la resolución de problemas autónomos y el nivel de desarrollo potencial determinado a través de la resolución de problemas bajo la guía de un adulto o en la colaboración con los semejantes más capacitados .

Además la zona de desarrollo próximo define aquellas funciones que no están todavía maduras, pero que están en el proceso de maduración, funciones que maduraran mañana pero que están de momento en un estado embrionario. El nivel real de desarrollo caracteriza el desarrollo mental retrospectivamente, mientras la zona de desarrollo próximo caracteriza prospectivamente el desarrollo mental (p. 67).

Cuando se entra en la zona de desarrollo próximo, Vigotsky (1989) citado en D'Amore (2010):

Las convicciones básicas entran en conflicto entre sí, empujadas a ello por situaciones problemáticas que admiten interpretaciones diversas. Pero este conflicto, justamente este, produce cultura. Reforzar una idea estable, consolidada, no hace entrar en la zona de desarrollo próximo, porque el umbral permanece cerrado, incluso más, fijo. En cambio la necesidad de reformular modelos basándose en sugerencias nuevas, empuja hacia adelante; pero ya que esto es difícil para una persona sola( especialmente para un niño, que se agarra a todo, con tal de tener certezas y confirmaciones, y lo

demuestra el hecho de que haga, a menudo, preguntas sobre cosas que sabe ya, creando tal vez un estúpido fastidio en el adulto al que le hace la pregunta), entra en funcionamiento, necesariamente, la asistencia del educador para superar el umbral y prepararse para el nivel de desarrollo potencial (p. 147).

Dado que el presente trabajo se centrará en la mirada del profesor es interesante entonces acercarse a algunas convicciones sobre su papel en la educación.

Es obvio que el conocimiento no puede ser transferido de la cabeza de un profesor a la cabeza de los alumnos. Algunos profesores poseen la concepción que es mejor ejercitar el estudiante con ejercicios que con la realización de problemas, debido a que poseen una concepción de que los alumnos resuelven un problema dependiendo del grado en el que estén. Por ejemplo, en algunas ocasiones en la primaria se observa que los niños son conducidos al manejo del ábaco (el cual es utilizado para el reconocimiento de posición más no de realización de operaciones) o solamente a repetidas sumas o restas hasta que la idea de dichas operaciones quede en la mente del niño. Se podría decir que al utilizar el ábaco de manera correcta llevaría a la resolución de un problema.

Ser profesor lleva a un encasillamiento o como se dice a un matrimonio con la manera de enseñar, pero que en cierto sentido hay que tener en cuenta cómo se enseña y qué se enseña. Según los estándares curriculares, la matemática se divide en “procesos que deben alcanzar los estudiantes: formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar, formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos” (MEN, 1998, p. 51) Lo que se busca, entonces, es que del profesor emerja un proceso de enseñanza que permita al estudiante ser protagonista, más no réplica de lo que el profesor desea.

Se puede esperar que el profesor de matemática ha de aportar conocimiento, de manera que el alumno explore y esto se puede hacer desde que el profesor tenga una visión que busque intereses matemáticos y motivacionales como dice D'Amore. (2008):

Para tomar decisiones en el aula, los maestros usan explícita o implícitamente todo tipo de conocimientos, de métodos y de convicciones acerca de la forma como se busca, se aprende o se organiza un saber. Este bagaje epistemológico se construye, esencialmente, de forma empírica para responder a las necesidades didácticas. Este es, a veces, el único medio que les permite proponer los procesos didácticos y hacer que sean aceptados por sus alumnos y su ambiente. El conjunto de las convicciones de los maestros, de los alumnos, o de los padres acerca de lo que conviene hacer para enseñar, para aprender y para comprender los saberes en juego, constituye una epistemología práctica que es imposible ignorar o eliminar (p. 9).

Lo anterior conlleva a dar sentido al estudio de condiciones en las que se constituye el saber, donde el objetivo se logre llevar a través de la resolución de problemas que den importancia al objeto de interacción entre el “alumno”, y “saber” además del acompañamiento del “profesor”; Esto se puede explicar, desde la teoría de motivación, propuesta por Nicholls (1983) citado en D'Amore (2010) quien propone:

- El compromiso extrínseco: Aprendo para obtener algo (consenso social, terminar la escuela, recibir premios...)
- Compromiso interior: Quiero demostrar que soy bueno e inteligente.
- Compromiso con la tarea: Estoy satisfecho de mis mejoras y de la facilidad con que salgo airoso con las tareas que me ponen. (p. 44).

Así, lo interesante sería que el alumno se comprometiera con el problema como parte de un contrato didáctico bien establecido.

### 3.5. SOBRE LAS CONCEPCIONES EN LOS OBSTÁCULOS EN EL TRABAJO DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Ahora es interesante que cuando se tenga ciertas certezas sobre las anteriores aristas de la resolución de problemas, también se consideren los posibles obstáculos que se darán en el trabajo del aula. , Para esto es útil conocer la teoría desarrollada por Brousseau (1983) citado en D'Amore (2010) quien define tres tipos de obstáculos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática los que según su origen, estos son:

- De origen ontogenético: dependen de los límites neurofisiológicos del alumno. Por ejemplo, debidos al estadio de desarrollo en que se encuentra. En esta fase no puede, pues, usar ciertos medios cognitivos y ciertas estrategias.

- De origen didáctico: dependen de la elección del sistema educativo o del proyecto que adopta el profesor. A menudo una visión unilateral de los conceptos matemáticos origina obstáculos, desde el momento en que el modelo propuesto no es lo suficientemente comprensible o, incluso, no funciona ya.

- De naturaleza epistemológica: son aquellos que forman parte de la naturaleza de la misma disciplina y que es preciso conocer bien, no para huir de ellos sino para estudiarlos. ; Es inútil pensar evitar este tipo de obstáculos, ya que, a menudo, es productivo evidenciarlos (p. 159).

Así D'Amore (2010, p. 159) concluye al respecto que: “Conocer los obstáculos es preliminar, obviamente, a su superación; Confundirlos y uniformar unos con otros, como a menudo se hace en el contexto de la evaluación, no es correcto”

### 3.6. SOBRE EL APRENDIZAJE ESTRATÉGICO

Ahora, luego de ahondar en conceptos que se relacionan con la resolución de problemas, se hablará sobre el aprendizaje estratégico, que en capítulos anteriores era mencionado mas no explicitado. Muchos son los estudios sobre métodos de enseñanza y los cuales han sido desarrollados, pero de todos los que se estudiaron para el presente trabajo, se hizo referencia a las ideas de Fandiño, quien concide en varios de sus planteamientos con D'Amore, en cuanto a la resolución de problemas y sobre el aprendizaje que en este caso es estratégico.

Es por ello, que la resolución de problemas puede llevar a un aprendizaje estratégico, que es interpretado por Fandiño (2010) como:

Proceso que se desarrolla al interno del alumno que resuelve, por cuantos notables puedan ser las exigencias (facilitaciones, sugerencias, etcétera) que, bajo formas de diferentes tipos de comunicación (verbal o no), llegan al sujeto que resuelve el problema. Por cuanto la aplicación de reglas (normas, experiencias...) precedentes sea importante, es necesario hacer notar que el proceso de resolución de un problema genera también, y sobre todo un nuevo aprendizaje...el sujeto podría no encontrar una situación análoga o idéntica a una precedente. Él puede, por el contrario encontrar una particular combinación de reglas del todo nuevas, que irá a enriquecer el campo de las experiencias las cuales recurrir a un futuro (p. 85).

La resolución de problemas puede ser un camino para llegar a un aprendizaje estratégico a través de lo que el profesor genere en el alumno y esto es desde el cambio de convicciones, lo que lleva a que el alumno se pueda desempeñar no solo en la clase sino que sea un resolutor frente a una sociedad. Cuando uno presenta un problema tanto a un profesor como a un alumno, se da lo que dice Fandiño (2010).



Es verdad que en una primera instancia, quien resuelve intenta aplicar reglas (normas, experiencias) y procedimiento (mejor si han sido exitosos) precedentemente experimentados; pero también es verdad que, si la situación problemática es oportuna, el sujeto puede, por el contrario, encontrar una particular combinación de reglas (normas, experiencias) del todo nuevas, que ira a enriquecer el campo de las experiencias a las cuales recurrir en el futuro (p. 85).

Así, el alumno y el profesor en esta posición, se enfrenta a un estado donde la matemática se puede ver como algo muy abstracto o como algo que puede tener diferentes formas para llegar a una solución. El resolver problemas es una de las estrategias que se puede utilizar.

Desde esta perspectiva se puede decir que el resolver problemas es considerado como la forma de que el sujeto pueda aprender, ya que como dice Fandiño (2010)

El problema solving, como método de aprendizaje, requiere que el sujeto descubra la regla de orden superior sin una ayuda específica. Presumiblemente, el estudiante construye así una nueva regla con su forma particular de razonar y puede incluso no estar en grado de comunicarla después de haberla encontrado, como saben bien los docentes (p. 88).

Cuando un alumno o un profesor se enfrentan a un problema, genera una serie de estrategias de resolución de problemas como lo indica Fandiño (2010):

Esta serie de pasajes: exploración de reglas (normas, experiencias) conocidas y aplicadas; descarto de algunas de estas; análisis de la situación estudiándola desde puntos de vista diversos; confección de una regla nueva de comportamiento obtenida “dosificando” oportunamente reglas exitosas ya utilizadas en precedencia; verifica la posibilidad de resolución del problema con dicha nueva regla. Por esto Gagné (1965) subraya la exigencia que “la expresión problem solving es usada generalmente para referirse a nuevos problemas” (diríamos: no ejercicios) (p. 85).

Ahora se centrara la mirada en el tipo de situaciones que pueden propiciar este aprendizaje estratégico para tener mayor claridad. En Fandiño (2010) se encuentra como:

Una situación problemática puede dar lugar a un problema o a un ejercicio dependiendo de la situación didáctica, del nivel escolar entre otras. Este hecho esta testimoniado en la investigación (D'Amore, Fandiño Pinilla, Marazzani, 2004), en la cual textos de ejercicios pensados para estudiantes de un determinado nivel escolar, se proponían a estudiantes de niveles de poco precedentes o netamente precedentes. Se estudiaban las características de la actitud, en el proceso de resolución, de los estudiantes con edades diferentes, en parejas, para demostrar que la dicotomía problema-ejercicio no es absoluta sino relativa y se evidenciaba la relación que existe con la teoría de Vigotsky (p. 90).

Siguiendo lo anterior, se puede decir que la relación profesor-alumno, a partir de resolución de problemas propicia lo que se denomina un nivel de desarrollo efectivo, que para Vigotsky (1978) citado en Fandiño (2010, p. 92) “es decir el nivel de desarrollo de las funciones mentales de un niño que se ha establecido como resultado de ciertos ciclos evolutivos ya completos”.

Además siguiendo el discurso de Vigotsky (1978) citado por Fandiño (2010) para lograr ampliar las relaciones que se dan en el aula entorno al aprendizaje estratégico

El buen aprendizaje se da anticipado respecto al desarrollo, en matemática entonces el aprendizaje aunque no en toda su extensión debería estar mediado por la resolución de problemas, donde el estudiante forme sus normas y obtenga experiencias); esta sucesión resulta por tanto en la zona de desarrollo próximo, (...) el dominio inicial (...) proporciona las bases para un desarrollo sucesivo de una variedad de procesos internos complejos en el pensamiento infantil. (...)Así se otorga una posición prominente al aprendizaje estratégico (p. 97).

Es aquí como el aprendizaje estratégico nos acerca a la resolución de problemas y que hace referencia a la forma de solucionar tanto del profesor como el alumno, esto se ha dicho ya muchas veces, pero las estrategias que emplean los profesores pueden crear una actividad estratégica o al contrario algo donde el alumno sólo repite y mecaniza procedimientos. Se busca que los profesores lleven al alumno a situaciones reales y concretas donde el alumno piense y genere conocimiento y que este conocimiento sea valorado como dice Fandiño (2010)

Se necesita valorizar el trabajo matemático de los estudiantes, privilegiando el proceso sobre el producto (resultado), dando importancia a cada uno de los pasos en el proceso de resolución de problemas, una vez establecido y hecho evidente el instrumento valorativo que se intenta usar. Dentro de este apartado es importante que dentro de las estrategias para la solución, se permita la discusión como canal de comunicación entre compañeros (p. 126).

### 3.7. SOBRE LA UTILIZACIÓN DE INSTRUMENTOS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Vigotsky (1979), citado por Ruíz (2011), la cual es basada en la creencia de que el aprendizaje se construye de manera social, identificada como un proceso mental de orden superior, el cual requiere de tres mediadores

- Instrumentos Materiales: Son formaciones artificiales, objetos creados por el hombre, que tienden a controlar procesos de la naturaleza y están dirigidos a condicionar la actividad humana a objetos externos.

- Instrumentos Psicológicos: Mientras que los instrumentos materiales se dirigen a objetos de la naturaleza, los instrumentos psicológicos median entre los procesos psicológicos de los seres humanos, es decir, intervienen en la estructura mental de quien la utiliza; sin embargo, estos procesos también son formaciones artificiales.

- Mediación de otra persona: Se proponen dos enfoques posibles. El primero se expresa en la afirmación de que en el desarrollo cultural del niño, cada función aparece dos veces: primero en el nivel social y después, en el nivel individual (p. 31).

El uso de instrumentos en la resolución de problemas, es ideal ya que puede fomentar la creación de nuevas relaciones y de estrategias de aprendizaje; si se toma un objeto matemático y se piensa bajo la mirada que ofrece el tratamiento del mismo con un instrumento (calculadora, computador, software), puede ayudar más a su comprensión y facilitar procesos que no entorpecen el proceso de resolución del problema, pero que son más de índole operativo (graficar, realizar operaciones...) y además puede ser el detonante de la inspiración como ocurre por ejemplo en la geometría dinámica, o geometría analítica

## 4. METODOLOGÍA

Dentro de la metodología a usar se encuentra el método deductivo, que parte de una premisa general para obtener las conclusiones de un caso particular. Pone el énfasis en la teoría, modelos teóricos, la explicación y abstracción, antes de recoger datos empíricos, hacer observaciones o emplear experimentos.

Se considerará la entrevista socrática (Londoño, 2011) la cual puede cumplir un doble papel dadas sus características, primero como instrumento para obtener información sobre las concepciones de los profesores de matemática en cuanto a la resolución de problemas en diferentes aspectos como: métodos, criterios, tiempos, uso de instrumentos, y papeles de los participantes. Segundo, como ejercicio metacognitivo para los profesores participantes al develar sus concepciones de una manera formal y poder observar cómo éstas condicionan su trabajo en el aula, lo cual será un paso fundamental para su enriquecimiento profesional.

El presente trabajo utiliza, primero, el método de entrevista semiestructurada de carácter socrático (Londoño, 2011), usada para estudiar la forma en que la comprensión evoluciona en las mentes de los profesores, mediante preguntas orientadas a descubrir e interpretar las propias convicciones y cómo estas condicionan su trabajo en el aula, específicamente en la resolución de problemas.

En un segundo momento, se utilizara la observación, por la cual nos permitirá, de manera no estructurada, que permite la recolección de información desde los detalles de los profesores y de los estudiantes. Además, como investigadores participar, permitiendo al docente la iniciación de la entrevista desde su perspectiva y luego con los nuevos aportes o logros analizar lo previo y comparar lo inicial con lo final sobre la resolución de problemas.

En un tercer momento, utilizaremos como método un test para los estudiantes con el fin de identificar si ellos poseen las mismas concepciones que sus profesores, y para verificar si existe un patrón entre las concepciones de los profesores y la percepción de los estudiantes en cuanto a la resolución de problemas.

A continuación se detallarán los momentos que tendremos en la metodología del presente trabajo.

#### **4.1. LA ENTREVISTA SOCRÁTICA**

Para entender mejor lo que puede llegar a suceder en medio de la entrevista de carácter socrático es importante conocer en qué se fundamenta este método, aquí una breve descripción por parte de Sócrates citado por Londoño (2011).

El método empleado por Sócrates consta de dos partes: destructiva una, creativa la otra. En la primera etapa, Sócrates toma como punto de partida la concepción del interlocutor acerca del asunto en cuestión, permitiéndole descubrir las contradicciones y las faltas de tal concepción.

En la segunda etapa, llamada mayéutica, Sócrates se ve a sí mismo como una partera que ayuda a su interlocutor a dar a luz, a descubrir, a desvelar la verdad que lleva en sí mismo, a quitarle a esta verdad el velo que la cubre. Es esencial al método el empleo sistemático de la ironía socrática, que consiste en simular ignorancia sobre la materia de que se trata, con el fin de hacer aparecer la verdad, a través del diálogo entre el maestro y el aprendiz (p. 38).

Como se puede observar este método es ideal para el presente trabajo ya que permite: primero, que los profesores reflexionen sobre sus concepciones y se clarifiquen sobre casos

particulares o ejemplos. Además, que al tener claras sus concepciones frente a estos temas, estas (las concepciones) puedan evolucionar y con ello mejorar su práctica.

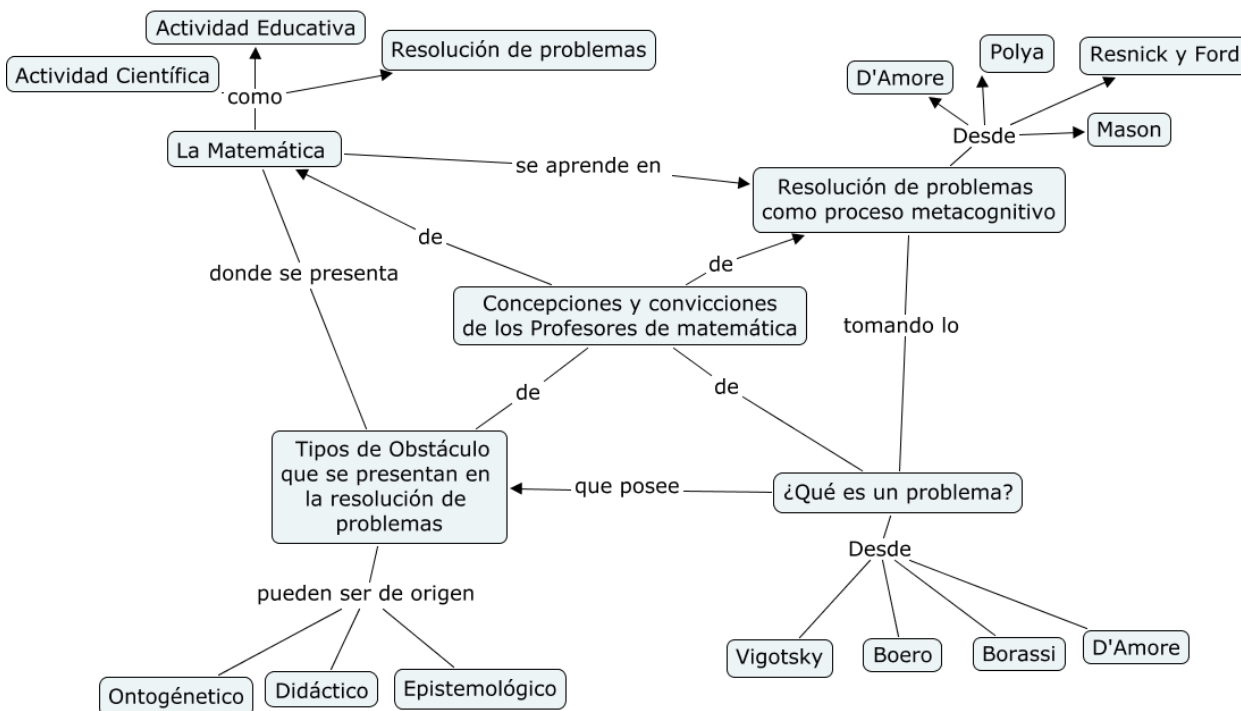
En Londoño (2011) se presentan diez características fundamentales para diseñar y aplicar una entrevista de carácter socrático, de las cuales se retomaron nueve que se adaptaron si era necesario frente al tema de concepciones y convicciones más que a conceptos matemáticos como los esbozan en su trabajo.

#### **4.1.1. La intencionalidad de la entrevista**

Una de las características de la entrevista socrática consiste en que el entrevistador conozca en parte las convicciones o concepciones que puede mostrar el entrevistado, ya que seguramente algunas serán consecuencia del contexto donde se encuentre, con el fin de determinar con certeza las cualidades en que las caracterizan y describir cómo evoluciona.

Además, el entrevistador deberá reconocer e identificar las ideas que se encuentran en torno al concepto objeto de estudio, teniendo cuidado con los conceptos que están relacionados entre sí, formando lo que en el presente estudio se denomina, la red conceptual, como se puede ver a continuación.

**Gráfico 2.** Red conceptual



#### 4.1.2. El lenguaje:

El lenguaje utilizado en la entrevista debe estar acorde al vocabulario común de quienes intervienen en ella. Las expresiones a utilizar en la entrevista deben facilitar un diálogo que motive siempre a dar respuestas espontáneas y sin temor a equivocarse o ser juzgado. Por ejemplo, palabras como “podrías”, “qué crees”, “si conoces un procedimiento diferente como es”, “cuál es tu opinión”, hacen que la entrevista fluya con naturalidad y le den confianza al entrevistado para expresar sus concepciones y convicciones verdaderas.



#### **4.1.3. Los conceptos básicos:**

Las preguntas iniciales de la entrevista socrática tienen como propósito determinar, si reconoce adecuadamente los conceptos y elementos básicos que se usarán a lo largo de la entrevista. Esto permite improvisar algunas preguntas para ahondar en los temas que se desean tratar, permitiendo constatar de una manera las concepciones y convicciones del entrevistado.

#### **4.1.4. El diálogo inquisitivo:**

El diálogo inquisitivo le permite al entrevistado una interacción con el entrevistador, preguntando o buscando ejemplos (que hace reflexionar y razonar), ampliando su red conceptual de manera espontánea. Es necesario tener cuidado para no sesgar ni dirigir las respuestas del entrevistado en este dialogo. Además que lo que se busca en el presente trabajo es estudiar las concepciones y convicciones de los profesores.

#### **4.1.5. La movilización del pensamiento:**

En ocasiones se hace necesario hacer una misma pregunta varias veces; en un primer momento para que el entrevistado dé a conocer lo que sabe al respecto. En momentos posteriores, (preguntas de confirmación) para obtener de él respuestas más elaboradas, toda vez que haya sido sometido a un proceso de razonamiento, producto de una indagación intencionada. El diálogo inquisitivo, pero cordial, le debe permitir al entrevistador identificar características comunes, elaborar conjeturas y categorizar ideas del concepto en cuestión. En tal sentido, se puede hablar de la **movilización del pensamiento** que la movilización del pensamiento es la extensión, como ampliación o aparición de nuevas convicciones y concepciones que se van generando a través de la entrevista (Londoño, 2011, p. 45).

#### **4.1.6. El aporte de información:**

Algunas de las preguntas de la entrevista proponen información (métodos de resolución de problemas, obstáculos frente a la resolución de problemas, relaciones con convicciones), para que el entrevistado reflexione. Sin embargo, es importante que la información dada no sugiera ni sesgue.

#### **4.1.7. La problematización con las ideas:**

La reflexión, por parte del entrevistado sobre sus concepciones alrededor del concepto, le permiten hacerse consciente de su estado en el mismo y explicitar sus carencias o dificultades. En el último caso, el entrevistado presenta un estado de confrontación con sus ideas; algunas veces sus ideas cambiarán totalmente la estructura de pensamiento que tenía del concepto inmediatamente (disonancia cognitiva); en otras, requerirá de un tiempo y posiblemente una interacción con nueva información para poder superar estos conflictos (Londoño, 2011, p. 46).

#### **4.1.8. El paso por los tres momentos:**

Se considera que el entrevistado pasa por tres momentos: Creer saber la respuesta a la pregunta y luego, a través de las mismas preguntas, darse cuenta que no sabe (problematizándolo) y por último, al estar en contradicción consigo mismo, se plantea la necesidad de llegar a la verdad, es decir, a la comprensión del concepto (Londoño, 2011, p. 47).

#### **4.1.9. La red conceptual:**

Las preguntas deben estar formuladas de manera que el entrevistado construya una red conceptual alrededor del concepto. Esto le permitirá expandir relaciones y cambiar sus convicciones y concepciones.

Es importante aclarar que dada la complejidad de obtener muchos datos esta entrevista se adaptó a una encuesta, pero con el mismo carácter.

#### **4.2. LA OBSERVACIÓN**

Es necesario identificar los aspectos que se van a observar, puesto que un solo hecho comprende diversos aspectos y múltiples detalles por esto se realizó una rúbrica de observación, y así se concentrara la mirada en unos aspectos difíciles de captarlos todos en un determinado momento.

Dentro de este trabajo, la observación estará presente la comunicación verbal y no verbal de un grupo de profesores, a la vez que se utilizará material concreto como la rúbrica de observación, las encuestas de profesores y estudiantes y la resolución de problemas.

Tener en cuenta la observación, nos lleva a utilizar un método que sea no estructurado lo que conlleva a que el investigador sea parte de la situación observada, además de que lleva a comprender el comportamiento de los profesores en su medio natural.

Para la observación no estructurada de los profesores, tendremos en cuenta nueve aspectos que son importantes dentro de esta propuesta dirigida por Lerma (2004)

- Visita preliminar al sitio de investigación con el fin de identificar las principales actividades de los profesores, algunos acontecimientos, detalles que permitan planear de forma conveniente posteriores observaciones.

- Una segunda visita para observar, pero participando ligeramente en todas las actividades del grupo, con el fin de detallar las reacciones y comportamientos de profesores estudiados.

- Una tercera visita para observar y participar activamente de las actividades que involucren la resolución de problemas.

- Registrar la información como notas de campo, durante algún momento de la observación, para evitar olvidos. Se registrarán los acontecimientos y las conversaciones de manera general y sin análisis desde un diario, y desde las notas se tendrá en cuenta el registro de la información como

- ✓ Descripción de las actividades, detallando el tiempo.

- ✓ Interpretación y determinación del significado de las observaciones.

- ✓ Instrucciones y recordatorios de la manera como se van a realizar las observaciones faltantes.

- ✓ Los comentarios sobre los sentimientos e impresiones de los investigadores durante el proceso de observación.

- Evaluar la fiabilidad de los datos, teniendo en cuenta la concordancia de lo observado, con otros observadores.

- Otra forma de observar será a través de la utilización de grabadoras, y cámaras.

- Durante el proceso de la observación se registrará la información de los acontecimientos, las interpretaciones, los instrumentos, los recordatorios.

- Se seleccionarán los aspectos específicos de los fenómenos a observar en este caso en la resolución de problemas, dados los múltiples detalles que pueden aparecer y distraer la atención.

- Seleccionar los puntos desde donde se va a desarrollar la observación o si va a seguir los objetos observados (p. 98).

Estos pasos, llevarán a un análisis de la relación del papel de cada profesor, su nivel, características y el tipo de conductas para resolver problemas.

## 5. CRONOGRAMA DE ACTIVIDADES

Estos pasos, llevarán a un análisis de la relación del papel de cada profesor, su nivel, características y el tipo de conductas para resolver problemas.

Además tendremos un cronograma flexible de acuerdo a las disposiciones de los profesores que faciliten su tiempo para nuestros intereses. Este esta esbozado en la siguiente tabla.

**Tabla 3.** Cronograma de actividades

FASE	ACTIVIDAD
Exploratoria	Entrevista de tipo semi-estructurada con carácter socrático a los profesores donde se indague sobre sus concepciones en cuanto a la resolución de problemas.
Exploratoria	Test a estudiantes sobre sus concepciones de la matemática y resolución de problemas.
Observaciones	Observación de clase de diferentes profesores.
Análisis	Triangulación de información para obtención de posibles categorías de concepciones.
Mejoramiento	De la propuesta teórica y diagnóstico.

## 6. POBLACIÓN

La población fue de 47 profesores del departamento de Antioquia que dictan matemáticas en instituciones educativas de carácter urbano, rural, privado y público los cuales realizaron una encuesta que dentro del trabajo será uno de los instrumentos a utilizar. Luego observando si habían completado o no dicha encuesta, se hizo una selección de tal población, quedando así una muestra de 30 profesores los cuales fueron clasificados en 5 grupos compuestos por 6 profesores.

### 6.1. MUESTRA

#### 6.1.1. Caracterización de los grupos de estudio de profesores:

**Grupo 1:** candidatos a magister de la universidad de Medellín de los cuales todos trabajan en instituciones urbanas, con una media de experiencia en docencia de 12 años y de los cuales 3 ejercen en primaria y tres en bachillerato.

**Grupo 2:** formado por profesionales en diferentes áreas y dedicados a la docencia, de los cuales 5 trabajan en instituciones urbanas y 1 en rural, con una media de experiencia en docencia de 18.33 años, de los cuales todos ejercen en bachillerato.

**Grupo 3:** licenciados que trabajan en primaria de los cuales 4 trabajan en instituciones urbanas y 2 en rurales, con media de experiencia en docencia de 6 años.

**Grupo 4:** licenciados que ejercen en bachillerato de los cuales 4 son de instituciones urbanas y 2 de rurales, con media de experiencia en docencia de 10.3 años.

**Grupo 5:** profesores de universidad de los cuales todos trabajan en universidades tanto públicas como privadas, con media en experiencia en docencia de 21.16 años.

**Grupo 6:** descartados por diligenciamiento mal de las encuestas, o no encajar en ninguna caracterización, compuesto por 17 profesores.

#### **6.1.2. Caracterización de los grupos de estudio de alumnos:**

Se realizó una encuesta a 25 alumnos, teniendo en cuenta la relación con los subgrupos de profesores, de acuerdo a la disponibilidad de los profesores que realizaron la encuesta. Es decir

Grupo de alumnos de profesor universitario.

Grupo de alumnos de profesor no licenciado.

Grupo de alumnos de profesor licenciados en primaria.

Grupo de alumnos de profesor licenciados en bachillerato.

Grupo de alumnos de profesor candidatos a magister.



De los cuales se les realizó observación de clase, con registro en una rúbrica que permitía abordar ítems sobre la resolución de problemas y poder observar si había coherencia entre las convicciones del profesor y su actuar en el aula.

## **7. INSTRUMENTOS**

El primer instrumento a utilizar dentro de este trabajo es una encuesta que fue validada mediante pruebas de escritorio por el profesor Javier Santos, Doctor en Matemática durante el curso de trabajo de grado III en la Universidad de Medellín, y por el profesor Bruno D'Amore Doctor en Educación matemática y en Ciencias sociales y asesor del presente trabajo, este la realizó de una manera virtual.

A continuación se hará una descripción de los objetivos de la encuesta.

### **7.1. ENCUESTA REALIZADA A PROFESORES ENCARGADOS DE DICTAR MATEMÁTICAS (VER ANEXO 1)**

Se presentará a continuación, una descripción sobre el instrumento que permita observar y analizar a los profesores licenciados y profesionales de otras áreas que hacen parte del área de matemática.

#### **7.1.1. Objetivo general de la encuesta**

Indagar sobre las convicciones y concepciones que poseen los profesores desde la resolución de problemas en matemática.

### 7.1.2. Estructura

El instrumento para aplicar a los profesores, consistió en un cuestionario donde las preguntas son abiertas y cerradas; las cerradas, estarán en una escala de 1 a 5 donde 5 es la mejor opción. La encuesta se encuentra dividida en bloques de preguntas de la siguiente manera:

**Información general:** Dentro de esta información no relacionaremos el nombre del profesor, solo se tendrá en cuenta el género, su profesión además de otros títulos obtenidos, grado en el que enseña, años dentro de la educación matemática, tipo de institución.

**Objetivo 1:** Clasificar los profesores en grupos de acuerdo a su experiencia y al nivel en el que enseñan.

**Enseñanza y aprendizaje de la matemática:** En este apartado, se presentaron ítems de algunas definiciones sobre saber matemática, lo que lleva a los profesores a valorar desde sus concepciones, lo que entienden por este concepto.

**Objetivo:** conocer la opinión de éstos de lo que significa saber matemática.

**Concepciones sobre problema y ejercicio:** En esta parte de la encuesta, se pretende indagar sobre lo que los profesores consideran e identifican lo que es un problema, y un ejercicio, además de la utilización de estrategias para resolver problemas matemáticos y el uso en la enseñanza.

**Objetivo 1:** Identificar lo que entienden por problema y ejercicio, e indagar por sus estrategias de solución.

**Objetivo 2:** Indagar sobre su conocimiento en los métodos de resolución de problemas.

*Dificultades sobre la resolución de problemas:* Se busca que el profesor dé una opinión sobre las dificultades en la resolución de problemas y observar si posee fortalezas o debilidades como estrategia didáctica.

**Objetivo 1:** Identificar la naturaleza de las dificultades cuando se trabaja resolución de problemas en el aula.

*Libros de texto y plan de estudio:* En esta parte, se cuestiona a los profesores sobre la utilización de los libros de texto, y cómo se observa la resolución de problemas.

**Objetivo 1:** Identificar cómo perciben los profesores que los libros de texto presentan la resolución de problemas.

**Objetivo 2:** Analizar de qué manera los libros son utilizados por los profesores para la preparación de clases de matemática.

## **7.2. ENCUESTA REALIZADA ALUMNOS (VER ANEXO 2)**

Se presentará a continuación, una descripción sobre el instrumento que permita observar y analizar a los alumnos frente al desempeño de la matemática a partir de la resolución de problemas, a la vez que se puede constatar si poseen las mismas convicciones que sus profesores.

### **7.2.1. Objetivo general de la encuesta:**

Indagar sobre las convicciones y percepciones que poseen los alumnos desde la resolución de problemas en matemática y comprobar si estas convicciones concuerdan con las de sus profesores.

### **7.2.2. Estructura:**

El instrumento para aplicar a los alumnos, consistió en un cuestionario donde las preguntas son abiertas. La encuesta se encuentra dividida en bloques de preguntas de la siguiente manera:

*Información general:* Dentro de esta información no relacionaremos el nombre del alumno, solo se tendrá en cuenta el género, el grado de escolaridad.

*Concepciones sobre problema y ejercicio:* En esta parte de la encuesta, se pretende indagar sobre lo que los alumnos consideran e identifican con lo que es un problema, y un ejercicio, además de la utilización de estrategias para resolver problemas.

**Objetivo 1:** Identificar lo que entienden por problema y ejercicio, e indagar por sus estrategias de solución.

**Objetivo 2:** Indagar sobre su conocimiento en los métodos de resolución de problemas.

### **7.3. RÚBRICA DE OBSERVACIÓN (VER ANEXO 4):**

Se presentará a continuación, una descripción sobre rúbrica que permite corroborar a través de la observación, la coherencia entre las convicciones y concepciones expresadas en las encuestas por los profesores y su práctica en el aula.

#### **7.3.1. Objetivo general de la rúbrica:**

Indagar sobre las convicciones y concepciones que poseen los profesores sobre la resolución de problemas matemáticos en la práctica de aula.

#### **7.3.2. Estructura:**

La rúbrica que se aplicó a los grupos donde estos profesores dan clase, se dividió en momentos de tal manera que se pudiera observar lo que realizaba el profesor, donde al final se detallaba lo que había sucedido en la clase. Los momentos fueron:

- Planeación y organización de la clase.
  
- Manejo y aplicación sobre resolución de problemas.
  
- Relación del profesor con el alumno.

## 8. ANÁLISIS DE RESULTADOS

A continuación se hará una recopilación de los puntajes que los profesores asignaron a cada una de las opciones dentro de la encuesta para observar de una manera cuantitativa si existen algunas tendencias.

Para ello se realizó una codificación de las preguntas para manejar fácilmente la información y poderla condensar en las tablas que se presentan a continuación (la codificación se muestra antes de cada tabla).

### 8.1. GRUPO DE PROFESORES LICENCIADOS DE BACHILLERATO

**Tabla 4.** Codificación tabla 1 de la encuesta a profesores

<b>Desde sus concepciones, saber matemática es</b>	
t1p1	Saber de memoria muchos procedimientos que sirvan para resolver ejercicios
t1p2	Poder reconocer las diferentes representaciones de un concepto matemático en un contexto determinado.
t1p3	Resolver problemas de manera ágil de acuerdo al tema que se esté dando
t1p4	Resolver problemas a partir de un aprendizaje conceptual
t1p5	Utilizar estrategias para solucionar diferentes situaciones
t1p6	Como profesor, crea situaciones que permiten al alumno llegar a los conceptos

**Tabla 5.** Recopilación estadística de Concepciones sobre la matemática, tabla 1 de la encuesta.

<b>Profesores licenciados en bachillerato</b>						
<b>Puntaje</b>	<b>T1p1</b>	<b>T1p3</b>	<b>T1p3</b>	<b>T1p4</b>	<b>T1p5</b>	<b>T1p6</b>
<b>1</b>	2	0	0	0	0	0
<b>2</b>	2	0	0	0	0	1
<b>3</b>	1	2	2	1	1	1
<b>4</b>	1	2	2	4	2	2
<b>5</b>	0	2	2	1	3	2

Al observar las respuestas de la tabla 1 de la encuesta en los profesores licenciados en bachillerato, podemos decir que la concepción por la que más optan sobre lo que es saber matemática es: resolver problemas a partir de un aprendizaje conceptual. El 66% de los profesores eligieron esta opción con un puntaje de 4, donde uno está muy alejado de su concepción y cinco que está con ella. De esta estadística podemos deducir la importancia que se le da en este grupo a la resolución de problemas, y que en ellos en particular el que se evidencie la utilización de un aprendizaje conceptual es muy importante.

La concepción que le sigue en tendencia es: Utilizar estrategias para solucionar diferentes situaciones, donde el 50% de los profesores le asignaron un puntaje de 5. De esto se puede deducir que también le dan mucha importancia a la resolución de problemas, y más aún, a un aprendizaje estratégico.



**Tabla 6.** Codificación tabla 2 de la encuesta a profesores

<b>Fases o método de resolución de problemas</b>		
<b>T2p1</b>	<b>Proceso de resolución de problemas según Polya</b>	<p>“-Comprender el problema            -Idear un plan para encontrar la solución            -Seguir ese plan            -Volver atrás para verificar el procedimiento y controlar el resultado”.</p>
<b>T2p2</b>	<b>Proceso de resolución de problemas según Schoenfeld</b>	<p>“-el conocimiento o recursos básicos que incluye definiciones, hechos, fórmulas, algoritmos y conceptos fundamentales asociados con un dominio matemático particular o tema.”</p> <p>-estrategias cognitivas o heurísticas que involucran formas de representar y explorar los problemas con la intención de comprender los enunciados y plantear caminos de solución. Algunos ejemplos de estas estrategias son dibujar un diagrama, buscar un problema análogo, establecer sub-metas, descomponer el problema en casos simples.</p> <p>-las estrategias metas cognitivas que involucran conocimiento acerca del funcionamiento cognitivo propio del individuo (¿Qué necesito? ¿Cómo utilizo ese conocimiento?) y estrategias de monitoreo y control del propio proceso cognitivo (¿Qué estoy haciendo? ¿Por qué lo hago? ¿A dónde voy?)</p> <p>-las creencias y componentes afectivos que caracterizan la conceptualización del individuo acerca de las matemáticas y la resolución de problemas, y la actitud y disposición a involucrarse en actividades matemáticas.”</p>
<b>T2p3</b>	<b>Proceso de resolución de problemas según Resnick y Ford:</b>	<p>“Las teorías de la elaboración de informaciones conciben la mente como si poseyese, más allá de las estructuras cognitivas, un repertorio de estrategias de resolución de problemas que ayudan a interpretar los problemas, a localizar los conocimientos y los procedimientos almacenados y a generar nuevas relaciones, entre voces de la memoria, archivadas separadamente. Estas estrategias organizan los procesos del pensamiento y recurren a varios componentes del conocimiento para elaborar un plan de acción, capaz de llevar a la resolución de la tarea que se tiene en frente”</p>
		<p>“-La preparación (aquí juega un papel esencial la motivación: el profesor favorece el interés del niño proponiéndole o haciendo que surja una situación problemática interesante)</p> <p>-La incubación (son las primeras tentativas de análisis explícitas, que el niño emplea; por ejemplo, repite el problema, se pone en situación, se hacen representaciones del hecho descrito)</p>

t2p4	<p><b>Proceso de resolución de problemas según G.Glaeser</b></p>	<p>-El bricolaje (es la fase de las primeras tímidas hipótesis " y si..." con las que entra en contacto directo con el problema, estudiándolo desde diversos ángulos y haciéndolo propio) (incubación y bricolaje están íntimamente ligados y no aparecen divididos rígidamente)</p> <p>-inspiración o eureka (puede ser o el momento final, en el caso en que el niño proporcione la respuesta final, o un caso intermedio, una iluminación significativa del proceso de resolución; es el momento de la máxima actividad, de más alta implicación); La verificación y la redacción (actividad explícita, si el profesor se ha acostumbrado a esta fase; o tal vez solo un control mental, incluso rápido, de coherencia entre la solución encontrada y el problema propuesto)"</p>
t2p5	<p><b>Proceso de resolución de problemas según D'Amore</b></p>	<p>“-Preparación: los elementos del problema son analizados, relacionados entre sí y, también con el campo de competencias del que resuelve.</p> <p>-Incubación: el que enfrenta el problema renuncia a resolverlo, pero, incluso si parece interesado y ocupado en otra cosa, en realidad, de forma inconsciente, está... “moliendo y mezclando” los componentes del problema.</p> <p>-Inspiración: puede llegar en el momento de retorno al problema, de forma explícita, o bien mientras el sujeto se ocupa de otras cosas.</p> <p>-Verificación: la idea que ha generado la inspiración es discutida y comparada a las preguntas del problema, para verificar si está en sintonía con ellas.”</p>
t2p6	<p><b>Proceso de resolución de problemas según L. Mason-K. Stacey</b></p>	<p>“Fase inicial: el estudiante intenta comprender lo que debe hacer y de qué se trata el problema que tiene en frente; una característica positiva de esta fase es una buena representación de la situación problemática; si el problema se ha planteado en términos concretos la representación de la situación puede ser simple, si ha planteado en términos generales, una tarea inicial del estudiante es la de plantearse ejemplos concretos o formas que ilustren la situación; esto proporciona estímulos para seguir y pasar a la fase siguiente; si esta fase tiene éxito, el sujeto muestra interés por continuar la resolución.</p> <p>Fase de ataque; es la fase más relevante: el resolutor ensaya una primera hipótesis de resolución que puede no conducirlo a puerto y, entonces, debe estar dispuesto a comenzar de nuevo... Al ataque. En este punto puede ser necesaria la intervención del maestro para enderezar el esfuerzo de forma positiva, especialmente si, después de un recorrido difícil, se presenta el caso de tener que retornar al principio. Se entiende que el reconocimiento de no poder proseguir es ya un primer paso hacia la solución: el sujeto que choca contra la evidencia y muestra poca disposición a repasar el trabajo propio es más difícil de tratar.</p> <p>Fase de revisión: es la fase en que el resolutor compara la propia solución con el estímulo de partida (por ejemplo, el texto del problema); puede darse el caso de que la comparación determine que no hay congruencias entre las cosas y, entonces, esta fase tiene muchos lados comunes con la precedente y el sujeto deberá estar dispuesto a retornar sobre sus pasos; está bien que esta fase se escriba, justamente para facilitar el control personal y para tener material de discusión con la clase.</p> <p>Fase de extensión; un problema no debería ser nunca un hecho aislado, sino formar parte de un proceso continuo; la solución de un problema debería llevar a la creación de otro, y así</p>

		sucesivamente; la fase de extensión lleva pues a reforzar el desarrollo de una actitud matemática; en este punto se desarrolla un proceso en espiral porque, sobre las cenizas de la fase extensión surge la fase inicial de un nuevo problema.”
--	--	--

**Tabla 7.** Recopilación estadística de Estrategias de resolución de problemas, tabla 2 de la encuesta de profesores

<b>Profesores licenciados de bachillerato</b>						
<b>Puntaje</b>	<b>t2p1</b>	<b>t2p2</b>	<b>t2p3</b>	<b>t2p4</b>	<b>t2p5</b>	<b>t2p 6</b>
<b>1</b>	0	0	0	0	0	0
<b>2</b>	0	0	1	0	0	0
<b>3</b>	0	1	3	2	1	1
<b>4</b>	5	2	2	3	4	3
<b>5</b>	1	3	0	1	1	2

Esta tabla muestra que las estrategias de resolución de problemas más conocida por los profesores, es la propuesta de Polya con 83% de los profesores que le dieron un puntaje de 4, y le sigue la propuesta por D'Amore a la cual el 66% de los profesores le dieron una puntuación de 4.

Es de anotar que la tabla muestra que este grupo de profesores están de acuerdo con las diferentes estrategias de resolución de problema sin excluir ninguna, lo cual evidencia que no se limitan a una sola forma de razonar a la hora de resolver problemas, dejándose llevar por lo que esté al alcance, sin discernir si esto concuerda con el contexto y su experiencia en anteriores situaciones similares. También puede sugerir que los profesores pueden tener fallas en sus procesos de formación y esto provoca que no haya una coherencia interna entre sus conocimientos teóricos y práctica pedagógica.

**Tabla 8.** Codificación tabla 3 de la encuesta de profesores

Convicción de lo que es un problema	
t3p1	<p>“Cuando uno o más reglas o uno o más procedimientos no son todavía un bagaje cognitivo del resolutor; algunas de ellas, en esa ocasión, podrían estar precisamente en vías de explicitación; a veces es la misma sucesión de las operaciones por utilizar la que requiere un acto creativo por parte del resolutor”.</p>
t3p2	<p>“Cuando tiene datos numéricos, situación ficticia pero comprensible e imaginable, ensimación semántica de las operaciones necesarias”</p>
t3p3	<p>“Cuando tiene: Formulación (no necesariamente explícita) que lleva, de forma natural, a plantearse, más que a responder problemas.</p> <p>Contexto: "todo lo que el texto se expresa de forma explícita o implícita, con el fin de encuadrar el problema, y que proporciona las distintas informaciones necesarias para resolverlos"; por tanto: datos, pero también preguntas (inventadas, culturales,...) que el contexto trae in mente.</p> <p>Soluciones: una, varias, incluso ninguna. ; Este último punto es importante, ya que aquí se pasa de la búsqueda de soluciones a la presentación de la 0 de las soluciones.</p> <p>Métodos de resolución: que sean lo más amplios y diferenciados posibles”.</p>
t3p4	<p>“Cuando tiene elementos estáticos que son: el texto (comprendidos los signos lingüísticos, verbales o no, interpretables como informaciones o preguntas). La situación problemática (los aspectos del mundo real y de experiencia cultural que se pueden expresar mediante el texto). ; Las soluciones del problema.</p> <p>y elementos dinámicos que son verdaderas actividades: de comprensión del texto (reconstrucción de la situación problemática); de formulación de un texto (de forma que se exprese una tarea a realizar, partiendo de una situación problemática dada); de resolución (la propuesta de posibles soluciones del problema); de control (verificación de las soluciones propuestas)”</p>

**Tabla 9.** Recopilación estadística de Convicción de lo que es un problema, tabla 3 de la encuesta de profesores

<b>Profesores licenciados de bachillerato</b>				
<b>Puntaje</b>	<b>t3p1</b>	<b>t3p2</b>	<b>t3p3</b>	<b>t3p4</b>
<b>1</b>	0	0	0	0
<b>2</b>	3	2	0	0
<b>3</b>	2	3	1	0
<b>4</b>	0	1	3	5
<b>5</b>	1	0	2	1

En esta grupo de profesores, se puede observar que la tendencia de la convicción de lo que es un problema, la obtuvo la teoría de Boero, quien propone que para que haya un problema debe tener elementos estáticos y dinámicos, a esta teoría se adhirieron el 83% de los profesores dándole un puntaje de 4, la otra teoría donde el 50% de los profesores le otorgaron puntaje de 4 fue la de Borasi quien propone que los elementos de un problema son la formulación, contexto, soluciones y métodos de resolución. Es importante aclarar que en el presente trabajo, se considera un problema a las situaciones que se encuentran en la zona próxima de desarrollo que en la tabla estaba en la opción 1 que el 50% de los profesores le dieron un puntaje de 2, el 33% de los profesores le dieron un puntaje de 2 y el 16% de los profesores le dieron un puntaje de 5.

También se puede deducir que en este grupo de profesores la diferenciación teórica de lo que es un problema no es muy homogénea, lo cual puede llevar a que ellos en sus prácticas pedagógicas lleven al aula supuestos problemas sin tener en cuenta el nivel de los alumnos y si para ellos son simples ejercicios o no logran ser problemas porque están por fuera de su rango de acción.

**Tabla 10.** Codificación tabla 4 de la encuesta a profesores

Problema	
t4p1	“Mira la casualidad, dice el conductor de un bus a su asistente; al inicio del recorrido eran 2 pasajeros y después, en cada parada bajaba siempre un pasajero y subían siempre 2. ¿Si el bus pasa por 7 estaciones cual es el número final de pasajeros?”
t4p2	“Un libro se abre en una página cualquiera, el producto de las dos páginas en la cual se abrió es 7920. ¿Cuáles son los números de las páginas en las cuales se abrió el libro?”
t4p3	“Encuentra tres números cuyo producto sea 6210. Escribe paso a paso todo lo que haces para encontrar la respuesta.”
t4p4	“Tres personas cuyos apellidos son Bianchi, Neri y Rossi almorzaban juntos, una de ellos es una señora. ¿No es extraño? Observo la señora, que nuestros apellidos correspondan con el color del cabello rojo y otra con el cabello blanco. -Es verdad, es extraño; observo la persona de con el cabello negro. – Y no han notado que ninguno de nosotros tiene el color del cabello igual a su apellido. -Tenéis toda la razón , exclamo Biaenchi ”
t4p5	Calcular la suma de los 100 números naturales del 1-100
t4p6	Demuestre la desigualdad triangular
t4p7	Dados dos triángulos equiláteros, encontrar un tercero, cuya base sea igual a la suma De las áreas de los otros dos

**Tabla 11.** Recopilación estadística de Ejemplos de problemas, tabla 4 de la encuesta de profesores

Profesores licenciados de bachillerato							
Puntajes	t4p1	t4p2	t4p3	t4p4	t4p5	t4p 6	t4p7
1	0	0	1	0	3	1	0
2	0	4	2	1	1	2	1
3	3	1	1	2	0	1	1
4	1	1	2	3	2	2	3
5	2	0	0	0	0	0	1

Es evidente que los profesores no concuerdan con elegir uno de los enunciados como problema. Se observa una tendencia hacia el problema 4 que es un problema de lógica y hacia el

problema 7 que es un problema de geometría, es de notar que todos estos enunciados pueden ser problema de acuerdo al nivel académico en el cual sea planteado, además de si se encuentra o no en la zona de desarrollo próximo del resolutor.

**Tabla 12.** Codificación tabla 5 de la encuesta a profesores

<b>Tipos de obstáculos.</b>		
	<b>Tipo de obstáculo</b>	<b>Características del obstáculo</b>
t5p1	De origen ontogenético	Dependen de los límites neurofisiológicos del alumno. , Por ejemplo, debidos al estadio de desarrollo en que se encuentra. En esta fase no puede, pues, usar ciertos medios cognitivos y ciertas estrategias.
t5p2	De origen didáctico	Dependen de la elección del sistema educativo o del proyecto que adopta el profesor. ; A menudo una visión unilateral de los conceptos matemáticos origina obstáculos, desde el momento en que el modelo propuesto no es lo suficientemente comprensible o, incluso, no funciona ya.
t5p3	De naturaleza epistemológica	Son aquellos que forman parte de la naturaleza de la misma disciplina y que es preciso conocer bien, no para huir de ellos sino para estudiarlos. ; Es inútil pensar evitar este tipo de obstáculos, ya que, a menudo, es productivo evidenciarlos

**Tabla 13.** Recopilación estadística de Tipos de obstáculos en la resolución de problemas, tabla 5 de la encuesta de profesores

<b>Profesores licenciados de bachillerato</b>			
<b>Puntaje</b>	<b>t5p1</b>	<b>t5p2</b>	<b>t5p3</b>
<b>1</b>	0	0	0
<b>2</b>	0	0	0
<b>3</b>	2	1	1
<b>4</b>	3	3	5
<b>5</b>	1	2	0

La tendencia en esta tabla es hacia el obstáculo de naturaleza epistemológico como principal dificultad en la resolución de problemas. Donde el 83% de los profesores dieron un puntaje de 4, de esto se podría deducir que los alumnos no alcanzan el nivel que los profesores esperan al iniciar el bachillerato, tal vez debido a que en muchas ocasiones en la educación colombiana la básica primaria es atendida por normalistas o licenciados que atienden varias asignaturas, lo que lleva a que le den un manejo inapropiado a los conceptos, en este caso matemáticos o no logren madurar en los alumnos su conocimiento mediante actividades de aprendizaje apropiadas, y posiblemente se concentren más en cumplir con el plan de estudios, lo cual lleva a que hallan vacíos en los alumnos, que luego se ven muy claramente cuando inician el bachillerato por el tipo de actividades que se le exigen.



**Tabla 14.** Codificación tabla 6 de la encuesta a profesores

<b>CUANDO UTILIZO UN TEXTO GUÍA LO HAGO PORQUE</b>	
t6p1	Lleva a los estudiantes a la búsqueda de los conceptos a través de problemas
t6p2	Solo propone problemas para aplicar la teoría
t6p3	Propone problemas como medio motivador al comenzar un tema
t6p4	Sigue en sus clases la manera en que el texto desarrolla la teoría
t6p5	Utiliza las listas de ejercicios del texto.
t6p6	Utiliza los problemas y los logros que propone el texto para seguir sus clases.


**Tabla 15.** Recopilación estadística de Utilización de libros de texto, tabla 6 de la encuesta de profesores

<b>Profesores licenciados de bachillerato</b>						
<b>Puntajes</b>	<b>t6p1</b>	<b>t6p2</b>	<b>t6p3</b>	<b>t6p4</b>	<b>t6p5</b>	<b>t6p 6</b>
<b>1</b>	0	1	0	0	0	0
<b>2</b>	0	1	0	4	2	1
<b>3</b>	3	3	2	2	2	2
<b>4</b>	3	1	4	0	2	3
<b>5</b>	0	0	0	0	0	0

El 83% de los profesores eligieron con un puntaje de 4 la opción 3 la cual propone que los libros de texto proponen los problemas como medio motivador al comenzar un tema, al verificar esto en el libro procesos matemáticos de grado noveno editorial Santillana, pudimos observar que en parte esta utilización de los problemas en los libros de texto es cierta, sin embargo, se proponen como medio motivador pero le dan respuesta a este problema y en el desarrollo del capítulo como

tal no se evidencia, se da más bien actividades para potenciar un aprendizaje algorítmico, tanto para el alumno como para el profesor; se pudo observar que hasta el libro guía trae la solución , lo que hace que no se tenga la oportunidad de realizar el problema.

A continuación se muestra un ejemplo de un libro que es utilizado por uno de los profesores encuestados, donde se corroboró el análisis anterior.



Unidad

5

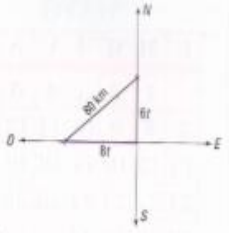
## La función cuadrática

**Problema**

De un punto salen al mismo tiempo dos personas, una en dirección sur-norte y otra en dirección este-oeste. La primera camina a 6 km/h y la segunda 8 km/h.

- Calcular el tiempo que han de caminar para que disten entre sí 80 kilómetros.

**Desarrollo**



Se representa gráficamente la situación mediante un diagrama cartesiano, en el que el eje norte-sur es la ordenada y el eje este-oeste la abscisa. Así, el origen de coordenadas determina el punto de partida de las personas. Como recorren 6 y 8 kilómetros por hora respectivamente, las distancias al cabo de  $t$  horas están dadas por  $6t$  y  $8t$ .

Por lo tanto de la figura se deduce que, si la distancia entre ellos es de 80 km, entonces  $(8t)^2 + (6t)^2 = (80)^2$ .

En consecuencia  $100 t^2 = 6.400$

$t^2 = 64$

**Respuesta**

Han de caminar 8 horas para encontrarse a 80 km de distancia.

56
© SANTILLANA

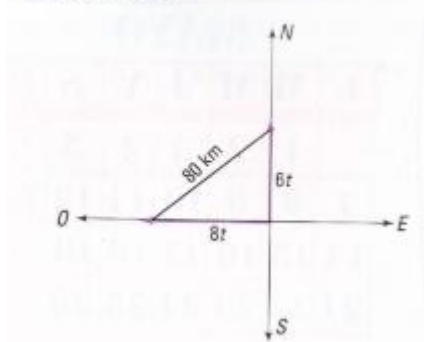
**Figura 1.** La función cuadrática. Página de libro Santillana

## Transcripción del Problema

De un punto salen al mismo tiempo dos personas, en una dirección sur-norte y otra en dirección este-oeste. La primera camina a 6 km/h y la segunda 8 km/h.

- Calcular el tiempo que han de caminar para que disten entre sí 80 km/h.

### Desarrollo



Se representa gráficamente la situación mediante un diagrama cartesiano, en el que el eje norte-sur es la ordenada y el eje este-oeste la abscisa. Así, el origen de coordenadas determina el punto de partida de las personas. Como recorren 6 y 8 kilómetros por hora respectivamente, las distancias al cabo de  $t$  horas están dadas por  $6t$  y  $8t$ .

Por lo tanto de la figura se deduce que, si la distancia entre ellos es de 80 km, entonces

$$(8t)^2 + (6t)^2 = (80)^2. \text{ En consecuencia}$$

$$100t^2 = 6400$$

$$t^2 = 64$$

**Respuesta:** Han de caminar 8 horas para encontrarse a 80 km de distancia.

Dentro de diferentes libros, se pudo observar que los problemas los tienen como motivación, pero luego se evidencian como islas aisladas de todo el contenido. Esto lleva a indagar sobre el manejo de dicha temática en los libros, ya que estos son propuestas curriculares para apoyar el trabajo del profesor. Dentro de la escuela, la resolución de problemas se lleva a cabo por tiempos y no como algo constante, y aunque sabemos que dentro de lo que plantea el profesor ya sea del libro o desde su propia creación, todo va permeado por su convicción de lo que es un problema y

así mismo se lo puede transmitir a sus alumnos, donde para algunos puede ser un problema mientras que para otros solo un ejercicio.

Figura 2. Actividades. Página de Libro Santillana

**ACTIVIDADES**

1. Determina si las siguientes expresiones son funciones cuadráticas o no lo son.
  - a)  $y = 3x - 5$
  - b)  $y = 5x - 3x^2$
  - c)  $y = 2x^2 + 7x^2$
  - d)  $y = -2x^2 - 2x + 3$
  - e)  $y = \frac{x-1}{x^2+4}$
  
2. Determina en cada caso el signo del coeficiente de  $x^2$ .
  
3. Las siguientes parábolas representan funciones de la forma  $y = ax^2 + c$ ; determina para cada una si  $a > 0$  o  $a < 0$  y si  $c > 0$  o  $c < 0$ .
  
4. Representa en papel cuadriculado las siguientes parábolas.
 

- a)  $y = 2x^2$
  - b)  $y = -2x^2$

- c)  $y = x^2$
  - d)  $y = -x^2$

- e)  $y = -4x^2$
  - f)  $y = 3x^2$
  
5. Determina el vértice de cada una de las parábolas.
 

- a)  $y = 2x^2$
  - b)  $y = (x+3)^2$
  - c)  $y = x^2 + 5$

- d)  $y = (x-1)^2 + 2$
  - e)  $y = (x+2)^2 - 3$
  - f)  $y = x^2 + 6$
  
6. Escribe el vértice de cada una de las siguientes parábolas.
 

- a)  $y = x^2 + 2$
  - b)  $y = -x^2 + 2$
  - c)  $y = 2x^2 - 2$
  - d)  $y = 5(x-2)^2 + 1$

- e)  $y = 3x^2 - 4$
  - f)  $y = -3(x+4)^2$
  - g)  $y = \frac{1}{2}x^2 - 1$
  - h)  $y = \frac{1}{2}(x-1)^2 + 6$
  
7. Representa gráficamente las siguientes funciones cuadráticas y en cada caso halla:
  - Los puntos de corte con el eje  $x$  y con el eje  $y$ .
  - El vértice de la parábola.
  - Dos puntos más de cada parábola.

- a)  $y = x^2 - 6x + 5$
  - b)  $y = x^2 - 6x + 8$
  - c)  $y = x^2 - 4x + 3$
  - d)  $y = x^2 - 4x - 6$

- e)  $y = x^2 - 8x$
  - f)  $y = x^2 + 10x$
  - g)  $y = -x^2 + 4x$
  - h)  $y = -x^2 + 6x$
  
8. Representa gráficamente las siguientes funciones cuadráticas y en cada caso determina:
  - Los puntos de corte con los ejes de coordenadas.
  - El vértice de la parábola.

- a)  $y = 2x^2 + 4x + 2$
  - b)  $y = -4x^2 + 12x - 9$
  - c)  $y = 2x^2 + 5x - 3$
  - d)  $y = 2x^2 - x - 15$
  - e)  $y = -3x^2 + 7x + 20$
  
9. Escribe el vértice, los puntos de intersección con el eje  $x$  y el eje de simetría de las siguientes parábolas:
 

- a)  $y = \frac{1}{2}x^2$
  - b)  $y = \frac{1}{2}x^2 + 2$
  - c)  $y = \frac{1}{2}x^2 - 4$
  - d)  $y = 2x^2 - 6$
  - e)  $y = -2x^2 + 4$

- f)  $y = -7x^2 + 14$
  - g)  $y = x^2 - 2x - 3$
  - h)  $y = x^2 - 8x + 12$
  - i)  $y = x^2 + 8x - 9$
  - j)  $y = x^2 + 16x - 17$
  
10. Determina la función cuadrática correspondiente.
  - a)  $V(0, 0)$  y pasa por  $(1, 1)$
  - b)  $V(0, 2)$  y pasa por  $(2, 3)$
  - c)  $V(3, 1)$  y pasa por  $(1, 3)$
  - d)  $V(0, c)$  y pasa por  $(b, b)$
  - e)  $V(-2, -4)$  y pasa por  $(0, -3)$

64 SANTILLANA

De acuerdo a las actividades que se plantean en este apartado del libro analizado, se puede decir que aunque muchas parecen de índole algorítmico o analítico, y no encajan en la concepción habitual de problema (más próxima a la teoría de Borasi) puede ser que para muchos alumnos sean problemas dado que estas actividades pueden estar en la zona próxima de desarrollo.

### 8.1.1. Concepción de problema y diferencia con ejercicio:

A continuación, se presentan ejemplos que son característicos en este grupo de profesores sobre lo que entienden por problema y ejercicio, además de una transcripción de ellos.

**Figura 3.** Concepción y ejemplo de la diferencia entre problema y ejercicio. (Grupo profesores licenciados bachillerato)

PROBLEMA	EJERCICIO
<p>Es una situación en la cual no se tiene una respuesta inmediata y en la cual el estudiante se ve obligado a aplicar diversas estrategias <sup>similes</sup> porque se produce el calentamiento global.</p>	<p>Es una situación en la cual se puede obtener una respuesta y aplicar ciertos algoritmos preestablecidos.</p> <p>Ejemplo: Si el área de un círculo es <math>A = \pi r^2</math> hallar el área de un círculo de <math>r = 3</math> cm.</p>
<p>Es una situación a resolver, que está enlazada con el contexto de los estudiantes.</p> <p>El profesor de matemáticas pone a un grupo de estudiantes 60 ejercicios, divide el grupo en 4 subgrupos y distribuye los ejercicios así:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Le corresponden <math>\frac{1}{3}</math> de los ejercicios</li> <li>2. <math>\frac{1}{4}</math> de los ejercicios</li> <li>3. <math>\frac{1}{5}</math> de los ejercicios</li> </ol> <p>¿Cuántos ejercicios le corresponden al equipo 4? ¿Cuántos a</p>	<p>procedimiento algorítmico para llegar a una solución.</p> $4 + 3 - \frac{2}{3}$

**Transcripción figura 3**

<b>Problema</b>	<b>Ejercicio</b>
<p>Es una situación en la cual no se tiene una respuesta inmediata y en la cual el estudiante se ve evocado a aplicar diversas estrategias.</p> <p>Ejemplo</p> <p>Porque se produce el calentamiento global.</p>	<p>Es una situación en la cual se puede obtener una respuesta y aplicar ciertos algoritmos preestablecidos.</p> <p>Ejemplo</p> <p>Si el área de un círculo está dada por <math>A=\pi r^2</math></p> <p>Hallar el área de un círculo de un radio</p>
<p>Es una situación a resolver, que está enlazada con el contexto de los estudiantes.</p> <p>El profesor de matemáticas pone a un grupo de estudiantes 60 ejercicios, divide el grupo en 4 subgrupos y distribuye los ejercicios así:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Le corresponden <math>\frac{1}{3}</math> de los ejercicios.</li> <li>2. <math>\frac{1}{6}</math> de los ejercicios.</li> <li>3. <math>\frac{1}{4}</math>. ¿Cuántos ejercicios le corresponden al equipo 4?</li> </ol>	<p>Procedimiento algorítmico para llegar a una solución.</p> $4 + 3 - \frac{2}{3}$

**Figura 4.** Concepción y ejemplo de la diferencia entre problema y ejercicio . (Grupo profesores licenciados bachillerato)

PROBLEMA	EJERCICIO
<p>La trayectoria de un proyectil lanzado desde una altura de 100 m, se modela mediante la función:</p> $f(x) = -5x^2 + 15x + 100,$ <p>donde <math>x</math> es el tiempo y <math>f</math> la altura en metros.</p> <p>a) Encuentra la máxima altura</p> <p>b) En que momento el proyectil alcanzará la máxima altura</p> <p>⇒ Modele la función</p>	<p>Graficar la función</p> $f(x) = e^x + 2$
<p>ES LA INTERPRETACIÓN Y ANÁLISIS DE LAS SITUACIONES QUE ACOMPAÑAN A DETERMINADOS PROCEDIMIENTOS, EN LA CUAL SE BUSCA DESARROLLAR HABILIDADES (COMPETENCIAS).</p> <p>EN EL EJEMPLO DE NUESTRO MUNICIPIO, SE HA LOGRADO DETERMINAR QUE LA CANTIDAD DE DÓLARES QUE SE CONSUME ENTRE LAS 6:00 AM Y 8:00 A.M. EN SEMANA, ESTA DADA POR LA EXPRESIÓN: <math> 88 - 2t  \geq 14</math></p> <p>DONDE <math>t</math> SON LA CANTIDAD DE CÁMERA DE DÓLARES GASTADOS POR MINUTO. DETERMINAR LA CANTIDAD DE CÁMERA DE DÓLARES MÁXIMA Y MÍNIMA GASTADOS EN DOS HORAS.</p>	<p>ES LA REALIZACIÓN DE OPERACIONES Y DE ALGORITMOS, QUE SE REALIZAN MECÁNICAMENTE.</p> <p>ENCONTRAR EL VALOR DE <math>x</math> EN LA SIGUIENTE ECUACIÓN:</p> $3x + 2 = 14.$ <p>ENCONTRAR EL VALOR O VALORES DE <math>x</math> EN LA SIGUIENTE INECUACIÓN:</p> $3x + 2 \leq 14.$



### Transcripción figura 4

Problema	Ejercicio
<p>La trayectoria de un proyectil lanzado desde una altura de 100 m , se modela mediante la función: <math>f(x)=-15x^2 +15x+100</math> , donde x es el tiempo y f la altura en metros.</p> <p>a) Encontrar la máxima altura</p> <p>b) En qué momento el proyectil alcanzará la máxima altura.</p> <p>c) Modele la función.</p>	<p>Graficar la función</p> $f(x)=e^x+2$
<p>Es la interpretacion y analisis de las situaciones que a diario nos rodean, en la cual se buscan desarrollar habilidades (competencias)</p> <p>En el acueducto de nuestro municipio, se ha logrado determinar que la cantidad de agua que se consume entre las 6:00 y 8:00 a.m en semana, esta dado por la expresión</p> $[8g - 2] \geq 14$ <p>Donde g son la cantidad de galones de agua gastados por minuto.</p> <p>Determinar la cantidad de galones de agua máximo y mínimo gastados en dos horas.</p>	<p>Es la realización de operaciones y de algoritmos , que se realizan mecánicamente.</p> <p>Hallar el valor de x en la siguiente ecuacion:</p> $3x+2=14$ <p>Hallar el valor o valores de x en la siguiente inecuación</p> $3x + 2 \leq 14$

**Figura 5.** Concepcion y ejemplo de la diferencia entre problema y ejercicio. (Grupo profesores licenciados bachillerato)

PROBLEMA	EJERCICIO
<p>El problema se refiere a una situación particular, preferiblemente contextualizada, en la que se evidencia un concepto o varios conceptos matemáticos.</p> <p>Ej: la razón entre hombres y mujeres dentro de un salón de clase es de 2 a 3, si hay 30 mujeres, ¿Cuántos hombres hay en total?</p>	<p>Es la solución mecánica de un algoritmo, en determinado concepto matemático.</p> <p>Ej: <math>\frac{2}{3} = \frac{x}{30}</math></p>
PROBLEMA	EJERCICIO
<p>halle la altura del mástil</p>	<p>halle la altura de los demás mástiles</p>

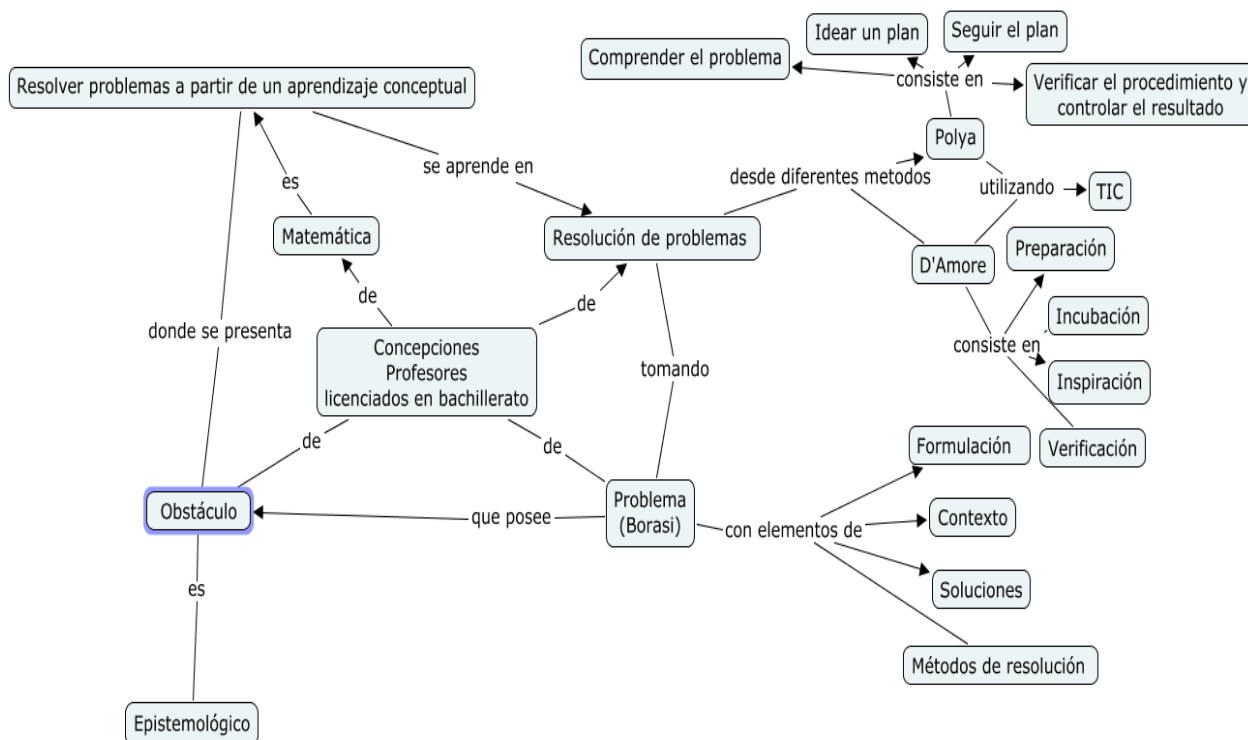
**Transcripción figura 5**

Problema	Ejercicio
<p>El problemas se refiere a una situación particular , preferiblemente contextualizada en la que se evidencia un concepto o varios conceptos matemáticos.</p> <p>Ej: La razón entre hombres y mujeres dentro de un salón de clase es de 2 a 3 , si hay 30 mujeres ¿Cuántos hombres hay en total?</p>	<p>Es la solución mecánica de un algoritmo , en determinado concepto matemático</p> <p>Ej: <math>\frac{2}{3} = \frac{x}{30}</math></p>
<p>Halle la altura del mástil.</p>	<p>Halle la altura de los demás mástiles</p>

De acuerdo a lo evidenciado en las figuras 3, 4 y 5, los profesores licenciados en bachillerato poseen en común la concepción sobre lo que es un problema similar a la de Borasi (1986) ya que para todos debe tener formulación explícita, contexto, soluciones y métodos de resolución; aunque están de acuerdo en que no debe estar al alcance inmediato del alumno, lo cual se relaciona con la concepción referente a Vygotsky (1989) de la zona de desarrollo próximo, expresándolo de una manera inconsciente, posiblemente más por intuición que por su fundamento teórico. En cuanto a lo que consideran como ejercicio parece que se refieren a algo “algorítmico” o mecánico sin tener en cuenta la zona próxima de desarrollo y que un problema puede estar enunciado en forma operativa.

Ahora se presentara un esquema que explica las diferentes relaciones encontradas en este grupo de profesores

**Gráfico 3.** Diferentes relaciones respecto a la resolución de problemas en profesores licenciados de bachillerato



### Explicación gráfico 3:

Del grupo de los profesores licenciados que dan clase en bachillerato se puede concluir que la concepción que poseen sobre resolución de problemas se enmarca desde Polya y desde lo expuesto por D'Amore que para resolver un problema hay que tener una preparación, incubación, inspiración y luego verificación. Además asumen el problema por lo expuesto por Borasi y entienden la matemática como un aprendizaje conceptual, donde su principal obstáculo de ellos, es el epistemológico.

## 8.2. GRUPO DE PROFESORES DE PRIMARIA

En esta sesión de los análisis no se introducirá de nuevo la nomenclatura, de ser necesario para el lector se recomienda ver anexo 4: nomenclatura de preguntas para análisis.

**Tabla 16.** Recopilación estadística de concepciones sobre la matemática, tabla 1 de la encuesta de profesores de primaria

<b>Profesores de primaria</b>						
<b>Puntaje</b>	<b>t1p1</b>	<b>t1p2</b>	<b>t1p3</b>	<b>t1p4</b>	<b>t1p5</b>	<b>t1p 6</b>
<b>1</b>	1	0	0	0	0	0
<b>2</b>	3	0	1	1	0	0
<b>3</b>	0	0	2	2	0	0
<b>4</b>	2	2	3	3	1	2
<b>5</b>	0	4	0	0	5	4

En la tabla se puede observar que el 83% de los profesores eligieron la opción 5 con un puntaje de 5 la cual correspondía a pensar que saber matemática es: Utilizar estrategias para

solucionar diferentes situaciones. Además las opciones que siguen con mayor tendencia son la opción 2 poder reconocer las diferentes representaciones de un concepto matemático en un contexto determinado, y la opción 6 como profesor, crea situaciones que permiten al alumno llegar a los conceptos. Es importante que tantos profesores hayan elegido esta opción, ya que demuestra la importancia que le dan en su quehacer a la resolución de problemas.

**Tabla 17.** Recopilación estadística de estrategias de resolución de problemas, tabla 2 de la encuesta de profesores de primaria.

<b>Profesores de primaria</b>						
<b>Puntaje</b>	<b>t2p1</b>	<b>t2p2</b>	<b>t2p3</b>	<b>t2p4</b>	<b>t2p5</b>	<b>t2p 6</b>
<b>1</b>	0	0	1	0	1	0
<b>2</b>	0	0	0	0	0	0
<b>3</b>	0	2	0	0	1	0
<b>4</b>	2	3	5	3	1	4
<b>5</b>	4	1	0	3	3	2

En esta parte de la encuesta el 83% de los profesores eligieron la teoría propuesta por Resnick y Ford en cuanto a la acción metacognitivo de solucionar problemas, los cuales proponen que la mente está compuesta por compartimientos y que al solucionar problemas se generan relaciones entre los compartimientos del conocimiento, estrategias y procedimientos.

También cabe anotar que la propuesta de Polya es de las más opcionadas ya que el 66% de los profesores le dieron un puntaje de 5. En este punto es de resaltar que por lo indagado en los profesores que resolvieron la encuesta, en su formación de pregrado se les hizo mucho énfasis en el método de Polya para la resolución de problemas.

**Tabla 18.** Recopilación estadística de convicción de lo que es un problema, tabla 3 de la encuesta a profesores de primaria.

<b>Profesores de primaria</b>				
<b>Puntaje</b>	<b>t3p1</b>	<b>t3p2</b>	<b>t3p3</b>	<b>t3p4</b>
<b>1</b>	0	2	0	0
<b>2</b>	0	2	0	2
<b>3</b>	4	0	0	1
<b>4</b>	1	2	3	1
<b>5</b>	1	0	3	2

Se observa que los profesores de primaria frente a las convicciones de lo que para ellos es un problema eligieron la teoría de Borasi con un 50% con un puntaje de 4 y el otro 50% de los profesores eligieron la misma propuesta con un puntaje de 5; esta caracterización de lo que es un problema propone que debe tener 4 elementos fundamentales: formulación, contexto, soluciones, métodos de resolución.

**Tabla 19.** Recopilación estadística de Ejemplos de problemas, tabla 4 de la encuesta a profesores de primaria.

<b>Profesores de primaria</b>							
<b>Puntajes</b>	<b>t4p1</b>	<b>t4p2</b>	<b>t4p3</b>	<b>t4p4</b>	<b>t4p5</b>	<b>t4p 6</b>	<b>t4p7</b>
<b>1</b>	0	0	1	3	4	2	1
<b>2</b>	0	1	1	0	1	1	1
<b>3</b>	3	3	1	1	0	2	1
<b>4</b>	0	1	0	1	1	0	2
<b>5</b>	3	1	3	1	0	1	1

Es evidente que los profesores no concuerdan con elegir uno de los enunciados como problema. Se observa una tendencia hacia el problema 3 que es un problema de descomposición en factores primos y hacia el problema 1 que es un problema de progresión, es de notar que todos estos enunciados pueden ser problema de acuerdo al nivel académico en el cual sea planteado, además de si se encuentra o no en la zona de desarrollo próximo del resolutor.

**Tabla 20.** Recopilación estadística de tipos de obstáculos en la resolución de problemas, tabla 5 de la encuesta a profesores de primaria.

<b>Profesores de primaria</b>			
<b>Puntajes</b>	<b>t5p1</b>	<b>t5p2</b>	<b>t5p3</b>
<b>1</b>	1	0	1
<b>2</b>	0	0	0
<b>3</b>	3	0	1
<b>4</b>	1	2	3
<b>5</b>	1	4	1

Se puede observar que la opción 2 tuvo un puntaje de 5 donde el 66% de los profesores eligieron el origen didáctico como la mayor dificultad a la hora de trabajar en la resolución de problemas y la opción 3 con un puntaje de 4, donde el 50% de los profesores prefirió el origen epistemológico. Al indagar con algunos profesores de los que respondieron la encuesta el porqué de su elección manifestaron que su conocimiento de la matemática no era muy profundo y que por ese motivo se les dificultaba didáctizar estos contenidos en forma de problemas, pero que lo intentaban constantemente.

**Tabla 21.** Recopilación estadística de la utilización de libros de texto, tabla 6 de la encuesta a profesores de primaria.

<b>Profesores de primaria</b>						
<b>Puntajes</b>	<b>t6p1</b>	<b>t6p2</b>	<b>t6p3</b>	<b>t6p4</b>	<b>t6p5</b>	<b>t6p 6</b>
<b>1</b>	0	2	0	3	0	0
<b>2</b>	0	0	0	3	1	1
<b>3</b>	1	3	1	0	5	2
<b>4</b>	0	1	2	0	0	1
<b>5</b>	5	0	3	0	0	2

El 83% de los profesores calificaron con 5 la opción 1 donde el texto lleva a los estudiantes a la búsqueda de los conceptos a través de problemas. Y el 50% de los profesores prefieren la opción 3 en la que piensan que los libros proponen problemas al comenzar un tema.



### 8.2.1. Concepcion de problema y diferencia con ejercicio:

**Figura 6.** Concepcion y ejemplo de la diferencia entre problema y ejercicio.(Grupo de profesores primaria).

PROBLEMA	EJERCICIO
<p>→ Aquel que causa desequilibrio en el estudiante entre lo que sabe y lo que se le propone responder.</p> <p>Se implica intentar, buscar estrategias variadas, aprender del error y construir un aprendizaje significativo.</p>	<p>→ Ejercido algo que el estudiante ya tiene claro y a lo que da inmediata - haciendo uso de procedimientos que ya conoce les da respuesta.</p>
PROBLEMA	EJERCICIO
<p>Pone en juego habilidades y competencias de los estudiantes convirtiéndose en un reto conceptual para el alumno. El problema es una situación intencionada a fin de que el estudiante analice, razone, comunique, piense y utilice diferentes estrategias para resolverlo.</p>	<p>Actividad mecánica de aplicación de algoritmos.</p>

**Transcripción figura 6**

<b>Problema</b>	<b>Ejercicio</b>
<p>Aquel que causa desequilibrio en el estudiante entre lo que sabe y lo que se le propone responder. Le implica intentar buscar estrategias variadas, aprender del error y construir un aprendizaje significativo.</p>	<p>Ejercita algo que el estudiante ya tiene claro y a lo que dé inmediato –haciendo uso de procedimientos que ya conoce les da respuesta.</p>
<p>Pone en juego habilidades y competencias de los estudiantes convirtiéndose en un reto conceptual para el alumno. El problema es una situación intencionado a fin de que el estudiante analice, razone, comunique, piense y utilice diferentes estrategias para resolverlo.</p>	<p>Actividad mecánica de aplicación de algoritmos.</p>

**Figura 7.** Concepcion y ejemplo de la diferencia entre problema y ejercicio.(Grupo de profesores primaria).

PROBLEMA	EJERCICIO
<p>Situación a la cual no se le puede dar una respuesta inmediata, y que amerita un proceso de estudio para dar solución</p> <p>Cómo saber la estatura de una persona tomando como mediador Didáctico el SOL.</p>	<p>Situación que se puede responder en corto tiempo.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <math display="block">x^2 + 4 = 68</math> <p>Resolver</p> </div>
PROBLEMA	EJERCICIO
<p>Situación "real" donde el estudiante partiendo de sus experiencias emplea elementos de las matemáticas para resolverla.</p>	<p>Actividad que se realiza resolviendo un algoritmo, de forma mecánica, no hay tanta relación con el contexto.</p>

### Transcripción Figura 7

Problema	Ejercicio
<p>Situación a la cuál no se le puede dar una repuesta inmediata y que amerita un proceso de estudios para dar solución.</p> <p>Como saber la estatura de una persona tomando como mediador didáctico EL SOL.</p>	<p>Situación que se puede responder en corto tiempo.</p> $x^2 + 4 = 68$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <p>Resolver</p> </div>
<p>Situacion “real” donde el estudiante partiendo de sus experiencias emplea elementos de las matemáticas para resolverla.</p>	<p>Actividad que se realiza resolviendo algoritmo, de forma mecánica , no hay tanta relación con el contexto.</p>

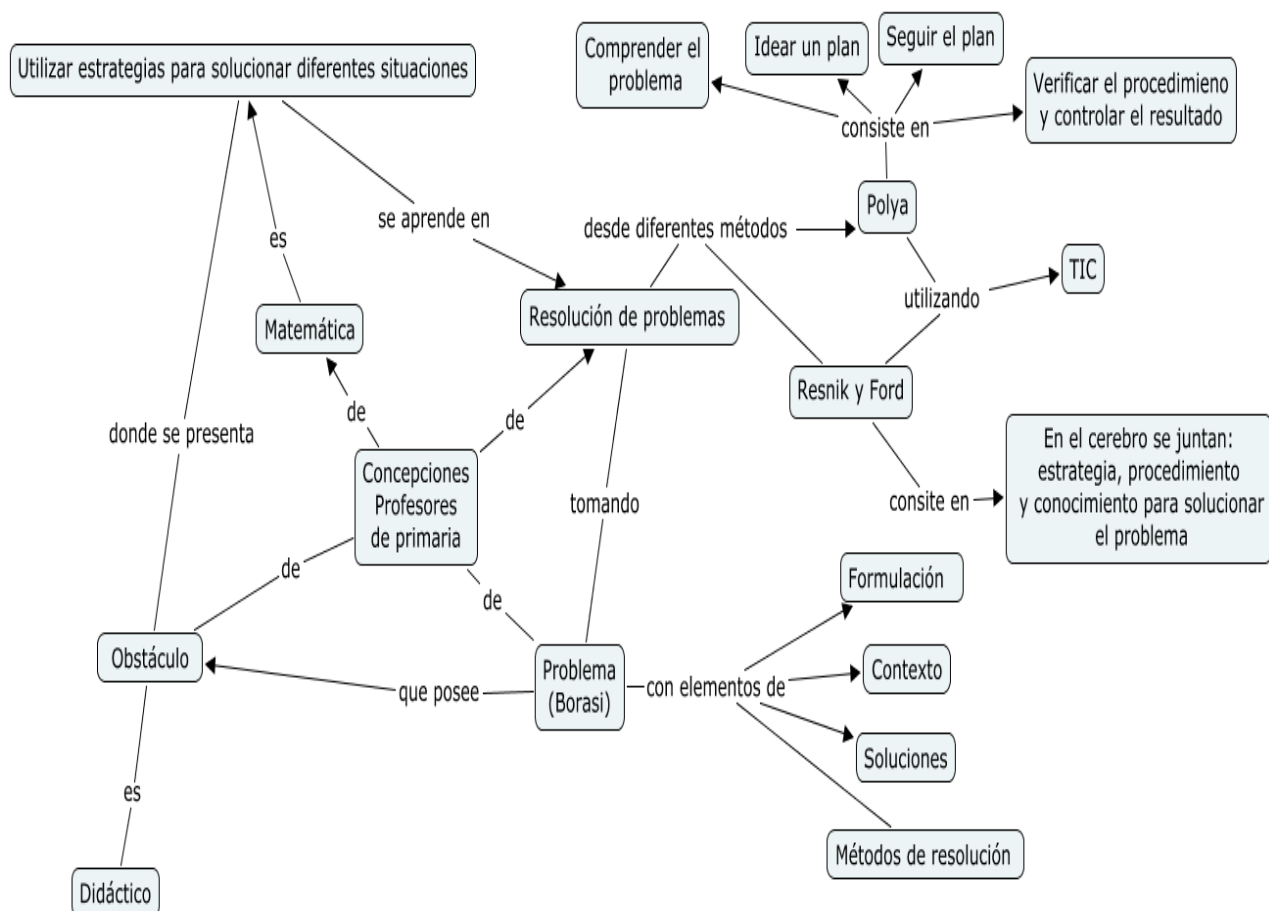
**Figura 8.** Concepcion y ejemplo de la diferencia entre problema y ejercicio.(Grupo de profesores primaria).

PROBLEMA	EJERCICIO
<p>La edad de Ana excede en 5 años a la edad de Juan, y 6 años a la edad de Luis, si la edad de Juan equivale a 3 veces la edad de Camilo que tiene 6 años, calcular la edad de cada uno.</p>	$\begin{array}{r} 84.769 \\ \times 48 \\ \hline \end{array}$
PROBLEMA	EJERCICIO
<p>Problema: Es una situación que merece <math>\odot</math> requiere de confrontar con conceptos y contextos, para hallarle una respuesta o solución</p> <p>Ejemplo:          Cómo puedo determinar el <del>en</del> número de combinaciones de trajes que puedo usar, sabiendo que en mi ropero tengo 6 camisas, 4 pantalones y 3 pares de zapatos, si cada uno de ellos tiene colores diferentes?</p>	<p>Es un planteamiento, por lo general matemático que busca que por medio de procedimientos o algoritmos se le brinde una respuesta.</p> <p>Ejemplo:          Si Daniela tiene 3 años menos que su hermano mayor, y este tiene la mitad de años, que <del>que</del> mamá. ¿Cuántos años tiene Daniela, sabiendo que su madre hace 5 años tenía 37 años?</p>

Se puede observar que los ejercicios lo relacionan con algoritmos, con lo que ya saben, además que lo asumen como algo mecánico y que tienen solución inmediata. En cuanto a los problemas los caracterizan con que deben tener varios conceptos, tener un contexto que promueve competencias y donde se puede buscar estrategias. Se evidencia que todos están de acuerdo que los problemas poseen solución. Se estaría hablando desde la aproximación propuesta por Borasi donde el problema debe tener formulación, contexto, solución y métodos de resolución.

Ahora se mostrara en un esquema las diferentes relaciones que se lograron observar en los profesores de primaria respecto a la resolución de problemas.

**Gráfico 4.** Diferentes relaciones respecto a la resolución de problemas en profesores de primaria



**Explicación gráfico 4:** Se pudo concluir que las relaciones de las convicciones y concepciones de los profesores de primaria entienden el problema desde lo que expone Borasi donde hay formulación, contexto, soluciones y métodos de resolución de problemas, los cuales se relacionan también con lo expuesto por Polya donde resolver problema consiste en comprender el problema, idear un plan, seguir el plan, verificar el procedimiento y controlar el resultado y por Resnik y Ford que exponen que en el cerebro se juntan las estrategias, los procedimientos y conocimientos para solucionar un problema. Al analizar esto, se puede decir que los profesores de primaria de este grupo, poseen diferentes concepciones sobre la matemática, la resolución de problemas y las estrategias, y que por tal motivo se dé un obstáculo didáctico.

### 8.3. CANDIDATOS A MAGISTER EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

**Nota:** De ser necesario para la lectura de las tablas utilizar el anexo 4: Nomenclatura

**Tabla 22.** Recopilación estadística de concepciones sobre la matemática, tabal 1 de encuesta a profesores candidatos a magister.

Candidatos a magister						
Puntaje	t1p1	t1p2	t1p3	t1p4	t1p5	t1p 6
1	2	0	0	0	0	0
2	1	1	3	1	0	1
3	3	1	2	3	1	1
4	0	1	0	2	3	1
5	0	3	1	0	2	3

Al ver la tabla realizada desde la encuesta de los candidatos a magister, la tendencia que sobresale es la opción 2 donde el 50% de los profesores se identifican con la idea de que saber

matemática es: reconocer un concepto matemático en diferentes contextos y la 6 que es crear situaciones que permitan que el alumno comprenda.

**Tabla 23.** Recopilación estadística de estrategias de resolución de problemas, tabla 2 de encuesta a profesores candidatos a magister.

<b>Candidatos a magister</b>						
<b>Puntaje</b>	<b>t2p1</b>	<b>t2p2</b>	<b>t2p3</b>	<b>t2p4</b>	<b>t2p5</b>	<b>t2p 6</b>
<b>1</b>	0	0	0	0	0	0
<b>2</b>	0	0	2	0	0	0
<b>3</b>	0	0	1	2	2	1
<b>4</b>	2	3	3	2	3	1
<b>5</b>	4	3	0	2	1	4

En cuanto a lo relacionado con los métodos o estrategias para solucionar problemas, las opciones que muestran mayor puntaje en los profesores candidatos a magister son las teorías relacionadas con Polya que sería la opción 1 y con L. Burton, Mason y Stacey que es la opción 6 y que en realidad en lo único que difieren en lo de Polya es en una etapa de extensión del problema, luego de idear un plan, ponerlo en marcha, revisar la respuesta y el proceso.

**Tabla 24.** Recopilación estadística de convicción de lo que es un problema, tabla 3 de la encuesta a profesores candidatos a magister.

<b>Candidatos a magister</b>				
<b>Puntaje</b>	<b>t3p1</b>	<b>t3p2</b>	<b>t3p3</b>	<b>t3p4</b>
<b>1</b>	0	0	0	0
<b>2</b>	3	4	0	0
<b>3</b>	2	2	2	1
<b>4</b>	1	0	1	3
<b>5</b>	0	0	3	2



En cuanto a lo que se entiende por problema la tendencia se enmarca a las opciones 3 y 4 donde predomina la 3 ya que el 50% de los profesores la eligieron con un puntaje de 5. Esta aproximación a lo que es un problema es la elaborada por Borasi donde sobresalen 4 elementos principales en un problema: formulación, contexto, soluciones, métodos de resolución.

**Tabla 25.** Recopilación estadística de ejemplos de problemas, tabla 4 de la encuesta a profesores candidatos a magister.

<b>Candidatos a magister</b>							
<b>Puntajes</b>	<b>t4p1</b>	<b>t4p2</b>	<b>t4p3</b>	<b>t4p4</b>	<b>t4p5</b>	<b>t4p 6</b>	<b>t4p7</b>
<b>1</b>	1	1	1	2	2	1	2
<b>2</b>	0	1	1	1	1	1	0
<b>3</b>	0	1	3	1	0	2	1
<b>4</b>	2	2	1	1	2	0	2
<b>5</b>	3	1	0	1	1	2	1

En este apartado de la encuesta el 50% de los profesores eligieron la opción 1 con un puntaje de 5, que es un problema de progresión. Desde esta perspectiva se observa que los profesores no están de acuerdo en que los demás sean problemas, además la tendencia es del 50% de los profesores lo que establece que en este grupo de profesores es difícil que coincidan en escoger lo que es un problema.

**Tabla 26.** Recopilación estadística de tipos de obstáculos en la resolución de problemas, tabla 5 de la encuesta a profesores candidatos a magister.

<b>Candidatos a magister</b>			
<b>Puntajes</b>	<b>t5p1</b>	<b>t5p2</b>	<b>t5p3</b>
<b>1</b>	0	0	0
<b>2</b>	1	2	1
<b>3</b>	4	0	1
<b>4</b>	0	2	3
<b>5</b>	1	2	1

La opción 3 fue elegida por el 50% de los profesores con un puntaje de 4 la cual se refiere a un obstáculo epistemológico; que quiere decir que la dificultad para trabajar la resolución de problemas viene dada por la naturaleza del mismo concepto.

**Tabla 27.** Recopilación estadística de Utilización de libros de texto, tabal 6 de la encuesta a profesores candidatos a magister.

<b>Candidatos a magister</b>						
<b>Puntajes</b>	<b>t6p1</b>	<b>t6p2</b>	<b>t6p3</b>	<b>t6p4</b>	<b>t6p5</b>	<b>t6p 6</b>
<b>1</b>	2	1	2	2	1	1
<b>2</b>	2	2	2	3	3	1
<b>3</b>	2	2	1	1	0	3
<b>4</b>	0	1	0	0	0	1
<b>5</b>	0	0	1	0	2	0

Se evidencia que no existe alguna tendencia significativa frente a como se trabajan los problemas en los libros de texto. A verificar con algunos de los profesores que respondieron la

encuesta se pudo establecer que en su mayoría no siguen un solo libro y que las deficiencias de algunos por ejemplo en el tratamiento de los problemas los compensan con la utilización de otros textos de apoyo.

### 8.3.1. Concepcion de problema y diferencia con ejercicio:

**Figura 9.** Concepcion y ejemplo de la diferencia entre problema y ejercicio. (Grupo de profesores a Candidatos Magister).

PROBLEMA	EJERCICIO
<p>• Hay que leerlo cuidadosamente y aplicar un plan de trabajo para poder resolverlo.</p> <p>Se reparte una herencia entre 3 hijos, al mayor le corresponde <math>\frac{1}{4}</math> de la herencia, al menor <math>\frac{2}{5}</math> de la herencia y al del medio millón de pesos.</p> <p>Se puede conocer el valor de la herencia?</p>	<p>• Rapidamente se sabe lo que se está aprendiendo</p> <p>• Generalmente se aplica a una situación concreta.</p> <p>• Se elabora o resuelve de una forma más o menos mecánica.</p> $2x + 3 = 11$
PROBLEMA	EJERCICIO
<p>Consiste en realizar un acercamiento a la realidad en donde para dar solución a esta situación se utilizan saberes de tipo conceptual y procedimental los estudiantes del grado 8 van de paso al 2do grado allí se tiene los siguientes precios para las atracciones: boleto \$1000, papas \$400. Si asisten 20 estudiantes cuánto es el total en entradas y refrigerio</p>	<p>Consiste en la aplicación de algoritmos</p> $4m - 3x =$

### Transcripción Figura 9

Problema	Ejercicio
<p>Hay que leerlo cuidadosamente y aplicar un plan de trabajo para poder resolverlo.</p> <p>Se reparte una Herencia entre 3 hijos, al mayor le corresponde <math>\frac{1}{4}</math> de la Herencia , el menor <math>\frac{2}{5}</math> de la Herencia y al del medio 1 millon de pesos.</p> <p>Se puede conocer los valor de la Herencia?</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Rápidamente se sabe lo que se está pidiendo.</li> <li>• Generalmente se aplica a una situación concreta.</li> <li>• Se elabora o resuelve de una forma mas o menos mecánica.</li> </ul> <p style="text-align: center;"><math>2x + 3=11</math></p>
<p>Consiste en realizar un acercamiento a la realidad en donde para dar solución a esta situación, se utilizan saberes de tipo conceptual y procedimental.</p> <p>Los estudiantes del grado 3° van de paseo al zoológico allí se tiene los siguientes precios para las atracciones: ingreso \$5500, Refrigerio \$4000. Si asisten 20 estudiantes cuánto es el total con todo en entrada y refrigerio.</p>	<p>Consiste en la aplicación de algoritmos</p> <p>Ejm</p> <p style="text-align: center;"><math>3x4</math></p>

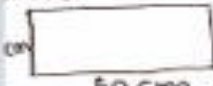
**Figura 10.** Concepción y ejemplo de la diferencia entre problema y ejercicio. (Grupo de profesores candidato a Magister).

PROBLEMA	EJERCICIO
<p>Un problema es una situación de contexto que teta al que lo lea a encontrar solución, implicando no solo la aplicación de algoritmos sino, también la interpretación, comprensión y clasificación de la información, involucrando las competencias y procesos matemáticos.</p> <p>• Organizar un grupo de 30 personas en un espacio de 50mts<sup>2</sup>, de tal forma que queden espacios para desplazarse.</p>	<p>Un ejercicio consta de instrucciones precisas que llevan al que lo lea a dar respuesta a una pregunta cerrada con única respuesta, que requiere la aplicación de un algoritmo:</p> <p>Mateo tiene 7 cónicas y Tomas tiene 3 más que él. ¿Cuántas cónicas tiene Tomas?</p>
PROBLEMA	EJERCICIO
<p>Partir de una situación de la vida real y su solución requiere del uso de las matemáticas</p> <p>Ej:</p> <p>Mi padre en el trabajo gana un sueldo de \$150000 y mi madre \$800.000. Ellos disponen un 20% para ahorro mensual, un 10% para gastos y el resto del dinero para cuentas personales. Escribe en \$ ¿cuánto dinero corresponde al ahorro?</p>	<p>Consiste en resolver operaciones matemáticas.</p> <p>Ej:-</p> <p>① Hallar el 20% de 1'500.000</p> <p>② Cual es el resultado de la siguiente suma <math>1'500.000 + 800.000</math>.</p> <p>③ Cual es el resultado de la siguiente resta <math>1'500.000 - 800.000</math></p>

### Transcripción Figura 10

Problema	Ejercicio
<p>Un problema es una situación de contexto al que lo lea a encontrar solución, implicando no solo la aplicación de algoritmos sino, también la interpretación, comprensión y clasificación de información, involucrando las competencias y procesos matemáticos.</p> <p>Organizar un grupo de 30 personas en un espacio de 50 mts<sup>2</sup>, de tal forma que queden espacios para desplazarse.</p>	<p>Un ejercicio consta de instrucciones precisas que llevan al que lo lea a dar respuesta a una pregunta cerrada con única respuesta, que requiere la aplicación de un algoritmo.</p>
<p>Partir de una situación de la vida real y su solución requiere del uso de las matemáticas.</p> <p>Ej</p> <p>Mi padre en el trabajo gana un sueldo de \$1'500.000 y su madre \$800.000</p> <p>Ellos disponen un 20% para ahorro mensual, un 50% para gastos y el resto del dinero para gastos personales. Escribe en \$</p> <p>¿Cuánto dinero corresponde al ahorro?</p>	<p>Consiste en resolver operaciones matemáticas</p> <p>Ej</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Hallar el 20% de 1'500.000</li> <li>✓ Cuál es el resultado de la siguiente suma.</li> </ul> <p style="text-align: center;"><math>1'500.000 + 800.000</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Cuál es el resultado de la siguiente resta.</li> </ul> <p style="text-align: center;"><math>1'500.000 - 800.000</math></p>

**Figura 11.** Concepción y ejemplo de la diferencia entre problema y ejercicio. (Grupo de profesores Candidato a magister).

PROBLEMA	EJERCICIO
<p>Tarea que se le plantea a un estudiante y que resulta retadora para él (pero al mismo tiempo no imposible), en la que para solucionarla, hará uso de sus conocimientos previos, su capacidad de análisis y su habilidad para aplicar lo que sabe en contexto</p>	<p>Tarea que tiene como objetivo practicar un conocimiento recientemente enseñado en clase. No va más allá de un desarrollo algorítmico ó conceptual que por más exigente que sea no demanda análisis, abstracción ni uso en contexto de lo aprendido. Esto no indica que no sean importantes, ya que son la forma de practicar algoritmos y elaboraciones conceptuales que serán útiles a la hora de</p>
<p>una situación matemática o extramatemática que requiere a su solución poner en juego todos los conocimientos que se ven alrededor del contexto tratado de tal manera que se elabora una estrategia para su solución. La estrategia puede variar de individuo a individuo.</p> <p>Por ejemplo:            la siguiente pieza sirve para hacer 3 modelos de cajas (sin pegar) malgastando la menor cantidad de material posible</p> 	<p>Es un enunciado que pide al estudiante resolverlo usando generalmente el desarrollo de un algoritmo.</p> <p>Por ejemplo:            Sebastián desea repartir 280 caramelos entre sus mejores 3 amigos de tal manera que cada uno de ellos quede con la misma cantidad. ¿cuántos deberá darle a cada uno?</p> <p>Los ejercicios tienen una única forma de ser resueltos generalmente.</p>



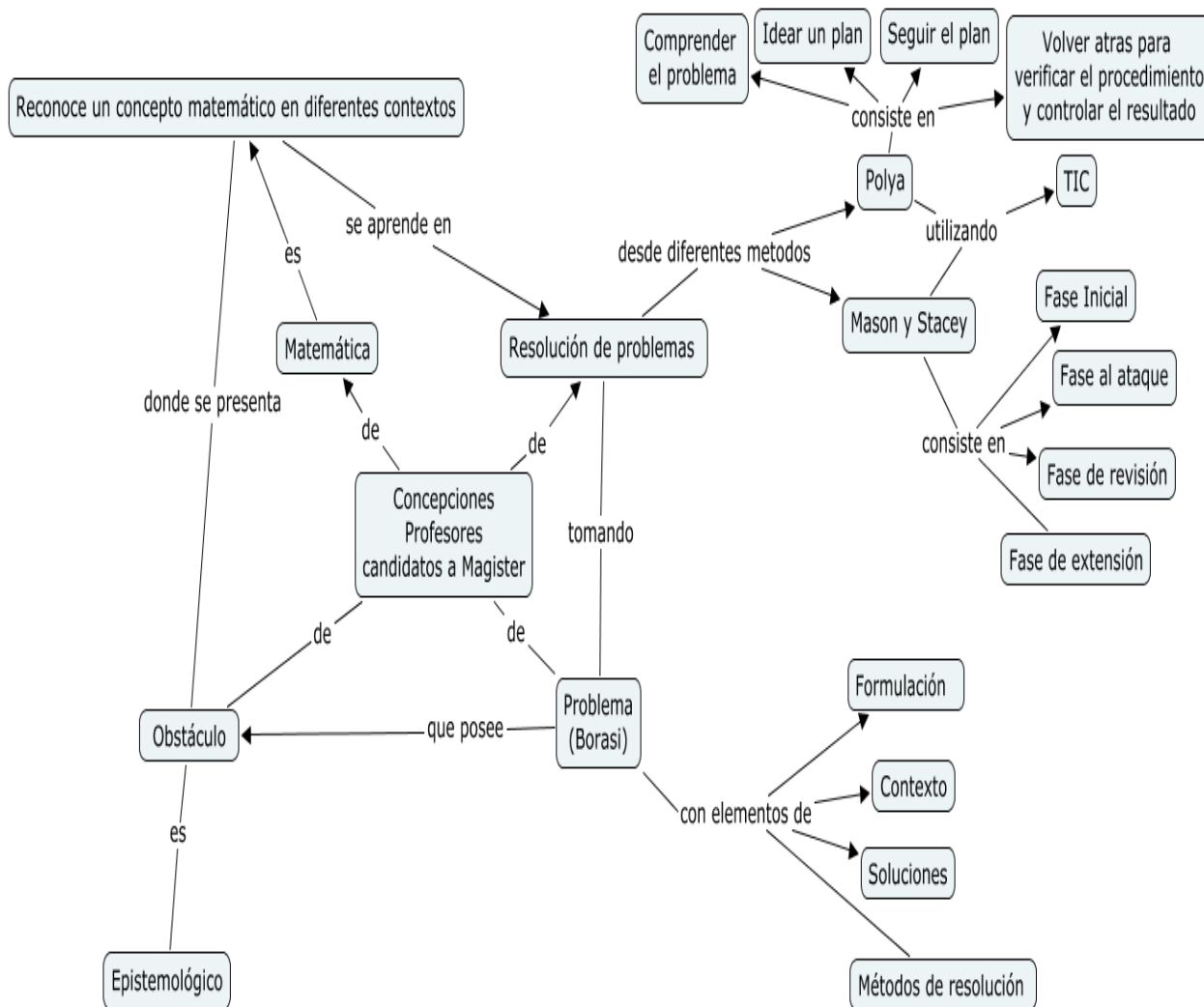
### Transcripción Figura 11

Problema	Ejercicio
<p>Tarea que se le plantea a un estudiante y que resulta retadora para él (pero al mismo tiempo no imposible), en la que para solucionarla, hará uso de sus conocimientos previos, su capacidad de análisis y su habilidad para aplicar lo que sabe en contexto.</p>	<p>Tarea que tiene como objetivo practicar un conocimiento recientemente enseñado en clase. No va más allá de un desarrollo algorítmico o conceptual, que por más exigente que sea no demanda análisis, abstracción ni uso en contexto de lo aprendido.</p> <p>Esto no indica que no sean importantes, ya que son la forma de practicar algoritmos y elaboraciones conceptuales que serán útiles a la hora de solucionar.</p>
<p>Una situación matemática o extramatemática que requiere a su solución poner en juego todos los conocimientos que se ven alrededor del concepto tratado de tal manera que establezca una estrategia para su solución. La estrategia puede variar de individuo a individuo.</p> <p>Ejemplo: Observa la siguiente pieza y construye con 3 modelos de cajas (sin tapa) malgastando la menor cantidad de material visible</p>	<p>En un enunciado que pide al estudiante resolverlo usando generalmente el desarrollo de un algoritmo.</p> <p>Por ejemplo: Sebastián desea repartir 280 caramelos entre sus mejores 3 amigos de tal manera que cada uno de ellos quede con la misma cantidad ¿Cuántos deberá darle a cada uno? Los ejercicios tienen una única forma de ser resueltos generalmente.</p>

Se puede inferir que los candidatos a magíster no poseen una misma concepción de lo que es un problema a pesar que en su currículo poseen algunos cursos donde se trata directamente este tema, parecen estar entre la concepción de Borasi y la de Vigotsky. En cuanto al ejercicio solo es claro que conciben que la respuesta es casi inmediata y posiblemente asociada a un algoritmo.

Ahora se muestra un esquema donde se puede explicar las diferentes relaciones que se observaron en los profesores candidatos a magister en cuanto a la resolución de problemas.

**Gráfico 5.** Diferentes relaciones respecto a la resolución de problemas en profesores candidatos a magister



**Explicación gráfico 5:** Del grupo de los profesores candidatos a Magister se puede concluir que la concepción que poseen sobre resolución de problemas se enmarca desde lo expuesto por Polya y la de Mason y Stacey donde menciona una fase inicial, fase de ataque, fase de revisión y fase de extensión. Además asumen el problema por lo expuesto por Borasi y entienden la matemática como el reconocimiento de un concepto matemático en diferentes contextos, donde el mayor obstáculo que presentan es el epistemológico.

#### 8.4. PROFESIONALES DE OTRAS DISCIPLINAS QUE DAN MATEMÁTICAS EN BACHILLERATO

**Nota:** de ser necesario para el lector se puede dirigir al anexo 4 nomenclaturas para entender mejor las tablas de frecuencia.

**Tabla 28.** Recopilación estadística de concepciones sobre la matemática, tabla 1 de la encuesta a profesionales dedicados a la docencia en bachillerato.

Profesionales en bachillerato						
Puntajes	t1p1	t1p2	t1p3	t1p4	t1p5	t1p 6
1	3	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0
3	1	0	2	3	0	1
4	2	3	2	2	1	5
5	0	3	2	1	5	0

Las opciones con mayor puntaje son la 5 elegida por el 83% de los profesores la cual sugiere que saber matemática tiene que ver con utilizar estrategias para solucionar diferentes situaciones; esta tendencia puede tener relación directa con el hecho que en Colombia muchos de los ingenieros

que entran a la docencia, dan clase de matemáticas desde su convicción que es la utilización del conocimiento desde lo práctico por ejemplo desde la optimización.

Además la opción 6, obtuvo un puntaje de 4 que es crear situaciones que permitan al alumno llegar a conceptos.

**Tabla 29.** Recopilación estadística de estrategias de resolución de problemas, tabla 2 de la encuesta a profesionales dedicados a la docencia en bachillerato.

<b>Profesionales en bachillerato</b>						
<b>Puntajes</b>	<b>t2p1</b>	<b>t2p2</b>	<b>t2p3</b>	<b>t2p4</b>	<b>t2p5</b>	<b>t2p 6</b>
<b>1</b>	0	1	0	0	0	0
<b>2</b>	0	0	0	0	0	1
<b>3</b>	0	1	3	1	0	0
<b>4</b>	3	2	3	3	3	2
<b>5</b>	3	2	0	2	3	3

Hay una pequeña tendencia hacia las opciones 5 y 6 con puntaje de 5 las cuales hacen referencia a la teoría de D'Amore y la otra a la de L. Burton, Mason y Stacey; ambas estrategias son similares teniendo en la última una extensión del problema.

**Tabla 30.** Recopilación estadística de convicción de lo que es un problema, tabla 3 de la encuesta a profesionales dedicados a la docencia en bachillerato.

<b>Profesionales en bachillerato</b>				
<b>Puntajes</b>	<b>t3p1</b>	<b>t3p2</b>	<b>t3p3</b>	<b>t3p4</b>
<b>1</b>	1	0	0	0
<b>2</b>	0	1	0	0
<b>3</b>	5	4	0	0
<b>4</b>	0	1	2	3
<b>5</b>	0	0	4	3

Al observar la tabla el 66% de los profesores dan un puntaje de 5 a la opción 3 que es la de Borasi quien caracteriza los problemas con cuatro elementos formulación, contexto, soluciones y métodos de resolución además de que el 50% de los profesores también dan un puntaje de 5 a la opción 4 que es la de Boero que distingue un problema por elementos estáticos y dinámicos.

**Tabla 31.** Recopilación estadística de ejemplos de problemas, tabla 4 de la encuesta a profesionales dedicados a la docencia en bachillerato.

<b>Profesionales en bachillerato</b>							
<b>Puntajes</b>	<b>t4p1</b>	<b>t4p2</b>	<b>t4p3</b>	<b>t4p4</b>	<b>t4p5</b>	<b>t4p 6</b>	<b>t4p7</b>
<b>1</b>	0	0	1	2	0	1	0
<b>2</b>	1	0	1	1	1	0	0
<b>3</b>	1	4	3	1	3	1	1
<b>4</b>	1	1	0	2	0	1	1
<b>5</b>	3	1	1	0	2	3	4

Esta tabla evidencia que la convicción de los profesores que se encuentran en este grupo, el 66% de los profesores eligen la opción 7 con un puntaje de 5, esta opción es un problema de geometría donde hay que encontrar áreas. Se puede decir que la geometría es un énfasis en las carreras afines a matemáticas como las ingenierías lo que lleva a que ellos coincidan en esta opción.

**Tabla 32.** Recopilación estadística de tipos de obstáculos en la resolución de problemas, tabla 5 de la encuesta a profesionales dedicados a la docencia en bachillerato.

<b>Profesionales en bachillerato</b>			
<b>Puntajes</b>	<b>t5p1</b>	<b>t5p2</b>	<b>t5p3</b>
<b>1</b>	0	0	1
<b>2</b>	1	0	1
<b>3</b>	2	1	0
<b>4</b>	0	1	3
<b>5</b>	3	4	2

En esta tabla es interesante observar que el 66% de los profesores eligen la opción 2 que corresponde al obstáculo de origen didáctico cuando se está trabajando la resolución de problemas, esto puede deberse a su poca formación en la didáctica de la matemática.

**Tabla 33.** Recopilación estadística de utilización de libros de texto, tabla 6 de la encuesta a profesionales dedicados a la docencia en bachillerato.

<b>Profesionales en bachillerato</b>						
<b>Puntajes</b>	<b>t6p1</b>	<b>t6p2</b>	<b>t6p3</b>	<b>t6p4</b>	<b>t6p5</b>	<b>t6p 6</b>
<b>1</b>	0	2	0	3	1	0
<b>2</b>	1	2	0	0	0	2
<b>3</b>	1	0	1	3	5	1
<b>4</b>	2	1	2	0	0	3
<b>5</b>	2	1	3	0	0	0

Se observa que este grupo utiliza los libros como guía donde ellos aprecian que los problemas están dispuestos como medio motivador al comenzar un tema y utilizan los problemas que propone el texto para seguir sus clases.

Ahora se muestran ejemplos de la diferencia entre problema y ejercicio en los profesionales dedicados a la docencia en bachillerato

**Figura 12.** Concepcion y ejemplo de la diferencia entre problema y ejercicio.

PROBLEMA	EJERCICIO	PROBLEMA	EJERCICIO
¿Como puede el Concepto de los Naturales, Utilizarlo en su vida diaria?	Sumar: $254.000 + 28500 + 14500 =$	UNA PASTA EN LA TIENDA POR DON PAGARON DE PASTAS 3 TIPO \$45000, PASTA 1 TIPO \$2500, PASTA EN LA TIENDA POR EL CANTO PAGARON DE PASTAS Y 2 CASCARILLAS PAGO \$ 5200, CUAL ES EL PRECIO DE UN ANILLO DE PASTA Y EL PRECIO DE UN CASCARILLAS	RESOLVER EL SISTEMA DE ECUACIONES POR JACOBIANAS $3x + 5y = 18$ $5x - 2y = 4$
Una situación que plantea una pregunta y fija ciertas condiciones, con el fin de resolverse. En la escuela donde estudia Andrés los niños prefieren consumir manzanas, que peras y bananas que piñas. Si se tiene la tabla nutricional de los frutos antes mencionados y los niños comen esto por 30 días al año, se quiere conocer el estado nutricional de los niños de la institución, según los alimentos consumidos,...		Es una rutina donde se realizan procedimientos con el fin de obtener algo. Resolver la siguiente factorización: $x^2 - 5x + 9 = 0$ .	

### Transcripción figura 12

Problema	Ejercicio
¿Cómo puede el concepto de los naturales, utilizarlo en la vida cotidiana?	Sumar: $254.000 + 28.500 + 14.500$
<p>Una situación que plantea una pregunta y fija ciertas condiciones con el fin de resolverse.</p> <p>En la escuela donde estudia Andrés los niños prefieren consumir manzanas, que peras y bananas que piñas. Si se tiene la tabla nutricional de las frutas antes mencionadas y los niños comen esto 300 días al año se quiere conocer el estado nutricional de los niños de la institución, según los alimentos consumidos...</p>	<p>Es una rutina donde se realizan procedimientos con el fin de obtener algo.</p> <p>Resolver la siguiente factorización:</p> $x^2 - 5x + 9$
<p>Juan pagó en la tienda por dos paquetes de papitas y tres gaseosas \$4600, Pedro en la misma tienda por cuatro paquetes de papitas y 2 gaseosas pagó \$5200, cuál es el precio de un paquete de papitas y el precio de una gaseosa</p>	<p>Resolver el sistema de ecuaciones por igualación</p> $3x + 6y = 18$ $5x - 2y = 4$



**Figura 13.** Concepción y ejemplo de la diferencia entre problema y ejercicio. (Grupo de profesores no licenciados en Bachillerato).

PROBLEMA	EJERCICIO	PROBLEMA	EJERCICIO
<p>establecer enunciados o escribir situaciones contextualizadas que requieran análisis de conceptos previos.</p> <p>¿De cuántas formas posible puede usted escribir una de su computadora haciendo también en cuenta la misma organización de los datos en clase?</p>	<p>resolución de un planteamiento sencillo que requiera de subconocimientos, técnicas o memorísticas.</p> <p>Encuentra el valor de <math>x</math> en <math>x+3=8</math></p>	<p>Situación contextualizada que permite interpretación, análisis y argumentación.</p>	<p>Desarrollo de algoritmos que permitan comenzar procedimientos.</p>
<p>Es una situación que involucre la solución de un evento cualquiera, mediante los conceptos matemáticos que requiere esta, que necesariamente presenta un grado de dificultad. En él aparecen el objeto matemático y el contexto.</p> <p>Jorge requiere cercar su finca que tiene un área de <math>60 \text{ m}^2</math>. ¿Cuántos estacas de colocar en su finca, se debe ubicar a una distancia de <math>3 \text{ m}</math>? ¿Cuánto alambre necesita si va a dar 4 vueltas a toda la finca?</p>	<p>Es un algoritmo de tipo aritmético o algebraico, que exige un nivel de razonamiento mínimo.</p> <p>Resolver la siguiente ecuación <math>2x+3=6</math></p>		

### Transcripción figura 13

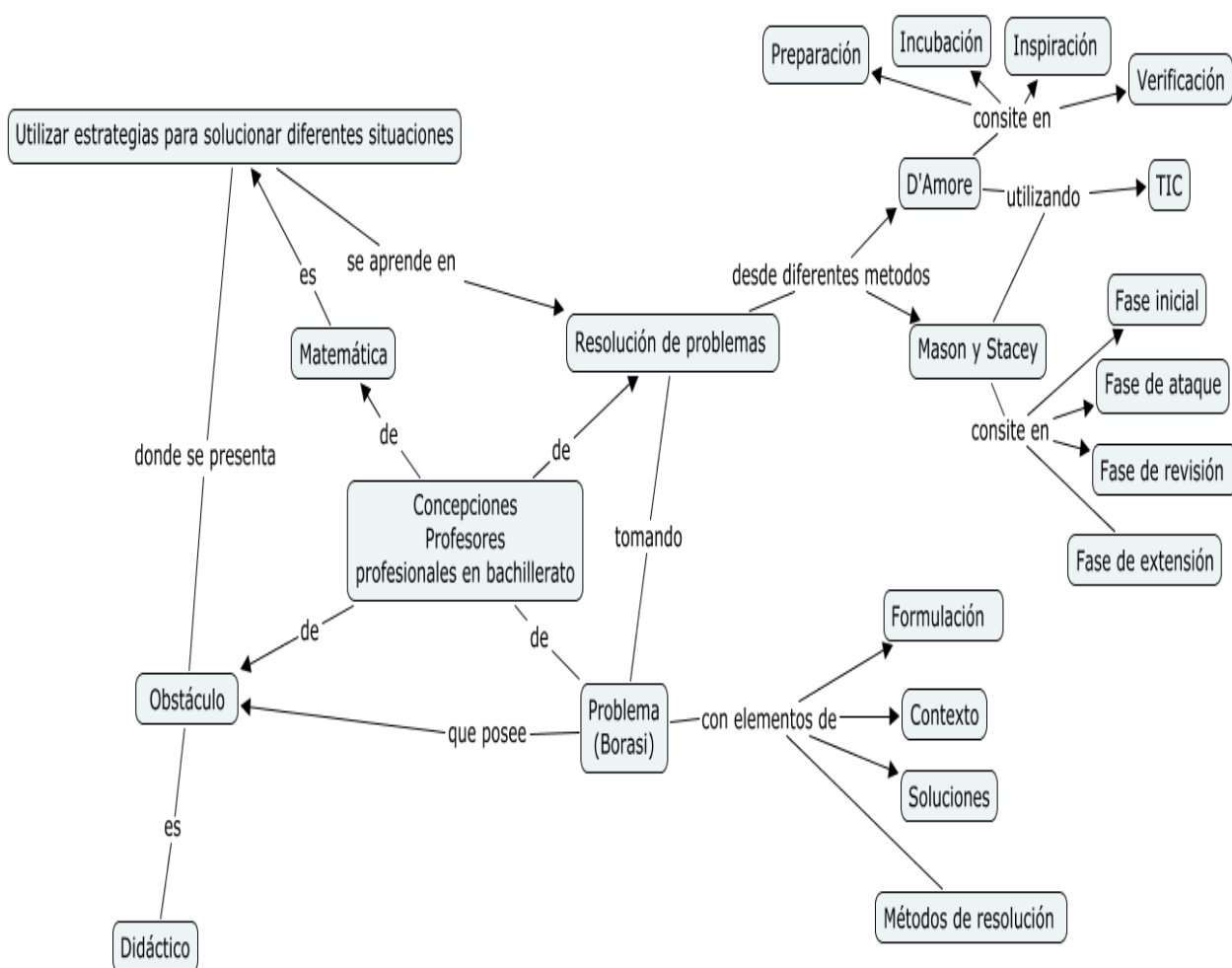
Problema	Ejercicio
<p>Encamina a resolver situaciones contextualizadas que requieren analisis de conceptos previos.</p> <p>¿De cuantas formas posibles puede usted sentarse cerca de su compañero favorito teniendo en cuenta la misma organización de la salida de clases?</p>	<p>Resolución de un planteamiento sencillo que puede requerir de solo conocimientos técnicos o memorísticos.</p> <p>Encuentre el valor de la incógnita</p> $x + 3 = 8$
<p>Situacion contextualizada que permite interpretación , análisis y argumentación</p>	<p>Desarrollo de algoritmos que permitan mecanizar procedimientos.</p>
<p>Es una situacion que involucra la solución de un evento cualquiera, mediante los conceptos matemáticos que requiere esta y que necesariamente presenta dificultad. En él aparecen el objeto matemático y el contexto.</p> <p>Jorge requiere cercar su finca que tiene un area de <math>60 \text{ m}^2</math> ¿Cuántos estacones de colocar en su finca, se debe ubicarlos a una distancia de 3 m? ¿Cuánto alambre necesita si va a dar 4 vueltas a toda la finca?</p>	<p>En un algoritmo de tipo aritmético o algebraico , que exige un nivel de razonamiento mínimo.</p> <p>Resolver la siguiente acuación</p> $2x + 3 = 6$

Al observar las respuestas obtenidas por los profesores no licenciados y que dan clase en bachillerato, algunos poseen la idea de problema como la estrategia de resolución reconociendo

que existen pasos para resolver, además de que un problema es un texto que posee una parte algorítmica. Se observa dentro de este apartado que para todo el concepto de problema es que siempre debe tener solución, lo que en muchas ocasiones no es así. Es importante también, resaltar que los ejercicios lo tienen como algo mecánico que no exige razonamiento cuando un ejercicio también puede llegar a ser un problema para algunos alumnos. Esto nos lleva a reflexionar sobre la educación matemática que se da en el país, ya que cuando uno se encuentra con esto puede verse notablemente la importancia de que la matemática sea dictada por profesores que sean del área. Aunque hay que denotar que hay profesionales que les gusta las matemáticas y que continúan estudiando sobre ellas, pero hay gran mayoría de profesores que hasta dictan matemáticas y sobre todo en la primaria porque les toca. Esto por ejemplo desarrolla no desarrolla en el niño representaciones matemáticas, que es algo indispensable para resolver problemas. La convicción que se refleja en este grupo de profesores es que no comprenden y no tienen la idea de lo que puede ser un problema y lo que puede llegar a ser un ejercicio.

A continuación se presenta un esquema en el que se pueden observar las diferentes relaciones encontradas en el grupo de profesores no licenciados que ejercen en bachillerato

**Gráfico 6.** Diferentes relaciones respecto a la resolución de problemas en profesores no licenciados que se desempeñan en bachillerato



**Explicación gráfico 6:** Del grupo de los profesores no licenciados y que dan clase en bachillerato se puede concluir que la concepción que poseen sobre resolución de problemas se enmarca desde lo expuesto por D'Amore que para resolver un problema hay que tener una preparación, incubación, inspiración y luego verificación y de Mason y Stacey donde menciona una fase inicial, fase de ataque, fase de revisión y fase de extensión. Además asumen el problema por lo expuesto por Borasi y entienden la matemática desde la solución de diferentes situaciones, y su mayor obstáculo es el didáctico.

## 8.5. PROFESORES UNIVERSITARIOS

**Nota:** De ser necesario para el lector puede acudir al anexo cuatro para tener presente la nomenclatura utilizada en las tablas.

**Tabla 34.** Recopilación estadística de concepciones sobre la matemática, tabla 1 de la encuesta a profesores universitarios.

Universitarios						
Puntajes	t1p1	t1p2	t1p3	t1p4	t1p5	t1p 6
1	1	0	0	1	0	1
2	3	1	2	0	0	0
3	2	0	2	0	1	1
4	0	2	2	1	2	1
5	0	3	0	4	3	3

En esta tabla la inclinación estadística fue por la opción 4 elegida por el 66% de los profesores con un puntaje de 5, la cual corresponde a que la convicción de saber matemática es resolver problemas a partir de un aprendizaje conceptual. Es interesante ver que los profesores universitarios le dan mucho énfasis a la parte conceptual y que luego los relacionan con las formas de aprendizaje. Además se relacionan con las opciones 5 y 6 donde se plantean solucionar situaciones para llegar a conceptos a partir de situaciones.

**Tabla 35.** Recopilación estadística de estrategias de resolución de problemas, tabla 2 de la encuesta a profesores universitarios.

<b>Universitarios</b>						
<b>Puntaje</b>	<b>t2p1</b>	<b>t2p2</b>	<b>t2p3</b>	<b>t2p4</b>	<b>t2p5</b>	<b>t2p 6</b>
<b>1</b>	1	0	0	1	0	0
<b>2</b>	0	2	3	1	1	1
<b>3</b>	3	2	3	1	1	1
<b>4</b>	1	1	2	2	2	3
<b>5</b>	1	1	0	0	3	2

La convicción en esta tabla refleja la falta de uniformidad, tal vez dada porque en la universidad lo importante son los procesos de pensamiento más que la adhesión a un esquema, ya que lo que se genera son las competencias y no el estudio de los conceptos como tal. Además permite observar que a pesar de que son profesores universitarios cada uno tiene una línea diferente de pensamiento y trabajo, lo que lleva a pensar que cuando los alumnos pasan por diferentes cursos, se encuentran con diferentes formas de resolver problemas.

**Tabla 36.** Recopilación estadística de convicción de lo que es un problema, tabla 3 de la encuesta a profesores universitarios.

<b>Universitarios</b>				
<b>Puntaje</b>	<b>t3p1</b>	<b>t3p2</b>	<b>t3p3</b>	<b>t3p4</b>
<b>1</b>	0	1	1	0
<b>2</b>	1	3	1	0
<b>3</b>	2	2	0	1
<b>4</b>	2	0	2	4
<b>5</b>	1	0	2	1

La tendencia en esta tabla es por la opción 4 donde el 66% de los profesores le asignaron un puntaje de 4, esta aproximación de lo que es un problema es la de Boero, que consta de dos elementos: estáticos y dinámicos, esto tal vez se deba a que en los cursos universitarios se trata de estudiar las estructuras de los problemas y no ejemplos particulares como tal.

**Tabla 37.** Recopilación estadística de ejemplos de problemas, tabla 4 de la encuesta a profesores universitarios.

Universitarios							
Puntaje	t4p1	t4p2	t4p3	t4p4	t4p5	t4p 6	t4p7
1	1	2	2	1	2	1	1
2	1	2	1	0	3	1	1
3	2	0	1	1	0	2	2
4	0	1	1	3	0	2	1
5	2	1	1	1	1	0	1

No hay tendencia, y puede hacer referencia al nivel educativo que poseen, o al perfil de cada tipo de alumnos que atienden en los cursos que dictan.

**Tabla 38.** Recopilación estadística de tipos de obstáculos en la resolución de problemas, tabal 5 de la encuesta a profesores universitarios.

Universitarios			
Puntaje	t5p1	t5p2	t5p3
1	1	1	0
2	0	0	0
3	0	1	1
4	1	3	2
5	4	1	3

Se observa con certeza que la opción 1 es la más considerada como dificultad a la hora de trabajar con resolución de problemas, y esta corresponde a obstáculos de origen ontogenético, los cuales son relacionados desde lo que sabe el alumno. Y la opción 3 que es de naturaleza epistemológica, por la dificultad del conocimiento que se está estudiando. Con relación a que el obstáculo ontogenético sea el de mayor consideración es posible que venga de la ruptura que se da en los estudiantes cuando entran a los cursos de educación superior, donde se observa una gran mortalidad académica.

**Tabla 39.** Recopilación estadística de utilización de libros de texto, tabla 6 de la encuesta a profesores universitarios.

<b>Universitarios</b>						
<b>Puntaje</b>	<b>t6p1</b>	<b>t6p2</b>	<b>t6p3</b>	<b>t6p4</b>	<b>t6p5</b>	<b>t6p 6</b>
<b>1</b>	1	3	1	2	1	1
<b>2</b>	1	0	2	0	1	0
<b>3</b>	2	0	0	1	0	1
<b>4</b>	0	2	1	1	3	3
<b>5</b>	2	1	2	2	1	1

Se observa que la tendencia es poca ya que es posible siguen un libro para las clases, sólo utilizan listas de ejercicios y de problemas, que encuentran en diferentes libros en los cuales se apoyan.



### 8.5.1. Concepcion de problema y diferencia con ejercicio:

**Figura 14.** Concepcion y ejemplo de la diferencia entre problema y ejercicio. (Grupo de Universitarios).

PROBLEMA	EJERCICIO
<p>Zona potencial de Vygotsky (de desarrollo proximal)</p> <p>Cada numero par mayor de 2 es exprimible como la suma de dos números primos</p>	<p>Zona efectiva de Vygotsky</p> <p>Verificar que <math>3 \times 4 = 6 + 6</math></p>
PROBLEMA	EJERCICIO
<p>Un camperino va al pueblo y vende 3 raciones de plátano en \$12.000, compra remesa por \$40.000, paga pasaje por valor de \$14.000 y además vendió una gallina. Si regresa a su casa con \$15.000, ¿cuánto vendió la gallina?</p>	<p>Resolver en los números reales las siguientes operaciones:</p> $-1 - (3-4) + [-3(2+1) - (6-3)]$

### Transcripción figura 14

Problema	Ejercicio
<p>Zona potencial de Vygotsky (de desarrollo proximal)</p> <p>Cada número mayor de 2 es expresado como la suma de números primos.</p>	<p>Zona efectiva Vygotsky</p> <p>Verificar que <math>3 \times 4 = 6 + 6</math></p>
<p>Un campesino va al pueblo y vende 3 raciones de platanos en \$ 12000, compra remesa por \$40000, paga pasaje por valor de \$ 14000 y ademas vende una gallina. Si regresa a su casa con \$ 15000; ¿en cuánto vendio la gallina?</p>	<p>Resolver en los números reales las siguientes operaciones:</p> <p><math>-1-(3-4)+(-3(2+1)-(6-3))</math></p>

**Figura 15.** Concepción y ejemplo de la diferencia entre problema y ejercicio. (Grupo de profesores Universitarios).

PROBLEMA	EJERCICIO								
<p>Situación que requiere de la adquisición de: unos conceptos y estructuración, para abordarla en una forma adecuada.</p> <p>Ejemplo: (En un segundo curso de estadístico)</p> <p>Proyecto de Aula: Emplee el modelo CAPM para modelar o calcular el riesgo de mercado.</p>	<p>Es la ilustración de una metodología o estrategia.</p> <p>Ejemplo: (En un segundo curso de estadística).</p> <p>Dada la siguiente información que se obtuvo a través de un diseño completamente aleatorizado donde la variable respuesta es la nota obtenida por un grupo de estudiantes en una prueba particular y la variable de clasificación es "Estudio más de cinco días" = " estudio <del>o</del> de suma cinco días.</p> <p>Contexto</p> <p>¿El tiempo de estudio influye en la nota obtenida?</p> <table border="1"> <tr> <td>&gt; 5</td> <td>≤ 5</td> </tr> <tr> <td>3.1</td> <td>2.0</td> </tr> <tr> <td>2.7</td> <td>2.6</td> </tr> <tr> <td>4.3</td> <td>3.9</td> </tr> </table>	> 5	≤ 5	3.1	2.0	2.7	2.6	4.3	3.9
> 5	≤ 5								
3.1	2.0								
2.7	2.6								
4.3	3.9								

### Transcripción de figura 15

Problema	Ejercicio
<p>Situación que requiere de la adquisición de unos conceptos y estructuración, para abordarla en una forma adecuada.</p> <p>Ejemplo: (En un segundo curso de estadística)</p> <p>Proyecto de Aula: Emplee el modelo CAPM para modelar o calcular el riesgo de mercado.</p>	<p>Es la ilustración de una metodología o estrategia.</p> <p>Ejemplo:(Es un segundo curso de estadística)</p> <p>Dada la siguiente información que se obtuvo a través de un diseño completamente aleatorizada donde la variable respuesta es la nota obtenida por un grupo de estudiantes en una prueba particular y la variable de clasificación es “Estudio mas de cinco días” “Estudio a lo sumo cinco días”</p> <p>Conteste</p> <p>¿El tiempo de estudio influyo en la nota obtenido?</p> <p>&gt;5      ≤5</p> <p>3.1      2.9</p> <p>2.3      2.6</p> <p>4.3      3.9</p>

**Figura 16.** Concepción y ejemplo de la diferencia entre problema y ejercicio. (Grupo de profesores Universitarios).

PROBLEMA	EJERCICIO
<p>Situación que requiere la "suma" de distintas habilidades y estrategias para ser resuelta.</p>	<p>Situación que para ser resuelta requiere básicamente procedimientos algorítmicos para dar una solución</p> <p>Ejm: <math>3x^2 + 2x - 7 = 0</math> Resuélvase ↑</p>
PROBLEMA	EJERCICIO
<p>En un estudio realizado en la Universidad de Medellín, se obtuvieron que los años que le toma a los estudiantes graduarse de acuerdo al programa es el siguiente</p> <p>4 5 4.5 7 8 6.5 10 5</p> <p>Ⓐ Hay mucha diferencia entre las medidas de tendencia Central</p> <p>Ⓑ Es inusual que un estudiante de uno de los programas obtenga el título en 12 años</p>	<p>Solucionar la Ecuación Diferencial de 2do orden con coeficientes constantes con condiciones iniciales</p> $\left. \begin{aligned} \frac{d^2y}{dx^2} + 5\frac{dy}{dx} + 6y &= e^{2x} \\ y(0) &= 1; y'(0) = 0 \end{aligned} \right\}$

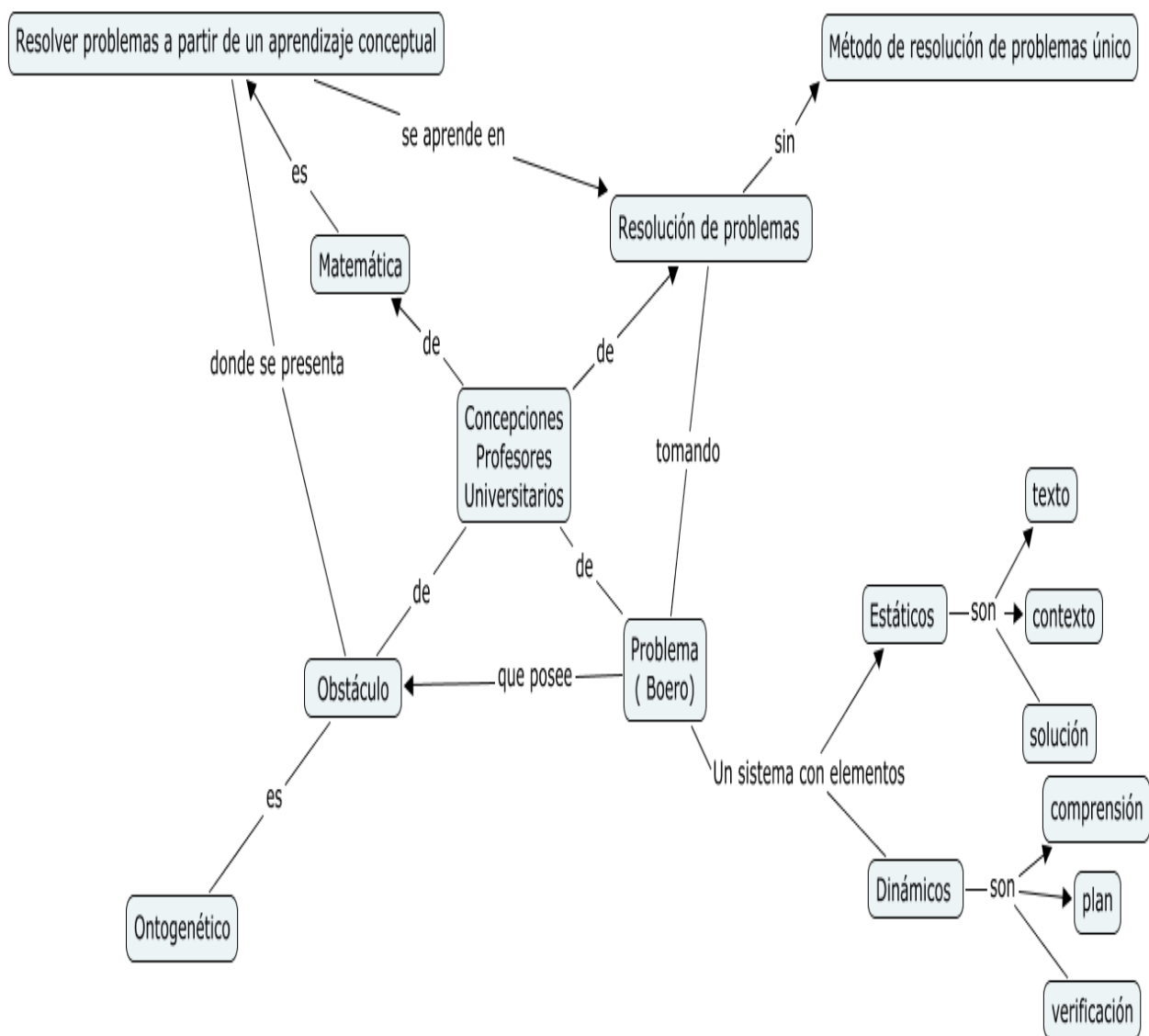
### Transcripción Figura 16

Problema	Ejercicio
<p>Situación que sugiere la “suma” de distintas habilidades y estrategias para ser resuelta .</p>	<p>Situación que para ser resuelta requiere básicamente procedimientos algorítmicos para dar una solución</p> <p>Ejm:</p> $3x^2 - 2x - 7 = 0$ <p>Resuelva</p>
<p>En un estudio realizado en la universidad de Medellín se obtuvieron que los años que le toma a los estudiantes graduarse de acuerdo al programa es el siguiente:</p> <p style="text-align: center;">4 5 4.5 7 8 6.5 10 5</p> <p>a) Hay mucha diferencia entre las medidas de tendencia central.</p> <p>b) Es inusual que un estudiante de uno de los programas obtenga el título en 12 años.</p>	<p>Solucionar la ecuacion Diferencial de 2<sup>do</sup> orden con coeficientes constantes con condiciones iniciales</p> $\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2y}{dx^2} + \frac{5dy}{dx} + 6y = e^x \operatorname{sen} x \\ y_{(0)} = 1 ; y''_{(0)} = 0 \end{array} \right.$

Se puede inferir que los profesores universitarios no poseen entre ellos una concepción acerca de lo que diferencia un problema de un ejercicio, a pesar de estar en un contexto en el que se esperaría tuvieran esta diferencia mas clara, es importante anotar ademas que algunos se adieren a la propuesta de Vigotsky asociada a la zona de desarrollo proximo y otros a la de Borasi donde se encuentran los elementos de formulación, contexto, solución, metodos de resolución. Tambien es evidente que lo que toman en su mayoria como ejercicio es algo algoritmico, solo algunos lo toman desde la teoria de Vigotsky.

A continuación se muestra un esquema donde se puede observar las diferentes relaciones que se dan en los profesores universitarios frente a la resolución de problemas.

**Gráfico 7.** Diferentes relaciones respecto a la resolución de problemas en profesores universitarios



**Explicación gráfico 7:** Del grupo de los profesores Universitarios, se puede concluir que la concepción que poseen sobre resolución de problemas es variado, lo que lleva a que no se centren en un solo autor. Además asumen el problema por lo expuesto por Boero donde el problema posee elementos estáticos: como el texto y dinámicos: como verdaderas actividades, entienden la matemática como resolver problemas a partir de un aprendizaje conceptual su mayor obstáculo que presentan es el ontogenético.

## **8.6. RESOLUCIÓN DE PROBLEMA POR PARTE DE LOS DIFERENTES PROFESORES CON PERFIL CARACTERÍSTICO**

Se retoma el siguiente problema de la encuesta ya que en todos los grupos por lo menos lo solucionaron una vez.

- Mira la casualidad, dice el conductor de un bus a su asistente; al inicio del recorrido eran 2 pasajeros y después, en cada parada bajaba siempre un pasajero y subían siempre 2. ¿Si el bus pasa por 7 estaciones cual es el número final de pasajeros?



Respuesta, universitarios:

Figura 17. Estrategia de solución de problema de profesor universitario

Inicia	..	..	..	..	..	..	..
Nº	.	..	...	....	.....	.....	.....
EST	1	2	3	4	5	6	7

El número final de pasajeros es 7  
Se usa un tipo de representación figurada.

Parada	0	1	2	3	4	5	6	7
# Inicial de pasajeros	2	1	2	3	4	5	6	7
# final		3	4	5	6	7	8	9

# final de pasajeros

Respuesta, licenciados bachillerato

Figura 18. Estrategia de solución de problema de profesor licenciado en bachillerato

Momentos y paradas →	0	1	2	3	4	5	6	7
# de pasajeros →	2	3	4	5	6	7	8	9

# de pasajeros = 9

## Respuesta, licenciados de primaria

**Figura 19.** Estrategia de solución de problema de profesor de primaria

① Inicio recorrido	Estación ①	Estación ②	Estación ③	Estación ④	Estación ⑤	Estación ⑥	Estación ⑦
2 pasaj	2-1=1	3-1=2	4-1=3	5-1=4	6-1=5	7-1=6	8-1=7
	1+2=3	2+2=4	3+2=5	4+2=6	5+2=7	6+2=8	7+2=9
En cada parada quedan:	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨




R/ En la parada 9 en el bus habra 9 personas.

	2-1+2	3-1+2	4-1+2	5-1+2	6-1+2	7-1+2	8-1+2	operación
Inicio	01	02	03	04	05	06	07	→ Total pasajeros
	3	4	5	6	7	8	9	→ Estación

Total de pasajeros = 9

Resol.	Resol.	Resol.
		
$X_i = 2,$	$X_f = X_i - 1 + 2$	$X_f = X_i - n \cdot 1 + n \cdot 2$
		$= 2 - 7 + 14$
		$= 9$

## Respuesta, candidatos a magister

**Figura 20.** Estrategia de solución de problema de profesor candidato a magister

Estaciones			
1	2 pasajeros inicialmente		
2	$2 - 1 + 2 =$	3	
3	$3 - 1 + 2 =$	4	
4	$4 - 1 + 2 =$	5	
5	$5 - 1 + 2 =$	6	
6	$6 - 1 + 2 =$	7	
7	$7 - 1 + 2 =$	8	

Rta: En la 7ª estación Hay  
 8 pasajeros

Generalizando el problema  
 El número de pasajeros  
 dado  $n$  estaciones;  $n > 1$   
 $\# \text{ pasajeros} = \# \text{ de Estaciones} + 1$   
 $P = E + 1$

Es interesante observar las diferentes formas de resolver el mismo problema, donde se evidencia que no todos lo tomaron como una secuencia y lo asumieron de manera contextual, que algunos lo abstraen, pero al perder el contexto de vista encuentra una solución que no concuerda con el contexto y se quedan tranquilos con esa solución lo cual indica que no trata de volver al problema para verificar que tenga sentido esta solución, muy pocos tratan de extenderlo; al menos de tratar de obtener una ley de formación para estructurar una solución general al problema. Además que casi ninguno dio respuesta al problema en palabras, solo lo resuelven pero no lo devuelven al contexto, cosa que usualmente se le invita a hacer a los alumnos. También es de resaltar los diferentes tipos de representación, algunas inclusive pictóricas.

### 8.7. ANÁLISIS DE TENDENCIAS EN PREGUNTAS CERRADAS, SÍ O NO.

**Tabla 40.** Nomenclatura de preguntas sí o no para análisis en tablas de frecuencia

preguntas	
<b>p3d</b>	¿Conoce problemas de matemática que fueran planteados por matemáticos famosos? Sí _____ No _____ ¿Cuáles? _____
<b>p3e</b>	¿En alguna ocasión, usted ha participado de actividades académicas sobre la resolución de problemas con respecto a la tabla 2? Sí _____ No _____
<b>p3f</b>	¿Usted como profesor, utiliza problemas propios para utilizarlos con sus estudiantes? Sí ____ No ____ ¿Por qué? __
<b>p4b</b>	¿Cree que los estudiantes de su clase tienen la misma convicción que usted sobre lo que es un problema matemático? Sí ____ No ____ ¿por qué?
<b>p4c</b>	¿Hace usted explícito todos los razonamientos y procedimientos que considera necesarios para que los estudiantes comprendan cuando resuelve “problemas” frente a ellos? ____
<b>p4d</b>	¿Se arriesga usted a resolver “problemas” sin previa preparación delante de sus estudiantes? Sí ____ No ____ ¿Por qué? __
<b>p4e</b>	¿Cree que solucionando problemas se aprende matemática? Sí ____ No ____ ¿Por qué? ____
<b>p4i</b>	Carlos utiliza otra forma de realizar algunas operaciones, recurre al uso de calculadora. ¿Usted dentro de su clase permite el uso de instrumentos tecnológicos? Sí ____ No ____ ¿Cuáles? _____ ¿Por qué? ____

**Tabla 41.** Recopilación preguntas de sí o no, grupo de profesores licenciados de bachillerato

<b>Profesores licenciados de bachillerato</b>		
<b>preguntas</b>	<b>si</b>	<b>no</b>
<b>p3d</b>	6	0
<b>p3e</b>	5	1
<b>p3f</b>	6	0
<b>p4b</b>	1	5
<b>p4c</b>	4	2
<b>p4d</b>	3	3
<b>p4e</b>	6	0
<b>p4i</b>	5	1

**Tabla 42.** Recopilación preguntas de si o no, profesionales en bachillerato

<b>Profesionales en bachillerato</b>		
<b>preguntas</b>	<b>si</b>	<b>No</b>
<b>p3d</b>	3	3
<b>p3e</b>	3	3
<b>p3f</b>	5	1
<b>p4b</b>	0	6
<b>p4c</b>	3	3
<b>p4d</b>	3	3
<b>p4e</b>	4	2
<b>p4i</b>	6	0

**Tabla 43.** Recopilación preguntas de si o no, Candidatos a magister

<b>Candidatos a magister</b>		
<b>Preguntas</b>	<b>si</b>	<b>no</b>
<b>p3d</b>	6	0
<b>p3e</b>	2	4
<b>p3f</b>	4	2
<b>p4b</b>	0	6
<b>p4c</b>	5	1
<b>p4d</b>	5	1
<b>p4e</b>	6	0
<b>p4i</b>	4	2

**Tabla 44.** Recopilación preguntas de si o no, Universitarios

<b>Universitarios</b>		
<b>Preguntas</b>	<b>si</b>	<b>no</b>
<b>p3d</b>	6	0
<b>p3e</b>	4	2
<b>p3f</b>	4	2
<b>p4b</b>	0	6
<b>p4c</b>	6	0
<b>p4d</b>	3	3
<b>p4e</b>	6	0
<b>p4i</b>	6	0

**Tabla 45.** Recopilación preguntas de si o no, profesores de primaria

<b>Profesores de primaria</b>		
<b>preguntas</b>	<b>si</b>	<b>No</b>
<b>p3d</b>	3	3
<b>p3e</b>	0	6
<b>p3f</b>	6	0
<b>p4b</b>	1	5
<b>p4c</b>	4	2
<b>p4d</b>	1	5
<b>p4e</b>	6	0
<b>p4i</b>	5	1

**3E ¿En alguna ocasión, usted ha participado de actividades académicas sobre resolución de problemas? Sí \_\_\_ No \_\_\_\_ ¿bajo qué mirada?**

En cuanto a la participación en cursos sobre resolución de problemas el 53% de los profesores no han participado de ellos y el 47% restante sí, lo cual es preocupante dadas las diferentes características de los grupos de estudio que cubren gran parte de la población de los profesores de nuestro contexto.

**3F ¿Usted como profesor, utiliza problemas propios para utilizarlos con sus estudiantes? Sí \_\_\_ No \_\_\_ ¿Por qué?**

En cuanto a la utilización de problemas propios en clase el 83% de los profesores si tienen esta práctica y el 17% restante no. Esto puede deberse a que en nuestro contexto educativo público

hasta la educación media está prohibido pedir libros, entonces los profesores tratan de crear guías de trabajo o de adaptar problemas clásicos desde sus recuerdos para trabajar al interior del aula.

**Figura 21.** Respuesta común dentro de los grupos de profesores a la pregunta 3F.

Si  No  ¿Por qué?

Porque los libros están descontextualizados y consideran que es mejor si se parte de problemas reales sea que sucedan dentro del aula o en el contexto social.

Otro punto a tener en cuenta en esta temática es que hay profesores que expresan que no llevan problemas propios debido a la falta de tiempo y ¿conocimiento?, esto conlleva a poder pensar que hay profesores que no se han dado a la tarea de acercarse a la resolución de problemas que es otra forma de generar aprendizaje significativo en sus alumnos. Desde esta perspectiva se puede evidenciar que existen convicciones contrarias entre el grupo de profesores de matemática, lo que lleva a que se presente un obstáculo didáctico que depende de la elección del sistema educativo o del proyecto que adopta el profesor; a menudo una visión unilateral de los conceptos matemáticos origina obstáculos, desde el momento en que el modelo propuesto no es lo suficientemente comprensible o incluso no funciona ya.



A continuación se muestra una respuesta tomada directamente de las encuestas a profesores que puede ilustrar esta deducción.

**Figura 22.** Respuesta común dentro de los grupos de profesores a la pregunta 3F.

Si \_\_\_ No X ¿Por qué?

PLANTEAN UN PROBLEMA BIEN ESTRUCTURADO REQUIERE  
DE MUCHO TIEMPO Y CONOCIMIENTO, A VECES TOMO ALGUNOS  
PROBLEMAS PLANTEADOS Y LOS ADAPTO AL GRUPO EN CUESTION

**Transcripción Figura 22: Plantean un problema bien estructurado requiere de mucho tiempo y conocimiento, a veces tomo algunos problemas planteados y los adapto al grupo en cuestión.**

**4B ¿Cree que los estudiantes de su clase tienen la misma convicción que usted sobre lo que es un problema matemático?**

Sobre la idea que los alumnos tengan su misma concepción sobre lo que es un problema matemático el 7% de los profesores lo creen y el 93% restante no, lo cual es extraño ya que en cierta medida, la concepción de los alumnos es realimentada constantemente por el mismo profesor o por otros profesores que reciben cada grado teniendo en cuenta las fortalezas y dificultades de los temas que se dieron y como lo dice Schoenfeld (1987) las convicciones y concepciones constantemente se transmiten creando cadenas en ocasiones interminables.

A continuación se muestra una evidencia de este razonamiento obtenido directamente de las encuestas a profesores.

**Figura 23.** Respuesta de un licenciado en matemáticas en bachillerato

Si  No  ¿por qué? Sus intereses son diferentes a los míos, además vienen marcados por la concepción que le dan a los problemas matemáticos desde sus casas.

**Transcripción figura 23:** Sus intereses son diferentes a los míos, además vienen marcados por la concepción que le dan a los problemas matemáticos desde su casa. Esto es importante ya que lleva a observar que al profesor no le afecta tanto el proceso que recibe de profesores anteriores, sino el proceso que se da en la casa y posiblemente en la sociedad; donde es bien conocida la mala fama de la matemática. No obstante es interesante preguntarse por el papel que como profesor se adquiere frente a la comunicación con la familia frente a procesos matemáticos.

A continuación se muestra una respuesta dada por un licenciado donde su argumento es otro y puede ser interesante para un análisis más completo de esta temática.

**Figura 24.** Respuesta licenciado a la pregunta 4B

Si  No  ¿por qué? SIEMPRE ME CAYÓ CON ELLOS, YA QUE SON DE LA MISMA Y YA TENDEN CONCEPCIONES DE OTROS PROFESORES Y LES QUEDA BIEN PRODUCIR LA NUEVA DINÁMICA.

**Transcripción Figura 24:** Ha chocado con ellos, ya que son de la media y traen concepciones de otros profesores y les cuesta mucho adquirir la nueva dinámica. En este caso, el profesor acepta que hay convicciones que se han generado de otros profesores lo que lleva a que se genere un obstáculo didáctico que depende de la elección del sistema educativo o del proyecto que adopta el profesor; a menudo una visión unilateral de los conceptos matemáticos origina obstáculos, desde el momento en que el modelo propuesto no es lo suficientemente comprensible o, incluso, no funciona ya.

A continuación se muestra otra respuesta tomada de un profesor no licenciado que se desempeña en bachillerato que muestra otra perspectiva al respecto.

**Figura 25.** Respuesta a la pregunta 4B de un profesor no licenciado que se desempeña en bachillerato.

Sí  No  ¿por qué? Para ellos  
no hay diferencia entre un problema y Ejercicios  
Incluso la mayor parte de la clase lo utilizo  
en aplicar lo visto con ejercicios.

Ahora al observar la respuesta de un profesional no licenciado, se tiene lo siguiente esto lleva a ver la diferencia sobre ideas matemáticas de un licenciado a un profesional, ya que los profesionales coinciden con que: **Para ellos no hay diferencia entre problema y ejercicios, incluso la mayor parte de lo de la clase la utilizo en aplicar lo visto con ejercicios.** De lo anterior se puede indagar sobre la tarea del profesor que en este caso se percibe como acomodada, ya que lo que hace, es que al notar que el alumno no diferencia un problema de un ejercicio, se queda con ejercicios. Este caso refleja un círculo vicioso donde el profesor tiene una convicción fuerte de que el ejercicio es lo importante y llevarlos al reconocimiento de otras estructuras como la resolución de problemas se vuelve algo tedioso para él. Hay que tener en cuenta que al realizar la encuesta, este profesor muestra que concibe un problema como un enunciado y el ejercicio como algo

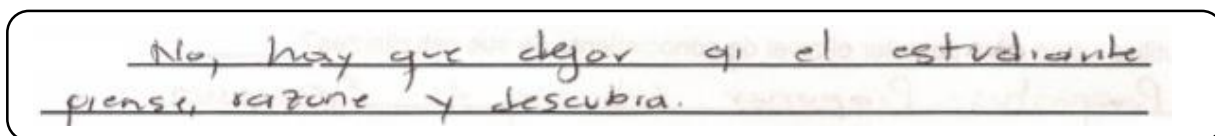
mecánico, lo cual se contradice con lo que se toma en este trabajo para diferenciar entre ejercicio y problema.

***P4c ¿Hace usted explícito todos los razonamientos y procedimientos que considera necesarios para que los estudiantes comprendan cuando resuelve “problemas” frente a ellos?***

En cuanto a la idea de hacer explícitos los razonamientos cuando se explica algún problema a los alumnos, los profesores que si lo hace el 73% de los profesores y que no lo hace el 27% restante, es evidente que los profesores le dan mucha importancia a este proceso y tratan que los alumnos sigan su línea de pensamiento, tal vez para que se apropien de métodos de resolución de problemas.

A continuación se muestra la respuesta de uno de los profesores universitarios al respecto de esta temática.

**Figura 26.** Respuesta profesor universitario a la pregunta p4c

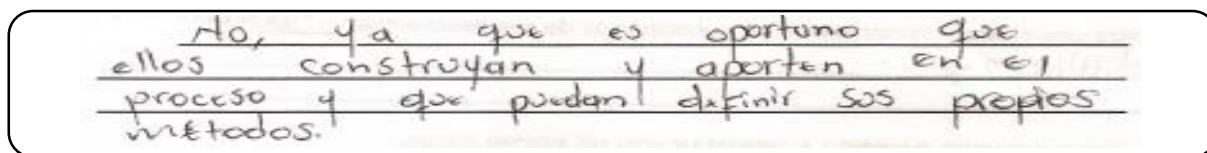
A photograph of a handwritten note on lined paper, enclosed in a rounded rectangular border. The text is written in cursive and reads: "No, hay que dejar que el estudiante piense, razone y descubra." The word "razone" is written with a tilde over the 'n'.

**Transcripción Figura 26:** No, hay que dejar que el estudiante piense, razone y descubra. Dentro de las encuestas los profesores universitarios mencionan que no hacen explícito los razonamientos y eso porque buscan que los alumnos indaguen; esta indagación puede tener repercusiones positivas o negativas, ya que muchas veces se observa que se quedan con lo que ellos descubrieron sin prestar atención a nuevas cosas. Desde este punto de vista hay que tener en cuenta

que también, es necesario que el profesor sea un orientador ya que los alumnos en muchos casos llegan es a representaciones mas no a conceptos que puede llegar a generar distorsiones en el aprendizaje. También es de anotar que es posible que el alumno llegue a una construcción por si mismo, de ahí la importancia del papel del profesor como orientador y de la sutileza de estas orientaciones.

A continuación se muestra otra respuesta dada por un profesor licenciado que se desempeña en bachillerato, pero que coincide con la convicción del profesor universitario.

**Figura 27.** Respuesta profesor universitario a la pregunta p4c

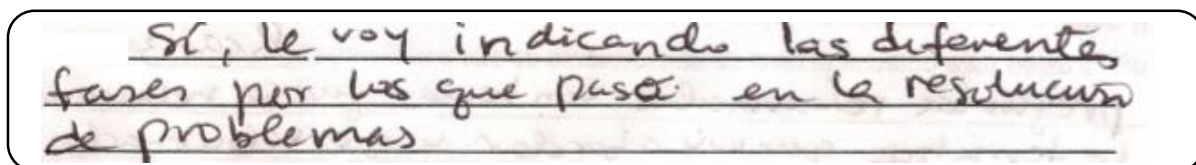


No, ya que es oportuno que ellos construyan y aporten en el proceso y que puedan definir sus propios métodos.

Un licenciado en bachillerato dice: **“No, ya que es oportuno que ellos construyan y aporten en el proceso y que puedan definir sus propios métodos”**. Como se decía anteriormente esto es de cuidado, ya que si se pregunta a un alumno qué estrategias utiliza, se relacionarán con lo que saben y sin saber si será siempre bueno, o sea, las concepciones que venían de antes. Dentro del aprendizaje estratégico, el profesor cumple un rol que permite llevar al alumno al encuentro con el conocimiento, además de que se presenta el nivel de desarrollo efectivo, el cual se va logrando con la asistencia u orientación de otro, y más en bachillerato, donde los alumnos necesitan estrategias debido a que llegan con grandes vacíos a las diferentes universidades.

A continuación otra apreciación de un profesor universitario que está a favor de hacer explícito.

**Figura 28.** Respuesta profesor universitario a la pregunta p4c



Sí, le voy indicando las diferentes fases por las que pasa en la resolución de problemas

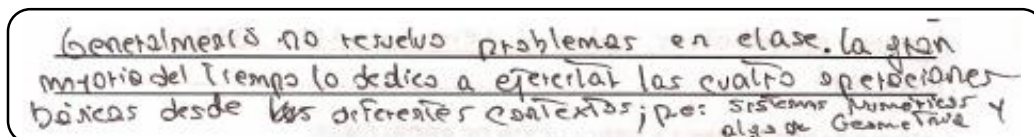
Otro profesor universitario, escribe: **“Si, le voy indicando las diferentes fases por las que paso en la resolución de problemas”**. Lo que lleva a pensar sobre el rol dentro que tiene el profesor dentro del proceso de aprendizaje y lleva al alumno a un encuentro entre la representación y el concepto, permitiendo que se generen diferentes estrategias de resolución o al contrario, que se queden en la misma concepción y que luego no sean capaces de salir de ella. Esto se evidencia mucho en una prueba externa, donde los alumnos al tener ciertos esquemas no resuelven las pruebas que han sido planteadas de manera diferente.

**P4d ¿Se arriesga usted a resolver “problemas” sin previa preparación delante de sus estudiantes? Sí\_\_\_ No\_\_\_ ¿Por qué? \_\_\_\_\_**

Frente a la idea de resolver problemas sin previa preparación el 50% de los profesores que lo hacen y el 50% restante no, esto tal vez refleje la preferencia de muchos de los profesores en mostrar procesos limpios a sus estudiantes para que ellos de pronto no se confundan y no se queden en un círculo pensando sobre algo, pero sin lugar a dudas también dejan de mostrar esa lucha con los problemas que muestra muchísimas cosas positivas en la matemática como la perseverancia, como la flexibilidad, como el trabajo en equipo entre otras.

A continuación se muestra la respuesta de un profesor candidato a magister donde se refleja que tiene una convicción muy fuerte sobre esta temática.

**Figura 29.** Respuesta profesor candidato a magister a la pregunta p4d

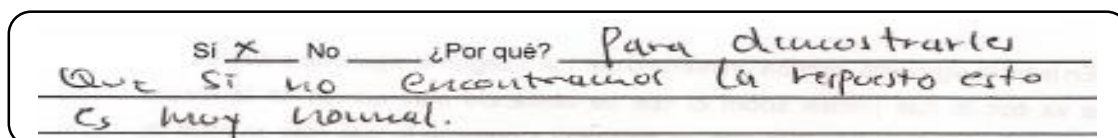


Generalmente no resuelvo problemas en clase. La gran mayoría del tiempo lo dedico a ejercitar las cuatro operaciones básicas desde los diferentes contextos; p.e: sistemas numéricos y algo de Geometría y

El candidato a magister expresa: “**Generalmente no resuelvo problemas en clase, la gran mayoría del tiempo lo dedico a ejercitar las cuatro operaciones básicas desde los diferentes contextos; como sistemas numéricos y algo de geometría**”. Esto permite observar que no hay resolución de problemas, que el profesor se encierra en las operaciones básicas desde lo aritmético y geométrico pero no tiene en cuenta que esto se puede presentar desde problemas que involucren las operaciones donde se pueden fortalecer las competencias de los alumnos. Se puede observar que el profesor considera un problema desde la perspectiva de Borasi, al tener datos numéricos, situación ficticia pero comprensible e imaginable, ensimación semántica de las operaciones necesarias y que lleva al alumno a una esquematización o sea a la formación de concepciones donde la matemática, sólo son operaciones básicas.

A continuación se muestra la respuesta de un profesor no licenciado que se desempeña en bachillerato

**Figura 30.** Respuesta profesor no licenciado que se desempeña en bachillerato a la pregunta p4d



Si  No  ¿Por qué? Para demostrarles que si no encontramos la respuesta esto es muy normal.

Profesor no licenciado de bachillerato expresa: **“Sí, para demostrarles que si no encontramos la respuesta, esto es normal”**. Desde esta posición, varios profesores dicen lo mismo en diferentes palabras; lo que se busca es que los alumnos observen que hay problemas que no tienen solución y otros que sí. Además el profesor desde esta perspectiva está al mismo nivel de un estudiante, lo que puede llegar a generar desde lo social una empatía con el otro. En este caso, hay que reconocer que es la actitud del profesor la que lleva a la creación de convicciones y en este caso una de ellas es que los alumnos llegarían a una zona efectiva donde se quedan con lo que conocen. Además el resolver problemas depende de lo que se quiera alcanzar con el alumno. Se observa que los que no son licenciados son más tranquilos frente a lo que piensen sus alumnos.

Tanto el profesor licenciado en bachillerato como los universitarios están de acuerdo que el solucionar problemas sin preparación, llevaría a confusiones a los alumnos. Además el preparar los problemas hace que dentro de la clase se lleve una organización. También puede deberse a la concepción de mostrar la matemática como un proceso “perfecto” por eso no les gusta cometer errores frente a sus alumnos y a mostrar un proceso matemático erróneos. Cuando se analizaban las encuestas se hablaba con profesores que expresaban que también lleva a que el alumno se relajara y a la hora de realizar un ejercicio o problema tomara como punto de referencia lo que había realizado el profesor, como punto de referencia lo que hace que se llegara a la concepción de que un problema puede quedar a “medias”. Es de notar que los profesores con más experiencia en el campo educativo realizan una preparación de argumentos a la hora de presentar un concepto matemático.



A continuación se muestra la respuesta de un profesor licenciado que se desempeña en bachillerato

**Figura 31.** Respuesta de profesor licenciado que se desempeña en bachillerato a la pregunta 4pd.

Si  No  ¿Por qué? Hay conceptos en los que tengo vacíos y debo prepararme para explicarlos.

El profesor licenciado que da clase en bachillerato dice: “**No, porque hay conceptos en los que tengo vacíos y debo prepararme para explicarlos**”. Esta respuesta refleja mucha sinceridad y un asunto que aunque no hace parte de la problemática tratada en el presente trabajo es constantemente reflexionada en ámbitos académicos y es sobre lo que se necesita para que un profesor sea idóneo para dictar una materia en un grado determinado.

A continuación se muestra la respuesta de un profesor universitario que concuerda con la posición anterior pero desde otro argumento diferente.

**Figura 32.** Respuesta de profesor universitario a la pregunta 4pd

Si  No  ¿Por qué? Causa confusión, pérdida de confianza del alumno hacia el profesor; se puede crear desconcierto.

El profesor universitario dice: “**No porque causa confusión , pérdida de confianza del alumno del alumno hacia el profesor; se puede crear desconcierto**”.

Aquí se nota la convicción que tiene el profesor sobre el contrato didáctico que tiene con sus estudiantes de brindarles confianza en su enseñanza.

**p4E ¿Cree que solucionando problemas se aprende matemática? Sí \_\_\_ No\_\_\_ ¿Por qué?**

Sobre si mediante la resolución de problemas se aprende matemática, el 93% de los profesores encuestados están de acuerdo en que sí y solo 7% restante que no, sin embargo, es bien sabido que la resolución de problemas está condicionada a diferentes factores que en la escuela tradicional no se pueden tomar en cuenta por tiempos, y otros factores, lo cual lleva a que no se utilice mucho esta opción, que según estos profesores y diferentes referentes teóricos afirman que es una forma de aprender matemática.

Desde las encuestas realizadas las respuestas obtenidas con no, fueron por los profesionales no licenciados, lo que lleva a observar de nuevo que dentro de su estructura reconocen la matemática como saber de memoria muchos procedimientos que sirvan para resolver ejercicios, además de resolver problemas de manera ágil de acuerdo al tema que se esté dando, son personas estructuradas que sólo dan contenidos sin poder orientar de otra forma la clase. Esto lleva a pensar que los alumnos pueden tener fortalezas en la parte operativa y aplicativa de fórmulas más que a la hora de solucionar un problema.

A continuación se muestra la respuesta de un profesor no licenciado que se desempeña en bachillerato a la pregunta 4pd donde se evidencia una convicción fuerte sobre la posibilidad de aprender matemática a partir de la resolución de problemas

**Figura 33.** Respuesta de profesor no licenciado que se desempeña en bachillerato a pregunta p4e

Sí \_\_\_\_\_ No    
 ¿Por qué? Se requiere de formalizar dichos conocimientos

Esta respuesta refleja que el profesor no confía que el conocimiento se pueda obtener por parte del alumno en actividades diferentes a las catedráticas o posiblemente de ejercitación, cuando se sabe que los aprendizajes basados en estos esquemas son menos significativos y en muchas ocasiones son aprendizajes momentáneos.

A continuación se presenta la respuesta de otro profesor no licenciado que se desempeña en bachillerato el cual concuerda con la posición anterior, pero con un argumento diferente.

**Figura 34.** Respuesta de profesor no licenciado que se desempeña en bachillerato a la pregunta p4e

Sí \_\_\_\_\_ No    
 ¿Por qué? Es una forma de ejercitarse, puede haber personas, estudiantes que no lo necesitan. y los resuelvan en un momento dado

Este profesor identifica la resolución de problema como ejercitación, y es raro que argumente que hay personas que no lo necesitan cuando la vida está llena de resolución de problemas. Este es un caso importante al ver que profesores de otras carreras si alteran un proceso matemático. Desde Colombia se presenta mucha preocupación sobre los bajos rendimientos en la resolución de problemas y se puede observar que las concepciones de los profesores influyen mucho en los alumnos. Por ejemplo este profesor, no tiene claro la diferencia entre problema y

ejercicio, además expresa que hay que dar tiempo para los problemas cuando desde diferentes acercamientos teóricos se realizan plantamientos donde los problemas no son de un momento dado, pueden ser hasta de días, meses e incluso años. La actividad de resolución de problemas, puede por derecho ser considerada como una prolongación del aprendizaje de reglas y de formas de comportamiento como elección de caminos de acción, lo que lleva a la generación de un nuevo aprendizaje.

Ahora un candidato a magister posee ideas sobre la aproximación de problema y reconoce que requiere tiempo, además de que lo considera como un nuevo aprendizaje que desde Vigotsky es una extensión de aprendizaje donde se desarrolla desde lo interno del que está ante la resolución de problemas. Se observa que un candidato a magister ya posee un recorrido teórico además de que adquiere estrategias y metodologías hacia el tema de estudio. A continuación se muestra de donde se dedujo esta información

**Figura 35.** Respuesta de profesor candidato a magister a la pregunta p4e

Sí  No   
 ¿Por qué? Hay una constante revisión de mis conceptos previos, una movilización cuando se me genera un desequilibrio en el momento en que no encuentro rápida solución y un aprendizaje cuando la encuentro

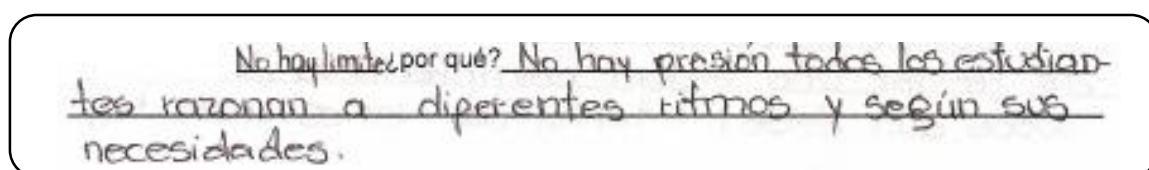
Sí, porque hay una constante revisión de mis conceptos previos, una movilización cuando me genera un desequilibrio en el momento en que no encuentro rápida solución y un aprendizaje cuando la encuentro. De acuerdo a esto el profesor candidato a magister, se encuentra bajo concepciones vigotskianas, donde un verdadero problema se debe ubicar en la zona próxima de desarrollo, y puede ser el punto de partida para un nuevo aprendizaje.

**p4h Sea Carlos u otro alumno, ¿Cuánto tiempo cree usted que se necesita para solucionar un problema? ¿Por qué?**

Cuando se habla de evaluación se observa desde las encuestas de todos que los no licenciados y los profesores de primaria, poseen tiempo para realizar un problema, en cambio los candidatos a magister y los de bachillerato opinan que no tiene tiempo. Desde este trabajo no hay tiempo ya que resolver un problema, implica una reflexión alrededor de un argumento, además que el aprendizaje está ligado a una representación interna, que lleva al resolutor a encontrar de manera eficaz o al contrario el planteamiento donde se tiene en cuenta que los procesos evolutivos, no coinciden con los procesos de aprendizaje, en el cual se observará que cada alumno tenga una estrategia diferente lo que lleva a una amplia discusión con los compañeros.

A continuación se muestra la respuesta de un profesor candidato a magister a la pregunta p4h

**Figura 36.** Respuesta de profesor candidato a magister a la pregunta p4h



No hay límite por qué? No hay presión todos los estudiantes razonan a diferentes ritmos y según sus necesidades.

**Transcripción figura 36: “No hay límite porque no hay presión todos los estudiantes razonan a diferentes ritmos y según sus necesidades”.**

Para los profesores de primaria y algunos de bachillerato el tiempo límite para resolver un problema es de 15 min, lo que lleva a que los alumnos de primaria poseen dificultades a la hora de resolver problemas. Se evidencia que no comprenden lo que es la aproximación a un problema,

que se han encargado de dar ejercicios más no problemas. Además no parece que existiera para ellos una diferencia conceptual entre problema y ejercicio, lo que lleva a pensar que los profesores de primaria de este estudio tienen convicciones y concepciones sobre la resolución de problemas como algo básico donde no hay sentido de los objetos matemáticos. Esto lleva a que los alumnos lleguen a bachillerato y a la universidad con vacíos.

A continuación se muestra un ejemplo de esta posición tomada de la encuesta realizada por un profesor de primaria

**Figura 37.** Respuesta de un profesor de primaria a la pregunta p4h

15 minutos ¿por qué? Para leer analizar e incluso consultar.

**Transcripción figura 37:** “15 minutos ¿Por qué? Para leer, analizar e incluso consultar.”

Es de resaltar todas estas tareas para 15 minutos y más cuando hay que consultar, y analizar. Parece que el profesor está pensando más en un ejercicio.

A continuación se presenta una respuesta similar dada por otro profesor de primaria

**Figura 38.** Respuesta de profesor de primaria a pregunta p4h

15 min. ¿por qué? Si lo tiene claro es suficiente

**Transcripción de figura 38:** “15 min ¿Por qué? Si lo tiene claro es suficiente”. Desde esta convicción ya no sería problema, debido a que al ser claro es porque ya el alumno lo puede resolver con su zona efectiva. Es importante aclarar que los profesores de primaria tienen un sentido hacia ejercicios que en sí son repetitivos lo que hace que no haya una nuestra estructura sino una repetición donde el conocimiento es cerrado.

Otra respuesta la misma convicción es la siguiente

**Figura 39.** Respuesta de profesor de primaria a pregunta p4h

10 minutos ¿por qué? Porque lo puede hacer en menos tiempo, pero mientras ubica y hace el plan de solución mental de problema, puede tardar este tiempo e incluso más.

**Transcripción de figura 39:** “10 minutos ¿Por qué? Porque lo puede hacer en menos tiempo, pero mientras ubica y hace el plan de solución mental de problema, puede tarde este tiempo e incluso más”. Al menos este profesor dice que puede pasar de los 10 minutos pero todavía sigue la visión que es en este tiempo, es de anotar que posiblemente cuando estaba contestando la respuesta tuvo una reflexión más profunda y por eso al final dijo que se podían demorar hasta más.

A continuación se presenta la respuesta de un profesor licenciado que se desempeña en bachillerato.

**Figura 40.** Respuesta de profesor licenciado que se desempeña en bachillerato a la pregunta p4h

¿Por qué? Depende de la situación planteada y de la intención docente

**Transcripción figura 40: ¿Por qué? Depende de la situación planteada y de la intención docente.** En esta respuesta se puede observar que los profesores poseen un acercamiento a la idea de problema como algo que necesita de tiempo, esto lleva a que las convicciones que se generen lleven a los alumnos a identificar el problema de un ejercicio.

Ahora se hará un comentario un poco más general de esta temática teniendo en cuenta lo observado en las encuestas de los profesores no licenciados en bachillerato y Universitarios: De los profesores que son de otras disciplinas se evidenció que 2 profesores que no son licenciados y los profesores licenciados universitarios expresan que depende del problema, lo que lleva a que la ventaja de los profesores desde otra disciplina, y los profesores universitarios tengan más contacto con lo real además de llevar al alumno a niveles de complejidad lo que le falta a algunos licenciados que se dedican a la primaria o bachillerato. En muchas ocasiones muchos de los profesores se quedan con los estudios adquiridos en el pregrado y se nota que cuando hay otros estudios los profesores se vuelven más analíticos a la hora de llevar el conocimiento al aula.

Para cerrar el análisis de esta temática se presentaran tres de las respuestas de profesores de los grupos anteriormente mencionados, para evidenciar en sus palabras sus convicciones.

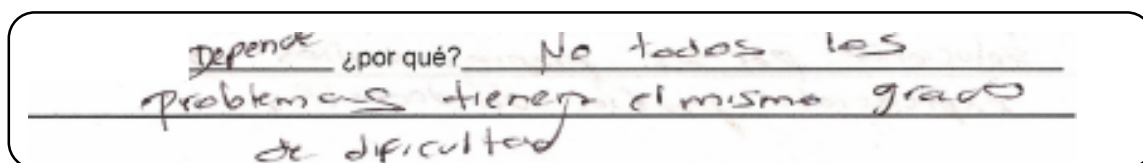
**Figura 41.** Respuesta de profesor no licenciado que se desempeña en bachillerato a la pregunta p4h

Depende ¿por qué? Un problema no se puede generalizar su solución con un tiempo determinado. Depende del tipo de problema.



**Transcripción figura 41: “Depende ¿Por qué? Un problema no se puede con realizar su solución con un tiempo determinado. Depende del tipo de problema”.**

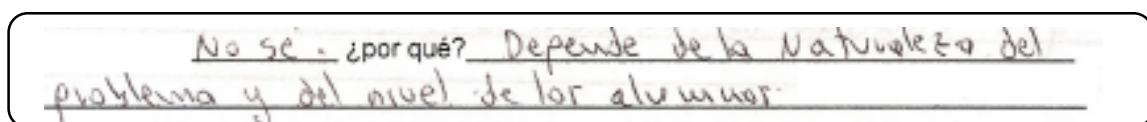
**Figura 42.** Respuesta de profesor no licenciado que se desempeña en bachillerato a la pregunta p4h



Depende ¿por qué? No todos los problemas tienen el mismo grado de dificultad

**Transcripción figura 42: “Depende ¿Por qué? No todos los problemas tienen el mismo grado de dificultad”**

**Figura 43.** Respuesta de profesor universitario a la pregunta p4h



No sé. ¿por qué? Depende de la naturaleza del problema y del nivel de los alumnos

**Transcripción figura 43: 2No sé ¿Por qué? Depende de la naturaleza del problema y del nivel de los alumnos”**

**p4I: Carlos utiliza otra forma de realizar algunas operaciones, recurre al uso de la calculadora. ¿Usted dentro de su clase permite el uso de instrumentos tecnológicos? Sí \_\_ No \_\_ ¿Cuáles? ¿Por qué?**

En cuanto al uso de instrumento tecnológico en la resolución de problemas el 86% de los profesores están de acuerdo con utilizarlos, aunque en muchos contextos estos recursos sean escasos y en muchos otros se ha comprobado que los profesores no están capacitados para enseñar con estos instrumentos en el aula.

Estas convicciones coincidentes de varios profesores llevan a que se genere la concepción. El decir que las calculadoras o los instrumentos tecnológicos son impedimento es algo que algunos profesores lo manejan y esto debido a que su estructura mental no está expuesta a esos cambios. Estamos en un mundo donde todo está mediado por la tecnología y cómo dejarla aparte de procesos matemáticos si en vista también hay muchas investigaciones que promueven la utilización de herramientas que llevan al estudiante a la resolución de problemas. Como dice Vygotsky (1978) citado en Pozo (2006):

La función de la herramienta no es otra que la de servir de conductor de la influencia humana en el objeto de la actividad; se halla externamente orientada y debe acarrear cambios en los objetos. Es un medio a través del cual la actividad humana externa aspira a dominar y triunfar sobre la naturaleza. Por otro lado, el signo no cambia absolutamente en nada en el objeto de una operación psicológica. Así pues, se trata de un medio de actividad interna que aspira a dominarse a sí mismo; el signo, por consiguiente, está internamente orientado (p.195).

A continuación se muestra la respuesta de un profesor candidato a magister

**Figura 44.** Respuesta de profesor candidato a magister a la pregunta p4i

Si  No

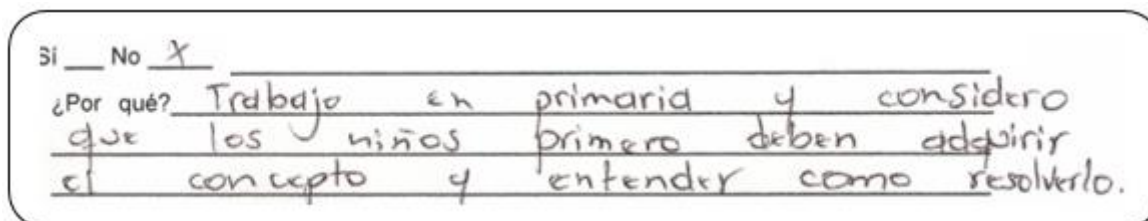
¿Por qué? Pienso que es necesario significar, explicar, comprender, ~~las~~ manejar las 4 operaciones básicas y al nivel de sexto no es apropiado.

**Transcripción figura 44: “No, porque pienso que es necesario significar, apropiarse, comprender, mejorar las 4 operaciones básicas y al nivel de sexto no es apropiado”**

Es importante distinguir que si existe utilización inapropiada del instrumento tecnológico si puede tenerse esta concepción, sin embargo existen problemas tan interesantes que el uso de la calculadora o un programa lo único que hace es ahorrar cálculos o procedimientos como graficar entre otros, pero que en absoluto soluciona el problema.

A continuación se presenta la respuesta de un profesor licenciado que se desempeña en primaria

**Figura 45.** Respuesta de profesor licenciado que se desempeña en primaria a la pregunta p4i



Sí  No

¿Por qué? Trabajo en primaria y considero que los niños primero deben adquirir el concepto y entender como resolverlo.

**Transcripción figura 45: “No, porque trabajo en primaria y considero que los niños primero deben adquirir el concepto y entender cómo resolverlo”.**

Es bueno entender el contexto de esta respuesta, sin embargo es posible que el profesor de primaria que tiene esta convicción no tenga presente que por medio de la utilización de instrumentos tecnológicos se pueden crear actividades que pueden crear en los alumnos aprendizajes significativos, y que le pueden dar más sentido al algoritmo para los mismos alumnos.

A continuación se muestra la respuesta de un profesor licenciado que se desempeña en bachillerato

**Figura 46.** Respuesta de profesor licenciado que se desempeña en bachillerato a la pregunta p4i

Sí  No   
 ¿Cuáles? Abaco, computador, libros de texto.  
 ¿Por qué? Porque hay inteligencias múltiples y debemos atender variedad de estudiantes.

**Transcripción figura 46: “Si, Abaco computador, libros de texto. Porque hay inteligencias múltiples y debemos atender variedad de estudiantes”**

Es importante el aporte de este profesor porque no se puede desconocer que todos los alumnos no tienen las mismas capacidades, sin embargo el aprendizaje estratégico se basa en la flexibilidad que se puede producir en la búsqueda de la resolución de un problema, incluyendo buscar un programa o un objeto que simplifique lo que se necesita solucionar.

Ahora se muestra la respuesta de un profesor licenciado que se desempeña en bachillerato.

**Figura 47.** Respuesta de profesor licenciado que se desempeña en bachillerato a la pregunta p4i

Sí  No   
¿Cuáles? Calculadora, Portátil, computador  
¿Por qué? Son artefactos que de cierta forma ayudan en el proceso, además muestran a los estudiantes otras formas de realizarlo.

**Transcripción figura 47: “Sí, calculadoras, portátil, computador porque son artefactos que de cierta forma ayudan en el proceso, además muestran los estudiantes otras formas de realizarlo”**

En esta respuesta se puede evidenciar una convicción muy refinada del papel de los artefactos en la educación y en la resolución de problemas, además de una búsqueda de alternativas que fortalecen el aprendizaje estratégico.

Ahora se muestra la respuesta de un profesor universitario a esta pregunta

**Figura 48.** Respuesta de profesor universitario a pregunta p4i

Sí  No

¿Por qué? La Calculadora es al cerebro " como "La  
grúa es a la Fuerza bruta" : es decir, sobre todo  
para realizar operaciones fatigoras.

**Transcripción figura 48:** “Sí, porque “la calculadora es al cerebro” como “la grúa es a la fuerza bruta”, es decir, sobre todo para realizar operaciones fatigadoras”

Es interesante esta convicción, ya que abre la puerta a pensar que no es bueno gastar energía en cálculos engorrosos y se pierde de vista lo realmente importante el aprendizaje en este caso estratégico o de un conocimiento más avanzado en algo en particular.

Otra muestra de respuesta a esta pregunta por parte de un profesor universitario

**Figura 49.** Respuesta profesor universitario a pregunta p4i

Sí  No

¿Cuáles? todos los disponibles.

¿Por qué? Complementan la computación, agregan  
análisis. Sin embargo se debe incluir una buena argu-  
mentación y procedimiento.

**Transcripción figura 49: “Sí, todos los disponibles Porque complementan la computación, agregan análisis; sin embargo se deben incluir una buena argumentación y procedimiento”**

Es interesante esa apertura al uso de las TIC bajo un marco de argumentación que complementa el análisis y ayuda al fin último de la educación matemática y es el conocimiento de fenómenos mejorando los análisis de contextos, problemas y situaciones.

## 8.8. ANÁLISIS ENCUESTA ALUMNOS:

### a. Dé un ejemplo de un problema y un ejercicio

**Tabla 46. Sexto**

a. Dé un ejemplo de un problema y un ejercicio

PROBLEMA	EJERCICIO
$136 \times Y = 12$	$12 + 46 + 115 + 16 + 20 = 9 = 200$

**Tabla 47. Séptimo**

a. Dé un ejemplo de un problema y un ejercicio

PROBLEMA	EJERCICIO
<p>Si tengo 10 manzanas y me como 3 cuantas quedan? j.j.j.</p> <hr/> <p>Si tengo 3 camisas y 5 jeans de cuantas mantijas tengo de vestirme</p>	$\begin{array}{r} 10 \\ - 3 \\ \hline 7 \end{array}$ <p>15 mantijas</p>

Tabla 48. Octavo

a. Dé un ejemplo de un problema y un ejercicio

PROBLEMA	EJERCICIO
<p>Andrés tiene 20 manzanas, de las cuales la mitad son de José y la mitad de la mitad de las manzanas de José son para Elmer. ¿Cuántas manzanas tiene Elmer?</p>	$2x^2 + 25x + 150 = 0$ <p>Encuentre x</p>

Tabla 49. Noveno

a. Dé un ejemplo de un problema y un ejercicio

PROBLEMA	EJERCICIO
<p>Laura tiene 3 Aretas + 2 collares. ¿Cuántas combinaciones se pueden hacer</p>	$A_1 = \begin{matrix} +1 \\ +2 \end{matrix}$ $A_2 = \begin{matrix} +1 \\ +2 \end{matrix}$ $A_3 = \begin{matrix} +1 \\ +2 \end{matrix}$ <p>6 combinaciones.</p>

Tabla 50. Decimo

a. Dé un ejemplo de un problema y un ejercicio

PROBLEMA	EJERCICIO
<p>Un terreno debe dividirse en una proporción de 2:4:6. Si el terreno mide 40m<sup>2</sup>. ¿Cuanto mide el lado mayor?</p> $\frac{40}{12} \cdot \frac{x}{6} = \frac{240}{12} = 20m^2$	$5x + 4y = 2$ $5x = 2 - 4y$ $2 - 4y = 2$ $-4y = 0$ $y = 0$ $5x = 2 - 4(0) = 2$ $x = \frac{2}{5} = 0.4$



Tabla 51. Once

a. Dé un ejemplo de un problema y un ejercicio

PROBLEMA	EJERCICIO
Oscar tiene 100 canicas y le regala 42 a Juan pero Juan no le recibe algunas y Oscar queda con 78. Cuántas canicas no le recibio Juan?	Completar la secuencia y de el patron. 5, —, 27, 38, —, 60, — Patron: —

Tabla 52. Universitario

a. Dé un ejemplo de un problema y un ejercicio

PROBLEMA	EJERCICIO
Una caja se forma cortando cuadrados de lado $x$ de cada una de las esquinas de una lámina de cartón de $1m$ de lado. ¿Entre qué valores se puede ubicar $x$ ?	Si $f(x) = x^3 + 8x - 20$ hoye $f'(x)$ $f'(x) = 3x + 8$

Como se puede observar en las imágenes el acercamiento a lo que se entiende por problemas en los alumnos va evolucionando a fijarse de la manera en que lo entiende Borasi, con sus elementos característicos de formulación, contexto, solución y método de resolución. Esto relacionado con las concepciones y convicciones de los profesores es coherente ya que en muchos grupos también se vinculaban a Borasi. Además se evidencia que depende del nivel para algunos lo que es un problema para otros es un ejercicio, pero es interesante que en muchos niveles tiene que ver con el nivel de dificultad para ellos, que puede estar más relacionado con la teoría de Vygotsky.

## 8.9. CONVICCIÓN SOBRE EL TIEMPO PARA RESOLVER UN PROBLEMA: PROFESORES VS ALUMNOS:

**Tabla 53.** Sobre el tiempo para resolver un problema: profesores vs alumnos

<p>f. ¿Cuánto tiempo cree que se necesita para solucionar un problema? <u>15</u> ¿por qué? <u>Depende de el coeficiente intelectual de la Persona.</u></p> <p>g. ¿Tu profesor da un tiempo límite para solucionar problemas? Si <input checked="" type="checkbox"/> No <input type="checkbox"/> ¿Cuanto? <u>El dice que hay que solucionarlo en 1 Minuto.</u></p>
<p>f. ¿Cuánto tiempo cree que se necesita para solucionar un problema? <u>10 min</u> ¿por qué? <u>por que hay que resolver, analizar y verificar</u></p> <p>g. ¿Tu profesor da un tiempo límite para solucionar problemas? Si <input checked="" type="checkbox"/> No <input type="checkbox"/> ¿Cuanto? <u>5 min, ya que el dice que los problema que el nos da se resuelven en 1 minuto.</u></p>
<p>f. ¿Cuánto tiempo cree que se necesita para solucionar un problema? <u>Depende</u> ¿por qué? <u>Cada problema tiene un grado de dificultad diferente</u></p> <p>g. ¿Tu profesor da un tiempo límite para solucionar problemas? Si <input checked="" type="checkbox"/> No <input type="checkbox"/> ¿Cuanto? <u>Depende de la dificultad del problema</u></p>
<p>f. ¿Cuánto tiempo cree que se necesita para solucionar un problema? <u>es relativo</u> ¿por qué? <u>Los pro El tiempo que se necesita depende de la dificultad y el nivel de análisis de dicho problema.</u></p> <p>g. ¿Tu profesor da un tiempo límite para solucionar problemas? Si <input checked="" type="checkbox"/> No <input type="checkbox"/> ¿Cuanto? <u>Depende del problema</u> <u>Problemas fáciles: 2 min.</u> <u>Problemas de mayor dificultad: 10-15 min.</u></p>
<p>f. ¿Cuánto tiempo cree que se necesita para solucionar un problema? <u>depende</u> ¿por qué? <u>Porque los problemas tienen diferente dificultad y unos llevan más tiempo que otros.</u></p> <p>g. ¿Tu profesor da un tiempo límite para solucionar problemas? Si <input checked="" type="checkbox"/> No <input type="checkbox"/> ¿Cuanto? <u>depende del ejercicio.</u></p>

Se puede observar que en cuanto al tiempo no existe homogeneidad en criterios según los alumnos, y se observa más bien una imposición en algunos casos de la convicción del profesor que

limita el razonamiento en los problemas, tal vez motivada por la no ubicación de la zona de desarrollo próximo de sus estudiantes y otros motivos más administrativos que no se pueden desconocer en el aula.

### 8.9.1. Métodos de resolución de problemas por parte de los alumnos

**Tabla 54.** Métodos de resolución de problemas por parte de los alumnos

<p>Raíz de</p> <table style="display: inline-table; vertical-align: top;"> <tr><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><td>2</td><td>3</td></tr> <tr><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>5</td><td>6</td></tr> <tr><td>6</td><td>7</td></tr> <tr><td>7</td><td>8</td></tr> </table> <p>el número final de pasajeros es de 8.</p>	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8
1	2													
2	3													
3	4													
4	5													
5	6													
6	7													
7	8													
<p>2 pasajeros más por cada = <math>-1 + 2</math>  <math>= 1 \rightarrow</math> niños de primer fue mb. n</p> <p>Estaciones = 7</p> <p>Total de pasajeros = <math>7 + 2 = 9</math></p> <p>• El número total es 9</p>														
<p>Pasajeros por estación = 1 ←</p> <p>Pasajeros al inicio = 2</p> <p>Pasajeros suben estación = <math>2 \rightarrow 2 - 1 =</math></p> <p>Pasajeros bajan estación = 1</p> <p>Estaciones = 7</p> <p>R/ = <math>2 + 7 = 9</math> Pasajeros al final</p>														

$$\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \\ \hline 2 & 3 & 4 \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \\ \hline 3 & 4 & 5 \end{array} \quad \dots \quad \begin{array}{c} 7 \\ 9 \end{array}$$

$n+2 = 7+2 = 9$

$7 \times 3 = 21$  es el numero final de pasajeros.

$$2 \quad \begin{array}{cccccccc} \boxed{2-1+2} & \boxed{1+2} & \boxed{-1+2} & \boxed{-1+2} & \boxed{-1+2} & \boxed{-1+2} & \boxed{-1+2} & \boxed{-1+2} \end{array}$$

$$=9 \quad \begin{array}{cccccccc} 1+3 & 4-1 & 3+2 & 5-1 & 6+2 & 7-1 & 6+ & 8-1 & 7+2 \end{array}$$

9

Al observar los diferentes grupos y niveles de los alumnos, se puede concluir que muchos de ellos siguen los mismos métodos de resolución de sus profesores, incluso se puede evidenciar los que eliminan el contexto del problema y cuando obtiene la solución no verifican su sentido a la luz del mismo. Además, muy pocos de los alumnos extienden el problemas hasta lograr una ley general. Desde lo expuesto por Fandiño (2010), se presentan diferentes representaciones y estrategias para llegar a la solución del problema. También esta tabla permite analizar que algunos estudiantes poseen dificultades en la parte de comprensión del problema.

## 8.10. ANÁLISIS OBSERVACIÓN DE CLASES:

**Tabla 55.** Análisis observación de clases

<b>ORGANIZACIÓN DE CLASE</b>	SI	NO
Inicia la clase puntual	5	0
Hace una socialización de lo visto anteriormente	4	1
Da a conocer los objetivos de la clase a los estudiantes	4	1
Presenta el tema de la clase a los estudiantes	5	0
<b>PROCESOS DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE</b>	SI	NO
Toma las experiencias previas de los estudiantes como punto de partida de la clase	3	2
Presenta el tema utilizando ejemplos reales o anecdóticos, experiencias o demostraciones	3	2
Relaciona el tema con la realidad en la que viven los estudiantes	1	4
Asigna actividades grupales claras que los estudiantes logran ejecutar exitosamente	3	2
Diferencia entre ejercicios y resolución de problemas.	3	2
Utiliza instrumentos tecnológicos en función de las actividades propuestas	3	2
<b>AMBIENTE EN EL AULA</b>	SI	NO
Es afectuoso y cálido con los estudiantes	2	3
Trata con respeto y amabilidad a los estudiantes.	4	1
Motiva a los estudiantes a participar activamente en la clase	4	1
Mantiene la disciplina en el aula	4	1

### **Observación de clase a 5 profesores, uno de cada perfil contenido en los subgrupos de investigación**

Al ingresar como observador a las clases de otros profesores, entran demasiadas variables en juego y aunque se tiene una guía de observación es difícil dejar de notar muchas otras cosas. Por ejemplo el manejo de grupo es algo que influye directamente en el desarrollo de la clase, el llevar una coherencia en las temáticas para que los alumnos lo entiendan con un cierto orden, el manejo de la temática, y la disposición de los recursos necesarios, además de diferentes planes por si algún recurso no se puede utilizar. Por último y para este trabajo lo más importante es que se demuestra que en general no es bien utilizada la metodología de resolución de problemas, en muchas ocasiones el conocimiento se presenta compartimentado y desde un contexto meramente matemático, lo cual hace que la tendencia sea a trabajar sobre ejercicios y no problemas,

la clase continua siendo bastante tradicional y aunque existen recursos tecnológicos al alcance de las aulas su uso sigue siendo ingenuo, no provocativo para los estudiantes y mucho menos de ayuda para solucionar o crear problemas en el aula o de sus contextos inmediatos.

Esto contrasta un poco con las convicciones expresadas por los profesores en las encuestas tomadas a ellos, y evidencia la diferencia que existe entre la parte teórica de las investigaciones y sus resultados prácticos, pero sigue siendo claro que al modificar las convicciones de los profesores de las diferentes características se podrán homogenizar un poco más los ambientes de aprendizaje, las metodologías, el uso de instrumentos y en este caso específico el trabajo con la resolución de problemas.

## 9. CONCLUSIONES

- ✓ Durante el presente trabajo de investigación , se lograron establecer algunas de las diferentes concepciones, a partir de las convicciones de una muestra representativa de grupos de profesores caracterizados por su profesión, su tiempo en la educación, formación y grados en los que enseña, donde se pudo observar que estas convicciones y concepciones no son homogéneas en todos los grupos estudiados; además aunque guardan cierta coherencia con su actuar en el aula y las convicciones transferidas a los alumnos, no se puede hablar de que la concepción de un profesor demuestra por completo la relación que existe entre la teoría, práctica y su sentir de la matemática, su trabajo en el aula y mucho menos en un caso tan complejo en la resolución de problemas.
  
- ✓ Se pudo concluir que las convicciones y concepciones de los profesores de primaria van encaminadas a entender el problema como lo expone Borasi donde hay formulación, contexto, soluciones y métodos de resolución de problemas, los cuales se relacionan también con lo expuesto por Polya donde resolver problema consiste en comprender el problema, idear un plan, seguir el plan, verificar el procedimiento y controlar el resultado, y por Resnik y Ford que exponen que en el cerebro se juntan las estrategias, los procedimientos y conocimientos para solucionar un problema. Al analizar esto, se puede decir que los profesores de primaria de este grupo, poseen diferentes concepciones sobre la matemática, la resolución de problemas y las estrategias, y que por tal motivo se presenta con mayor frecuencia un obstáculo didáctico.
  
- ✓ Del grupo de los profesores licenciados que dan clase en bachillerato se puede concluir que la concepción que poseen sobre resolución de problemas se enmarca desde Polya y desde lo expuesto por D'Amore, donde para resolver un problema hay

que tener una preparación, incubación, inspiración y luego verificación. Además asumen el problema por lo expuesto por Borasi y entienden la matemática como un aprendizaje conceptual, donde el principal obstáculo de ellos durante el trabajo con resolución de problemas es el epistemológico.

- ✓ Del grupo de los profesores no licenciados y que dan clase en bachillerato se puede concluir que la concepción que poseen sobre resolución de problemas se enmarca desde lo expuesto por D'Amore donde para resolver un problema hay que tener una preparación, incubación, inspiración y luego verificación, y desde Mason y Stacey donde menciona una fase inicial, fase de ataque, fase de revisión y fase de extensión. Además asumen el problema por lo expuesto por Borasi y entienden la matemática desde la solución de diferentes situaciones, además el mayor obstáculo que encuentran al trabajar la resolución de problemas es el didáctico.
  
- ✓ Del grupo de los profesores candidatos a Magister se puede concluir que la concepción que poseen sobre resolución de problemas se enmarca desde lo expuesto por Polya, y la de Mason y Stacey donde menciona una fase inicial, fase de ataque, fase de revisión y fase de extensión. Además asumen el problema por lo expuesto por Borasi y entienden la matemática como el reconocimiento de un concepto matemático en diferentes contextos, donde el mayor obstáculo que presentan en el trabajo con resolución de problemas es el epistemológico.
  
- ✓ Del grupo de los profesores Universitarios, se puede concluir que la concepción que poseen sobre resolución de problemas es variado, lo que lleva a que no se centren en un solo autor. Además asumen el problema por lo expuesto por Boero donde el problema posee elementos estáticos: como el texto y dinámicos: como verdaderas actividades, entienden la matemática como resolver problemas a partir de un



aprendizaje conceptual y el mayor obstáculo que encuentran en el trabajo con resolución de problemas es el ontogenético.

- ✓ Se puede evidenciar que en varios de los grupos de profesores, predominan métodos tradicionales para la resolución de problemas como el de Polya; esto generado porque ellos no diferencian entre un ejercicio y un problema, lo que hace que en el aula no se realice una enseñanza que favorezca un aprendizaje estratégico por parte de los alumnos; y esto puede en cierta medida explicar los resultados en pruebas externas, donde su énfasis es la resolución de problemas.
  
- ✓ Al indagar sobre las convicciones y concepciones que poseen los profesores en la resolución de problemas, se pudo evidenciar que para los diferentes grupos analizados, las concepciones que poseen, vienen de la mano de lo que han realizado en su carrera profesional, porque de una u otra forma se notó los diferentes niveles de los profesores dentro de su práctica docente, además de que muchos se quedaron con las convicciones de las experiencias que ellos tuvieron y que nuevamente ellos las transmiten, lo que hace que se forme un círculo del cual no se sale.
  
- ✓ Otra de las conclusiones que se obtuvo es que los profesores no rompen esquemas, lo que hace que el alumno no pueda llegar a un conocimiento matemático a través de diferentes estrategias. Esto se dice, porque al comparar lo que dice el profesor en las preguntas realizadas en la encuesta, con lo que responde el alumno, son similares y esto porque se creó una concepción en el aula, que en sí debe ser enmarcada por diferentes estrategias y de cómo lo haga el alumno, podría llevar a que la matemática se viera desde una representación con significado, lo que hace que el profesor sea consciente de un momento de gran fecundidad y relieve emotivo.

- ✓ A pesar de que en el país se cuenta con un ministerio de Educación Nacional de donde surgieron los estándares y lineamientos curriculares en matemática, se pudo observar que para los diferentes grupos de profesores, el saber matemático no se encamina por dichos lineamientos, sino por lo que propiamente conocen de diferentes fuentes, encontrando que muchas de ellas fueron las vistas en el pregrado, y que desde entonces no conocen otras. En cambio, grupos como en el de profesores candidatos a Magister y el de profesores Universitarios poseen otra perspectiva lo que hace que tengan disimilitudes con los demás y que a la hora de ver resolución de problemas, tengan diferentes caminos. Esto, debido a que están en constante acercamiento con lo que ocurre en la educación matemática.
  
- ✓ En general en algunos de los grupos observados y analizados, se encontró que relacionan los problemas con texto y con algoritmos, cuando un problema puede ser un enunciado, un algoritmo que puede tener o no solución. También esquematizan los problemas y los ejercicios, lo que hace que el alumno también tenga la convicción de que un problema es algo textual y ya, que si no tiene números no posee solución y que los ejercicios sean algo algorítmico y con solución, lo que conlleva a que los alumnos se esquematicen y no sean capaces por ellos mismos de llegar a realizar un problema.
  
- ✓ Se puede decir además que los profesores no utilizan la resolución de problemas como algo frecuente, sino como parte de una actividad de clase, cuando el resolver problemas lleva al alumno a analizar, a exponer ideas y estrategias que le permiten alcanzar competencias y no esquemas, que es algo en la mayoría de veces se ve en la escuela, ya que muchos de los profesores se dedican a dar la clase, que en ocasiones es por cumplir los contenidos y ya, sin tener en cuenta al alumno, que es quien debería ser el personaje principal en el proceso educativo.

- ✓ Otra perspectiva que se pudo obtener, es que es necesario una intervención constante con los profesores que dan matemática en primaria, ya que es el inicio hacia una educación matemática y que en la mayoría de ocasiones es dada por licenciados que no poseen el énfasis en matemática o no licenciados y los cuales no tienen claros los conceptos. Esto es muy importante, ya que el conocimiento para la primaria debe ser claro y sobre todo seguro, ya que lo que el niño adquiere en esa etapa, serán las primeras concepciones que luego con el tiempo serán las convicciones de él frente a la matemática.
  
- ✓ Se concluye que es indispensable que dentro de los currículos, la resolución de problemas no se encuentre como una actividad motivadora, sino como desarrolladora de conocimiento en los alumnos, ya que esta permite que haya interacción entre profesor y alumnos, a la vez que se genera una zona efectiva que luego con el tiempo lleva a la zona de desarrollo próximo que genera en el alumno un encuentro con él mismo. Pero esto ocurre si se tiene en cuenta que en el aprendizaje hay que reflexionar y examinar las estrategias de resolución tanto de un alumno como en el de varios alumnos de un salón.
  
- ✓ Se concluye que pocos profesores se enfocan en lograr en los alumnos un aprendizaje estratégico, lo que lleva a que dentro de las clases se evidencie más el contenido que el alumno que solo es un receptor; si se tuviera un aprendizaje estratégico en mente, se podría llevar a cabo la resolución de problemas además de enseñarles a los alumnos a cómo actuar en situaciones problemáticas, esto sería una buena concepción para la formación de conceptos matemáticos.
  
- ✓ Se puede concluir después del análisis de las concepciones de los profesores y su constatación con la observación de aula y la indagación a los alumnos, que muchas

de sus concepciones, si afectan de manera directa la forma en que trabajan la resolución de problemas, y que la realidad del aula en ocasiones supera estas concepciones, obligando a los profesores a trabajar, limitando tiempos, recursos, procesos de formación y evaluación importantes para generar un aprendizaje estratégico.

- ✓ Se concluye que para muchos de los profesores, el saber matemático se orienta a resolver algoritmos, mas no se centran mucho en la resolución de problemas, lo que hace que la resolución de problemas no sea un método de aprendizaje sino como una base que complementa lo visto. Esto hace que muchos profesores no se den cuenta que el resolver problemas requiere que el alumno y que el mismo profesor, descubra sin ayuda específica, lo que hace que se construyan nuevas reglas con su particular razonar y que la pueda comunicar. Acto que sería ideal dentro de la escuela.

Desde esta perspectiva el alumno pasaría de ser receptor a ser emisor de conocimiento.

- ✓ Es importante volver la mirada a los profesores en los trabajos de investigación, ya que son ellos el mayor motor de cambios en el ámbito educativo, y no capacitarlos sin saber primero el estado de sus conocimientos, sus concepciones o necesidades. Además en el actual trabajo de campo se pudo observar que ellos están dispuestos a reflexionar, inclusive a modificar y hasta cambiar concepciones y practicas pedagógicas siempre y cuando se les muestren alternativas bien argumentadas y de ser posible que los saque de su zona de confort, lo cual redundara en su trabajo, y en un mejor aprendizaje de los alumnos.

## 10. REFLEXIONES

Es importante identificar bajo qué concepciones se encuentran los profesores de una institución educativa, ya que en muchas ocasiones estas no son homogéneas, lo que lleva a que los alumnos tengan que pasar por procesos muy diferentes que se pueden convertir en obstáculos didácticos sin que el profesor actual sepa a qué se debe. Además si se trabaja sobre las concepciones, se pueden obtener procesos más coherentes lo cual llevara a mejores resultados.

Los profesores de primaria en la mayoría de los casos se quedan estancados en los conocimientos del nivel donde están, lo cual afecta su visión de la matemática y de los procesos de enseñanza y aprendizaje, dejándolos muy al límite de lo que deben enseñar.

Las dinámicas escolares propuestas desde los ministerios de educación no son acordes a las necesidades que se experimentan en el aula cuando se habla de educación matemática, por ejemplo: solo el hecho de que un profesional en cualquier otra disciplina pueda ejercer el rol de profesor (en este caso de matemática), rompe procesos importantes en la adquisición de aprendizajes como el estratégico.

Es importante que en los procesos de formación continuada de los profesores de matemática se consideren marcos teóricos diferentes a los tradicionales, lo que hará que el profesor tenga una visión más amplia, en este caso frente a la resolución de problemas, permitiendo así que cambien sus concepciones y se modifiquen para que se adapten mejor a las nuevas necesidades educativas de su contexto.

## 11. REFERENCIAS

- Barrantes, H. (2006). *Resolución de problemas. El Trabajo de Alan Schoenfeld*. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática. 2006, año 1, número 1.
- Bronzina, L. Chemello, M. & Agrasar, M. (2009). *Aportes para la Enseñanza de la Matemática. Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo-SERCE*, UNESCO. Santiago de Chile: Salesianos Impresores.
- Boero, P. (1986). *Sul problema dei problemi aritmetici nella scuola elementare*. (IMSI), n°. 9, vol. 9.
- Borasi, R. (1986). "One the nature of problems", *Educational Studies in Mathematics*, (ESM) vol. 17 .
- Cantoral, R. (2002). Enseñanza de la matemática en la educación superior. *Revista Sinéctica*, Volumen (19), pp. 3-27.
- D'Amore B. (1995). *Uso spontaneo del disegno nella risoluzione di problemi di matematica. La matematica e la sua didattica*. 3, 328-370. [Questo testo è stato pubblicato anche in: Jannamorelli B. (Ed.) (1995). *Lingue e linguaggi nella pratica didattica*. Atti del II Seminario Internazionale di Didattica della Matematica, Sulmona 30-31 marzo e 1 aprile 1995. Sulmona: Qualevita. 79-130].
- D'Amore B. & Godino D. (2006). Punti di vista antropologico ed ontosemiotico in Didattica della Matematica. *La matematica e la sua didattica*, pp. 9-38.

- D'Amore, B. (2008). *Epistemología, didáctica de la matemática y prácticas de enseñanza*. Revista de la ASOVEMAT (Asociación Venezolana de Educación Matemática), 17(1), pp. 87-106.
- D'Amore, B. (2010). *Problemas Pedagogía y psicología de la matemática en actividad de resolución de problemas*. Madrid: Síntesis.
- D'Amore, B. & Fandiño Pinilla M. I. (2014). *Illusioni, panacee, miti nell'insegnamento-apprendimento della matematica. Difficoltà in matematica*. Bogotá: En curso de publicación.
- Escorcía, C. M. (2013). *Estrategias didácticas para potenciar el pensamiento matemático a partir de situaciones del entorno métrico en estudiantes de educación básica y media del municipio de Sincelejo*. Revista Científica, Edición especial, pp. 389-393.
- Fandiño, M. & D'Amore, B. (2004). *Cambios de convicciones en futuros profesores de matemática de la escuela secundaria superior*. Revista Epsilon, [Cádiz, España] 58, 20, 1, 25-43
- Fandiño, M. (2010). *Múltiples aspectos del aprendizaje de la matemática*. Bogotá: Magisterio.
- González, S. S. (2002). *Filosofía de Aristóteles*. Serie historia de la Filosofía /2 Cuadernos Duererías. pp. 1-68.
- Iriarte, A. & Sierra, I. (2011). *Estrategias Metacognitivas en la Resolución de Problemas Matemáticos*. (Tesis inédita de Maestría). Universidad de Sucre, Montería, Colombia.
- Lesh, R. & Zawojewski, J. (2007). Charlotte: The second Handbook of Research on mathematics En Teaching and Learning. National Council of Teachers of

- Mathematics (Ed.), *Problem solving and modeling* (pp. 763-804). NC: Information Age Publishing.
- Lerma, H. (2004). *Metodología de la investigación: Propuesta, Anteproyecto y proyecto*. Bogotá: Ecoe Ediciones.
- Londoño, R. (2011) *La relación inversa entre cuadraturas y tangentes en el marco de la teoría de Pirie y Kieren*. (Tesis inédita de Doctorado). Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.
- MEN. (1998). *Estandares Básicos de competencias en matemáticas*. Bogotá: MEN
- ORDEN de 10 de agosto de 2007, *por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Secundaria Obligatoria en Andalucía*. BOJA núm. 171 Sevilla, 30 de Agosto 2007.
- Pozo, J. (2006). *Teorías, cognitivas del aprendizaje*. Madrid: Ediciones Morata.
- Polya, G. (1987). *Cómo resolver y plantear problemas*, Trillas, México.
- Ramírez, T. G. (2000). Metodología para la enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas: Un estudio evaluativo. *Revista de Investigación Educativa*, 18 (1), pp. 175-199.
- Resnick, L. B. & Ford, W. W. (1991). *La enseñanza de las matemáticas y su fundamentos psicológico*, Paidós, Barcelona.
- Ruiz, H. M. (2011). *Génesis instrumental en el estudio de la elipse desde una perspectiva variacional: el caso de geogebra*. (Tesis inédita de Maestría). Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.



- Sánchez, R. (2004). *Enseñar a investigar. Una didáctica nueva de la investigación en ciencias sociales y humanas*. Mexico: Plaza y Valdés Editores.
- Santos, M. (2007). *La Resolución de Problemas Matemáticos: Avances y perspectivas en la Construcción de una Agenda de Investigación y Práctica*. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, Cinvestav-IPN , págs. 1-27
- Schoenfeld, A. (1987). *Conitive Science and Mathematics education*, Erlbaum.
- Vigostky, L. S. (1989). *Desarrollo de los procesos psicológicos superiores*, Crítica.
- Vigostky, L. S. (1983). *Historia de las funciones psíquicas superiores* (Vol 3). Moscú: Pedagógica.
- Vigotsky L.S. (1977). *Il processo cognitivo. Torino (Italia), Boringhieri*. En español: *Pensamiento y Lenguaje*. Buenos Aires (Argentina), La Pléyade.

## ANEXOS

### Anexo 1. Encuesta para profesores de matemática



Estimado colega, la presente encuesta tiene como fin recopilar información importante sobre el estado de las convicciones y concepciones de los profesores de matemática, en cuanto a una problemática que se ha presentado y que actualmente se encuentra en las aulas de clase a la hora de utilizar la resolución de problemas.

La información recolectada aquí, será de uso exclusivamente académico, hace parte de nuestro trabajo de tesis de maestría en educación matemática, y en ninguna ocasión se revelara el nombre suyo ni de la institución a la que pertenece. Estos datos se piden con el fin de tener un tratamiento de la información coherente.

Agradecemos su colaboración, su tiempo y su sinceridad, ya que de éstos depende la veracidad de este trabajo y el valor agregado de la investigación, ya que permite estudiar esta problemática en nuestro medio y no a partir de otros.

#### 1. INFORMACIÓN GENERAL

Género: Femenino \_\_\_\_\_ Masculino \_\_\_\_\_

Nombre de la Institución donde enseña: \_\_\_\_\_

La institución es rural: \_\_\_\_\_ urbana: \_\_\_\_\_

Profesión: \_\_\_\_\_

Otros estudios realizados: \_\_\_\_\_

Grado en los que enseña: \_\_\_\_\_

Tiempo en la docencia: \_\_\_\_\_

E-mail \_\_\_\_\_

## 2. ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA

En la tabla siguiente, escriba un número del 1 al 5 según el siguiente criterio: Si considera que va con lo que piensa sobre la matemática siendo el 5 lo que más se aproxima y uno con lo que más se aleja de lo que piensa.

	<b>Desde sus concepciones, saber matemática es</b>	<b>Valoración</b>
1	Saber de memoria muchos procedimientos que sirvan para resolver ejercicios	
2	Poder reconocer las diferentes representaciones de un concepto matemático en un contexto determinado.	
3	Resolver problemas de manera ágil de acuerdo al tema que se esté dando	
4	Resolver problemas a partir de un aprendizaje conceptual	
5	Utilizar estrategias para solucionar diferentes situaciones	
6	Como profesor, crea situaciones que permiten al alumno llegar a los conceptos	

**Tabla N° 1: concepciones sobre la matemática**

### 3. CONCEPCIONES SOBRE PROBLEMA Y EJERCICIO:

a) ¿Diferencia usted entre problema y ejercicio? Describa y dé un ejemplo de cada uno

PROBLEMA	EJERCICIO

b). En la tabla siguiente, escriba un número del 1 al 5 según el siguiente criterio: Si considera que va con lo que piensa sobre lo que mejor caracteriza el proceso de resolución de problemas siendo el 5 lo que más se aproxima y uno lo que más se aleja de lo que piensa.

	Autor	Fases o método de resolución de problemas	calificación
1	<p align="center"><b>Proceso de resolución de problemas según Polya</b></p>	<p>“-Comprender el problema            -Idear un plan para encontrar la solución            -Seguir ese plan            -Volver atrás para verificar el procedimiento y controlar el resultado”.</p>	

2	<p><b>Proceso de resolución de problemas según Schoenfeld</b></p>	<p>“-el conocimiento o recursos básicos que incluye definiciones, hechos, fórmulas, algoritmos y conceptos fundamentales asociados con un dominio matemático particular o tema.”</p> <p>-estrategias cognitivas o heurísticas que involucran formas de representar y explorar los problemas con la intención de comprender los enunciados y plantear caminos de solución. Algunos ejemplos de estas estrategias son dibujar un diagrama, buscar un problema análogo, establecer sub-metas, descomponer el problema en casos simples.</p> <p>-las estrategias metas cognitivas que involucran conocimiento acerca del funcionamiento cognitivo propio del individuo (¿Qué necesito? ¿Cómo utilizo ese conocimiento?) y estrategias de monitoreo y control del propio proceso cognitivo (¿Qué estoy haciendo? ¿Por qué lo hago? ¿A dónde voy?)</p> <p>-las creencias y componentes afectivos que caracterizan la conceptualización del individuo acerca de las matemáticas y la resolución de problemas, y la actitud y disposición a involucrarse en actividades matemáticas.”</p>	
3	<p><b>Proceso de resolución de problemas según Resnick y Ford:</b></p>	<p>“Las teorías de la elaboración de informaciones conciben la mente como si poseyese, más allá de las estructuras cognitivas, un repertorio de estrategias de resolución de problemas que ayudan a interpretar los problemas, a localizar los conocimientos y los procedimientos almacenados y a generar nuevas relaciones, entre voces de la memoria, archivadas separadamente. Estas estrategias organizan los procesos del pensamiento y recurren a varios componentes del conocimiento para elaborar un plan de acción, capaz de llevar a la resolución de la tarea que se tiene en frente”</p>	
4	<p><b>Proceso de resolución de problemas según G.Glaeser</b></p>	<p>“-La preparación (aquí juega un papel esencial la motivación: el profesor favorece el interés del niño proponiéndole o haciendo que surja una situación problemática interesante)</p> <p>-La incubación (son las primeras tentativas de análisis explícitas, que el niño emplea; por ejemplo, repite el problema, se pone en situación, se hacen representaciones del hecho descrito)</p> <p>-El bricolaje (es la fase de las primeras tímidas hipótesis " y si..." con las que entra en contacto directo con el problema, estudiándolo desde diversos ángulos y haciéndolo propio) (incubación y bricolaje están íntimamente ligados y no aparecen divididos rígidamente)</p> <p>-inspiración o eureka (puede ser o el momento final, en el caso en que el niño proporcione la respuesta final, o un caso intermedio, una iluminación significativa del proceso de resolución; es el momento de la máxima actividad, de más alta implicación); La verificación y la redacción (actividad explícita, si el profesor se ha acostumbrado a esta fase; o tal vez solo un control mental, incluso rápido, de coherencia entre la solución encontrada y el problema propuesto)”</p>	
		<p>“-Preparación: los elementos del problema son analizados, relacionados entre sí y, también con el campo de competencias del que resuelve.</p>	

5	<p><b>Proceso de resolución de problemas según D'Amore</b></p>	<p>-Incubación: el que enfrenta el problema renuncia a resolverlo, pero, incluso si parece interesado y ocupado en otra cosa, en realidad, de forma inconsciente, está... “moliendo y mezclando” los componentes del problema.</p> <p>-Inspiración: puede llegar en el momento de retorno al problema, de forma explícita, o bien mientras el sujeto se ocupa de otras cosas.</p> <p>-Verificación: la idea que ha generado la inspiración es discutida y comparada a las preguntas del problema, para verificar si está en sintonía con ellas.”</p>	
6	<p><b>Proceso de resolución de problemas según L. Mason-K. Stacey</b></p>	<p>“Fase inicial: el estudiante intenta comprender lo que debe hacer y de qué se trata el problema que tiene en frente; una característica positiva de esta fase es una buena representación de la situación problemática; si el problema se ha planteado en términos concretos la representación de la situación puede ser simple, si ha planteado en términos generales, una tarea inicial del estudiante es la de plantearse ejemplos concretos o formas que ilustren la situación; esto proporciona estímulos para seguir y pasar a la fase siguiente; si esta fase tiene éxito, el sujeto muestra interés por continuar la resolución.</p> <p>Fase de ataque; es la fase más relevante: el resolutor ensaya una primera hipótesis de resolución que puede no conducirlo a puerto y, entonces, debe estar dispuesto a comenzar de nuevo... Al ataque. En este punto puede ser necesaria la intervención del maestro para enderezar el esfuerzo de forma positiva, especialmente si, después de un recorrido difícil, se presenta el caso de tener que retornar al principio. Se entiende que el reconocimiento de no poder proseguir es ya un primer paso hacia la solución: el sujeto que choca contra la evidencia y muestra poca disposición a repasar el trabajo propio es más difícil de tratar.</p> <p>Fase de revisión: es la fase en que el resolutor compara la propia solución con el estímulo de partida (por ejemplo, el texto del problema); puede darse el caso de que la comparación determine que no hay congruencias entre las cosas y, entonces, esta fase tiene muchos lados comunes con la precedente y el sujeto deberá estar dispuesto a retornar sobre sus pasos; está bien que esta fase se escriba, justamente para facilitar el control personal y para tener material de discusión con la clase.</p> <p>Fase de extensión; un problema no debería ser nunca un hecho aislado, sino formar parte de un proceso continuo; la solución de un problema debería llevar a la creación de otro, y así sucesivamente; la fase de extensión lleva pues a reforzar el desarrollo de una actitud matemática; en este punto se desarrolla un proceso en espiral porque, sobre las cenizas de la fase extensión surge la fase inicial de un nuevo problema.”</p>	

**Tabla N°2 estrategias de resolución de problemas**

**d)** ¿Conoce problemas de matemática que fueran planteados por matemáticos famosos? Sí \_\_\_\_\_ No \_\_\_\_\_  
¿Cuáles? \_\_\_\_\_

**e)** ¿En alguna ocasión, usted ha participado de actividades académicas sobre la resolución de problemas con respecto a la tabla 2? Sí \_\_\_\_\_ No \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

**f)** ¿Usted como profesor, utiliza problemas propios para utilizarlos con sus estudiantes?  
Sí \_\_\_\_\_ No \_\_\_\_\_ ¿Por qué? \_\_\_\_\_

**g)** En la tabla siguiente, escriba un número del 1 al 5 según el siguiente criterio: lo que usted considera que posee un problema, siendo el 5 lo que más se aproxima y uno con lo que más se aleja.

<b>Convicción de lo que es un problema</b>	
1	<p>“Cuando uno o más reglas o uno o más procedimientos no son todavía un bagaje cognitivo del resolutor; algunas de ellas, en esa ocasión, podrían estar precisamente en vías de explicitación; a veces es la misma sucesión de las operaciones por utilizar la que requiere un acto creativo por parte del resolutor”.</p>
2	<p>“Cuando tiene datos numéricos, situación ficticia pero comprensible e imaginable, ensimación semántica de las operaciones necesarias”</p>
3	<p>“Cuando tiene: Formulación (no necesariamente explícita) que lleva, de forma natural, a plantearse, más que a responder problemas.</p> <p>Contexto: "todo lo que el texto se expresa de forma explícita o implícita, con el fin de encuadrar el problema, y que proporciona las distintas informaciones necesarias para resolverlos"; por tanto: datos, pero también preguntas (inventadas, culturales,...) que el contexto trae in mente.</p> <p>Soluciones: una, varias, incluso ninguna. ; Este último punto es importante, ya que aquí se pasa de la búsqueda de soluciones a la presentación de la 0 de las soluciones.</p> <p>Métodos de resolución: que sean lo más amplios y diferenciados posibles”.</p>
4	<p>“Cuando tiene elementos estáticos que son: el texto (comprendidos los signos lingüísticos, verbales o no, interpretables como informaciones o preguntas). La situación problemática (los aspectos del mundo real y de experiencia cultural que se pueden expresar mediante el texto). ; Las soluciones del problema.</p> <p>y elementos dinámicos que son verdaderas actividades: de comprensión del texto (reconstrucción de la situación problemática); de formulación de un texto (de forma que se exprese una tarea a realizar, partiendo de una situación problemática dada); de resolución (la propuesta de posibles soluciones del problema); de control (verificación de las soluciones propuestas)”</p>

**Tabla N° 3: Convicción de lo que es un problema**

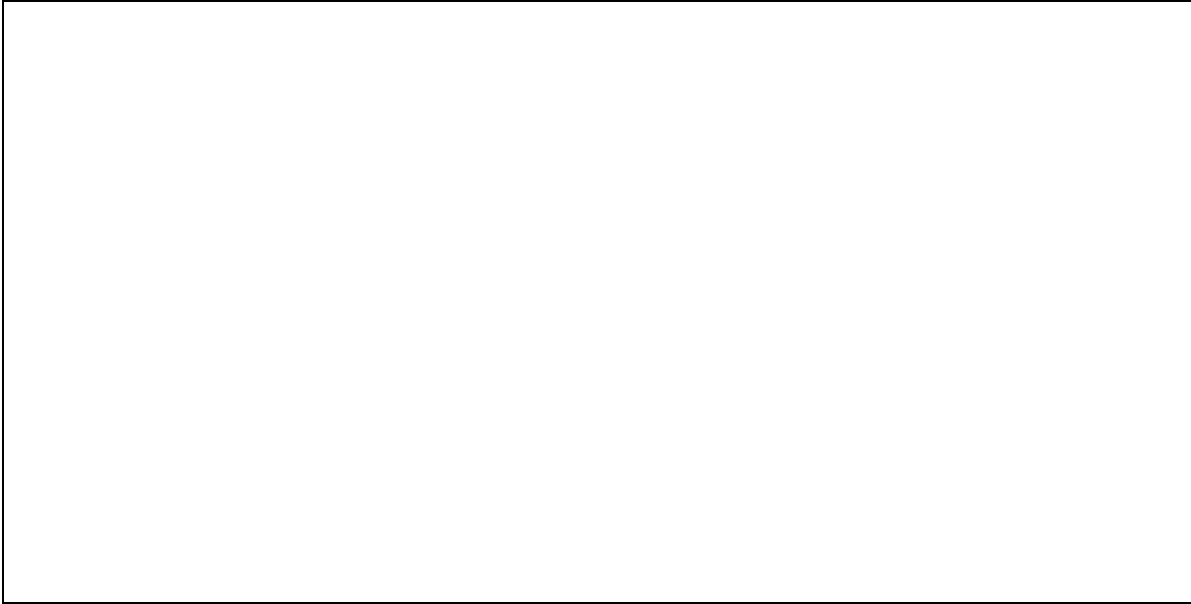


i) En la tabla siguiente, escriba un número del 1 al 5 según el siguiente criterio: Si considera que tiene las características de un problema, siendo el 5 lo que más se aproxima y uno con lo que más se aleja de lo que piensa

	<b>Problema</b>	<b>Calificación</b>
<b>1</b>	“Mira la casualidad, dice el conductor de un bus a su asistente; al inicio del recorrido eran 2 pasajeros y después, en cada parada bajaba siempre un pasajero y subían siempre 2. ¿Si el bus pasa por 7 estaciones cual es el número final de pasajeros?”	
<b>2</b>	“Un libro se abre en una página cualquiera, el producto de las dos páginas en la cual se abrió es 7920. ¿Cuáles son los números de las páginas en las cuales se abrió el libro?”	
<b>3</b>	“Encuentra tres números cuyo producto sea 6210. Escribe paso a paso todo lo que haces para encontrar la respuesta.”	
<b>4</b>	“Tres personas cuyos apellidos son Bianchi, Neri y Rossi almorzaban juntos, una de ellos es una señora. ¿No es extraño? Observo la señora, que nuestros apellidos correspondan con el color del cabello rojo y otra con el cabello blanco. -Es verdad, es extraño; observo la persona de con el cabello negro. – Y no han notado que ninguno de nosotros tiene el color del cabello igual a su apellido. -Tenéis toda la razón , exclamo Bianchi ”	
<b>5</b>	Calcular la suma de los 100 números naturales del 1-100	
<b>6</b>	Demuestre la desigualdad triangular	
<b>7</b>	Dados dos triángulos equiláteros, encontrar un tercero, cuya base sea igual a la suma De las áreas de los otros dos	

**Tabla N°4: Ejemplos**

**i)** Resuelve el que tú consideras es un problema matemático de la tabla anterior. Muestra el razonamiento utilizado:



**j)** Cuando inicia clase con un grupo en el cual va a dar matemática, ¿Qué mecanismos utiliza usted para detectar el nivel de conocimiento de sus estudiantes? \_\_\_\_\_

---

#### 4. DIFICULTADES SOBRE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS:

a) En la tabla siguiente, escriba un número del 1 al 5 según el siguiente criterio: Si considera que va con lo que piensa sobre el tipo de obstáculo más común en la resolución de problemas, siendo el 5 lo que más se aproxima y uno con lo que más se aleja de lo que piensa.

Tipos de obstáculos.			
	Tipo de obstáculo	Características del obstáculo	Calificación
1	De origen ontogenético	Dependen de los límites neurofisiológicos del alumno. , Por ejemplo, debidos al estadio de desarrollo en que se encuentra. En esta fase no puede, pues, usar ciertos medios cognitivos y ciertas estrategias.	
2	De origen didáctico	Dependen de la elección del sistema educativo o del proyecto que adopta el profesor. ; A menudo una visión unilateral de los conceptos matemáticos origina obstáculos, desde el momento en que el modelo propuesto no es lo suficientemente comprensible o, incluso, no funciona ya.	
3	De naturaleza epistemológica	Son aquellos que forman parte de la naturaleza de la misma disciplina y que es preciso conocer bien, no para huir de ellos sino para estudiarlos. ; Es inútil pensar evitar este tipo de obstáculos, ya que, a menudo, es productivo evidenciarlos	

**Tabla N° 5: Tipo de obstáculos en la resolución de problemas.**

b) ¿Cree que los estudiantes de su clase tienen la misma convicción que usted sobre lo que es un problema matemático? Sí \_\_\_\_\_ No \_\_\_\_\_ ¿por qué? \_\_\_\_\_

c) ¿Hace usted explícito todos los razonamientos y procedimientos que considera necesarios para que los estudiantes comprendan cuando resuelve “problemas” frente a ellos? \_\_\_\_\_

d) ¿Se arriesga usted a resolver “problemas” sin previa preparación delante de sus estudiantes? Sí \_\_\_\_\_ No \_\_\_\_\_ ¿Por qué? \_\_\_\_\_

e) ¿Cree que solucionando problemas se aprende matemática? Sí \_\_\_\_\_ No \_\_\_\_\_

¿Por qué? \_\_\_\_\_

f) Carlos es un estudiante de grado octavo de bachillerato, y hoy el profesor le evaluó el tema de expresiones algebraicas. Para ello, el profesor le dibuja la forma de un rectángulo en el tablero donde se le dan sus lados y se le pide que halle el perímetro. El profesor le enseñó, que se sumaban todos los lados del rectángulo. Pero cuando Carlos realizó la evaluación, lo que hizo fue tomar la base y multiplicarla por dos y luego la altura y multiplicarla por dos ya que eran de a dos lados iguales luego sumó los dos resultados obteniendo el perímetro. Si usted fuera el profesor de Carlos:

¿Cómo evaluaría lo realizado por Carlos si los procedimientos, no están acorde a lo que usted le enseñó? \_\_\_\_\_

g) Si Carlos necesitara ayuda en medio de la evaluación, ¿Usted qué papel tomaría?

\_\_\_\_\_

h) Sea Carlos u otro alumno, ¿Cuánto tiempo cree usted que se necesita para solucionar un problema? \_\_\_\_\_ ¿por qué? \_\_\_\_\_

i) Carlos utiliza otra forma de realizar algunas operaciones, recurre al uso de calculadora. ¿Usted dentro de su clase permite el uso de instrumentos tecnológicos? Sí \_\_\_ No \_\_\_\_\_ ¿Cuáles?

¿Por qué? \_\_\_\_\_

j) Después de la evaluación, Carlos y unos compañeros se reúnen a terminar un taller que propuso el profesor sobre resolución de problemas. ¿Cómo se comportan los estudiantes cuando están trabajando en la resolución de problemas? ¿Por qué? \_\_\_\_\_

k) ¿Usualmente de dónde toma los problemas que utiliza con los estudiantes en su clase? Internet, libros, se los inventa, de libros de historia \_\_\_\_\_

## 5. LIBROS DE TEXTO

En la tabla siguiente, escriba un número del 1 al 5 según el siguiente criterio: 1 siendo el menos frecuente y cinco el más frecuente.

<b>CUANDO UTILIZO UN TEXTO GUÍA LO HAGO PORQUE</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
Lleva a los estudiantes a la búsqueda de los conceptos a través de problemas					
Solo propone problemas para aplicar la teoría					
Propone problemas como medio motivador al comenzar un tema					
Sigue en sus clases la manera en que el texto desarrolla la teoría					
Utiliza las listas de ejercicios del texto.					
Utiliza los problemas y los logros que propone el texto para seguir sus clases.					

**Tabla N° 6: Utilización de problemas**

## Anexo 2. Encuesta para alumnos de matemática



Estimado alumno la información recolectada aquí, será de uso exclusivamente académico, hace parte de nuestro trabajo de tesis de maestría en educación matemática, y en ninguna ocasión se revelara el nombre suyo ni de la institución a la que pertenece. Estos datos se piden con el fin de tener un tratamiento de la información coherente.

Agradecemos su colaboración, su tiempo y su sinceridad, ya que de éstos depende la veracidad de este trabajo y el valor agregado de la investigación, ya que permite estudiar esta problemática en nuestro medio y no a partir de otros.

### INFORMACIÓN GENERAL

Género: Femenino \_\_\_\_\_ Masculino \_\_\_\_\_

Nombre de la Institución donde estudia: \_\_\_\_\_

Grado que cursa: \_\_\_\_\_

a. Dé un ejemplo de un problema y un ejercicio

PROBLEMA	EJERCICIO

--	--

b. ¿Su profesor deja utilizar instrumentos tecnológicos cuando ustedes están resolviendo problemas? Si NO ¿Por qué? \_\_\_\_\_

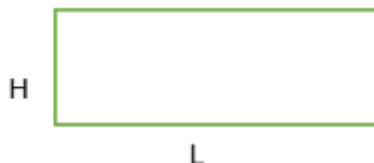
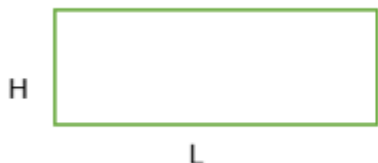
c. Resuelve el siguiente problema:

“Mira la casualidad, dice el conductor de un bus a su asistente; al inicio del recorrido eran 2 pasajeros y después, en cada parada bajaba siempre un pasajero y subían siempre 2. ¿Si el bus pasa por 7 estaciones cual es el número final de pasajeros?”

--

d. ¿Su profesor le da pautas o pasos para solucionar problemas como el anterior u otros? Si NO Mencione algunos o algunas. \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

e. Carlos es un estudiante de grado octavo de bachillerato, y hoy el profesor le evaluó el tema de expresiones algebraicas. Para ello, el profesor le dibuja la forma de un rectángulo en el tablero donde se le dan sus lados y se le pide que halle el perímetro. El profesor le enseñó, que se sumaban todos los lados del rectángulo. Pero cuando Carlos realizó la evaluación, lo que hizo fue tomar la base y multiplicarla por dos y luego la altura y multiplicarla por dos ya que eran de a dos lados iguales luego sumó los dos resultados obteniendo el perímetro como se muestra a continuación.



Perímetro= $2H+2L$  solución de Carlos    Perímetro= $H+L+L+H$  solución del profesor

¿Cómo crees que tu profesor evaluaría a Carlos? Bien\_\_\_Mal\_\_\_ ¿Por qué?\_\_\_\_\_

**f.** ¿Cuánto tiempo cree que se necesita para solucionar un problema?\_\_\_\_\_

¿Por qué?\_\_\_\_\_

**g.** ¿Tu profesor da un tiempo límite para solucionar problemas? Si\_\_\_No\_\_\_

¿Cuanto?\_\_\_\_\_





### Anexo 3. Criterios de observación de clase

**Fecha:**

**Institución educativa:**

**Profesión docente de matemáticas:**

**Grado en los que enseña:**

**Observación del grupo:**

**Objetivo de la observación:** Conocer si dentro de la clase de matemática, el profesor utiliza dentro de su metodología utiliza la resolución de problemas.

A continuación, se darán unos ítems para marcar con X el sí o no, de acuerdo a lo visto en la clase.

<b>ORGANIZACIÓN DE CLASE</b>	SI	NO
Inicia la clase puntual		
Hace una socialización de lo visto anteriormente		
Da a conocer los objetivos de la clase a los estudiantes		
Presenta el tema de la clase a los estudiantes		
<b>PROCESOS DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE</b>	SI	NO
Toma las experiencias previas de los estudiantes como punto de partida de la clase		
Presenta el tema utilizando ejemplos reales o anecdóticos, experiencias o demostraciones		
Relaciona el tema con la realidad en la que viven los estudiantes		
Asigna actividades grupales claras que los estudiantes logran ejecutar exitosamente		
Diferencia entre ejercicios y resolución de problemas.		
Utiliza instrumentos tecnológicos en función de las actividades propuestas		
<b>AMBIENTE EN EL AULA</b>	SI	NO
Es afectuoso y cálido con los estudiantes		
Trata con respeto y amabilidad a los estudiantes.		

Motiva a los estudiantes a participar activamente en la clase		
Mantiene la disciplina en el aula		

OBSERVACIONES: \_\_\_\_\_

**Anexo 4.** Tablas de nomenclatura para facilitar el análisis cuantitativo



<b>Desde sus concepciones, saber matemática es</b>	
t1p1	Saber de memoria muchos procedimientos que sirvan para resolver ejercicios
t1p2	Poder reconocer las diferentes representaciones de un concepto matemático en un contexto determinado.
t1p3	Resolver problemas de manera ágil de acuerdo al tema que se esté dando
t1p4	Resolver problemas a partir de un aprendizaje conceptual
t1p5	Utilizar estrategias para solucionar diferentes situaciones
t1p6	Como profesor, crea situaciones que permiten al alumno llegar a los conceptos

<b>Fases o método de resolución de problemas</b>		
<b>T2p1</b>	<b>Proceso de resolución de problemas según Polya</b>	<p>“-Comprender el problema -Idear un plan para encontrar la solución -Seguir ese plan -Volver atrás para verificar el procedimiento y controlar el resultado”.</p>
<b>T2p2</b>	<b>Proceso de resolución de problemas según Schoenfeld</b>	<p>“-el conocimiento o recursos básicos que incluye definiciones, hechos, fórmulas, algoritmos y conceptos fundamentales asociados con un dominio matemático particular o tema.”</p> <p>-estrategias cognitivas o heurísticas que involucran formas de representar y explorar los problemas con la intención de comprender los enunciados y plantear caminos de solución. Algunos ejemplos de estas estrategias son dibujar un diagrama, buscar un problema análogo, establecer sub-metas, descomponer el problema en casos simples.</p> <p>-las estrategias metas cognitivas que involucran conocimiento acerca del funcionamiento cognitivo propio del individuo (¿Qué necesito? ¿Cómo utilizo ese conocimiento?) y estrategias de monitoreo y control del propio proceso cognitivo (¿Qué estoy haciendo? ¿Por qué lo hago? ¿A dónde voy?)</p> <p>-las creencias y componentes afectivos que caracterizan la conceptualización del individuo acerca de las matemáticas y la resolución de problemas, y la actitud y disposición a involucrarse en actividades matemáticas.”</p>
<b>T2p3</b>	<b>Proceso de resolución de problemas según Resnick y Ford:</b>	<p>“Las teorías de la elaboración de informaciones conciben la mente como si poseyese, más allá de las estructuras cognitivas, un repertorio de estrategias de resolución de problemas que ayudan a interpretar los problemas, a localizar los conocimientos y los procedimientos almacenados y a generar nuevas relaciones, entre voces de la memoria, archivadas separadamente. Estas estrategias organizan los procesos del pensamiento y recurren a varios componentes del conocimiento para elaborar un plan de acción, capaz de llevar a la resolución de la tarea que se tiene en frente”</p>
<b>t2p4</b>	<b>Proceso de resolución de problemas según G.Glaeser</b>	<p>“-La preparación (aquí juega un papel esencial la motivación: el profesor favorece el interés del niño proponiéndole o haciendo que surja una situación problemática interesante)</p> <p>-La incubación (son las primeras tentativas de análisis explícitas, que el niño emplea; por ejemplo, repite el problema, se pone en situación, se hacen representaciones del hecho descrito)</p> <p>-El bricolaje (es la fase de las primeras tímidas hipótesis " y si..." con las que entra en contacto directo con el problema, estudiándolo desde diversos ángulos y haciéndolo propio) (incubación y bricolaje están íntimamente ligados y no aparecen divididos rígidamente)</p>

		-inspiración o eureka (puede ser o el momento final, en el caso en que el niño proporcione la respuesta final, o un caso intermedio, una iluminación significativa del proceso de resolución; es el momento de la máxima actividad, de más alta implicación); La verificación y la redacción (actividad explícita, si el profesor se ha acostumbrado a esta fase; o tal vez solo un control mental, incluso rápido, de coherencia entre la solución encontrada y el problema propuesto)”
t2p5	<b>Proceso de resolución de problemas según D'Amore</b>	<p>“-Preparación: los elementos del problema son analizados, relacionados entre sí y, también con el campo de competencias del que resuelve.</p> <p>-Incubación: el que enfrenta el problema renuncia a resolverlo, pero, incluso si parece interesado y ocupado en otra cosa, en realidad, de forma inconsciente, está... “moliendo y mezclando” los componentes del problema.</p> <p>-Inspiración: puede llegar en el momento de retorno al problema, de forma explícita, o bien mientras el sujeto se ocupa de otras cosas.</p> <p>-Verificación: la idea que ha generado la inspiración es discutida y comparada a las preguntas del problema, para verificar si está en sintonía con ellas.”</p>
t2p6	<b>Proceso de resolución de problemas según L. Mason-K. Stacey</b>	<p>“Fase inicial: el estudiante intenta comprender lo que debe hacer y de qué se trata el problema que tiene en frente; una característica positiva de esta fase es una buena representación de la situación problemática; si el problema se ha planteado en términos concretos la representación de la situación puede ser simple, si ha planteado en términos generales, una tarea inicial del estudiante es la de plantearse ejemplos concretos o formas que ilustren la situación; esto proporciona estímulos para seguir y pasar a la fase siguiente; si esta fase tiene éxito, el sujeto muestra interés por continuar la resolución.</p> <p>Fase de ataque; es la fase más relevante: el resolutor ensaya una primera hipótesis de resolución que puede no conducirlo a puerto y, entonces, debe estar dispuesto a comenzar de nuevo... Al ataque. En este punto puede ser necesaria la intervención del maestro para enderezar el esfuerzo de forma positiva, especialmente si, después de un recorrido difícil, se presenta el caso de tener que retornar al principio. Se entiende que el reconocimiento de no poder proseguir es ya un primer paso hacia la solución: el sujeto que choca contra la evidencia y muestra poca disposición a repasar el trabajo propio es más difícil de tratar.</p> <p>Fase de revisión: es la fase en que el resolutor compara la propia solución con el estímulo de partida (por ejemplo, el texto del problema); puede darse el caso de que la comparación determine que no hay congruencias entre las cosas y, entonces, esta fase tiene muchos lados comunes con la precedente y el sujeto deberá estar dispuesto a retornar sobre sus pasos; está bien que esta fase se escriba, justamente para facilitar el control personal y para tener material de discusión con la clase.</p> <p>Fase de extensión; un problema no debería ser nunca un hecho aislado, sino formar parte de un proceso continuo; la solución de un problema debería llevar a la creación de otro, y así sucesivamente; la fase de extensión lleva pues a reforzar el desarrollo de una actitud matemática; en este punto se desarrolla un proceso en espiral porque, sobre las cenizas de la fase extensión surge la fase inicial de un nuevo problema.”</p>

Convicción de lo que es un problema	
t3p1	<p>“Cuando uno o más reglas o uno o más procedimientos no son todavía un bagaje cognitivo del resolutor; algunas de ellas, en esa ocasión, podrían estar precisamente en vías de explicitación; a veces es la misma sucesión de las operaciones por utilizar la que requiere un acto creativo por parte del resolutor”.</p>
t3p2	<p>“Cuando tiene datos numéricos, situación ficticia pero comprensible e imaginable, ensimación semántica de las operaciones necesarias”</p>
t3p3	<p>“Cuando tiene: Formulación (no necesariamente explícita) que lleva, de forma natural, a plantearse, más que a responder problemas.</p> <p>Contexto: "todo lo que el texto se expresa de forma explícita o implícita, con el fin de encuadrar el problema, y que proporciona las distintas informaciones necesarias para resolverlos"; por tanto: datos, pero también preguntas (inventadas, culturales,...) que el contexto trae in mente.</p> <p>Soluciones: una, varias, incluso ninguna. ; Este último punto es importante, ya que aquí se pasa de la búsqueda de soluciones a la presentación de la 0 de las soluciones.</p> <p>Métodos de resolución: que sean lo más amplios y diferenciados posibles”.</p>
t3p4	<p>“Cuando tiene elementos estáticos que son: el texto (comprendidos los signos lingüísticos, verbales o no, interpretables como informaciones o preguntas). La situación problemática (los aspectos del mundo real y de experiencia cultural que se pueden expresar mediante el texto). ; Las soluciones del problema.</p> <p>y elementos dinámicos que son verdaderas actividades: de comprensión del texto (reconstrucción de la situación problemática); de formulación de un texto (de forma que se exprese una tarea a realizar, partiendo de una situación problemática dada); de resolución (la propuesta de posibles soluciones del problema); de control (verificación de las soluciones propuestas)”</p>

<b>Problema</b>	
<b>t4p1</b>	“Mira la casualidad, dice el conductor de un bus a su asistente; al inicio del recorrido eran 2 pasajeros y después, en cada parada bajaba siempre un pasajero y subían siempre 2. ¿Si el bus pasa por 7 estaciones cual es el número final de pasajeros?”
<b>t4p2</b>	“Un libro se abre en una página cualquiera, el producto de las dos páginas en la cual se abrió es 7920. ¿Cuáles son los números de las páginas en las cuales se abrió el libro?”
<b>t4p3</b>	“Encuentra tres números cuyo producto sea 6210. Escribe paso a paso todo lo que haces para encontrar la respuesta.”
<b>t4p4</b>	<p>“Tres personas cuyos apellidos son Bianchi, Neri y Rossi almorzaban juntos, una de ellos es una señora. ¿No es extraño? Observo la señora, que nuestros apellidos correspondan con el color del cabello rojo y otra con el cabello blanco.</p> <p>-Es verdad, es extraño; observo la persona de con el cabello negro. – Y no han notado que ninguno de nosotros tiene el color del cabello igual a su apellido.</p> <p>-Tenéis toda la razón , exclamo Bianchi ”</p>
<b>t4p5</b>	Calcular la suma de los 100 números naturales del 1-100
<b>t4p6</b>	Demuestre la desigualdad triangular
<b>t4p7</b>	Dados dos triángulos equiláteros, encontrar un tercero, cuya base sea igual a la suma De las áreas de los otros dos

Tipos de obstáculos.		
	Tipo de obstáculo	Características del obstáculo
t5p1	De origen ontogenético	Dependen de los límites neurofisiológicos del alumno. , Por ejemplo, debidos al estadio de desarrollo en que se encuentra. En esta fase no puede, pues, usar ciertos medios cognitivos y ciertas estrategias.
t5p2	De origen didáctico	Dependen de la elección del sistema educativo o del proyecto que adopta el profesor. ; A menudo una visión unilateral de los conceptos matemáticos origina obstáculos, desde el momento en que el modelo propuesto no es lo suficientemente comprensible o, incluso, no funciona ya.
t5p3	De naturaleza epistemológica	Son aquellos que forman parte de la naturaleza de la misma disciplina y que es preciso conocer bien, no para huir de ellos sino para estudiarlos. ; Es inútil pensar evitar este tipo de obstáculos, ya que, a menudo, es productivo evidenciarlos

<b>CUANDO UTILIZO UN TEXTO GUÍA LO HAGO PORQUE</b>	
t6p1	Lleva a los estudiantes a la búsqueda de los conceptos a través de problemas
t6p2	Solo propone problemas para aplicar la teoría
t6p3	Propone problemas como medio motivador al comenzar un tema
t6p4	Sigue en sus clases la manera en que el texto desarrolla la teoría
t6p5	Utiliza las listas de ejercicios del texto.
t6p6	Utiliza los problemas y los logros que propone el texto para seguir sus clases.



preguntas	
<b>p3d</b>	¿Conoce problemas de matemática que fueran planteados por matemáticos famosos? Sí _____ No _____ ¿Cuáles? _____
<b>p3e</b>	¿En alguna ocasión, usted ha participado de actividades académicas sobre la resolución de problemas con respecto a la tabla 2? Sí _____ No _____
<b>p3f</b>	¿Usted como profesor, utiliza problemas propios para utilizarlos con sus estudiantes? Sí ____ No ____ ¿Por qué? ____
<b>p4b</b>	¿Cree que los estudiantes de su clase tienen la misma convicción que usted sobre lo que es un problema matemático? Sí ____ No _____ ¿por qué?
<b>p4c</b>	¿Hace usted explícito todos los razonamientos y procedimientos que considera necesarios para que los estudiantes comprendan cuando resuelve “problemas” frente a ellos? ____
<b>p4d</b>	¿Se arriesga usted a resolver “problemas” sin previa preparación delante de sus estudiantes? Sí ____ No _____ ¿Por qué? ____
<b>p4e</b>	¿Cree que solucionando problemas se aprende matemática? Sí ____ No _____ ¿Por qué? ____
<b>p4i</b>	Carlos utiliza otra forma de realizar algunas operaciones, recurre al uso de calculadora. ¿Usted dentro de su clase permite el uso de instrumentos tecnológicos? Sí ____ No _____ ¿Cuáles? _____ ¿Por qué? ____