

**DESCRIPCIÓN DE LA APROPIACIÓN DE LAS OPERACIONES ARITMÉTICAS
SUMA Y RESTA EN EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS NATURALES
EN LOS GRADOS SEXTO**

**EN LAS INSTITUCIONES EDUCATIVAS MARÍA DE LOS ÁNGELES CANO
MÁRQUEZ E INSTITUTO VICARIAL JESÚS MAESTRO**

*JHON ALEXÁNDER NIETO MUÑOZ
GOBER JARAMILLO JUSTINICO*

Universidad de Medellín
Departamento de Ciencias Básicas
Medellín, junio 2014

**DESCRIPCIÓN DE LA APROPIACIÓN DE LAS OPERACIONES ARITMÉTICAS
SUMA Y RESTA EN EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS NATURALES
EN LOS GRADOS SEXTO**

**EN LAS INSTITUCIONES EDUCATIVAS MARÍA DE LOS ÁNGELES CANO
MÁRQUEZ E INSTITUTO VICARIAL JESÚS MAESTRO**

Autores: *GOBER JARAMILLO JUSTINICO
JHON ALEXÁNDER NIETO MUÑOZ*

Trabajo especial de maestría para optar al grado de magíster en Educación
Matemática.

Asesora:
Doctora Alba Luz Muñoz Restrepo

Universidad de Medellín
Departamento de Ciencias Básicas
Medellín, junio 2014

Agradecimientos

En primer lugar a la Doctora Alba Luz Muñoz por su dedicación, apoyo constante y a sus orientaciones para desarrollar este trabajo de investigación.

A las Instituciones Educativas María de los Ángeles Cano Márquez e Instituto Vicarial Jesús Maestro y a los profesores y estudiantes del grado sexto, por permitirnos realizar nuestros estudios y prácticas relacionadas con la investigación.

A los profesores de la Maestría en Educación Matemática, los cuales fueron de orientación y guía con sus conocimientos y conceptos, que nos permitieron conocer nuevos caminos e ideas para nuestro desempeño profesional.

A nuestras familias por su gran apoyo incondicional, amor y colaboración en todos los momentos vividos durante nuestro estudio e investigación.

RESUMEN

La matemática es una de las ciencias donde se observa mayor antipatía por parte de los estudiantes, esto se debe posiblemente a diversos factores de índole social, cognitivo, pedagógico, entre otros. Como resultado de este rechazo hacia la matemática se ven evidenciados los bajos resultados que los estudiantes obtienen en las pruebas nacionales e internacionales (ICFES, PISA, SERCE). Se hace necesario conocer que causas en el proceso de enseñanza-aprendizaje ocasionan esta problemática; como investigadores analizaremos las estrategias didácticas que están presentes en el aula de clase; estas estrategias serán estudiadas a partir de los textos escolares, de la práctica docente y de la participación del estudiante. Para nosotros como docentes es de vital importancia la apropiación de la suma y resta en los estudiantes, ya que les brinda bases significativas para la adquisición de nuevos conceptos matemáticos y que son fundamentales para su continuo proceso académico. Iniciaremos con teorías basadas en el conocimiento informal de los niños desde sus primeros meses de edad (Caballero, 2005), y teorías psicocognitivas acerca de las etapas de los niños cuando abordan la significación del número y las operaciones concretas para nuestros estudiantes de grado sexto (Piaget, 1991). Para realizar este trabajo se tomará como base el modelo de Baremación propuesto por Thomas Ortega (1996) para la valoración de textos escolares, incluyendo cuestiones de índole contextual de nuestras Instituciones Educativas; como también un acompañamiento a los docentes y estudiantes que permita observar las estrategias utilizadas y así describir el grado de apropiación de las operaciones suma y resta en el conjunto de los números naturales. Se evidenció según la metodología aplicada en los instrumentos de medición, que un 70% de los estudiantes les falta comprensión en la lectura, interpretación y organización de los datos; se presenta dificultad en la aplicación de la operación aritmética a utilizar y el uso del posicionamiento decimal en el desarrollo de los problemas planteados. La presente investigación es aplicada a un curso de grado sexto y docentes que imparten clase en este grado de las Instituciones educativas

MARÍA DE LOS ÁNGELES CANO MÁRQUEZ E INSTITUTO VICARIAL JESÚS MAESTRO.

Palabras clave: Apropiación, suma y resta, estrategia didáctica, descripción, sistema de numeración decimal.

ABSTRACT

Mathematics is a science where the greatest antipathy is seen by students, this may be due to various factors of social, cognitive, pedagogical nature, among others. As a result of this rejection of low mathematics that students get results in national and international competitions (ICFES PISA SERCE) are evidenced. It is necessary to know which causes the teaching-learning process cause this problem; as researchers analyze teaching strategies that are present in the classroom; these strategies will be studied from textbooks, teaching practice and student participation. For us as teachers is vital ownership of addition and subtraction in the students and offering them significant foundations for the acquisition of new mathematical concepts that are fundamental to their ongoing academic process. We begin with theories based on the informal knowledge of children from their early age (Caballero, 2005), and psycho - cognitive theories about the stages of children in the mean number and specific operations for our undergraduate students sixth (Piaget, 1991). To make this work Baremación model proposed by Thomas Ortega (1996) for the assessment of issues including textbooks contextual nature of our educational institutions shall be based; as an accompaniment to allow teachers and students observe and describe strategies used and the degree of ownership of the operations of addition and subtraction in the set of natural numbers. It was shown according to the methodology used in measuring instruments, that 70% of students lack reading comprehension, interpretation and organization of data; difficulty arises in the application of the arithmetic operation to use and the use of the decimal position in the development of the problems. This research is applied to a sixth-grade class and teachers who teach at this level of educational institutions MARÍA DE LOS ÁNGELES CANO MÁRQUEZ and INSTITUTO VICARIAL JESÚS MAESTRO.

Keywords: Ownership, addition and subtraction, teaching strategy, description, decimal system.

CONTENIDO

	Pág.
A. Resumen.....	IV
B. Lista de figuras.....	VII
C. Lista de tablas.....	VIII
1.Planteamiento del problema.....	9
2.Referentes Teóricos.	14
2.1 Consideraciones sobre el origen en el fundamento en el conteo de los niños.....	20
2.2 El conjunto de los números naturales en el conteo.	31
2.3 Estrategias didácticas.....	34
3.Descripción del contexto.....	38
4.Objetivo General.....	42
4.2 Objetivos Específicos.....	42
5.Metodología del trabajo realizado.....	43
5.1 Tipo de estudio.....	43
5.2 Diseño del plan de datos.....	45
5.2.1.Gestión del dato.....	45
5.2.2.Obtención del dato.	45
5.2.3.Recolección del dato.....	46
5.2.4.Control de sesgos.....	48
5.2.5.Procesamiento del dato.....	48
5.2.6.Ética.....	50
6.Análisis de los resultados.....	51
6.1.Análisis de valoración de textos matemáticos.....	51
6.1.1.Análisis del libro de texto caminos del saber6.	58
6.1.2.Análisis del libro de texto espiral6.	59
6.2.Diagnóstico a los docentes.....	61
6.2.1.Análisis de la ficha de observación del docente.	65
6.3.Descripción de la apropiación de los estudiantes.....	68
6.3.1.Análisis de la ficha de observación del estudiante.	68
7.Conclusiones y Recomendaciones.....	91
A. Anexos: Cartas de autorización.....	96
B. Anexos: Instrumentos de medición.....	98
Bibliografía.....	113

Lista de figuras

	Pág.
FIGURA 1.1 Resultados de grado quinto matemáticas. Institución María Cano.....	11
FIGURA 1.2 Resultados de grado quinto matemáticas. Institución Vicarial Jesús Maestro.....	11
FIGURA 2.1 Resultados pruebas saber 2012. Cuadro comparativo Antioquia y Colombia.....	17
FIGURA 3.1 Institución Educativa María de los Ángeles Cano Márquez.....	36
FIGURA 3.2 Instituto Vicarial Jesús Maestro.....	37
FIGURA 6.1 Puntuaciones totales de valoración de textos.....	55
FIGURA 6.2 Pregunta 1.....	69
FIGURA 6.3 Fuente prueba escrita.....	70
FIGURA 6.4 Pregunta 2-A.....	71
FIGURA 6.5 Pregunta 2-B.....	72
FIGURA 6.6 Fuente prueba escrita.....	73
FIGURA 6.7 Pregunta 3.....	73
FIGURA 6.8 Fuente prueba escrita.....	74
FIGURA 6.9 Pregunta 4.....	75
FIGURA 6.10 Fuente prueba escrita.....	76
FIGURA 6.11 Pregunta 5.....	76
FIGURA 6.12 Fuente prueba escrita.....	77
FIGURA 6.13 Pregunta 6.....	78
FIGURA 6.14 Fuente prueba escrita.....	79
FIGURA 6.15 Pregunta 7.....	80
FIGURA 6.16 Fuente prueba escrita.....	81
FIGURA 6.17 Pregunta 8.....	81
FIGURA 6.18 Fuente prueba escrita.....	82
FIGURA 6.19 Pregunta 9.....	83
FIGURA 6.20 Fuente prueba escrita.....	84
FIGURA 6.21 Pregunta 10.....	84
FIGURA 6.22 Fuente prueba escrita.....	85
FIGURA 6.23 Fuente prueba escrita.....	85

Lista de tablas

	Pág.
TABLA 2.1: Promedio de América Latina y el Caribe. SERCE.....	16
TABLA 2.2: Metas 2014.....	17
TABLA 2.3: Comparación de las condiciones de conteo entre la teoría de Piaget (1965) y los postulados de Gelman y Gallistel (1978).....	27
TABLA 2.4: Estrategias que utilizan los niños para la adición y sustracción.	35
TABLA 6.1: Entorno (1).	49
TABLA 6.2: Sobre la teoría (1).....	50
TABLA 6.3 lustraciones (1).	50
TABLA 6.4: Enfatización (1).	50
TABLA 6.5: Ejercicios, cuestiones y problemas (1).	50
TABLA 6.6: Motivación (1).	51
TABLA 6.7: Metodología (1).	51
TABLA 6.8: Actividades(1).....	52
TABLA 6.9: Totales de cada tópico (1).	52
TABLA 6.10: Entorno (2).	52
TABLA 6.11: Sobre la teoría (2).....	53
TABLA 6.12: lustraciones (2).....	53
TABLA 6.13: Enfatización (2).	53
TABLA 6.14: Ejercicios, cuestiones y problemas (2).....	54
TABLA 6.15: Motivación (2).....	54
TABLA 6.16: Metodología (2).....	54
TABLA 6.17: Actividades (2).	54
TABLA 6.18: Totales de cada tópico (2).....	55
TABLA 6.19: Resultados del cuestionario a los docentes.	59-60-61-62
TABLA 6.20 Resultados de la prueba escrita-estudiantes grado sexto.....	68

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La matemática es una de las áreas que más trabajo cuesta aprender y esto se puede evidenciar en el alto índice de apatía en las escuelas y colegios y en un inadecuado manejo de esta asignatura en los diversos niveles escolares; esto se presenta tal vez porque muchas veces el estudiante no cuenta con bases sólidas, concretas en este saber.

En el sector educativo oficial y no oficial, se ha evidenciado el bajo rendimiento académico de los estudiantes en el área de matemáticas, en particular de los grados sexto, ya que desde nuestra experiencia como docentes de matemáticas se observa el poco dominio de las operaciones aritméticas básicas que el estudiante debería tener al ingresar y comenzar este grado. Los factores que causan esta problemática son diversos, es por lo tanto que se hace necesario describir la apropiación de las operaciones aritméticas suma y resta que permitan conocer el grado de significación de estas operaciones aritméticas.

De acuerdo con el Ministerio de Educación Nacional, se busca promover el desarrollo de formas de pensamiento que posibiliten a los niños procesar información acerca de la realidad y profundizar así sus conocimientos acerca de ella; desarrollar una actitud positiva hacia el aprendizaje de las matemáticas y apropiarse de formas de razonar matemáticamente; adquirir herramientas que les permitan reconocer, plantear y resolver problemas y desarrollar la confianza y la seguridad en sí mismos, al tomar conciencia de sus capacidades, intuiciones y creatividad.

En Colombia se han realizado varios estudios que buscan determinar los factores que influyen en el rendimiento académico de los estudiantes. Se destaca el realizado por Gaviria y Barrientos (citada en Chica, 2009), en éste, los autores analizaron los resultados de las pruebas de estado, encontrando que las características asociadas al plantel educativo inciden de manera significativa en el

rendimiento y lo hacen en mayor medida que las variables socioeconómicas; sin embargo, no desconocen que el nivel de educación de los padres juega un papel fundamental en el desempeño (p. 1).

Lo anterior se evidencia con los resultados de las pruebas SABER 2009 para el grado 5° y 9°, los cuales muestran que un alto índice de estudiantes se ubica en el nivel de desempeño insuficiente y se presentan grandes diferencias por sector (oficial y no oficial) y zona (urbana y rural), en todas las áreas. Es así como en el área de matemáticas del grado 5° del sector oficial urbano, se tiene que el 43% de estudiantes obtienen resultados insuficientes, mientras que en el no oficial, son solo el 21%. (Plan Nacional de desarrollo, pág.265).

Por otra parte, la gran mayoría de los estudiantes de los grados 5° y 9°, del departamento de Antioquia se encuentran en el nivel inferior y básico en matemática, mientras que en el nivel satisfactorio se encuentran menos del 30% y el nivel avanzado apenas supera el 5% en promedio (Fuente: ICFES, 2009).

A continuación, se presentan los resultados ICFES 2012 en el área de matemáticas del grado quinto de las Instituciones Educativas María Cano y Vicarial Jesús Maestro, donde se evidencia el bajo desempeño en matemáticas de ambas Instituciones; se puede observar que la Institución María Cano cuenta con el 59% de los estudiantes con nivel insuficiente y el 29% en el nivel mínimo, así como el Instituto vicarial con el 8% con nivel insuficiente y el 37% con nivel mínimo.

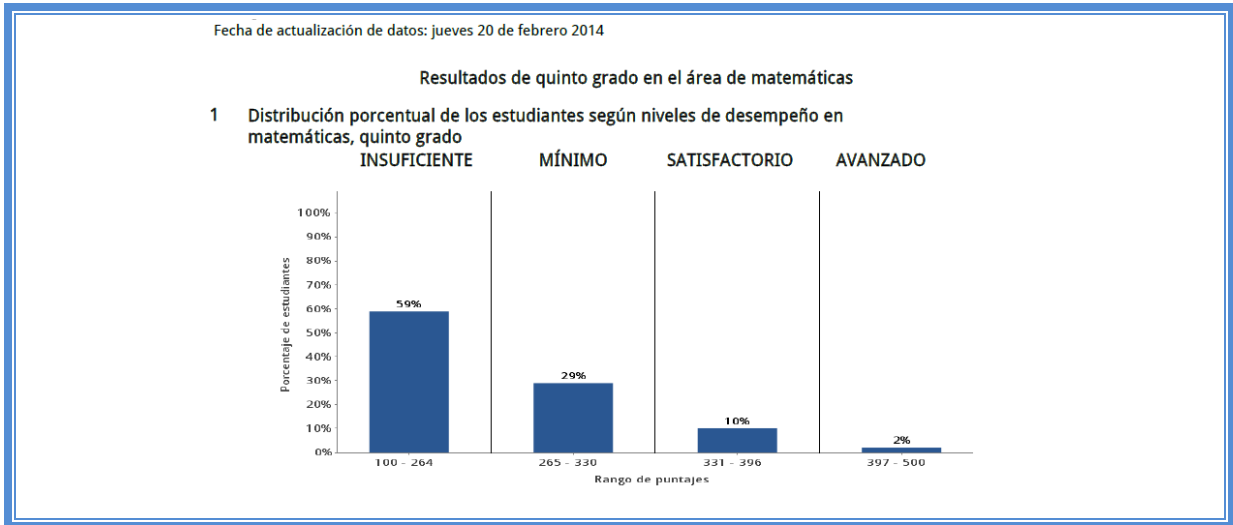


FIGURA 1.1 Resultados de grado quinto matemáticas. Institución María Cano

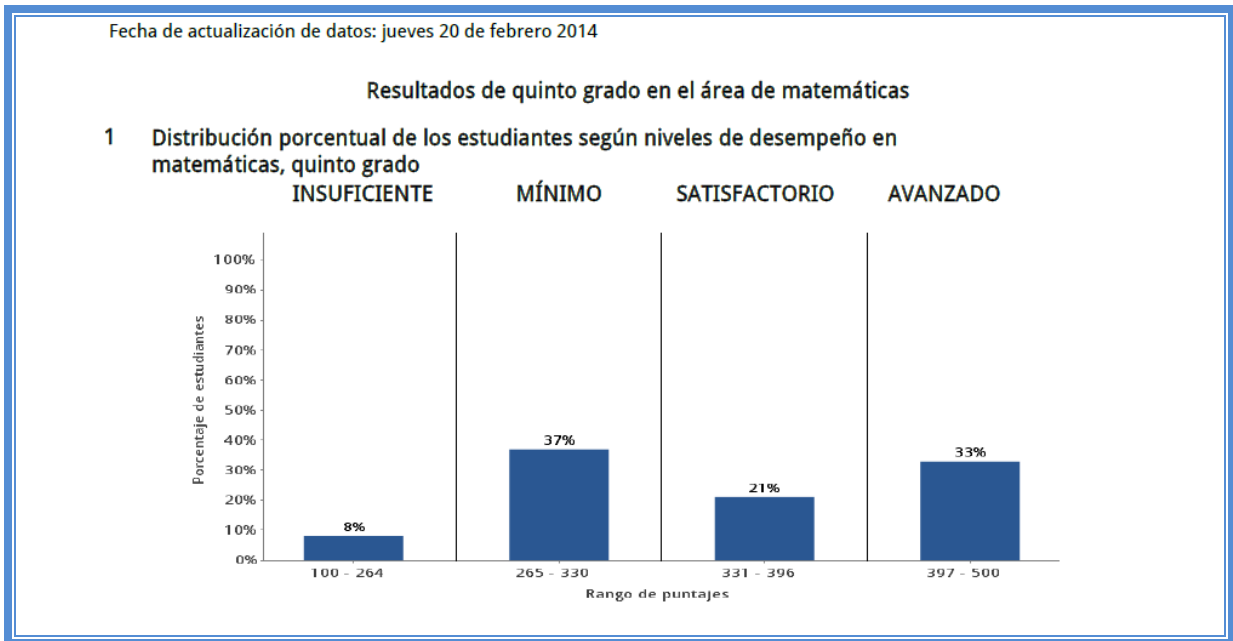


FIGURA 1.2 Resultados de grado quinto matemáticas. Institución Vicarial Jesús Maestro

Con base en lo anterior, se puede afirmar que los estudiantes presentan dificultades en el uso y aplicación de conceptos matemáticos básicos y/o elementales, donde la apropiación de las operaciones suma y resta son relevantes para la adquisición de competencias matemáticas; es aquí donde se pretende, como profesores, enfocar la investigación en la descripción de estrategias didácticas, para que los estudiantes de grado sexto se apropien y relacionen las operaciones aritméticas básicas suma y resta en determinados contextos; como lo

mencionan las pruebas PISA (2011); “tres dimensiones a través de las cuales se dará cuenta de la competencia matemática de los estudiantes. El contenido matemático, los procesos matemáticos y los contextos” y los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (1998): “Las competencias matemáticas no se alcanzan por generación espontánea, sino que requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problema significativas y comprensivas que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más complejos”(pág. 49).

La apropiación por parte de los estudiantes de las operaciones aritméticas básicas, especialmente la suma y resta, es un objetivo fundamental en el aprendizaje de las matemáticas. Este aspecto de las operaciones pasa por la adquisición, tanto de las acciones que ellas representan, como de la posibilidad que ellas ofrecen; es una herramienta fundamental y básica para desarrollar nuevos conceptos matemáticos.

Al respecto, *Martínez (2012)* menciona que: “algunas de las dificultades que presentan los estudiantes para realizar cálculos se debe a factores cognitivos como la baja atención, poca retención en la memoria y dificultades en la velocidad de procesamiento de la información” (p.127).

Posteriormente *Martínez* menciona que otro de los factores, que son causa del bajo rendimiento de los estudiantes, se debe a una enseñanza inadecuada en el aula de clase, a métodos tradicionales que no favorecen el aprendizaje significativo sino memorístico, también a que se desarrollan los programas sugeridos por el Ministerio de Educación Nacional sin una reflexión y discusión previa que permita adaptar al contexto de los estudiantes de la institución.

Es por tanto que la enseñanza de las matemáticas en la escuela debe tener como propósito fundamental propiciar el desarrollo de nociones y conceptos que le sean útiles a los estudiantes para resolver problemas de su entorno, al mismo tiempo que le proporciona los conocimientos y las habilidades de pensamiento y razonamiento necesario para avanzar en el estudio de las matemáticas.

Con base en lo anterior, el grupo de investigación plantea la siguiente pregunta problematizadora:

¿Se encuentra presente la apropiación de las operaciones aritméticas básicas suma y resta en el conjunto de los números naturales, en los estudiantes de grado sexto de las Instituciones Educativas María de los Ángeles Cano Márquez e Instituto Vicarial Jesús Maestro?

2. REFERENTES TEÓRICOS

Las matemáticas han atraído la atención de numerosas disciplinas desde mucho tiempo atrás, y ello fue debido a que ocupaban y ocupan en la actualidad, un lugar importante y necesario en la sociedad, en el sistema económico y en la vida diaria. A modo de ejemplo, son infinidad de cosas las que se pueden contar: El dinero adquirido, los goles en un partido de fútbol, la cantidad de personas en un lugar, los pasos que debo dar para ir de un lugar a otro, entre otros. Además, las matemáticas están presentes en el currículo escolar desde los 3 años hasta el bachillerato cuando los jóvenes tienen ya 18 años.

Indagaciones acerca de las matemáticas evidencian la antipatía de los estudiantes hacia ellas e inclusive su forma de aprenderla es mecánica o memorística. Por ello se da importancia a la presente investigación que se está realizando acerca de la descripción de la apropiación de las operaciones básicas suma y resta en la educación básica secundaria, particularmente, en el grado sexto.

Al respecto *Hale (citada en Romero, 2013)*, menciona que “la enseñanza de las matemáticas tanto para el maestro y el alumno se convierte en un dilema. Y lejos de contribuir al desarrollo de los educandos, crea en ellos una actitud de temor o indolencia hacia su aprendizaje. Por ejemplo, cuando el maestro menciona que trabajarán con la multiplicación y división, los estudiantes predisponen que será algo difícil y tedioso, para lo cual el docente muestra dificultad al momento de enseñarlas” (p. 117).

Los docentes en el área de Matemáticas, en la mayoría de las Instituciones oficiales y no oficiales, carecen de recursos didácticos que puedan ofrecer apoyo para desarrollar habilidades cognitivas en los estudiantes, como es la apropiación de las operaciones básicas e inclusive, la falta de textos escolares para los educandos.

Los textos para el docente, así como propuestas para trabajar en el aula, ofrecen en la mayoría de los casos diferentes estrategias didácticas de cómo desarrollar los contenidos en las clases que dependen del método utilizado por el profesor.

La apropiación del contenido matemático y la habilidad para aplicar ese conocimiento a la solución de problemas contextualizados son importantes para los ciudadanos en el mundo de hoy. Es decir, para resolver problemas e interpretar situaciones en contextos personales, ocupacionales, sociales y científicos, hay que hacer uso de conocimientos y procesos matemáticos.

Estos procesos matemáticos según las pruebas PISA 2012, formulan situaciones que hacen referencia a la capacidad de los estudiantes de reconocer e identificar oportunidades para utilizar las matemáticas, esto es, traducir un problema en un contexto natural a una forma matemática. Incluye actividades como las siguientes:

- Identificar los aspectos matemáticos de un problema situado en un contexto del mundo real e identificar las variables significativas.
- Reconocer la estructura matemática (incluyendo las irregularidades, relaciones y patrones) en problemas y situaciones.
- Simplificar una situación o problema para hacerlo susceptible de análisis matemático.
- Identificar las restricciones y suposiciones detrás de cualquier modelo matemático y las simplificaciones deducidas del contexto.
- Representar una situación matemáticamente, utilizar variables apropiadas, símbolos, diagramas y modelos.
- Representar un problema de forma diferente de acuerdo con conceptos matemáticos y hacer suposiciones apropiadas.

En las pruebas PISA 2012 se utilizaron cuatro categorías que caracterizan el rango de contenido matemático central para la disciplina y que ilustran sobre las áreas amplias de contenido que guían el desarrollo de las preguntas del examen: cambio y relaciones, espacio y forma, cantidad e incertidumbre.

De acuerdo con lo anterior, se piensa que es fundamental la descripción de la apropiación de las operaciones aritméticas suma y resta, ya que permite conocer las debilidades y fortalezas de los estudiantes en la aplicación de problemas contextualizados.

Por otra parte, a finales del 2002, los países Latinoamericanos y del Caribe que conforman el LLECE (Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación) decidieron desarrollar el Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo (Prueba SERCE), donde se evidencian disparidades en los resultados de Matemática del grado sexto; en este, se observa la diferencia entre el promedio alcanzado por los países de más alto y más bajo desempeño (Cuba y República Dominicana, respectivamente), alcanza los 220 puntos; esto es casi 2,5 desviaciones estándar.

Los resultados promedio del desempeño escolar, permiten formar cuatro grupos de países según las pruebas SERCE:

1. Países cuyos alumnos de 6º grado exhiben en Matemática un desempeño promedio superior al promedio regional, ubicándose a más de una desviación estándar por sobre ella. Cuba integra este primer grupo con un promedio de 637 puntos.
2. Países con puntuaciones medias superiores al promedio regional, pero situadas a menos de una desviación estándar. En este grupo se ubican Uruguay, el estado mexicano de Nuevo León, Argentina, Chile, Costa Rica y México.
3. Países cuyo desempeño promedio es igual al promedio del conjunto de los países; es decir, sin diferencias estadísticamente significativas con él. En este grupo se encuentran Brasil, *Colombia* y Perú.
4. Países cuya puntuación media es inferior al promedio de los países (menos de una desviación estándar): Ecuador, El Salvador, Guatemala, Nicaragua, Panamá, Paraguay y República Dominicana.

DE 6º GRADO DE PRIMARIA ENTRE PAÍSES Y CON EL PROMEDIO DE AMÉRICA LATINA Y EL CARIBE

	Promedio países	Argentina	Brasil	Chile	Colombia	Costa Rica	Cuba	Ecuador	El Salvador	Guatemala	México	Nicaragua	Panamá	Paraguay	Perú	R. Dominicana	Uruguay	Nuevo León
Argentina	▲	■	■	■	▲	▼	▼	▲	▲	▲	▼	▲	▲	▲	▲	▲	▼	▼
Brasil	■	■	■	▼	■	▼	▼	▲	▲	▲	▼	▲	▲	▲	■	▲	▼	▼
Chile	▲	■	▲	■	▲	▼	▼	▲	▲	▲	▼	▲	▲	▲	▲	▲	▼	▼
Colombia	■	▼	■	▼	■	▼	▼	▲	▲	▲	▼	▲			■	▲	▼	▼
Costa Rica	▲	▲	▲	▲	▲	■	▼	▲	▲	▲	■	▲	▲	▲	▲	▲	▲	■
Cuba	▲	▲	▲	▲	▲	▲	■	▲	▲	▲	▲	▲	▲	▲	▲	▲	▲	▲
Ecuador	▼	▼	▼	▼	▼	▼	■	■	▼	■	▼	■	■	■	■	▲	▼	▼
El Salvador	▼	▼	▼	▼	▼	▼	▲	■	■	▼	▲	▲	▲	■	▼	▲	▼	▼
Guatemala	▼	▼	▼	▼	▼	▼	■	▼	■	■	▼	■	■	▼	▲	▲	▼	▼
México	▲	▲	▲	▲	▲	■	▼	▲	▲	▲	■	▲	▲	▲	▲	▲	▼	■
Nicaragua	▼	▼	▼	▼	▼	▼	■	▼	■	▼	■	■	■	▼	▲	▲	▼	▼
Panamá	▼	▼	▼	▼	▼	▼	■	▼	■	▼	■	■	■	▼	▲	▲	▼	▼
Paraguay	▼	▼	▼	▼	▼	▼	■	■	▲	▼	▲	▲	■	■	▲	▲	▼	▼
Perú	■	▼	■	▼	■	▼	▼	▲	▲	▲	▼	▲	▲	▲	■	▲	▼	▼
R. Dominicana	▼	▼	▼	▼	▼	▼	▼	▼	▼	▼	▼	▼	▼	▼	▼	■	▼	▼
Uruguay	▲	▲	▲	▲	▲	▲	▼	▲	▲	▲	▲	▲	▲	▲	▲	▲	■	▲
Nuevo León	▲	▲	▲	▲	▲	■	▼	▲	▲	▲	■	▲	▲	▲	▲	▲	▼	■

TABLA 2.1 Promedio de América Latina y el Caribe. SERCE

Se puede verificar que los resultados en competencias matemáticas de nuestros estudiantes están debajo del promedio relacionado con otros países, por lo que es necesario, entre otros factores, el de cuestionar las metodologías y estrategias didácticas empleadas en el aula de clase.

En Colombia, según el ICFES, el estudiante debe solucionar problemas correspondientes a la estructura multiplicativa de los números naturales y reconocer así como utilizar la fracción como operador. La siguiente tabla muestra la línea base de competencias en las áreas en las que se aprecia que en matemáticas del grado quinto hay un 49% de estudiantes ubicados en el nivel de desempeño insuficiente.

Metas

Indicadores sistema de evaluación educación preescolar básica y media		Línea base 2009	Meta 2014
Desempeño (Calidad Educativa - SABER 11)			
Porcentaje de estudiantes con alto desempeño en lenguaje (Competencia Propositiva - C3) / 1		27.10%	37%
Porcentaje de estudiantes con bajo desempeño en Lenguaje (Competencia Interpretativa - C1) / 2		34.85%	17%
Porcentaje de estudiantes con alto desempeño en matemáticas (Competencia Solución de problemas - C3) / 3		27.27%	37%
Porcentaje de estudiantes con bajo desempeño en matemáticas (Competencia Comunicación - C1) / 4		18.26%	9%
Porcentaje de estudiantes de establecimientos educativos oficiales ubicados en el nivel de desempeño insuficiente Pruebas SABER	Ciencias 5°	23%	14%
	Matemáticas 5°	49%	37%
	Lenguaje 5°	19%	12%

TABLA 2.2 Metas 2014

Por otra parte, como se aprecia en la siguiente gráfica, el 43% de los estudiantes de los grados 5° del departamento de Antioquia se encuentran en el nivel insuficiente, el 32% en el nivel mínimo, mientras que en el nivel satisfactorio se encuentran menos del 20% y el nivel avanzado apenas supera el 5% en promedio (*Fuente: ICFES, 2012*).

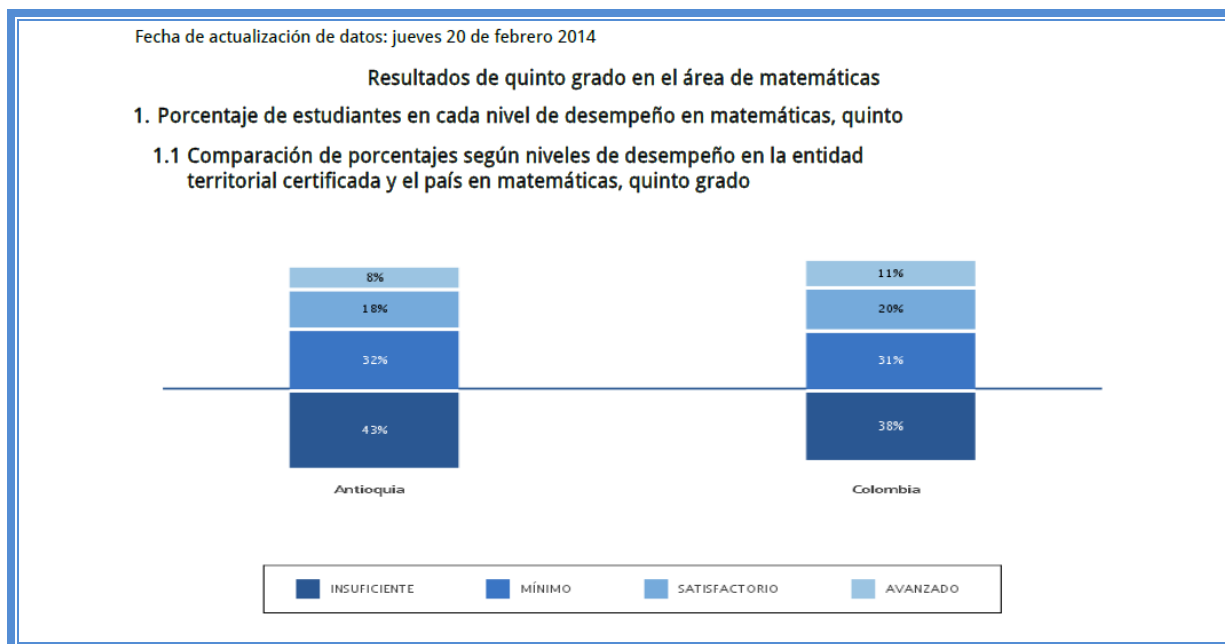


FIGURA 2.1 Resultados pruebas saber 2012. Cuadro comparativo Antioquia y Colombia

Estos resultados revelan deficiencias en los procesos de enseñanza y aprendizaje, debido a diferentes factores, como la carencia de ambientes de aprendizaje dignos para el desarrollo de las actividades con material didáctico pertinente, limitados

procesos de gestión curricular y planeación pedagógica adecuada, insuficiente formación de los docentes en las diversas áreas escolares y de un acompañamiento pertinente a las acciones pedagógicas. (*Línea estratégica – la educación como motor de transformación de Antioquia, pág. 7*).

Estos procesos y variantes de enseñanza y aprendizaje en matemática según *Castro (citada en Blanco, 2007)* tienen como finalidad:

Carácter formativo de las matemáticas. Se debe aprender porque contribuye al desarrollo intelectual de cada persona, además su alto nivel formativo se observa porque se desarrollan capacidades de razonamiento lógico, simbolización, abstracción, rigor y precisión que caracterizan el conocimiento formal.

Utilidad práctica del conocimiento matemático. En este sentido las matemáticas son útiles para desenvolverse en la actualidad, en la cual la organización de la información, los medios de comunicación y las relaciones económicas se encuentran sustentados en las nociones y relaciones aritméticas.

La utilización sistemática de las matemáticas por el resto de las disciplinas. Esta finalidad hace referencia a que los conceptos y procedimientos matemáticos proporcionan estructuras para el abordaje del resto de las disciplinas. Estas deben caracterizarse por su abstracción, la cual permite estudiar multitudes de fenómenos mediante modelos causales o aleatorios.

Por otra parte *Maza (citada en Blanco, 2007)*, afirma que “tanto para la enseñanza como para el aprendizaje de los algoritmos elementales (suma y resta) se deben considerar los siguientes factores para llegar a la resolución de problemas: manipulación, representación gráfica y representación simbólica” (p.8).

Cabe señalar que estas dos representaciones no son instrumentos que deben predecir a un problema sino que son las primeras formas de expresión abstracta de los elementos y relaciones implícitas en un problema.

Así mismo, Maza (citada en Blanco, 2007), afirma que las operaciones de suma y resta son aprendidas simultáneamente, ya que los niños, que apenas están desarrollando su pensamiento matemático, se encuentran en una etapa de comprensión en donde solo existen dos operaciones, por lo que efectúa diversas estrategias y por lo tanto no encuentran relación estrecha entre: cambiar, unir, quitar, separar y emparejar, convirtiendo estas acciones en independientes.

2.1 CONSIDERACIONES SOBRE EL ORIGEN EN EL FUNDAMENTO DEL CONTEO DE LOS NIÑOS

Nuestro trabajo de investigación tiene como uno de sus objetivos, el de observar estrategias didácticas que permitan describir la apropiación de las operaciones aritméticas básicas suma y resta en los estudiantes, particularmente, del grado sexto, por esto es necesario conocer los diferentes aportes en relación al origen en el fundamento del conteo de los niños, tanto desde la didáctica de la matemática como desde la psicología del desarrollo del niño.

Tradicionalmente se nos muestra que entre los 6 y 7 años se da esta división entre el conocimiento numérico con verdadero fundamento matemático y la simple utilización rutinaria de las palabras-número, lo cierto es que en los últimos tiempos están apareciendo datos que sugieren con insistencia que las habilidades numéricas de niños menores de 6 años y que, incluso, las formas de representación no-verbal de los números son fenómenos cognitivos que deben tenerse muy en cuenta *Feigenson., Clark y Grossman., Kobayashi., Xu y Arriaga (citada en Villarroel, 2009)*, incluso, recientes investigaciones muestran la existencia de una estructura numérico-cognitiva en el sistema de conocimiento humano cuyas manifestaciones más tempranas pueden ser registradas a los pocos meses del nacimiento.

A continuación se presentan propuestas realizada en torno al conteo infantil, posiblemente, la primera adquisición matemática y uno de los aprendizajes que en mayor medida condicionarán futuros éxitos educativos. Se

inicia el estudio tomando unos aportes de la visión Piagetiana de la adquisición del sentido numérico ya que las aportaciones de este autor han resultado particularmente influyentes, tanto en la perspectiva educacional como en la psicológica.

Posteriormente se expondrá la propuesta de “primero principios, después capacidades” enunciada por *Gelman y Gallistel, Gelman y Meck* (citada en Caballero, 2005), punto de referencia para muchas de las investigaciones sobre el conteo y la concepción infantil de número.

Las aportaciones de Jean Piaget han influido decisivamente en la concepción que hoy en día tenemos sobre cómo se origina el pensamiento numérico y las habilidades de conteo. Este autor estableció una distinción fundamental entre tres tipos de conocimiento, el físico, el convencional y el de naturaleza lógico-matemático (*Piaget, 1991*).

El entendimiento relativo a cómo son los objetos (su color, su forma) y cómo interaccionan (ruedan, se caen, se paran) son aspectos concernientes al dominio físico, mientras que el conocimiento de las palabras que utilizamos para contar los objetos o de las reglas de un juego, corresponden al ámbito de las convenciones sociales.

Según Piaget, ambas formas de conocimiento tienen un origen externo al individuo. El conocimiento lógico-matemático, sin embargo, tiene un origen diferente. Al comparar, por ejemplo, rotuladores de diferentes colores, se puede considerar que son iguales (en cuanto a su forma, longitud o peso) o diferentes (en cuanto a su color). Es el sujeto, internamente, el que establece las relaciones mentales entre las representaciones de los objetos, de forma que es también el propio sujeto quien, basándose en esas relaciones, concluye que los rotuladores sean iguales, o no. Para Piaget, el vínculo que se establece entre, por ejemplo, un

par de rotuladores y el concepto “dos”, es un tipo especial de relación que pertenece al ámbito del conocimiento lógico-matemático.

Para *Kamii (citada en Villarroel, 2009)*, este conocimiento, a diferencia del físico y el convencional, tiene su origen en la propia mente del individuo ya que, dada su naturaleza no observable, debe ser elaborado por uno mismo.

Piaget estableció que este tipo de conocimiento surgía como consecuencia de un proceso de abstracción reflexiva, caracterizado por:

- Su naturaleza no observable, aunque en su elaboración es necesario partir de la experiencia con el entorno y los objetos circundantes.
- Evoluciona de lo más simple a lo más complejo
- Es un tipo de conocimiento no memorístico y permanente.

Desde la perspectiva piagetiana y con relación a cuándo se alcanza la comprensión del concepto de número, los niños y niñas no logran un verdadero entendimiento del concepto de número hasta finalizar la etapa pre-operacional.

Durante esta etapa, entre los dos y los siete años, se va consolidando una forma de pensamiento más ágil que se apoya en acciones mentales internas para representar objetos y predecir acontecimientos. Sin embargo, este pensamiento según *Blasy (citada en Villarroel, 2009)*, “se centra especialmente en las características sensoriales de los objetos y se limita por su falta de reversibilidad, egocentrismo y animismo” (p.3).

Por esta causa, durante la etapa pre-operacional, no es posible una verdadera comprensión de las nociones de número ya que, a pesar de que los niños y niñas de esta edad demuestran ciertas capacidades para el conteo, no han podido interiorizar unos requisitos lógicos que, según Piaget, son indispensables para alcanzar el entendimiento de la noción de número.

Estos requisitos que garantizan la aprehensión del concepto de número, tanto en su aspecto cardinal (conjunto de elementos) como ordinal (relativo a la posición que un objeto ocupa en una serie) y que fueron la base experimental de la investigación de Piaget, podrían resumirse de la siguiente forma según *Kamii.*, y *Labinowicz*, (citada en *Villarroel*, 2009):

Conservación del número: relativo al hecho de que la noción de número es una característica propia de los conjuntos, la cual permanece a pesar de los cambios que pudiera sufrir la apariencia de los mismos. Detrás de esta noción, se situaría la capacidad de establecer relaciones biunívocas entre los elementos de diferentes conjuntos, para ser capaz de establecer comparaciones relativas al número de elementos, más allá de las características perceptivas de los mismos.

Seriación: relacionado con la habilidad para establecer relaciones comparativas entre los objetos de un conjunto y ordenarlos de forma creciente o decreciente, según sus diferencias.

Dos características de esta habilidad lógica serían la transitividad y la reversibilidad. La primera de ellas se refiere a la capacidad de establecer deductivamente relaciones entre objetos que realmente no han podido ser comparados, atendiendo a las relaciones previas que estos mismos objetos han tenido con otros. Por ejemplo, si se considera un objeto *A*, el cual es mayor que otro *B*, y este último es, a su vez, mayor que otro objeto *C*, se puede establecer sin experimentar la comparación que *A* será mayor que *C*.

Con respecto a la reversibilidad, ésta se refiere al establecimiento de relaciones inversas, es decir, un objeto dentro de una serie ordenada de mayor a menor es mayor que los siguientes y más pequeño que los anteriores.

Clasificación: vinculado a la capacidad de establecer entre objetos relaciones de semejanza, diferencia y pertenencia (relación entre un objeto y la clase a la que pertenece) e inclusión (relación entre una subclase a la que pertenece un objeto y la clase de la que forma parte).

Sin embargo, en los últimos tiempos están apareciendo nuevos datos que obligan, sino a replantearse los postulados piagetianos, si a ampliar la consideración de las habilidades numéricas de los niños en la etapa pre-operacional.

Para nuestra investigación es de primordial importancia mencionar varias etapas en el desarrollo del niño como lo es la etapa de las operaciones concretas y la etapa de las operaciones formales que según *Piaget* las sitúa entre los 7 y 11 años, y desde los 11 años en adelante, respectivamente. Ya que en nuestra investigación el componente principal son nuestros estudiantes cuyas edades promedio oscilan entre los 10 y 12 años, nos merita de gran importancia las aportaciones de Piaget al respecto.

Para Piaget, la etapa de las operaciones concretas (7-11 años) es el punto de inflexión en el desarrollo cognitivo y se caracteriza porque es lógico, flexible y organizado, además porque el niño consigue:

- Operaciones lógico-matemáticas
- Operaciones espaciales

Operaciones lógico-matemáticas

- **La conservación.** El niño coordina varios aspectos en vez de centrarse en uno sólo, se descentra y su pensamiento es reversible.
- **Clasificación jerárquica.** Son más conscientes de las jerarquías de clasificación, ya superan el problema de la inclusión de clases.
- **Seriación.** Adquieren la capacidad de ordenar ítems en una dimensión cuantitativa (Longitud, peso, etc.). Se adquiere la “inferencia transitiva”

Operaciones espaciales

- **Distancia:** la comprensión de la distancia mejora con la edad. Un espacio ocupado tiene el mismo valor que uno vacío.
- **Direcciones:** Se llevan a cabo “rotaciones mentales” con las que alinean su propio marco de referencia para ajustarse al de una persona que guarda otra orientación.
- **Mapas Cognitivos:** Adquieren la capacidad de representarse mentalmente espacios de gran escala (su casa, el colegio, el barrio, entre otros)

Etapa de operaciones concretas. En esta fase en la que se desarrolla entre los 7 y 11 años aproximadamente, el niño se hace más capaz de mostrar el pensamiento lógico ante los objetos físicos. Una facultad recién adquirida, la reversibilidad, le permite invertir o regresar mentalmente sobre el proceso que acaba de realizar, una acción que antes sólo había llevado a cabo físicamente.

El niño también es capaz de retener mentalmente dos o más variables, cuando estudia los objetos y reconcilia datos aparentemente contradictorios. Estas nuevas capacidades mentales se muestran mediante un rápido incremento en sus habilidades para conservar ciertas propiedades de los objetos, número y cantidad, a través de los cambios de otras propiedades, para realizar una clasificación y ordenamiento de los objetos.

Las operaciones matemáticas surgen en este periodo. El niño se convierte en un ser cada vez más capaz de pensar en objetos físicamente ausentes, apoyado en imágenes vivas de experiencias pasadas.

Frente a los objetos, los niños pueden formar jerarquías y entender la inclusión de clase en los diferentes niveles de una estructura. Para hacer comparaciones, pueden manejar mentalmente y al mismo tiempo: la parte o subclase, y el todo o clase superior.

Los niños de 7 a 8 años muestran una marcada disminución de su egocentrismo, se vuelven más sociocéntricos. A medida que muestran una mayor habilidad para

aceptar opiniones ajenas, también se hacen más conscientes de las necesidades del que escucha, la información que tiene y de sus intereses. Entonces las explicaciones que elaboran los niños están más a tono con el que escucha.

Cualquier discusión implica ahora un intercambio de ideas. Al estar consciente de los puntos de vista ajenos, el niño busca justificar sus ideas y coordinar las de otros. Sus explicaciones son cada vez más lógicas.

Para Piaget la etapa de las operaciones formales (11 años en adelante) es donde se inicia la capacidad del razonamiento abstracto, se pasa de “operar con la realidad” a “operar con símbolos”, es decir los hechos concretos ya no son necesarios como objeto del pensamiento.

Etapa de las operaciones formales. Este periodo que abarca de los 11 a los 15 años aproximadamente, se caracteriza por la habilidad para pensar más allá de la realidad concreta. La realidad es ahora sólo un subconjunto de las posibilidades para pensar. En la etapa anterior desarrolló relaciones con interacción y materiales concretos; ahora, puede pensar en relación de relaciones y otras ideas abstractas, como proporciones y conceptos de segundo orden.

El niño de pensamiento formal tiene la capacidad de manejar, a nivel lógico, enunciados verbales y proposiciones, en vez de objetos concretos únicamente. Es capaz ahora de entender plenamente y apreciar las abstracciones simbólicas del álgebra y la crítica literaria, así como el uso de metáforas en la literatura. A menudo se ve involucrado en discusiones espontáneas sobre filosofía, creencias, comportamientos sociales y valores, en las que son tratados conceptos abstractos, tales como justicia y libertad.

Se razona como un científico por medio del pensamiento “hipotético-deductivo”, es decir: razonamiento sobre lo real y lo posible, se razona a partir de una teoría general que incluye todos los factores que pueden influir, de estos factores surgen

las hipótesis sobre lo que podría ocurrir; finalmente se pone a prueba ordenadamente las hipótesis y se llega a una conclusión.

Piaget también menciona el pensamiento proposicional que lo define como la capacidad para evaluar la lógica de una proposición (afirmación verbal) sin necesidad de referirse a las circunstancias del mundo real. En conclusión, el lenguaje desarrolla un papel muy importante en esta etapa, ya que implica sistemas de representación basados en el lenguaje como ocurre en las matemáticas.

En esta etapa, la capacidad de pensamiento abstracto y los cambios en la adolescencia hacen que los adolescentes piensen mucho en sí mismos. Este egocentrismo es, según Piaget, la incapacidad para distinguir la perspectiva abstracta de sí mismo y la de los otros.

En cuanto a las nuevas perspectivas sobre el conteo infantil, enunciamos a *Gelman y Gallistel*, *Gelman y Meck* (citada en Caballero, 2005), que proponen la existencia de 5 principios que, en opinión para el grupo de investigación, guían la adquisición y ejecución de esta acción matemática:

1. **Principio de correspondencia biunívoca:** El niño debe comprender que para contar los objetos de un conjunto, todos los elementos del mismo deben ser contados y ser contados una sola vez.
2. **Principio de orden estable:** las palabras-número deben ser utilizadas en un orden concreto y estable.
3. **Principio de cardinalidad:** la última palabra-número que se emplea en el conteo de un conjunto de objetos, sirve también para representar el número de elementos que hay en el conjunto completo.

Estos tres principios son los que tienen una vinculación más directa con la acción de conteo. No obstante Gelman y Gallistel proponen otros dos más:

4. **Principio de abstracción:** Los principios de conteo pueden ser aplicados, independientemente de sus características externas, a cualquier conjunto de objetos o situaciones.

5. **Principio de intrascendencia del orden:** según el cual el resultado del conteo no varía aunque se altere el orden empleado para enumerar los objetos de un conjunto.

Una primera consideración relativa a la comparación de los postulados de Piaget con los principios de conteo de Gelman y Gallistel se refiere a que, a pesar de que los nombres inducen a pensar que se están considerando aspectos similares, ambas propuestas se refieren a fenómenos diferentes de la acción de contar.

Tal y como se puede observar en la siguiente tabla, se muestra una comparación entre ambos paradigmas, desde la perspectiva de *Piaget* la clave en la comprensión del conteo está vinculada a la capacidad de establecer comparaciones entre conjuntos, mientras que desde la perspectiva de Gelman y colaboradores, la clave se circunscribe a la idea de destreza práctica para contar:

	<i>Gelman y Gallistel</i>	<i>Piaget</i>
<i>Cardinalidad</i>	Se refiere a la utilización de la última palabra-número empleada en la acción de contar que sirve para catalogar todo el conjunto.	Se refiere a la comparación de conjuntos con el mismo número de elementos.
<i>Correspondencia</i>	Se refiere a contar todos los objetos de un conjunto y a contarlos una única vez.	Se refiere a la relación uno a uno entre los elementos de dos conjuntos diferentes.
<i>Principio de orden estable</i>	Se refiere a usar las palabras-número en un orden consistente y conforme con el socialmente aceptado.	Se refiere a la comprensión del significado cuantitativo que implica la serie de números; es decir, de su sentido de magnitud creciente.

TABLA 2.3 Comparación de las condiciones de conteo entre la teoría de Piaget (1965) y los postulados de Gelman y Gallistel (1978)

Rittle- Johnson, y Siegler (Citado en Caballero, 2005), mencionan que “los niños y niñas entre los 2 y los 3 años son capaces de llevar a la práctica esos principios, aunque no sean capaces de aplicarlos a todo tipo de tareas y en todas las circunstancias” (p.32).

Sobre esta cuestión, Gelman y Gallistel (citado en Caballero, 2005), sostienen la idea de que si el niño fracasa en la tarea de contar se debe, principalmente, a condicionamientos ligados a la tarea. Entre las acciones no relacionadas con la comprensión de los principios de conteo que más pueden condicionar el éxito del mismo, se mencionan la enumeración de los objetos: diferenciación de objetos contados de no contados, marcaje de los ya contados y separación espacial que facilite la identificación de los que faltan por contar.

En consecuencia, estos autores proponen diferenciar dos aspectos del conteo; por un lado, el relativo a comprender los principios fundamentales e imprescindibles que dan sentido a la acción de contar y, por otro lado, ser capaz de poner en práctica esos principios, cualquiera que sea el contexto y la exigencia de la tarea. Gelman y colaboradores describen su propuesta como “primero principios, después capacidades” para subrayar, precisamente, que a pesar de no contar con una capacidad conceptual totalmente estructurada sobre la acción de contar, los niños y niñas de entre 2 y 4 años sí poseen los cimientos metodológicos del mismo.

Efectivamente, numerosas investigaciones han constatado que las habilidades pre-numéricas de niños y niñas de entre 2 y 5 años son ciertamente más prolijas que lo que tradicionalmente se había considerado. Por ejemplo, *Gelman, Wynn, Starkey, y Fuson (citada en Caballero, 2005)*, constatan la capacidad de establecer correspondencias uno a uno, a los dos años de edad; registran la habilidad de contar conjuntos pequeños a los tres años; confirman que los niños y niñas a partir de los tres años y medio pueden efectuar acciones de sustracción y

adición de “uno” con objetos y palabras-número y comprueban que a los cuatro años pueden utilizar los dedos como ayuda para acciones de adición.

La constatación de estas habilidades pre-numéricas que durante la edad preescolar guían la generación de procedimientos para el conteo, contrasta con la evidencia de las dificultades en tareas matemáticas que se manifiestan durante la edad escolar.

En opinión de algunos autores, este hecho concuerda con la idea de que existe un conjunto de las competencias matemáticas básicas, tales como el conteo y la aritmética simple, que son dominios de conocimiento inherentemente favorecidos durante el desarrollo (*Caballero, 2005, p.3-7*).

Starkey y Cooper (citada en Caballero, 2005) encontraron en un experimento de habituación que los niños de 5 meses discriminaban entre 2 y 3 puntos, pero en un segundo experimento también hallaron que dicha discriminación no se producía ante 4 y 6 puntos. En esta misma línea, *Cooper (citada en Caballero, 2005)*, mostró “que los niños con edades comprendidas entre los 12 y 18 meses eran capaces de determinar cuál resultaba ser el más numeroso de dos conjuntos, pero incapaces de establecer la distinción más que/menos que” (p. 6).

Diez años después, *Starkey* junto a *Spelke* y *Gelman* realizaron un experimento con bebés de 6 meses a los que expusieron imágenes auditivo-visuales comprobando que miraban más tiempo la exposición visual que se emparejaba con el número de sonidos que habían escuchado. Además, recientemente *Wynn, Bloom* y *Chiang (citada en Caballero, 2005)*, pusieron de manifiesto que no solo los más pequeños respondían a aspectos numéricos y eran capaces de contar objetos, sino que también consideraban una colección de objetos como una unidad y eran capaces de contarla. En efecto, estos autores llegaron a la conclusión de que los niños de 5 meses podían individualizar y contar colecciones de objetos. Para ello, separaron a los bebés en dos grupos: unos fueron

habitados a dos colecciones de 3 objetos cada una y otros a 4 colecciones de 3 objetos. En la fase de prueba se les mostró a ambos grupos dos tipos de ensayos con 8 objetos: uno formado por dos conjuntos con 4 elementos cada uno y otro por cuatro conjuntos con dos objetos cada uno. Tanto en la fase de habituación como en la de prueba, los objetos de cada colección se hallaban en movimiento, de manera que la configuración de la colección cambiaba constantemente. Encontraron que los bebés que habían sido habituados a dos colecciones miraban más tiempo la fase de prueba compuesta por cuatro colecciones, y los habituados a cuatro miraban más la de dos. Hasta aquí se podría afirmar que los más pequeños conocen los aspectos relacionados con la cardinalidad del número.

Lo expuesto anteriormente, considera que el dominio de conocimiento que definen estos principios de conteo está presente de forma innata dentro de los mecanismos de procesamiento de la información de los niños y que sería, precisamente, mencionado por Gelman (citada en Caballero, 2005) “la tendencia de los niños a usar sus sistemas de procesamiento de la información, lo que les llevaría a atender de forma preferente a datos relevantes para estos sistemas y a potenciar el aprendizaje del conteo” (p. 5).

2.2 EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS NATURALES EN EL CONTEO

En el caso de los números naturales, las experiencias con las distintas formas de conteo y con las operaciones usuales (adición, sustracción, multiplicación y división) generan una comprensión del concepto de número asociado a la acción de contar con unidades de conteo simples o complejas y con la reunión, la separación, la repetición y la repartición de cantidades discretas. En cierto sentido, la numerosidad o cardinalidad de estas cantidades se está midiendo con un conjunto unitario como unidad simple, o con la pareja, la decena o la docena como unidades complejas, y las operaciones usuales se asocian con ciertas combinaciones, separaciones, agrupaciones o reparticiones de estas cantidades,

aunque de hecho se refieren más bien a los números que resultan de esas mediciones.

Se fueron configurando así sistemas numéricos llamados “naturales”, “rationales positivos” (o “fraccionarios”), “enteros”, “rationales”, “reales” y “complejos”, cada uno de ellos con operaciones y relaciones extendidas a los nuevos sistemas numéricos a partir de su significado en los naturales y con sus sistemas de numeración o sistemas notacionales cada vez más ingeniosos. El pensamiento aritmético opera mentalmente sobre sistemas numéricos en interacción con los sistemas de numeración, y sin estos últimos no se hubieran podido perfeccionar ni siquiera los sistemas numéricos naturales, mucho menos los demás.

Así pues, el desarrollo del pensamiento numérico exige dominar progresivamente un conjunto de procesos, conceptos, proposiciones, modelos y teorías en diversos contextos, los cuales permiten configurar las estructuras conceptuales de los diferentes sistemas numéricos necesarios para la Educación Básica y Media y su uso eficaz por medio de los distintos sistemas de numeración con los que se representan. El complejo y lento desarrollo histórico de estos sistemas numéricos y simbólicos esbozado arriba, sugiere que la construcción de cada uno de estos sistemas conceptuales y el manejo competente de uno o más de sus sistemas simbólicos no puede restringirse a grados específicos del ciclo escolar, sino que todos ellos se van construyendo y utilizando paciente y progresivamente a lo largo de la Educación Básica y Media. Un acompañamiento pedagógico paciente y progresivo de los estudiantes puede lograr que la gran mayoría de ellos logre la proeza de recorrer doce milenios de historia del pensamiento numérico en sólo doce años de escolaridad.

Para promover la apropiación de los números naturales como una secuencia linealmente ordenada, se otorga una gran importancia a aprender a contar, en contextos muy diversos. La práctica de esta habilidad contribuye a desarrollar en el niño el sentido de la cantidad, es decir, a ser capaz de relacionar

consistentemente un número con el monto de la cantidad que dicho número representa. Con igual propósito se promueve el desarrollo de habilidades tales como estimar, redondear, medir y comparar, aplicables tanto a conjuntos de objetos como a magnitudes. (*MEN Educación Matemática Subsector de aprendizaje, Pág. 82*)

Es fundamental que los estudiantes establezcan relaciones entre el estudio de las operaciones aritméticas en el aula y su aplicación en prácticas sociales habituales. Esto les permitirá abordar en la escuela problemas en los que utilizarán dichas operaciones para ampliar y precisar su conocimiento de la realidad. También, les proveerá de herramientas para desenvolverse con mayor autonomía en una realidad social tan rica en información numérica como la actual.

Además de conocer un amplio rango de situaciones que pueden ser representadas mediante las cuatro operaciones aritméticas elementales, consideradas como modelos matemáticos, los alumnos necesitan disponer de procedimientos de cálculo rápidos y eficaces. Para tal efecto, se propone que el progreso en el aprendizaje de procedimientos de cálculo esté estrechamente ligado con el proceso de aprendizaje de los números, de modo que apoye a este último. Para ello, será necesario planificar cuidadosamente las relaciones entre los números que se incluyan en las prácticas operatorias. (*MEN Educación Matemática Subsector de aprendizaje, Pág. 85*).

Por otra parte, las operaciones aritméticas en el conjunto de los Número Naturales tienen diferentes significados. Así por ejemplo, encontramos situaciones de suma (adición) que involucran los mismos números, pero sus significados son diferentes:

- I. *Carlos tiene 35 figuritas y su hermano 22. Resuelven armar juntos un álbum. ¿Qué cantidad de figuritas pegarán en el álbum en ese momento?*
- II. *En la fotocopidora de la escuela se realizaron en la mañana 35 fotocopias y en la tarde del mismo día se hacen 22 más. ¿Cuántas copias se realizaron ese día?*
- III. *En un juego de mesa Laura tiene ubicada su ficha en la casilla número 35. En la siguiente jugada saca 22 puntos. Esto la hace avanzar hasta el casillero...*

Si bien estas tres propuestas se modelizan con la misma adición ($35 + 22$), esta operación aparece con diferentes significados:

En el primer caso, las dos colecciones están presentes y deben reunirse. En la segunda, se parte de una colección (representada por la cantidad de 35 fotocopias) y luego se agregan veintidós fotocopias más. En el juego hay un número de partida y se debe avanzar tantos lugares como lo indica la siguiente jugada.

En estos tres casos presentados aparece la adición como la operación que posibilita:

- A. Unir, reunir, juntar
- B. Agregar
- C. Avanzar

El recorrer los diferentes significados de la adición, da la posibilidad de que los niños construyan, realmente, el sentido de la misma.

2.3 ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS

A lo largo de nuestro trabajo, hemos mencionado la expresión *estrategia didáctica* muy utilizada en el medio educativo y con diversas conceptualizaciones, es por

tanto que se hace necesario interpretarla en nuestro contexto, ya que de allí se derivan los objetivos de esta investigación.

El concepto de estrategia didáctica, responde entonces según *Velasco y Mosquera (2012)*, “a un procedimiento organizado, formalizado y orientado para la obtención de una meta claramente establecida. Su aplicación en la práctica, requiere del perfeccionamiento de procedimientos y de técnicas cuya elección detallada y diseño son responsabilidad del docente” (p. 2).

La estrategia didáctica es para *Feo (2009)* “los procedimientos por los cuáles el docente y los estudiantes, organizan las acciones de manera consciente para construir y lograr metas previstas e imprevistas en el proceso enseñanza y aprendizaje, adaptándose a las necesidades de los participantes de manera significativa” (p. 222).

A diferencia de las técnicas, apunta *Pozo (citada en Ramírez, 2009)*, las estrategias son procedimientos que se aplican de modo controlado, dentro de un plan diseñado deliberadamente con el fin de conseguir una meta fijada. Lo importante es diferenciar cuándo un mismo procedimiento se usa de un modo técnico (es decir, rutinario, sin planificación ni control) y cuando se utiliza de un modo estratégico.

Díaz-Barriga y Hernández (citada en Ramírez, 2009), identifican cuatro tipos de estrategias:

1. **Autorreguladoras.** Estrategias de alto nivel que permiten regular procesos de aprendizaje y de solución de problemas.
2. **De Apoyo.** Estrategias de administración de recursos que pueden ubicarse también en el plano motivacional y cuya función es mantener un estado mental y un contexto de aprendizaje adecuados para la aplicación de operaciones de aprendizaje. Mantienen la concentración, reducen la ansiedad, administran el tiempo de estudio, mantienen la atención, etc.

3. **De Aprendizaje.** Procedimientos que el alumno usa en forma deliberada, flexible y adaptativa para mejorar sus procesos de aprendizaje significativo de la información.

4. **De Enseñanza.** Procedimientos que los agentes de enseñanza usan en forma reflexiva y flexible para promover el logro de aprendizajes significativos en los alumnos. Las estrategias de enseñanza son medios o recursos para prestar ayuda pedagógica.

Según lo anterior, *la estrategia Autorreguladora* son todos aquellos procedimientos generados para la valoración y descripción de los desempeños alcanzados por parte de los estudiantes y los docentes en el proceso de enseñanza-aprendizaje; *la estrategia de apoyo* se basa, entre otros, en la utilización de materiales impresos y tecnológicos donde se establece un apoyo didáctico en beneficio del estudiante; *la estrategia de aprendizaje* se puede definir como todos aquellos procedimientos que realiza el estudiante de manera consciente para aprender, en otras palabras, emplea técnicas de estudio para mejorar su rendimiento escolar; por último, *la estrategia de enseñanza*, es el encuentro pedagógico entre el docente y el estudiante que permite prestar ayuda y orientación a las necesidades del estudiante.

A continuación, presentamos algunas estrategias que utilizan los niños cuando se enfrentan a problemas relacionados con la suma y resta y que servirá de ayuda para nuestra investigación con los estudiantes del grado sexto (*Blanco, 2007, p.44-45*):

Estrategias que los niños utilizan en la adición

	Estrategia	Acciones del niño
A D I C I Ó N	<i>Concretas</i>	<ul style="list-style-type: none"> -Construye un conjunto que representa el primer sumando y lo incrementa con un número de objetos igual al del segundo sumando. (Agregar) -Construye dos conjuntos, uniéndolos físicamente y cuenta el total. (Juntar). - Construye dos conjuntos sin unirlos físicamente. -Construye tres conjuntos (a+b+c).
	<i>Verbales</i>	<ul style="list-style-type: none"> Conteo total desde el uno, obteniendo como respuesta el último número pronunciado. -Conteo total desde el más grande, comenzando por el sumando más grande, aunque éste no sea el primero. -Conteo desde el primer sumando, donde cuenta tantos elementos como indique el segundo sumando (Ej. 2+4, cuenta a partir del dos, tres, cuatro, cinco y seis.) -Conteo desde el más grande (Ej. 2+4, contaría a partir del 4, cinco y seis).
	<i>Mentales</i>	<ul style="list-style-type: none"> -Sabe el resultado de la suma sin tener que contar. - Elabora la suma de manera tal que el sumando más grande sea el punto de partida. - Hecho derivado desde el primero: 5+8, diría cinco más cinco igual a diez, más tres es igual a trece. -Hecho derivado desde el más grande.

Estrategias que los niños utilizan en la sustracción

	Estrategia	Acciones del niño
S U S T R A C C I Ó N	<i>Concretas</i>	<ul style="list-style-type: none"> -Separar de un conjunto lo que queda es el resultado. -Separar hasta que queda el número más pequeño y le agrega elementos hasta llegar al más grande.
	<i>Verbales</i>	<ul style="list-style-type: none"> -Conteo regresivo comenzando por el número más grande. -Conteo regresivo hasta llegar al más pequeño. -Conteo ascendente desde el número más pequeño hasta el más grande.
	<i>Mentales</i>	<ul style="list-style-type: none"> -Sustracción directa sin necesidad de contar. -Sustracción indirecta sin necesidad de contar. -Recurre a la adición directa $12-5=7$, sabe que cinco más siete es igual a doce. -Hechos derivados de la sustracción directa: 12-5, el niño diría doce menos dos, menos tres son siete.

Tabla 2.4. Estrategias que utilizan los niños para la adición y sustracción.

3. DESCRIPCIÓN DEL CONTEXTO

Conocemos que estudiar el contexto de nuestras Instituciones, hace necesario la intervención continua del maestro para modificar y enriquecer este contexto con la intención de que los estudiantes aprendan. Estas intervenciones generan preguntas y situaciones interesantes, que por estar relacionadas con su entorno, son relevantes para el estudiante y le dan sentido a las matemáticas. (MEN, pág.19).

Las instituciones educativas María De Los Ángeles Cano Márquez y el Instituto Vicarial Jesús Maestro, se encuentran ubicadas en la zona nororiental del municipio de Medellín, perteneciente a la comuna 1 y 3, en la calle 103 con carrera 34 y carrera 45 No 87-65, respectivamente. Actualmente, las instituciones cuentan con aproximadamente 45 estudiantes por grupo, divididos en grados que van desde el preescolar hasta el grado undécimo.

La institución oficial María De Los Ángeles Cano Márquez (Figura 2.2) consta de una rectora y cuatro coordinadores distribuidos en ambas jornadas (mañana y tarde), 60 docentes y una población estudiantil cercana a los 2100 estudiantes.



Figura 3.1 Institución Educativa María de los Ángeles Cano Márquez

Según el decreto 00604 de 1977, el Gobernador del departamento de Antioquia, asigna a la escuela de Granizal de Medellín el nombre de María Cano y el 12 de julio de 1978 se oficializa la fusión de las escuelas La Esperanza, Santo Domingo

Savio, Granizal Cámara Júnior y Granizal (Santo Domingo). En 1999 se dio autorización para iniciar el bachillerato, se hizo la construcción del bloque 2, el 4 septiembre de 1999 sale la resolución departamental de conversión de la escuela a colegio. En el año 2002 se inicia la construcción del bloque 3 con tres aulas más. El 30 de diciembre de 2002, según resolución departamental 19447, pasa a ser Institución Educativa e iniciar la media académica; bajo esta resolución se aprueban los estudios de preescolar a noveno, la cual no había sido realizada. El 22 de noviembre de 2004 bajo decreto municipal 0716, se aprueba la media académica y el 22 de noviembre de 2004, bajo decreto municipal 0715, se aprueba la Media Técnica en el área de Agroindustria: Control de Calidad y Procesamiento de Alimentos. Siendo una de las Instituciones de la prueba piloto adelantada por el ministerio y el SENA en competencias específicas. En diciembre de 2004 salió la primera promoción de bachilleres.

El 30 de septiembre de 2009, el Icontec certificó que el sistema gestión de calidad de la I.E. María de los Ángeles Cano Márquez ha sido evaluado y aprobado con respecto a los requisitos especificados en ISO 9001:2008- NTC-ISO 9001:2008. Este certificado es aplicable a las siguientes actividades: Diseño y prestación del servicio de Educación formal en los niveles de Preescolar, Básica Primaria, Básica Secundaria, Media Académica y Media Técnica. Esta aprobación está sujeta a que el Sistema de Gestión se mantenga de acuerdo con los requisitos especificados, lo cual será verificado por ICONTEC.

De otro lado, el Instituto por cobertura Vicarial Jesús Maestro, consta de un rector y una coordinadora en jornada única, 14 docentes y una población estudiantil cercana a los 500 estudiantes.



Figura 3.2 Instituto Vicarial Jesús Maestro

La idea del Instituto Vicarial Jesús Maestro fue concebida por Monseñor David Kapkin cuando desempeñó el cargo de vicario episcopal de educación en asocio con Monseñor Tiberio Berrio López, vicario episcopal de la zona. El secretario ejecutivo de la vicaría de educación dio luz verde y fue así como en 1980 surgió este instituto que contó entre sus fundadores con el Presbítero Gustavo Calle Giraldo.

El Instituto Vicarial Jesús Maestro fue fundado por el decreto 02/05/1980, del señor cardenal de Medellín Alfonso López Trujillo. En consecuencia, es un Instituto Vicarial Arquidiocesano, durante ese mismo año le fue concedida la licencia por labores Seduca, mediante la resolución 000335 de junio 23 de 1980.

Para iniciar labores, se nombra como rector al licenciado Juan Vanegas Marín, quien desempeñó el cargo entre 1981-1985, año en el cual le sucede el Presbítero José Rogelio Rubio Fajardo hasta el año 1993. En el año 1994, fue nombrado como párroco y director general el Padre Fabio Carmona y como rector al señor Frank Ferney Ospina Orozco; luego, en 1995-1996, funge como párroco y rector el Presbítero Orlando de Jesús Ruiz Otálvaro para iniciar el 1996 como pastor de la Parroquia María Reina y como rector del Instituto el Presbítero Luis Eduardo Yepes Zuleta, el cual desempeña su labor con gran dedicación y fineza.

El 01 de marzo de 2003, el Presbítero Carlos Mario González entra a continuar la labor desempeñada por el Padre Luis Eduardo Yepes. El Padre Carlos Mario González realiza una meritoria labor embelleciendo y haciendo más funcional la planta física. Sus mayores logros tienen que ver con la cuestión académica, revisando completamente el plan de estudios y creando una jornada única donde los estudiantes tienen la oportunidad de permanecer más tiempo en el Instituto, ofreciendo un espacio de complemento pedagógico para realizar actividades de refuerzo y fortalecimiento, que suben el nivel académico del Instituto. Establece además la educación media técnica mediante un convenio que se hace con la

Institución Universitaria Salazar y Herrera mediante licencia 4726 de diciembre de 2005.

El 25 de diciembre de 2007 llega a la rectoría del Instituto y la Parroquia Nuestra Señora María Reina, el padre Wildeman de Jesús David Manco, quien imprime una dinámica nueva a la vida cultural y deportiva del Instituto. Gracias a la iniciativa del coordinador general Juan Carlos Gallego y a la respuesta generosa del Padre, se comienza a gestionar, en septiembre del 2008, la creación de un programa de Educación para Adultos y se inicia bajo la guía del decreto 3011 los trámites para el cambio de licencia y la aprobación del proyecto en la Secretaría de Educación del Municipio de Medellín; siendo muy meritoria la compañía y el apoyo del Señor Leonardo Valencia, jefe del núcleo 916 Manrique.

En cuanto a la población, la comunidad está conformada por familias de bajos recursos económicos que en ocasiones no cuentan con un trabajo estable y en donde las madres son generalmente las cabezas del hogar. Los recursos y actividades con que cuenta la zona son muy pocos, aunque en los últimos años, el gobierno nacional y municipal han invertido en la comunidad con la creación y mejora de los parques, unidades deportivas y centros culturales.

4. OBJETIVOS

4.1 OBJETIVO GENERAL

Describir algunas estrategias didácticas, desde textos escolares, experiencias docentes y prueba escrita, que permitan reconocer la apropiación de las operaciones aritméticas suma y resta en el conjunto de los números Naturales en los estudiantes del grado sexto.

4.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- I. Realizar una valoración didáctica de una muestra representativa de los textos escolares para la enseñanza-aprendizaje de las operaciones suma y resta en el conjunto de los números Naturales.
- II. Hacer un diagnóstico de las estrategias didácticas que utilizan los docentes en la enseñanza de las operaciones aritméticas suma y resta en el conjunto de los números Naturales.
- III. Describir la apropiación de las operaciones suma y resta en el conjunto de los números Naturales en los estudiantes, a través de la observación en el aula y una prueba escrita.

5. METODOLOGÍA DEL TRABAJO REALIZADO

El método de investigación empleado en este trabajo corresponde al método cualitativo descriptivo, en relación a las características de valoración de textos, diagnóstico y observación en el aula a los docentes y a los estudiantes.

Nuestro marco metodológico lo dividimos en las siguientes partes:

5.1. Tipo de estudio

5.2. Diseño del plan de datos

5.2.1 Gestión del dato

5.2.2 Obtención del dato

5.2.3 Recolección del dato

5.2.4 Control de sesgos

5.2.5 Procesamiento del dato

5.2.6 Ética

5.1 TIPO DE ESTUDIO

La presente investigación tiene como finalidad describir la apropiación de las operaciones aritméticas suma y resta de los grados sexto de las Instituciones María Cano y Vicarial Jesús Maestro, la cual nos lleva a plantear la investigación como de gran importancia para nosotros como docentes.

La investigación cualitativa de carácter descriptivo según *Hurtado (citada en Lozzada, 2011)*, es la que “tiene como objeto la descripción precisa del evento de estudio. Este tipo de investigación se asocia con el diagnóstico” (p. 40).

Por su parte *Arias (citada en Lozzada, 2011)*, expresa que la investigación descriptiva consiste en la caracterización de un hecho, fenómeno o grupo con el fin de establecer su estructura o comportamiento” (p. 40).

Para el grupo de investigación la metodología a utilizar será la cualitativa descriptiva, ya que permite conocer las situaciones y actitudes predominantes del

objeto de estudio, a través de la descripción de las actividades, objetos y personas, y que sirve para analizar cómo se manifiesta un fenómeno de acuerdo con los significados que tienen para las personas implicadas. La investigación cualitativa descriptiva, implica la utilización y recolección de una gran variedad de materiales, como lo son: observaciones, textos, imágenes, diagnósticos y experiencias.

Para *Hernández, Fernández y Baptista (citada en Lozzada, 2009)*, la población se define “como el conjunto de todos los casos que concuerdan con una serie de especificaciones” (p. 44).

Por su parte, *Tamayo y Tamayo (citada en Lozzada, 2009)* afirman que es “la totalidad del fenómeno a estudiar, grupo de entidades, personas o elementos cuya situación se está investigando” (p. 44).

Podemos definir *población* como el conjunto de todos los casos de interés para los objetivos de la investigación planteada. Se distingue entre *población objetivo* y *población de estudio*, llamada también *población muestreada*.

Por la primera entendemos aquel conjunto de individuos al que queremos generalizar los hallazgos obtenidos. La segunda se refiere a la población que realmente estudiamos, que se puede operacionalizar, de la que hay algún listado o alguna forma de acceder a los sujetos que la conforman.

Para los fines de esta investigación, la población está conformada por los estudiantes de nuestras dos Instituciones Educativas. La Institución Educativa María Cano cuenta con 300 estudiantes divididos en 6 grupos y la Institución Vicarial Jesús Maestro cuenta con 40 estudiantes en un solo grupo. Además, mediante el cuestionario y la valoración de textos matemáticos se obtendrá información necesaria para nuestra investigación.

Determinada la población para nuestro estudio, el proceso de recolección de información no se hizo individualmente sobre todo los objetos que la componen,

ya que su número es elevado, pues resultaba muy engorroso e imposible, debido a diversos factores tales como: tiempo y costo. Para obtener la información que se requiere se ha extraído una parte representativa de la población.

El objeto de estudio de nuestra investigación queda formado por cuatro docentes que imparten el área de matemáticas en las dos Instituciones educativas, dos grupos de 40 estudiantes y 2 textos de matemáticas grado sexto que se utilizan para orientar las clases de cada Institución educativa.

5.2 DISEÑO DEL PLAN DE DATO

5.2.1 Gestión del dato

El grupo de investigación solicitará autorización para la gestión del dato en las Instituciones Educativas:

- a. María de los Ángeles Cano Márquez (ver anexo A)
- b. Vicarial Jesús Maestro (ver anexo A)

También a los docentes de las Instituciones Educativas mencionadas anteriormente (Ver anexo A).

5.2.2 Obtención del dato

Fuentes Primarias:

El grupo de investigación realizará un formato de observaciones para los docentes y otro formato de observaciones para los estudiantes. Un formato tipo cuestionario para los docentes y una prueba escrita sobre conocimiento y aplicaciones de las operaciones suma y resta para los estudiantes. (Ver anexo B-3 al B-6)

Fuentes Secundarias:

El grupo de investigación realizará un análisis de los textos de matemáticas de grado sexto a través del modelo de valoración propuesto por Thomas Ortega

(modelo de Baremación) y un cuestionario tipo cualitativo para el texto. (Ver anexo B-1 y B-2)

5.2.3 Recolección del dato

Para el análisis de los textos de matemáticas de grado sexto, se tomará 2 libros que el docente utiliza en las aulas de clase cotidianamente de cada Institución Educativa y se analizará la metodología, ejemplos y ejercicios de las operaciones suma y resta con base en un modelo de valoración de Thomas Ortega (1996) con diferentes tópicos y cuestiones. También se realizará una serie de preguntas cualitativas sobre el contexto de nuestras Instituciones Educativas con base en las operaciones aritméticas suma y resta. Esta recolección se realizará en la biblioteca de cada Institución Educativa en el mes de marzo.

Posteriormente, se diseñará y aplicará un cuestionario a los cuatro docentes de matemáticas y se realizará la observación respectiva en las aulas de clase.

Un cuestionario se clasifica dependiendo del tipo de pregunta que posee, estas pueden ser cerradas y abiertas, siendo cerradas aquellas donde las alternativas de respuestas han sido delimitadas, es decir, se muestran a los sujetos las posibilidades de respuesta y ellos deben someterse a ellas. Estas preguntas pueden ser dicotómicas (dos respuestas) o varias alternativas de respuesta. Los cuestionarios de preguntas abiertas son aquellos en los que no se delimitan las respuestas, el respondiente es libre de dar una opinión sobre el tópico especificado. En este trabajo, se realizaron preguntas abiertas con la intencionalidad de describir cómo enseñan y qué estrategias emplean los docentes para la enseñanza de las operaciones suma y resta. Esta recolección se realizará en la sala de profesores de cada Institución Educativa en el mes de marzo.

La observación consiste en el registro sistemático, válido y confiable de comportamiento o conducta manifiesta. La observación es un elemento

fundamental de todo proceso de investigación; en ella se apoya el investigador para obtener el mayor número de datos.

Existen dos clases de observación:

Observar científicamente: Significa observar un objetivo claro, definido y preciso: el investigador sabe que es lo que desea observar y para que quiere hacerlo, lo cual implica que debe preparar cuidadosamente la observación.

Observación no científica: Significa observar sin intención, sin objetivo definido y por tanto, sin preparación previa.

Se elaboró un formato de observación (ver anexo B-5), con el fin de apreciar las estrategias didácticas que utiliza el docente para orientar las operaciones aritméticas suma y resta en las aulas de clase; este formato será desarrollado en los meses de marzo y abril en las aulas de clase de cada Institución Educativa. Seguidamente, se elaborará un formato de observación del estudiante, donde se describa la capacidad de desarrollar estrategias y habilidades en la solución de situaciones donde involucre las operaciones suma y resta; también su apatía y agrado hacia el aprendizaje de las matemáticas; esta ficha de observación se realizará en los meses de marzo y abril.

En última instancia se aplicará una prueba escrita a los estudiantes del grado sexto en sus respectivas aulas de cada Institución, que permita establecer una descripción de la apropiación de las operaciones aritméticas suma y resta; los resultados de esta prueba escrita serán analizados mediante tablas y gráficos que permitan evidenciar debilidades y fortalezas en el uso y aplicación de las operaciones aritméticas suma y resta.

5.2.4 Control de Sesgos

La validación de los cuestionarios y las fichas de observación se ha logrado a través del juicio de expertos. Contamos con la opinión de expertos, pertenecientes al Departamento de Ciencias Básicas de la Universidad de Medellín, a quienes se les hace entrega de los cuestionarios y formatos realizados por el grupo de investigación con la intencionalidad de verificar las preguntas y observaciones, pero también de retroalimentar la información suministrada a través de otras preguntas pertinentes. Se contó con las asesorías del profesor Javier Suarez en trabajo de grado III y IV, en el cual sus comentarios y orientaciones fueron de gran importancia en el desarrollo del trabajo investigativo.

5.2.5 Procesamiento del dato

Se aplicarán los instrumentos de medición a la muestra seleccionada, es decir, en primer lugar se aplicará el modelo de valoración de textos propuesto por Thomas Ortega (1996), donde se valoriza los siguientes tópicos: entorno, sobre la teoría, ilustraciones, enfatización, ejercicios cuestiones y problemas, motivación, metodología y actividades (Ver Anexo B-1)

A cada una de las cuestiones de estos tópicos se le dará una puntuación en el intervalo de $[-5,10]$ (modelo de Baremación) y se le asignará un valor en “peso” a cada una de las cuestiones en el intervalo de $[1,5]$, cada una de las entradas fila-columna se multiplicará por el valor en “peso” asignado; luego se sumarán los valores de cada columna para obtener un total; posteriormente se realizará el mismo procedimiento para los otros tópicos y se realizará una sumatoria de los valores totales que también serán consignados en una gráfica de puntuaciones (gráfico de barras) y así valorar si los textos de matemáticas utilizados por los docentes son adecuados para los procesos de enseñanza-aprendizaje en especial de las operaciones aritméticas suma y resta en los grados sexto.

Adicionalmente, se diseñó un instrumento para la valoración de textos matemáticos, que consta de ocho preguntas enfocadas a suministrar información cualitativa acerca de las características del texto en relación a las operaciones aritméticas suma y resta. (Ver anexo B-2).

En segundo lugar, se aplicará un cuestionario para los docentes dividido en tres secciones; la primera sección llamada *formación inicial y continuada del docente* nos dará información acerca del perfil profesional y su motivación hacia la matemática (cuatro preguntas); la segunda sección denominada *contenidos*, hará referencia a los contenidos específicos empleados en la suma y resta de números naturales (cinco preguntas); y la tercera sección *estrategias de enseñanza*, nos presentará las estrategias didácticas utilizadas por los docentes en el proceso de enseñanza de las operaciones aritméticas suma y resta en las aulas de clase (cinco preguntas). (Ver Anexo B-3)

La información del cuestionario dirigido a los docentes será procesada cualitativamente, con el fin de permitir realizar un diagnóstico de las estrategias utilizadas por ellos para la enseñanza de las operaciones suma y resta en los números naturales en el grado sexto.

Posteriormente, se empleará una ficha de observación del docente que consiste en una serie de seis preguntas, donde el grupo de investigación consignará las respuestas a éstas con base en la observación en el aula de clase. Las preguntas hacen referencia a los recursos didácticos, motivación, ambiente de trabajo, planeación y participación, que permiten evidenciar la actuación del docente en el aula de clase. Cada pregunta tendrá tres opciones de respuesta de tipo cerrado y una abierta. De las respuestas, se evidenciará si los docentes de matemáticas utilizan estrategias para la enseñanza de la suma y la resta de los números naturales. (Ver Anexo B-5)

Finalmente, se realizará una prueba escrita a la muestra seleccionada de los estudiantes del grado sexto; esta prueba contiene 10 preguntas divididas en

selección múltiple y abierta; las cuestiones hacen referencia a como el estudiante manipula y organiza la información suministrada en cada uno de las preguntas, la cual permitirá verificar en cierta instancia la apropiación de las operaciones suma y resta en el conjunto de los números naturales. El tiempo empleado para la realización de la prueba es de 60 minutos y se realizará en las horas de la mañana en las dos Instituciones Educativas. Las respuestas de los estudiantes se analizarán a través de cuadros estadísticos y diagramas circulares. (Ver Anexo B-4)

5.2.6 Ética

Los investigadores respetarán los derechos de autor y gestionarán las debidas autorizaciones concernientes a este proyecto, las cuales corresponden a las Instituciones Educativas, a los Docentes, Padres de Familia y/o Acudientes.

Se respetará la confidencialidad de todos los agentes involucrados en esta investigación.

6. ANÁLISIS DE RESULTADOS

6.1 Análisis de valoración de textos matemáticos

En este trabajo, partimos de la valoración de textos matemáticos de grado sexto siguiendo dos formas, una valoración cuantitativa (Modelo de Baremación propuesto por Thomas Ortega, 1996) y una valoración cualitativa propuesta por el grupo de investigación; a partir de estas valoraciones se pretende elegir el texto más recomendable y apropiado para las necesidades educativas de nuestros estudiantes y de los contenidos específicos propuestos por el Ministerio de Educación Nacional.

Enfatizamos en la importancia que se debe tener en las Instituciones Educativas para seleccionar los libros de texto más apropiados para la enseñanza de la matemática, debido a que el libro de texto es un recurso cotidiano en el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje, que en muchas ocasiones es determinante para el docente, porque organiza su práctica y planeación pedagógica por intermedio de él.

A continuación, se presentan los resultados de la valoración cuantitativa, según el modelo de Baremación de Thomas Ortega, que se realizó a cuatro textos escolares de matemáticas de grado sexto, utilizados cotidianamente por los docentes de las Instituciones María de los Ángeles Cano Márquez e Instituto Vicarial Jesús Maestro. Es de gran importancia resaltar que el término “CUESTIÓN”, se refiere a la pregunta planteada en el instrumento de medición, correspondiente a cada tópico de la valoración cuantitativa propuesta por Thomas Ortega. (Ver anexo B-1)

En primer lugar, analizaremos los resultados de la Baremación del investigador 1:

1. Supuesta Valoración a “ENTORNO”

CUESTIÓN	HIPERTEXTO SANTILLANA 6	CAMINOS DEL SABER 6	NOVA 6	ESPIRAL 6	PESOS
1	5 (20)	6 (24)	2 (8)	7 (28)	4
2	3 (15)	5 (25)	6 (30)	3 (15)	5
3	6 (12)	6 (12)	5 (10)	6 (12)	2
4	1 (2)	2 (4)	7 (14)	1 (2)	2
TOTAL	49	65	62	57	-

Tabla 6.1 Entorno (Investigador 1)

2. Supuesta Valoración a “SOBRE LA TEORÍA”

CUESTIÓN	HIPERTEXTO SANTILLANA 6	CAMINOS DEL SABER 6	NOVA 6	ESPIRAL 6	PESOS
5	4 (20)	4 (20)	4 (20)	4 (20)	5
6	5 (20)	6 (24)	3 (12)	-2 (-8)	4
7	1 (4)	2 (8)	3 (12)	1 (4)	4
8	3 (9)	3 (9)	4 (12)	5 (15)	3
TOTAL	53	61	56	31	-

Tabla 6.2 Sobre la teoría (Investigador 1)

3. Supuesta Valoración a “ILUSTRACIONES”

CUESTIÓN	HIPERTEXTO SANTILLANA 6	CAMINOS DEL SABER 6	NOVA 6	ESPIRAL 6	PESOS
9	1 (3)	6 (18)	-2 (-6)	5 (15)	3
10	-1 (-5)	3 (15)	-2 (-10)	7 (35)	5
11	-2 (-8)	8 (32)	-2 (-8)	6 (24)	4
TOTAL	-10	65	-24	74	-

Tabla 6.3 Ilustraciones (Investigador 1)

4. Supuesta Valoración a “ENFATIZACIÓN”

CUESTIÓN	HIPERTEXTO SANTILLANA 6	CAMINOS DEL SABER 6	NOVA 6	ESPIRAL 6	PESOS
12	3 (12)	3 (12)	1 (4)	5 (20)	4
13	1 (3)	4 (12)	1 (3)	4 (12)	3
TOTAL	15	24	7	32	-

Tabla 6.4 Enfatización (Investigador 1)

5. Supuesta Valoración a “EJERCICIOS, CUESTIONES Y PROBLEMAS”

CUESTIÓN	HIPERTEXTO SANTILLANA 6	CAMINOS DEL SABER 6	NOVA 6	ESPIRAL 6	PESOS
14	6 (18)	9 (27)	7 (21)	7 (21)	3
15	6 (24)	6 (24)	8 (32)	8 (32)	4
16	7 (21)	7 (21)	7 (21)	7 (21)	3
17	-5 (-15)	-5 (-15)	-2 (-6)	-4 (-12)	3
18	-1 (-4)	-1 (-4)	2 (8)	2 (8)	4
TOTAL	44	53	76	70	-

Tabla 6.5 Ejercicios, cuestiones y problemas (Investigador 1)

6. Supuesta Valoración a “MOTIVACIÓN”

CUESTIÓN	HIPERTEXTO SANTILLANA 6	CAMINOS DEL SABER 6	NOVA 6	ESPIRAL 6	PESOS
19	1 (5)	1 (5)	8 (40)	8 (40)	5
20	5 (15)	6 (18)	8 (24)	9 (27)	3
TOTAL	20	23	64	67	-

Tabla 6.6 Motivación (Investigador 1)

7. Supuesta Valoración a “METODOLOGÍA”

CUESTIÓN	HIPERTEXTO SANTILLANA 6	CAMINOS DEL SABER 6	NOVA 6	ESPIRAL 6	PESOS
21	-5 (-20)	-5 (-20)	-5 (-20)	-3 (-12)	4
22	-4 (-16)	1 (4)	-4 (-16)	-4 (-16)	4
23	-5 (-15)	-5 (-15)	1 (3)	3 (9)	3
TOTAL	-51	-31	-33	-19	-

Tabla 6.7 Metodología (Investigador 1)

8. Supuesta Valoración a “ACTIVIDADES”

CUESTIÓN	HIPERTEXTO SANTILLANA 6	CAMINOS DEL SABER 6	NOVA 6	ESPIRAL 6	PESOS
24	8 (24)	10 (30)	7 (21)	8 (24)	3
25	2 (10)	1 (5)	1 (5)	-1 (-5)	5
26	-1 (-4)	4 (16)	-3 (-12)	1 (4)	4
TOTAL	30	51	14	23	-

Tabla 6.8 Actividades (Investigador 1)

A continuación, se suman los resultados “TOTALES” de cada tópico para cada libro de texto valorado del investigador 1:

TOTALES DE CADA TÓPICO (INVESTIGADOR 1)

TEXTO	PUNTOS TOTALES
HIPERTEXTO SANTILLANA 6	150
CAMINOS DEL SABER 6	311
NOVA 6	222
ESPIRAL 6	335

Tabla 6.9 Totales de cada tópico (Investigador 1)

Ahora analizaremos los resultados de la Baremación del investigador 2:

1. Supuesta Valoración a “ENTORNO”

CUESTIÓN	HIPERTEXTO SANTILLANA	CAMINOS DEL SABER	NOVA 6	ESPIRAL 6	PESOS
1	7 (28)	7 (28)	4 (16)	7 (28)	4
2	4 (20)	5 (25)	5 (25)	2 (10)	5
3	4 (8)	4 (8)	4 (8)	4 (8)	2
4	-5 (-10)	-5 (-10)	6 (12)	-1 (-2)	2
TOTAL	46	51	61	44	-

Tabla 6.10 Entorno (Investigador 2)

2. Supuesta Valoración a “SOBRE LA TEORÍA”

CUESTIÓN	HIPERTEXTO SANTILLANA	CAMINOS DEL SABER	NOVA 6	ESPIRAL 6	PESOS
5	2 (10)	2 (10)	-3 (-15)	-1 (-5)	5
6	3 (12)	4 (16)	5 (20)	2 (8)	4
7	2 (8)	4 (16)	3 (12)	1 (4)	4
8	1 (3)	2 (6)	1 (3)	1 (3)	3
TOTAL	33	48	20	10	-

Tabla 6.11 Sobre la teoría (Investigador 2)

3. Supuesta Valoración a “ILUSTRACIONES”

CUESTIÓN	HIPERTEXTO SANTILLANA	CAMINOS DEL SABER	NOVA 6	ESPIRAL 6	PESOS
9	1 (3)	5 (15)	-3 (-9)	3 (9)	3
10	-3 (-15)	2 (10)	-3 (-15)	3 (15)	5
11	-3 (-12)	4 (16)	-4 (-16)	2 (8)	4
TOTAL	-24	41	-40	32	-

Tabla 6.12 Ilustraciones (Investigador 2)

4. Supuesta Valoración a “ENFATIZACIÓN”

CUESTIÓN	HIPERTEXTO SANTILLANA	CAMINOS DEL SABER	NOVA 6	ESPIRAL 6	PESOS
12	5 (20)	5 (20)	1 (4)	8 (32)	4
13	2 (6)	8 (24)	2 (6)	7 (21)	3
TOTAL	26	44	10	53	-

Tabla 6.13 Enfatización (Investigador 2)

5. Supuesta Valoración a “EJERCICIOS, CUESTIONES Y PROBLEMAS”

CUESTIÓN	HIPERTEXTO SANTILLANA	CAMINOS DEL SABER	NOVA 6	ESPIRAL 6	PESOS
14	3 (9)	4 (12)	7 (21)	6 (18)	3
15	4 (16)	3 (12)	7 (28)	7 (28)	4
16	7 (21)	7 (21)	6 (18)	6 (18)	3
17	-5 (-15)	-4 (-12)	-5 (-15)	-5 (-15)	3
18	-2 (-8)	7 (28)	7 (28)	1 (4)	4
TOTAL	23	61	80	53	-

Tabla 6.14 Ejercicios, cuestiones y problemas (Investigador 2)

6. Supuesta Valoración a “MOTIVACIÓN”

CUESTIÓN	HIPERTEXTO SANTILLANA	CAMINOS DEL SABER	NOVA 6	ESPIRAL 6	PESOS
19	-1 (-5)	-1 (-5)	8 (40)	5 (25)	5
20	5 (15)	6 (18)	7 (21)	5 (15)	3
TOTAL	10	13	61	40	-

Tabla 6.15 Motivación (Investigador 2)

7. Supuesta Valoración a “METODOLOGÍA”

CUESTIÓN	HIPERTEXTO SANTILLANA	CAMINOS DEL SABER	NOVA 6	ESPIRAL 6	PESOS
21	-5 (-20)	-5 (-20)	-1 (-4)	-5 (-20)	4
22	-5 (-20)	-5 (-20)	-2 (-8)	1 (4)	4
23	-5 (-15)	-5 (-15)	-2 (-6)	-5 (-15)	3
TOTAL	-55	-55	-18	-31	-

Tabla 6.16 Metodología (Investigador 2)

8. Supuesta Valoración a “ACTIVIDADES”

CUESTIÓN	HIPERTEXTO SANTILLANA	CAMINOS DEL SABER	NOVA 6	ESPIRAL 6	PESOS
24	6 (18)	7 (21)	7 (21)	6 (18)	3
25	4 (20)	8 (40)	4 (20)	3 (15)	5
26	1 (4)	2 (8)	3 (12)	1 (4)	4
TOTAL	42	69	53	37	-

Tabla 6.17 Actividades (Investigador 2)

A continuación se suman los resultados “TOTALES” de cada tópico para cada libro de texto valorado del investigador 2:

TOTALES DE CADA TÓPICO (INVESTIGADOR 2)

TEXTO	PUNTOS TOTALES
HIPERTEXTO SANTILLANA 6	101
CAMINOS DEL SABER 6	272
NOVA 6	227
ESPIRAL 6	238

Tabla 6.18 Totales de cada tópico (Investigador 2)

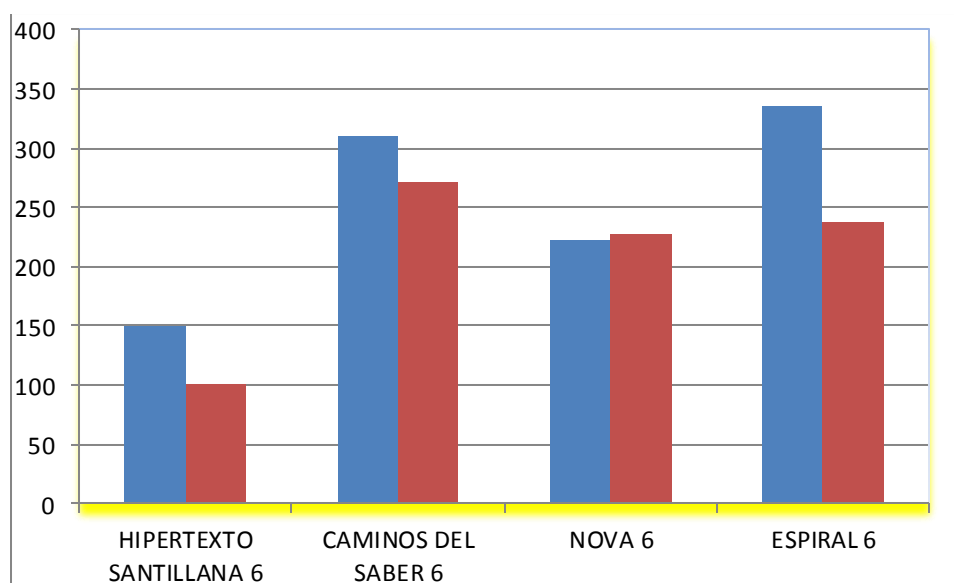


Figura 6.1 Puntuaciones totales de valoración de textos matemáticos grado sexto

Luego de realizada las respectivas valoraciones, según el modelo de Baremación de Thomas Ortega (1996), se observa, en la figura 6.1, que en ambas valoraciones realizadas por los investigadores los mayores puntajes fueron obtenidos por los libros de texto *Caminos del Saber 6* y *Espiral 6*, por lo que ambos textos serían los más apropiados y recomendables para la enseñanza de las operaciones aritméticas suma y resta en el conjunto de los números naturales en las Instituciones Educativas Instituto vicarial Jesús Maestro e Institución Educativa María de los Ángeles Cano Márquez.

Teniendo en cuenta los resultados obtenidos de la valoración anterior, se prosiguió a realizar una valoración cualitativa propuesta por el grupo de investigación para los textos escolares de mayor puntaje en la Baremación, es decir, para los libros de texto: *Caminos del saber 6* y *Espiral 6*.

A continuación, se presentan los análisis de resultados a las cuestiones según el instrumento de medición (Ver anexo B-2):

6.1.1 Análisis del libro de texto: CAMINOS DEL SABER 6

1. El texto parte de la definición formal de la adición y sustracción. Argumenta con expresiones literales y simbólicas la explicación de la suma y la resta, es decir, $a + b = c$ o $a - b = c$, siempre que $a = b + c$, $a, b, c \in N$. Posteriormente de manera similar, explica las propiedades de la suma en el conjunto de los números naturales.
2. En la secuencia de actividades, el texto presenta los temas en orden de dificultad, iniciando con la ubicación de posicionamiento decimal aplicado a una suma y/o resta de varios términos, posteriormente da la oportunidad de relacionar sumas con su respectivo resultado. El texto también involucra cuadros mágicos, suma de expresiones literales y situaciones problema relacionadas con el contexto social, donde el estudiante usa el razonamiento matemático.

3. Los ejemplos que el texto propone están en relación con la teoría impartida y por tanto, son desarrollados con claridad y acorde a situaciones cotidianas de los estudiantes como la compra de tortas en una panadería, entre otros.
4. El texto maneja para la explicación de las definiciones suma y resta un lenguaje formal y simbólico, así como para sus propiedades en los naturales.
5. Aunque son pocas las cuestiones o problemas que el texto presenta para que el alumno estudie las propiedades de la suma y resta, se observan algunos ejercicios donde se ven involucradas, como por ejemplo: “la resta es una operación que cumple con la propiedad modulativa (F o V). Justifique su respuesta”.
6. El texto no maneja una introducción didáctica que motive en principio al estudio de las operaciones aritméticas: suma y resta; parte de las definiciones simbólicas de cada operación en los naturales.
7. En el texto se evidencia, aunque no con mucho detalle, el sistema de enumeración decimal, en el cual se explican diferentes notaciones en las que se puede expresar un número natural.
8. El texto aplica los algoritmos y las propiedades de la suma y la resta a ciertos ejercicios de su práctica cotidiana como los son las edades entre familiares, habitantes de una ciudad, compra y venta, entre otros.

6.1.2 Análisis del libro de texto: ESPIRAL 6

1. El texto explica detalladamente el sistema de posicionamiento decimal, justificando cada una de las propiedades de la suma y de las resta. También indica las definiciones literales de la adición y sustracción. Se observa poco simbolismo matemático.
2. En la secuencia de actividades, se observa que van en orden de dificultad, partiendo de unas operaciones básicas de suma y resta, posteriormente, ejercicios enfocados a la resolución de situaciones problema, hasta llegar a algunos ejercicios de razonamiento lógico donde los estudiantes deben

justificar el resultado obtenido. Es importante mencionar que el texto plantea algunos ejercicios donde propone que el estudiante sume y reste con números naturales en diferentes bases (2, 5, 8).

3. Aunque los ejemplos son claros porque van en relación con la teoría expuesta, no son acordes a la cotidianidad del estudiante, ya que presenta sumas y sustracciones en diferentes bases (2, 5), así como distancias de diferentes circuitos de carreras internacionales.
4. El texto maneja un lenguaje literal y numérico, no se evidencia simbolismos formales.
5. El texto permite que el estudiante analice situaciones de la vida cotidiana en donde tenga que dar respuesta a determinadas cuestiones, aplicando las propiedades de la suma y resta.
6. El texto inicia con una imagen relacionada con el “Rally París-Dakar”, donde muestra las distancias en kilómetros entre diferentes etapas y por medio de este da una introducción a las definiciones y propiedades de la suma y resta.
7. El texto presenta una pincelada del posicionamiento de los naturales en el sistema de enumeración decimal, ya que explica las diferentes posiciones y el valor que toma un dígito en agrupaciones base 10, pero falta énfasis y profundidad en la explicación del tema.
8. Si aplica los algoritmos y propiedades de la suma y resta a algunos ejercicios de la cotidianidad del estudiante, como los precios de los productos de un catálogo de un almacén.

Teniendo en cuenta los resultados anteriores, podemos mencionar que ambos libros (*camino del saber 6* y *espiral 6*) le ofrecerán al docente herramientas para la enseñanza de las operaciones básicas suma y resta en el conjunto de los números naturales; resaltamos los ejemplos y actividades que proponen los libros de texto mencionados, ya que plantean situaciones cotidianas de los estudiantes y permiten un mejor proceso de enseñanza-aprendizaje.

Aunque los textos manejan un buen método para abordar las definiciones, propiedades y algoritmos de la suma y la resta, el grupo de investigación observa que el tema sobre el posicionamiento decimal se encuentra poco expuesto y que el docente podría utilizar otra herramienta o libro de texto para orientar el tema en las aulas de clase de las Instituciones Educativas en las cuales se ha realizado el estudio.

6.2 Diagnóstico a los docentes.

La enseñanza de las matemáticas supone un conjunto de variados procesos mediante los cual el docente planea, gestiona y propone situaciones de aprendizaje matemático significativo y comprensivo –y en particular situaciones problema– para sus alumnos y así permite que ellos desarrollen su actividad matemática e interactúen con sus compañeros, profesores y materiales, para reconstruir y validar personal y colectivamente el saber matemático

Es por tanto, que se hace necesario realizar un diagnóstico a los docentes que imparten clases de matemáticas en los grados sexto de nuestras Instituciones Educativas, lo cual nos permita observar y verificar los recursos didácticos, la planeación, la motivación, las dificultades presentes que observa en el estudiante y de qué manera enseña las operaciones suma y resta en los naturales.

A continuación se presenta los resultados del cuestionario presentado y realizado por los docentes de matemáticas grado sexto. Se debe resaltar, que el término “CUESTIÓN”, significa el numeral de la pregunta planteada por el grupo de investigación en el instrumento de medición. (Ver anexo B-3):

1. Formación Inicial y continuada

CUESTIÓN	DOCENTE 1	DOCENTE 2	DOCENTE 3	DOCENTE 4
1	Psicólogo	Licenciado en Pedagogía Reeducativa	Licenciado en Básica Matemática	Licenciado en Básica en Tecnología- Informática

2	Es un área donde no se ven buenos resultados.	Son pocos los que les gustan las matemáticas.	Muy bien porque es amena para mí y mis alumnos.	Me siento bien, porque me gusta y es importante para el desenvolvimiento social.
3	Mucho porque se aplica en la vida cotidiana.	Mucho porque es un área integral.	Mucho por la organización que se crea en la vida.	Es muy importante porque se aprende a reflexionar, modificar, razonar y proponer.
4	No	No	Ninguno	No

2. Contenidos

CUESTIÓN	DOCENTE 1	DOCENTE 2	DOCENTE 3	DOCENTE 4
5	Parece que a veces a los estudiantes se les olvida restar.	A veces les cuesta llevar y prestar.	La poca concentración y retentiva o memoria a corto plazo de los estudiantes.	No comprenden leen. Se pueden hacer cálculos matemáticos a través del juego.
6	Si	En la etapa inicial lo hago con material concreto y llamativo.	Si, ya que se lleva al aula de clase con interés y curiosidad por los temas propuestos.	Sí, a través del juego, la integración de herramientas tecnológicas y práctica de ejercicios relacionados con su entorno.

7	Si	Si	Si, este tema debe de ir ligado con estas dos operaciones.	Para iniciar el proceso no, solo en los años o grados más avanzados.
8	A través del posicionamiento decimal, aplicación de situaciones problema relacionadas con otras áreas.	A través de las relaciones con el contexto, posicionamiento decimal y la utilización de materiales concretos.	A través de la unión de objetos o quitando objetos.	A través del juego, canciones, contando de dos en dos, cinco en cinco, etc. Ordenando series, manipulando objetos y el uso del ábaco.
9	Si ubica bien los números, sabe aplicarlos a situaciones problema.	Cuando opera de manera adecuada.	Cuando tiene la capacidad de realizar operaciones.	Cuando usa diferentes representaciones, lenguaje simbólico, argumenta y propone.

3. Estrategias de Enseñanza

CUESTIÓN	DOCENTE 1	DOCENTE 2	DOCENTE 3	DOCENTE 4
10	Conocer formas que ayuden a motivar los estudiantes y así mejorar sus resultados.	Establecer herramientas llamativas.	Con elementos tangibles para el alumno, que puedan manipular, sumar y quitar sin que estén explícitas las operaciones.	Se debe modelar, representar, llevar al contexto, trabajar con material concreto.

11	Solución de problemas cotidianos.	Ábaco, materiales para conteo.	Palos de paletas, bolas y juguetes.	Las recetas, procedimientos rutinarios.
12	Si	Si	Si, la idea es que el alumno tenga una agilidad mental para realizar operaciones en el menor tiempo posible.	Si, por ejemplo en el cambio que deben recibir después de comprar algo; al calcular el descuento en un artículo.
13	Loterías, ábacos, formación de decenas, elaboración de figuras geométricas en plastilina o cartulina; metros, reglas, compás, cartillas, sopa de números, banco de billetes.	Ábacos, loterías, fichas, sopas numéricas.	Programas de computación, domino y otros elementos para que el niño experimente.	Ábaco, las regletas, domino de números, metro, material concreto para contar, quitar o agregar.
14	Si	Si	Si, debemos partir de una base que los estudiantes tengan sobre estas operaciones.	Si, a través de la pregunta y las respuestas que los estudiantes tienen de acuerdo a su contexto y al interés que ellos demuestren.

Tabla 6.19 resultados del cuestionario a los docentes

Teniendo en cuenta los anteriores resultados (tabla 6.19), podemos mencionar que las dificultades que los docentes observan en los estudiantes en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las operaciones suma y resta son: poca retentiva, como poca concentración, no comprenden lo que leen y deficiencias en el desarrollo del algoritmo de la suma y la resta; también que las estrategias didácticas que emplean en sus aulas de clase para la enseñanza de la suma y la resta, utilizan recursos como: ábacos, formación de decenas, elaboración de figuras geométricas en plastilina o cartulina; metros, reglas, compás, cartillas, sopa de números, banco de billetes, regletas y domino de números. Todas estas estrategias, mencionadas en opinión del grupo de investigación, permiten que el estudiante esté motivado e interesado por el aprendizaje de las operaciones básicas suma y resta, ya que incentivan su estudio en situaciones cotidianas como las compras que los estudiantes hacen a diario en sus colegios.

También encontramos que para los docentes es importante el conocimiento del posicionamiento decimal básico y necesario para la apropiación de la suma y la resta, aunque realmente los docentes encuestados no especifican el porqué de ello.

Posteriormente, analizamos la práctica de enseñanza de los docentes en cada una de las aulas de clase en nuestras Instituciones Educativas. El grupo de investigación observó lo siguiente:

6.2.1 Análisis de resultados de la ficha de observación del docente.

ANÁLISIS DE RESULTADOS DE LA FICHA DE OBSERVACIÓN DEL DOCENTE (INVESTIGADOR 1)

1. No utiliza materiales tangibles en el aula, se estimula el aprendizaje de la suma y resta con la utilización de ejemplos que le sean necesarios y de utilidad en el contexto de los estudiantes.

2. Se inicia con un recuento histórico de los principales matemáticos que han aportado a las operaciones suma y resta, realizando una corta exposición de las diferentes formas de escribir los números en diferentes civilizaciones.
3. El ambiente de trabajo es bueno, porque el docente orienta la disciplina y la concentración de los estudiantes en el aula, pero debido al número tan elevado de ellos, se evidencian pequeños focos de desconcentración.
4. Siempre se evidencia la planeación de la clase, ya que lleva su clase anotada y con un orden en las ideas que deben exponerse, organiza y presenta los ejercicios en orden de dificultad, del más simple al más complejo.
5. El docente permite la participación activa y constante de sus estudiantes, realiza preguntas frecuentes que en la mayoría de los casos sólo un grupo de los estudiantes participan activamente sobre el tema tratado.
6. Se explican los números en diferentes sistemas numéricos (egipcio, babilónico, maya, entre otros) para motivar al estudiante en la enseñanza-aprendizaje de las operaciones suma y resta.

ANÁLISIS DE RESULTADOS DE LA FICHA DE OBSERVACIÓN DEL DOCENTE (INVESTIGADOR 2)

1. El docente utiliza los “datos” como recurso didáctico para colocar sumas, restas y multiplicaciones de una, dos y tres cifras. Utiliza juguetes “muñecos” para plantear situaciones problema.
2. Inicia con una reflexión pedagógica para posteriormente explicar la importancia de estas operaciones aritméticas en los naturales para la vida.
3. El docente maneja un excelente ambiente de trabajo en el aula de clase, ya que mantiene a la gran mayoría de los estudiantes atentos a sus explicaciones y ejercicios. Se observa interés por realizar los cálculos matemáticos y los problemas planteados por el docente.
4. Siempre se evidencia la planeación de la clase por parte del docente, cuando en primer lugar recuerda el posicionamiento decimal (unidad,

decena, centena), el algoritmo de la suma y resta, manteniendo la atención de sus estudiantes.

5. Si, con los ejercicios de cálculo propuestos al lanzar los “dados” y ubicarlos como unidad, decena o centena y las situaciones problema propuestas por él y los libros de texto *camino del saber 6*, permiten la participación activa y controlada de sus estudiantes.
6. Se observa que para el lanzamiento de los “dados”, el docente propone que el primer número que sale lo ubiquen en la unidad, el segundo número que sale como decena y el tercero como centena; vuelve a lanzar el dado para ubicar otros tres números y posteriormente menciona la operación aritmética a realizar (suma o resta). El docente siempre controla la dinámica de la clase. El docente explica por medio de los problemas planteados algunas propiedades de la suma.

Teniendo en cuenta los resultados anteriores el grupo de investigación, verifica el uso de material didáctico que favorece la apropiación de las operaciones aritméticas suma y resta.

En relación a como el docente inicia su clase, observamos que parte de su propia experiencia y contexto, lo cual permite en cierta medida motivar a sus estudiantes para el estudio de las operaciones básicas.

En nuestras observaciones se verifica también el poco tiempo que el docente puede dedicar a las preguntas o cuestiones realizadas por los estudiantes y a sus respectivas respuestas, debido al alto número de estudiantes en las aulas de clase.

Se observa un modelo conductista en las aulas de clase cuando el docente orienta y los estudiantes deben responder con las diferentes actividades asignadas.

6.3 Descripción de la apropiación de los estudiantes.

Formular, plantear, transformar y resolver problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana, de las otras ciencias y de las matemáticas mismas. Ello requiere analizar la situación; identificar lo relevante en ella; establecer relaciones entre sus componentes y con situaciones semejantes; formarse modelos mentales de ella y representarlos externamente en distintos registros; formular distintos problemas, posibles preguntas y posibles respuestas que surjan a partir de ella. Este proceso general requiere del uso flexible de conceptos, procedimientos y diversos lenguajes para expresar las ideas matemáticas pertinentes y para formular, reformular, tratar y resolver los problemas asociados a dicha situación. Estas actividades también integran el razonamiento, en tanto exigen formular argumentos que justifiquen los análisis y procedimientos realizados y la validez de las soluciones propuestas.

A continuación, se muestra los análisis de los resultados de las observaciones en el aula de clase para los estudiantes de grado sexto de cada uno de los investigadores:

6.3.1 Análisis de la ficha de observación del estudiante

ANÁLISIS DE LA FICHA DE OBSERVACIÓN DEL ESTUDIANTE (INVESTIGADOR 1)

1. Casi siempre se observa que un 60% del grupo comunica sus resultados obtenidos de los cálculos y/o problemas propuestos por el docente.
2. Se observa que cuando el docente propone problemas como el de comprar artículos, la cantidad de estudiantes que participan es relativamente menor comparándola con la participación de los ejercicios con el “dado”.

3. Se observa que algunos estudiantes organizan los datos que arroja el problema; otros cuentan y suman con los dedos. También se observa que algunos estudiantes van respondiendo el problema a medida que el docente lo dicta.
4. Casi siempre algunos estudiantes suman todos los elementos así sean repetidos; otros multiplican los elementos por la cantidad de veces que se repite. Ejemplo:
 $1800 + 1800 + 1800 =$
 $1800 * 3 =$
5. Casi siempre son unos pocos estudiantes los que no se interesan por la dinámica de la clase; en general se muestran participativos y motivados por resolver los ejercicios y/o problemas propuestos por el docente.
6. Se observa que cuando el docente, en un problema dicta el número **9.002**, cinco estudiantes copiaron las siguientes cifras: 902; 9.2; 9.02; 9200.
Diez estudiantes de 40 que tiene el grupo se observan “perdidos” con el algoritmo de la resta y lo que deben hacer para solucionar un problema planteado.
Se observa también que 10 estudiantes se les dificultan posicionar los números que el docente propone.

ANÁLISIS DE LA FICHA DE OBSERVACIÓN DEL ESTUDIANTE (INVESTIGADOR 2)

1. Generalmente son tres o cuatro estudiantes que preguntan en la clase y formulan algunas inquietudes del tema en particular, a pesar de esto la gran mayoría de ellos lleva su cuaderno al profesor para preguntarle si está bien o mal realizado el ejercicio.
2. Algunas veces el estudiante relaciona los diferentes sistemas numéricos con el sistema de posicionamiento decimal.

3. Algunos estudiantes organizan los números sin tener en cuenta donde se colocan, no llevan bien la cuenta mental, son desorganizados en colocar los respectivos números; escriben con lapicero las operaciones a efectuar.
4. Algunos símbolos se repiten varias veces, varios estudiantes suman un mismo símbolo y colocan únicamente el total de la suma de todos, en cambio, otros colocan todos los valores de todos los símbolos. Ejemplo: $10 + 10 + 10 + 10 =$; 40 (mentalmente).
5. El 90% de los estudiantes están atentos a las explicaciones del profesor, la mitad de la clase representa los símbolos cuidadosamente, la otra mitad son desorganizados en representarlos, pero en general quieren mostrar los resultados al profesor.
6. El 80% de los estudiantes tienen poca habilidad en llevar sumas mentales; un 60% de los estudiantes no comprenden el sistema de posicionamiento decimal.

Se les dificulta leer números mayores que 1000.

La siguiente tabla muestra los resultados de la prueba escrita que se les realizó a los estudiantes de grado sexto en las dos Instituciones educativas:

PREGUNTA	CONTESTÓ CORRECTAMENTE			CONTESTÓ INCORRECTAMENTE		NO CONTESTÓ
	SI JUSTIFICÓ	NO JUSTIFICÓ	NO TIENE PROCESO	SI JUSTIFICÓ	NO JUSTIFICÓ	
1	42 (52,5%)	26 (32,5%)	3 (3,7%)	5 (6,2%)	3 (3,7%)	1 (1,2%)
2-A	21 (26,2%)	3 (3,7%)	15 (18,7%)	16 (20,0%)	19 (23,7%)	6 (7,5%)
2-B	15 (18,7%)	7 (8,7%)	36 (45,0%)	10 (12,5%)	11 (13,7%)	1 (1,2%)
3	43 (53,7%)	11 (13,7%)	9 (11,2%)	9 (11,2%)	6 (7,5%)	2 (2,5%)
4	20 (25,0%)	2 (2,5%)	8 (10,0%)	12 (15,0%)	33 (41,2%)	5 (6,2%)
5	13 (16,2%)	0	2 (2,5%)	39 (48,7%)	17 (21,2%)	9 (11,2%)
6	20 (25,0%)	3 (3,7%)	17 (21,2%)	26 (32,5%)	0	8 (10,0%)
7	7 (8,7%)	0	0	14 (17,5%)	49 (61,2%)	10 (12,5%)
8	11 (13,7%)	59 (73,7%)	0	1 (1,2%)	6 (7,5%)	3 (3,7%)
9	29 (36,2%)	19 (23,7%)	0	13 (16,2%)	11 (13,7%)	8 (10,0%)
10	41 (51,2%)	22 (27,5%)	0	0	13 (16,2%)	4 (5,0%)

Tabla 6.20 Resultados de la prueba escrita- estudiantes grado sexto

Es conveniente aclarar lo que para el grupo de investigación significa contestar correctamente justificando o sin justificar o no tiene proceso:

- *Contestó correctamente y justificó*: El estudiante organiza la información, planteada en el problema o ejercicio, aplica correctamente la operación que se debe emplear y concluye su resultado de acuerdo a lo que le están preguntando.
- *Contestó correctamente y no justificó*: El estudiante no organiza la información planteada en el problema o ejercicio, aplica correctamente la operación que se debe emplear pero no concluye su resultado.
- *Contestó correctamente pero no tiene proceso*: El estudiante no organiza los datos, no aplica ninguna operación y coloca el resultado.

De los resultados obtenidos de la tabla anterior (6.20), el grupo de investigación realizó los siguientes análisis para cada pregunta planteada en el instrumento de medición (ver anexo B-4).

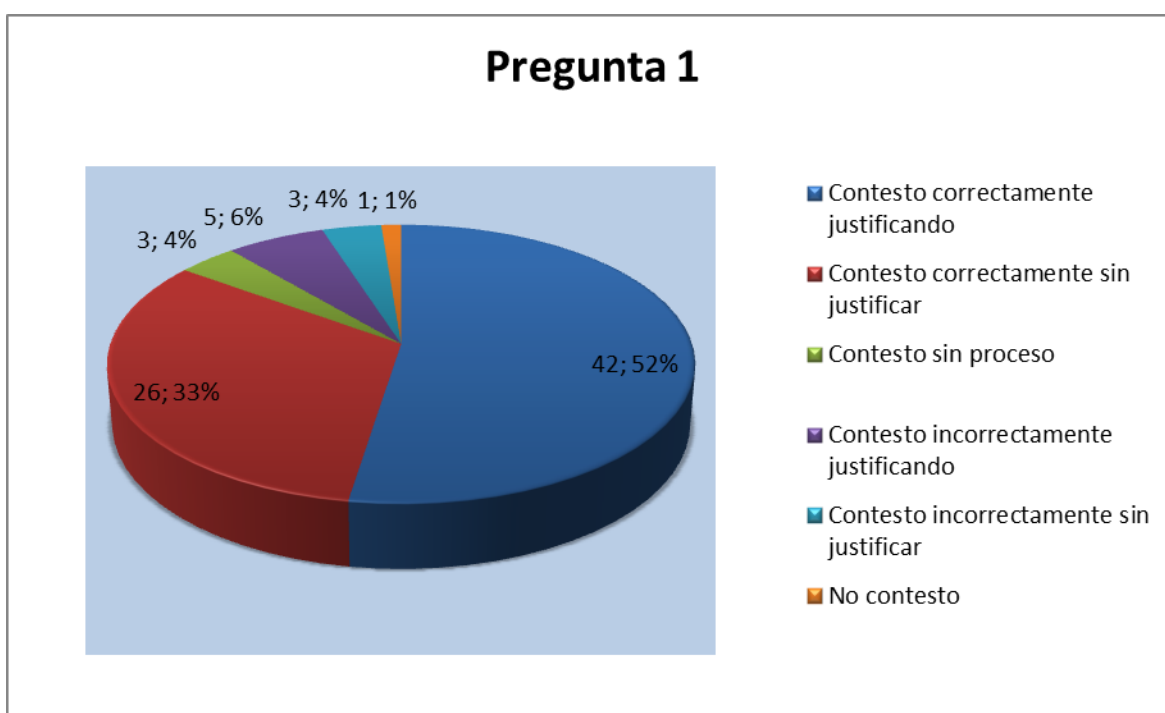


Figura 6.2. Pregunta 1

1. Referente a la pregunta N°1. *María compra en la tienda de su colegio un paquete de papitas por un valor \$1200, una gaseosa por valor de \$850 y un paquete de galletas por valor de \$550.*

¿Cuánto dinero tuvo que cancelar María por el valor de los artículos?

De los 80 estudiantes participantes de la prueba el 89% de los estudiantes respondió correctamente la pregunta justificando o no la respuesta, entre los estudiantes que no la respondieron o la respondieron incorrectamente está el 15% de los estudiantes. Esto evidencia que un alto porcentaje de los estudiantes operan bien al sumar mentalmente varias cantidades relativamente pequeñas y/o comprenden y aplican correctamente el algoritmo de la suma. Se evidenció que algunos estudiantes descomponen el número en sus decenas y centenas, luego suma las centenas y posteriormente sus decenas para encontrar el resultado final; también se observó que suman dos cantidades del problema, aplica el algoritmo de la suma, encuentra su resultado para seguidamente sumarlo con la otra cantidad planteada en el problema. A continuación, se muestra en la parte superior de la figura 5.3 la falta de interpretación del problema y de la comprensión del posicionamiento decimal, obteniendo un resultado incoherente de 25.000. En la parte inferior de la figura 5.3 se observa comprensión del posicionamiento decimal pero poco manejo y dominio del algoritmo de la resta.

1. María compra en la tienda de su colegio un paquete de papitas por un valor \$1200, una gaseosa por valor de \$850 y un paquete de galletas por valor de \$550.
¿Cuánto dinero tuvo que cancelar María por el valor de los artículos?

$$\begin{array}{r} 1200 \\ 850 \\ 550 \\ \hline 25000 \end{array}$$

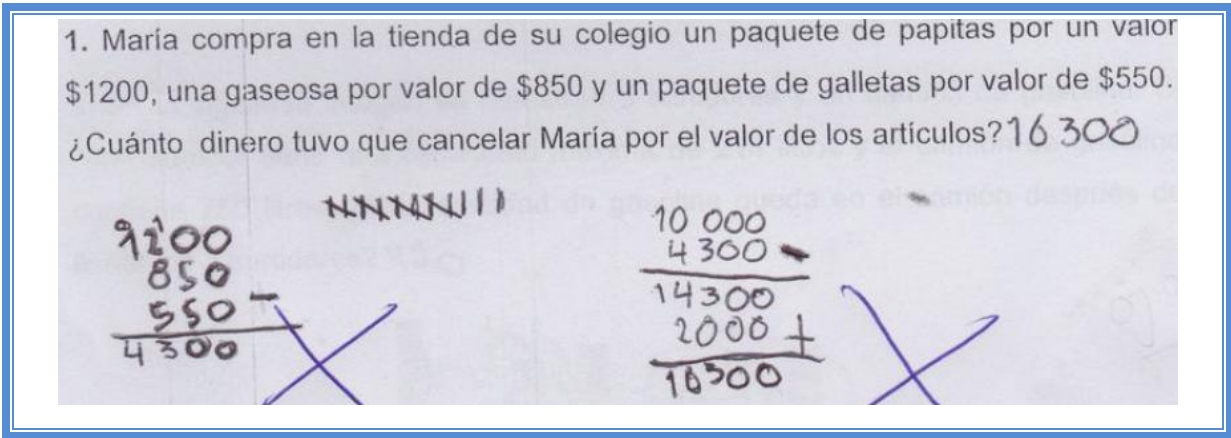


Figura 6.3 Fuente prueba escrita

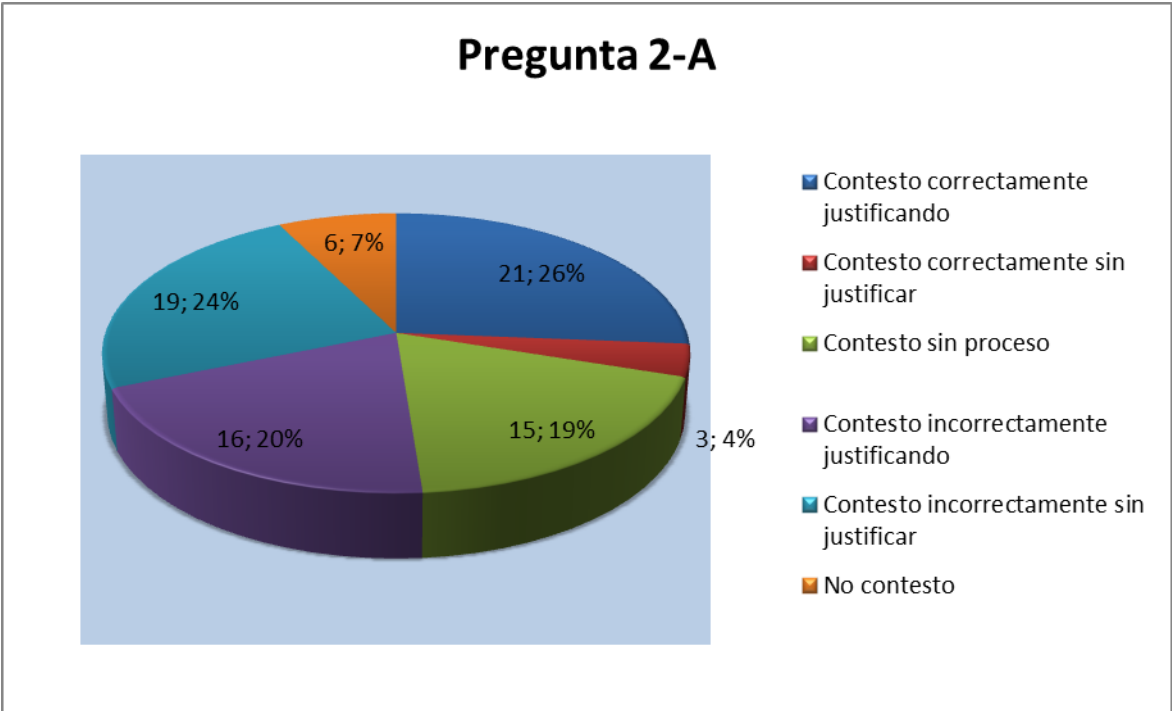


Figura 6.4. Pregunta 2-A

1. Referente a la pregunta N°2A (Con relación al anterior problema) Si María cancela con un billete de \$10.000 ¿Cuánto dinero le sobrara a María?

De los 80 estudiantes participantes de la prueba el 49% de los estudiantes respondió correctamente la pregunta justificando o no la respuesta, entre los estudiantes que no la respondieron o la respondieron incorrectamente está el 51% de los estudiantes. Esto muestra que casi la mitad de los estudiantes respondió correctamente, de éste 49%, solo el 26% respondió la situación

justificando los procesos algorítmicos de la suma y la resta. Los estudiantes que no respondieron correctamente presentan dificultad en la organización de la información, así como deficiencia cuando deben de aplicar varias operaciones en un mismo problema. También se observó que los estudiantes aplican inadecuadamente los algoritmos de la suma y la resta.

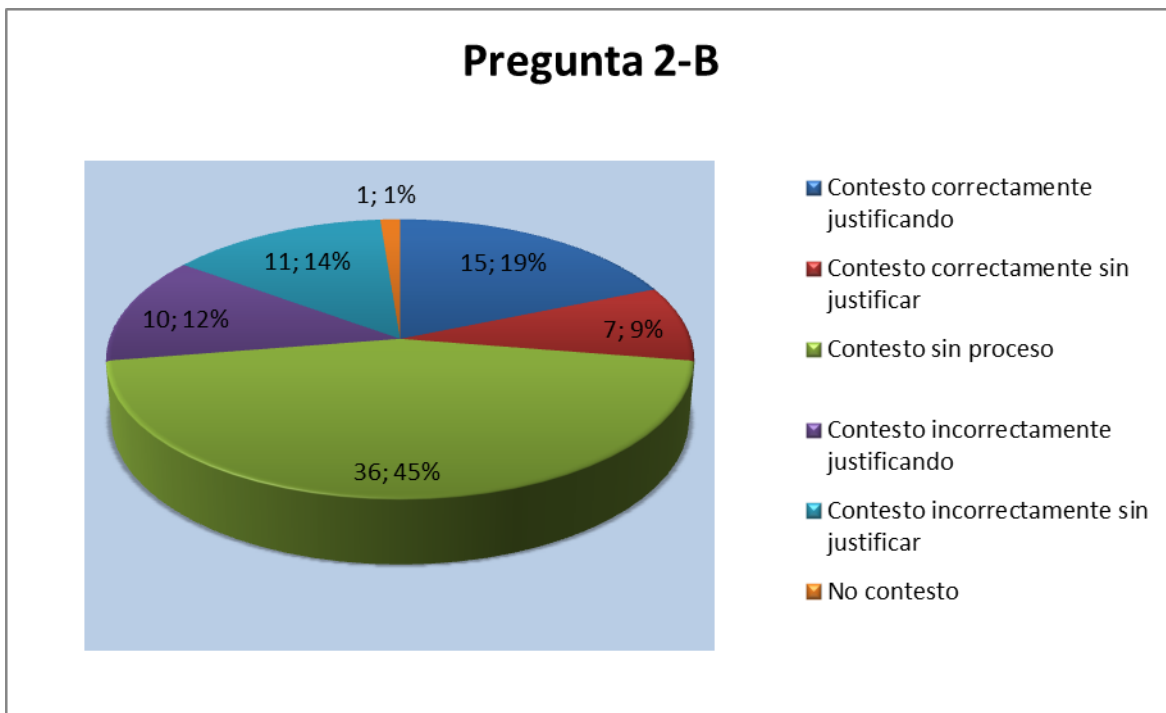


Figura 6.5. Pregunta 2-B

Referente a la pregunta N°2B. (Relacionado con la pregunta anterior) *Si solo lleva un billete de \$2000 ¿Cuánto dinero le hará falta para cancelar la totalidad de los artículos?*

De los 80 estudiantes participantes de la prueba, el 73% de ellos respondió correctamente la pregunta justificando o no la respuesta, entre los estudiantes que no la respondieron o la respondieron incorrectamente está el 27% de los estudiantes. Esto evidencia que un alto porcentaje de los estudiantes, al operar con números “pequeños” de los que los estudiantes están acostumbrados a manipular, no se les dificulta encontrar la respuesta, pese a que hay que operar con la adición y la sustracción. Cabe mencionar que de este 73% que

respondieron correctamente la pregunta, solo el 19% la respondió justificando la respuesta. Del 27% mencionado se observó que los estudiantes no comprenden el algoritmo de la resta, en algunos casos confunden qué operación aritmética debe ser aplicada y en otros casos, como se muestra a continuación, unen ambas preguntas planteadas de la prueba escrita e intentan realizar operaciones con los dos datos numéricos que allí se encuentran (10.000 y 2.000).

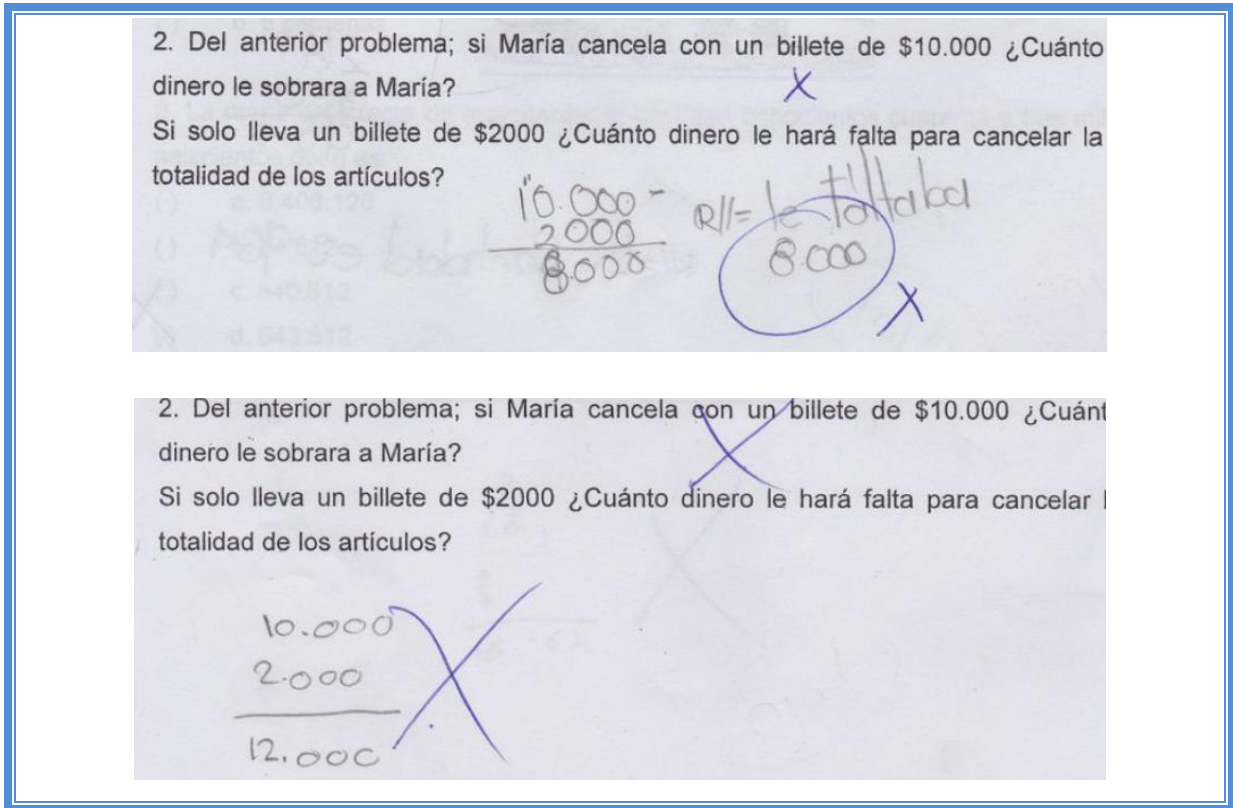


Figura 6.6 Fuente prueba escrita

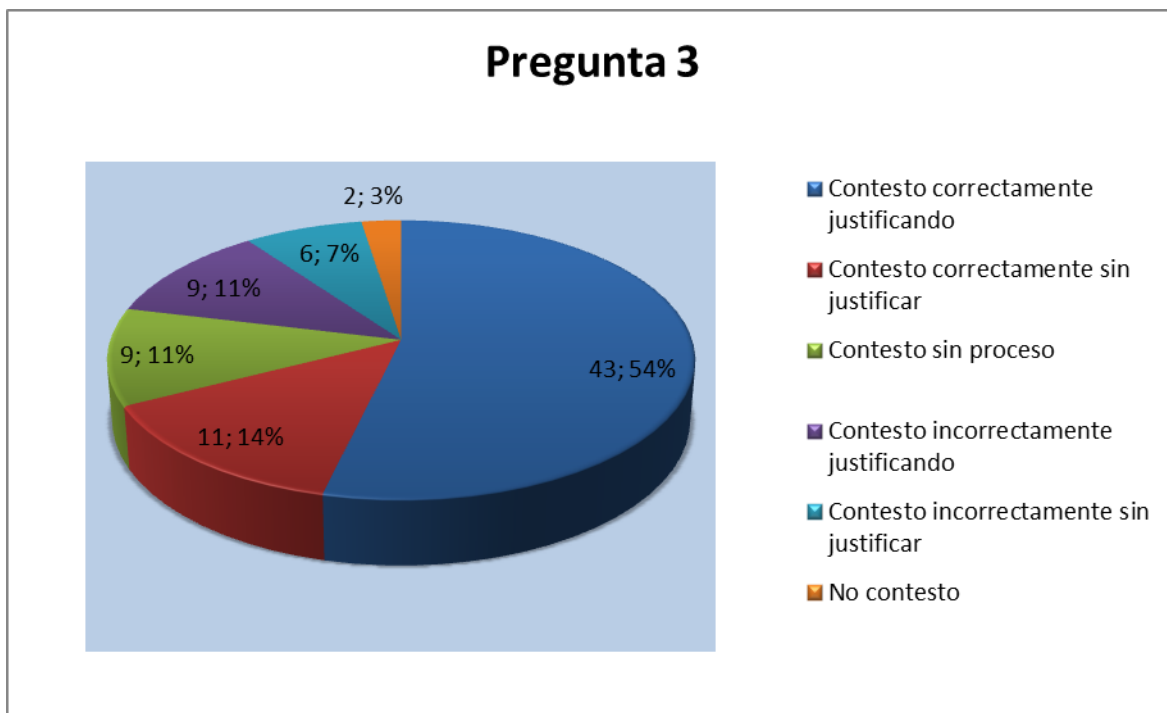


Figura 6.7. Pregunta 3

Referente a la pregunta N°3. *Carlos tiene 12 confites y su compañera de clase tiene 5 veces esa cantidad ¿Cuántos confites tiene la compañera de Carlos?*

De los 80 estudiantes participantes de la prueba, el 79% de los estudiantes respondió correctamente la pregunta justificando o no la respuesta, entre los estudiantes que no la respondieron o la respondieron incorrectamente está el 21% de los estudiantes. Es de mencionar que de este 79% que contestaron correctamente la pregunta, el 54% la respondió utilizando las operaciones básicas pertinentes, es decir, la suma o la multiplicación. Con respecto a esta pregunta se evidencia que 29 estudiantes contestaron correctamente utilizando el algoritmo de la multiplicación, lo que demuestra su comprensión, y 14 estudiantes respondieron correctamente aplicando el algoritmo de la suma. Se observó que una de las mayores dificultades es la comprensión de la diferencia entre la suma y la multiplicación, como también que los estudiantes suman los dos valores numéricos propuestos en el problema ($12 + 5$). A continuación mostramos dos resultados muy particulares y de gran preocupación como docentes de matemáticas. En la parte superior de la figura 5.8 se observa como el estudiante

relaciona “cinco veces más” colocando “cinco veces cinco”, por tanto no hay comprensión en la interpretación del problema. En la parte inferior de la figura 5.8 se observa que el resultado obtenido por el estudiante es la correcta, aunque no utiliza el algoritmo usual de la multiplicación.

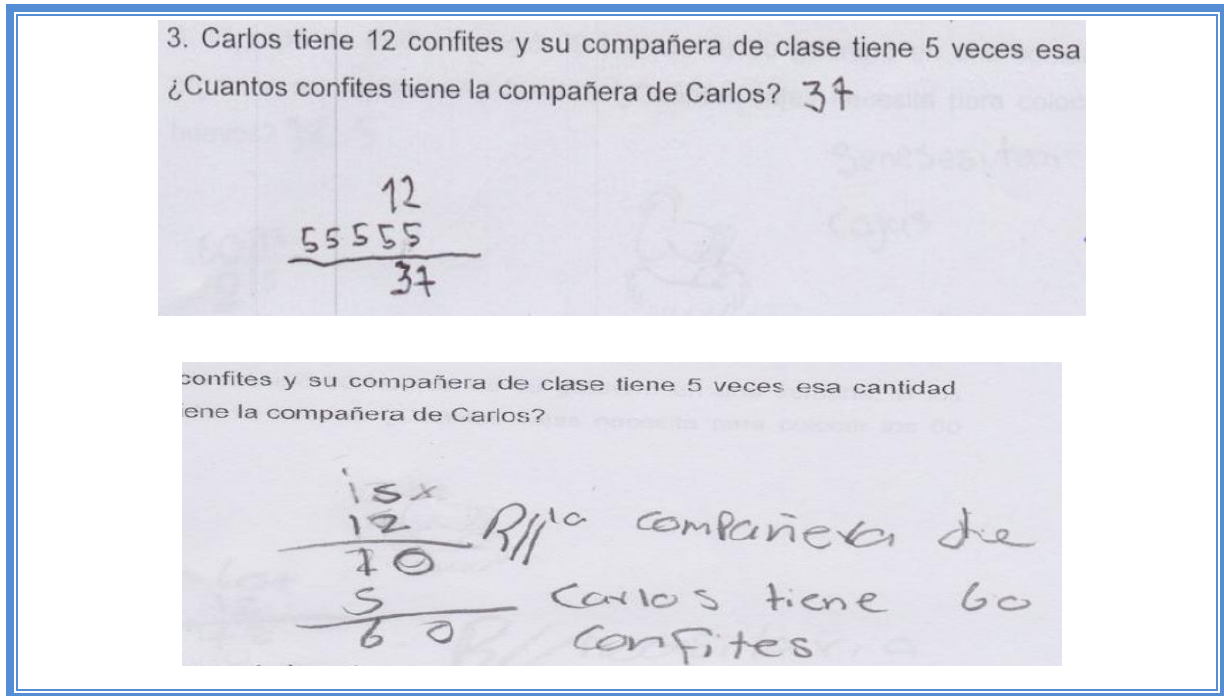


Figura 6.8 Fuente prueba escrita

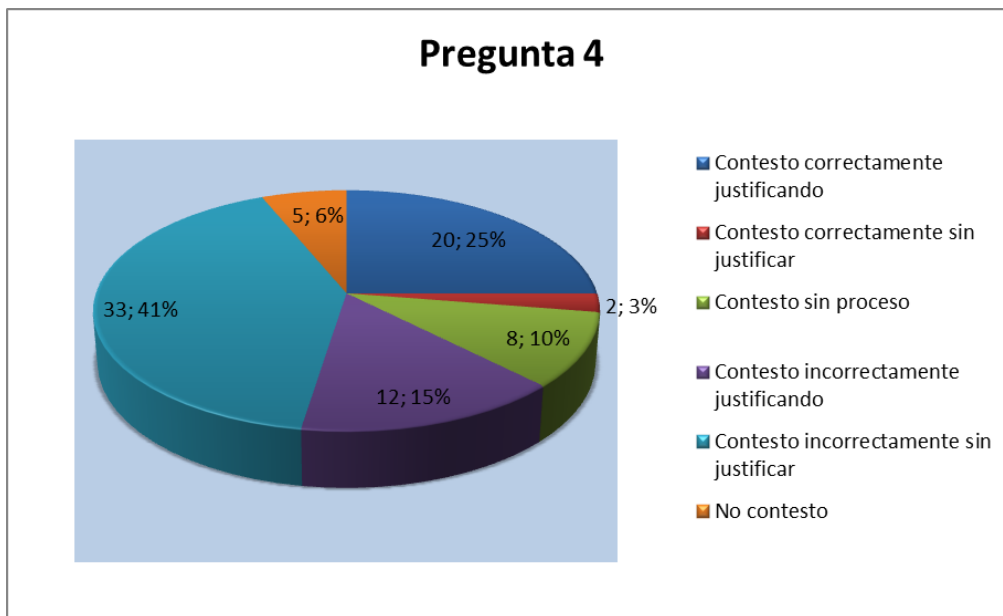


Figura 6.9. Pregunta 4

Referente a la pregunta N°4. Según el problema anterior ¿Cuántos confites tiene de más la compañera de Carlos?

De los 80 estudiantes participantes de la prueba, el 38% de los estudiantes respondió correctamente la pregunta justificando o no la respuesta, entre los estudiantes que no la respondieron o la respondieron incorrectamente está el 62% de los estudiantes. Es de mencionar que de éste 38% que contestaron correctamente la pregunta, el 25% la respondió utilizando las operaciones básicas pertinentes. En este 25% se evidencia la comprensión de la multiplicación como suma reiterada de una cantidad, restas sucesivas a una cantidad y una correcta aplicación del algoritmo de la suma y resta. De los estudiantes que no contestaron correctamente la pregunta, se evidencia una ausencia total en la organización de la información, los estudiantes confunden qué algoritmos aplicar, y cuando los aplican lo hacen incorrectamente como se muestra a continuación en uno de los resultados dados por los estudiantes.

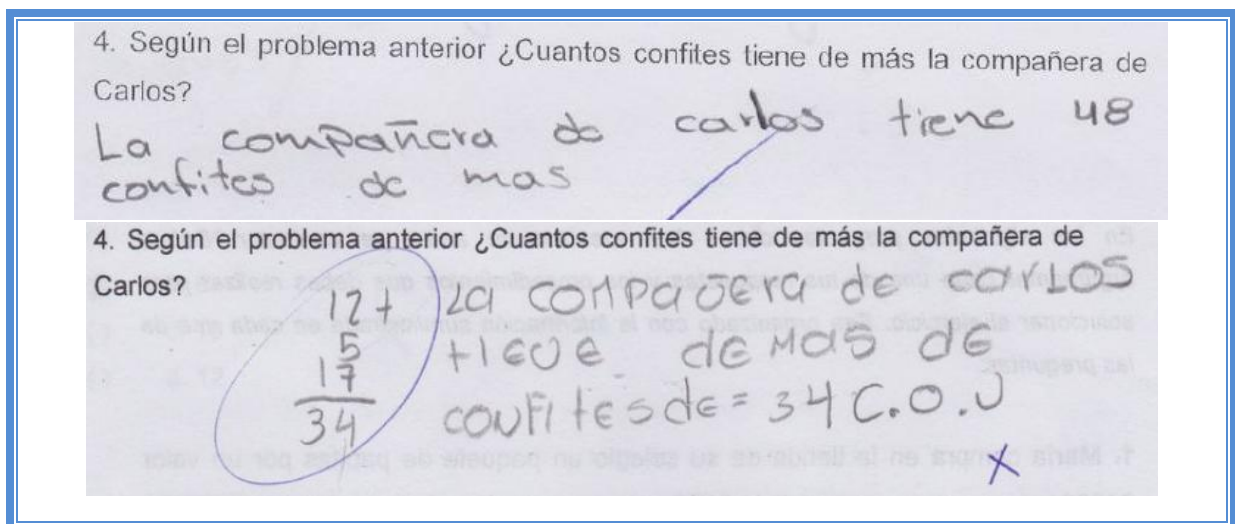


Figura 6.10 Fuente prueba escrita

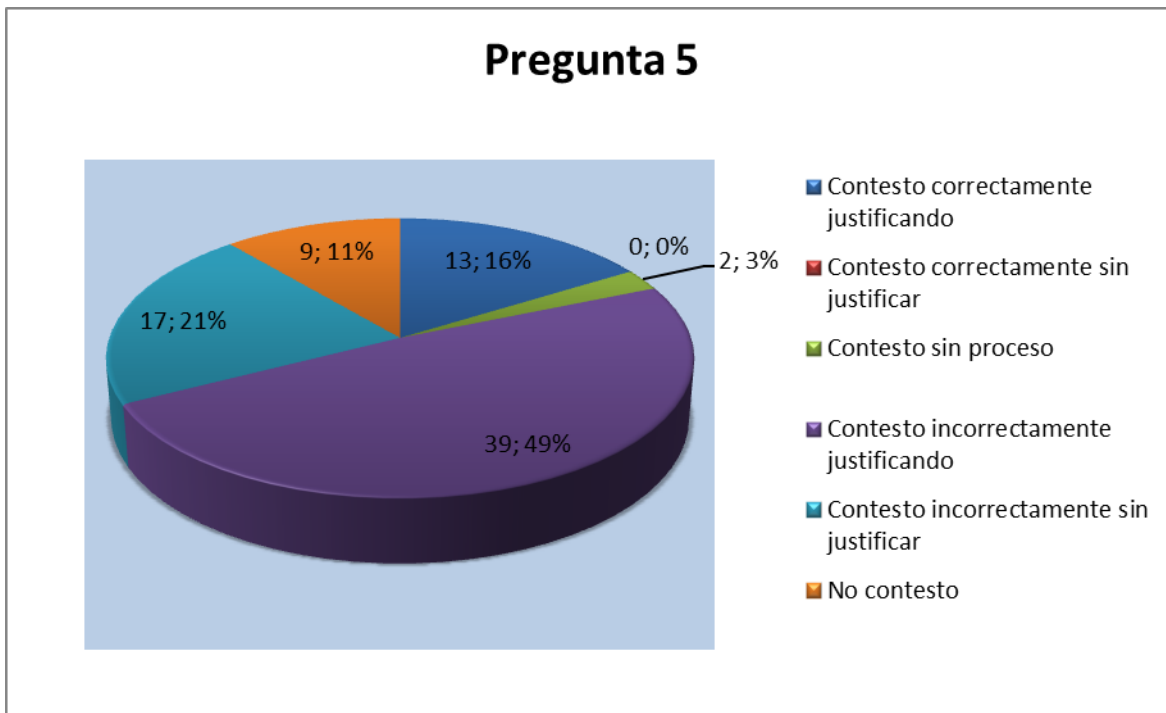


Figura 6.11. Pregunta 5

Referente a la pregunta N°5. *En la siguiente imagen se muestran 3 surtidores y un camión de gasolina. Si cada surtidor tiene una capacidad máxima de 214 litros y el camión de gasolina contiene 750 litros. ¿Qué cantidad de gasolina queda en el camión después de llenar los 3 surtidores?*

De los 80 estudiantes participantes de la prueba, el 19% de los estudiantes respondió correctamente la pregunta justificando o no la respuesta, entre los estudiantes que no la respondieron o la respondieron incorrectamente está el 81% de los estudiantes. Es de mencionar que de este 19% que contestaron correctamente la pregunta, el 16% la respondió utilizando los algoritmos correspondientes a cada operación.

Analizando las respuestas de los estudiantes que contestaron incorrectamente o no la contestaron, la gran mayoría respondió que no comprendían el problema, se reitera la poca apropiación que tienen nuestros estudiantes en entender y comprender la situación planteada, algunos dividen 214 entre 3, otros restan a 750 litros 214 litros y esta diferencia la multiplican por 3, otros suman todos los valores numéricos del problema; entre otros.

Cuando se presentan situaciones que involucren una lectura consciente y profunda del problema, una organización de la información, una apropiación de las palabras claves, una aplicación organizada de los algoritmos a utilizar nuestros estudiantes tienen bastante dificultad. A continuación mostramos algunos resultados dados por los estudiantes.

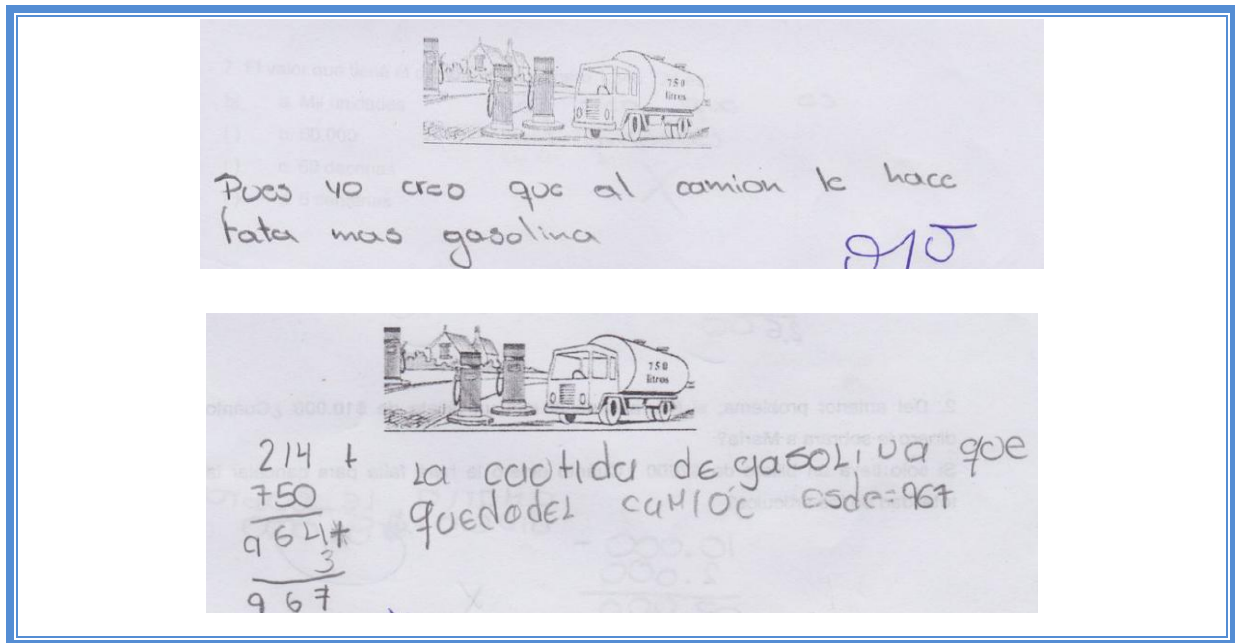


Figura 6.12 Fuente prueba escrita

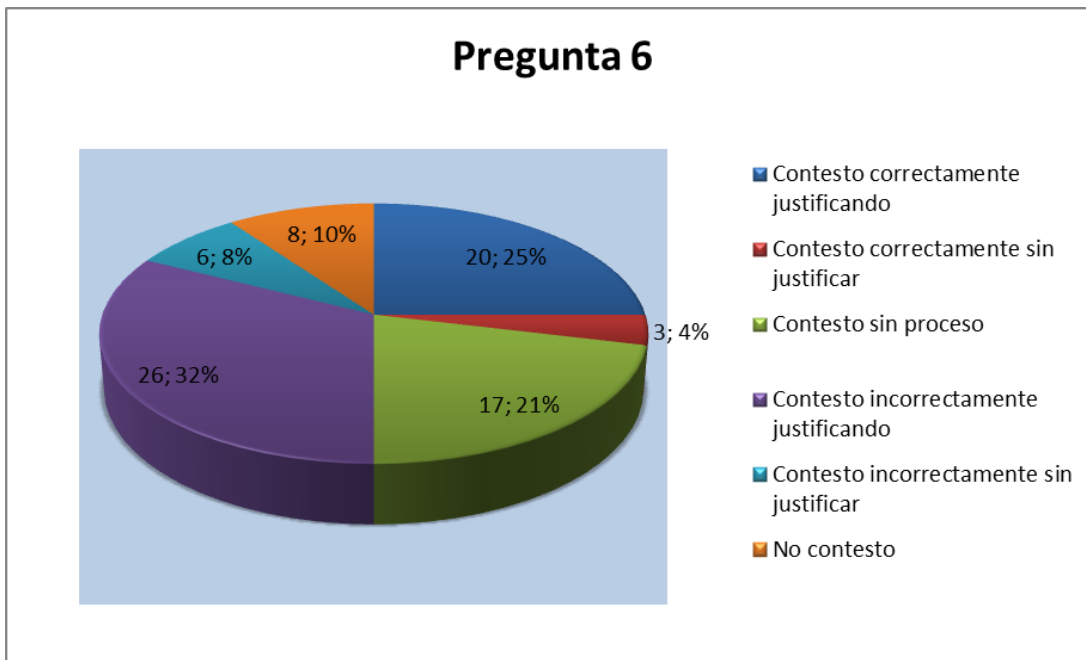


Figura 6.13. Pregunta 6

Referente a la pregunta N°6. *El papá de Pedro recogió 60 huevos de su gallinero en una semana, si los organiza en cajas de 12 huevos. ¿Cuántas cajas necesita para colocar los 60 huevos?*

De los 80 estudiantes participantes de la prueba, el 50% de los estudiantes respondió correctamente la pregunta justificando o no la respuesta, entre los estudiantes que no la respondieron o la respondieron incorrectamente está el 50% de los estudiantes. Es de mencionar que de este 50% que contestaron correctamente la pregunta, el 25% la respondió utilizando los algoritmos correspondientes a cada operación aritmética. Se verifica que cuando los datos numéricos son relativamente pequeños y solo se aplica una operación para resolver la situación planteada, la mitad de los estudiantes son capaces de resolverla y encontrar la respuesta; encontramos que 10 estudiantes comprenden el algoritmo de la división y 8 estudiantes resolvieron el problema aplicando el algoritmo de la suma.

También es muy preocupante que la otra mitad de los estudiantes no supieran resolverla. Entre los resultados incorrectos obtenidos de los estudiantes se observa dificultad en la interpretación del problema, así como dificultad en el algoritmo de la suma y de la división. A continuación mostramos algunos resultados que sustentan lo mencionado anteriormente.

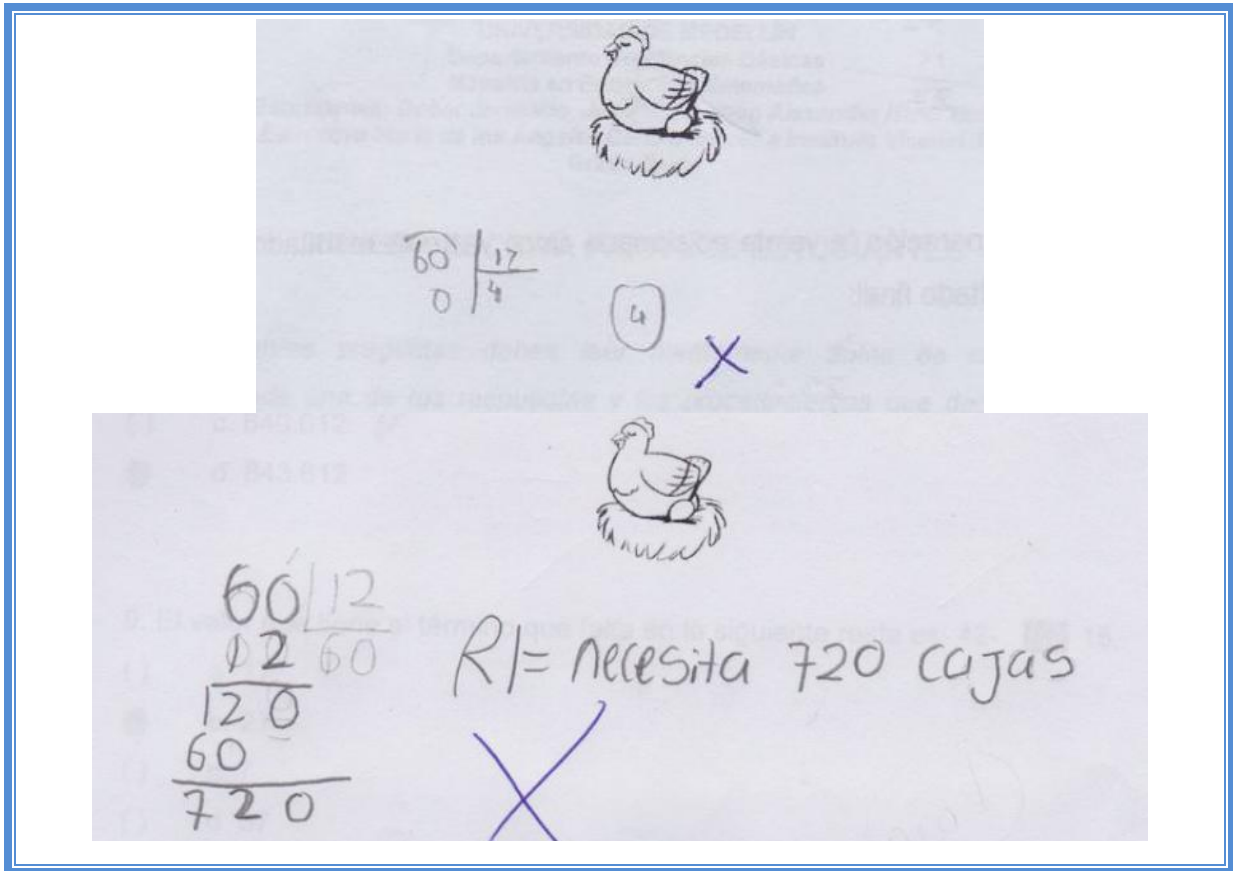


Figura 6.14 Fuente prueba escrita

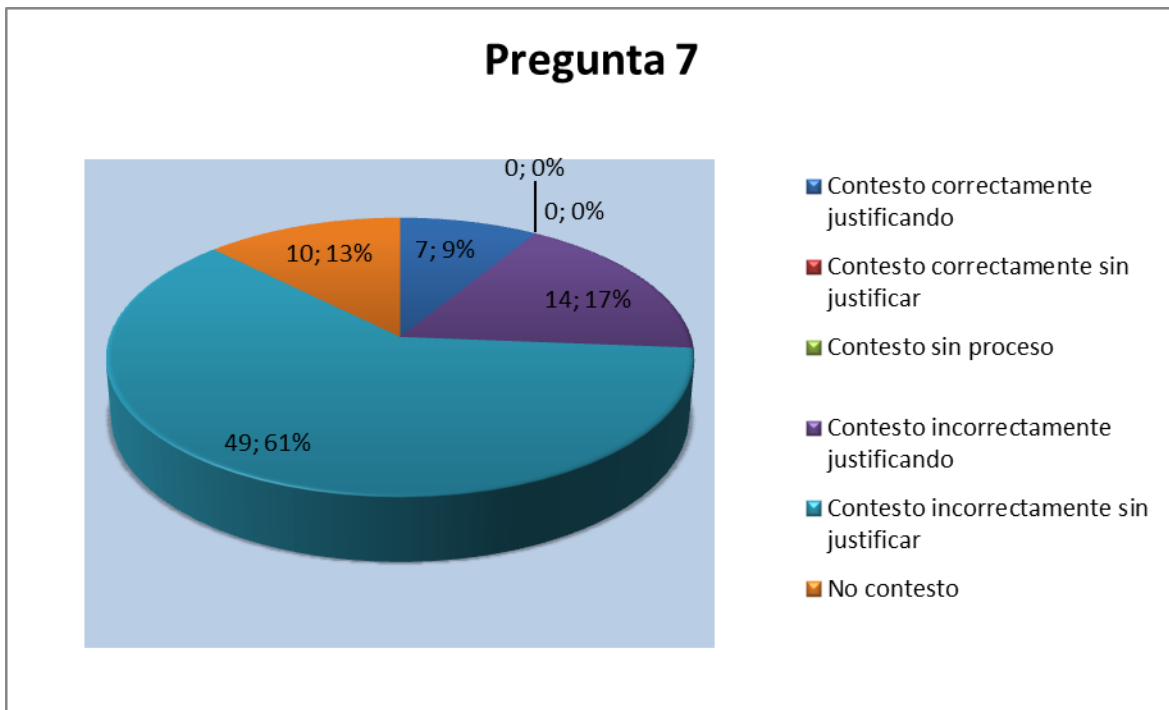


Figura 6.15. Pregunta 7

Referente a la pregunta N°7. El valor que tiene el dígito 6 en el número 1.346.724 es:

De los 80 estudiantes participantes de la prueba, el 9% de los estudiantes respondió correctamente la pregunta justificando o no la respuesta, entre los estudiantes que no la respondieron o la respondieron incorrectamente está el 91% de los estudiantes. Es de aclarar que la situación presentada de las cuatro posibles respuesta ninguna era la correcta, el estudiante debe de proponer una solución diferente. Según los resultados, se evidencia nuevamente la falta de apropiación del sistema de posicionamiento decimal. A continuación mostramos algunos resultados particulares de los estudiantes donde justifican su respuesta efectuando una división del número 1.346.724 entre 2 y entre 6.

7. El valor que tiene el dígito 6 en el número 1.346.724 es: 67336

() a. Mil unidades
() b. 60.000
() c. 60 decenas
() d. 6 centenas

7. El valor que tiene el dígito 6 en el número 1.346.724 es:

() a. Mil unidades
() b. 60.000
() c. 60 decenas
() d. 6 centenas

Figura 6.16 Fuente prueba escrita

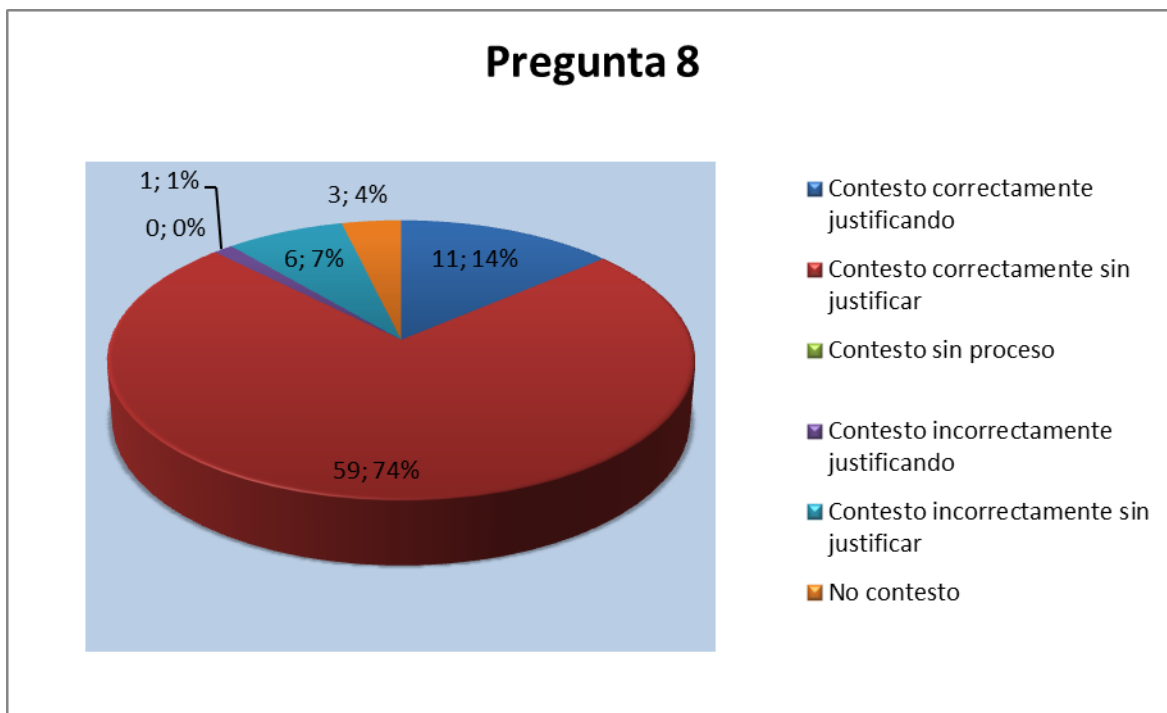


Figura 6.17. Pregunta 8

Referente a la pregunta N°8. *La manera correcta de representar la cantidad ochocientos cuarenta y tres mil seiscientos doce es:*

De los 80 estudiantes participantes de la prueba, el 88% de los estudiantes respondió correctamente la pregunta justificando o no la respuesta, entre los estudiantes que no la respondieron o la respondieron incorrectamente está el 12% de los estudiantes. A este porcentaje de estudiantes que contestaron incorrectamente, se evidencia dificultad en la lectura literal de un número y la falta de apropiación del posicionamiento decimal.

Las siguientes imágenes muestran las justificaciones que dan algunos estudiantes a la pregunta planteada por el grupo de investigación, donde hay evidencia del uso del posicionamiento decimal, al representar correctamente las unidades, decenas, centenas, unidades de mil, decenas de mil y centenas de mil; sin embargo, se recomienda plantear un número donde existan varios ceros contenidos en él, para verificar qué valor posicional le asignan los estudiantes a estos ceros.

8. La manera correcta de representar la cantidad ochocientos cuarenta y tres mil seiscientos doce es:

() a. 8.406.120
 () b. 84.612
 () c. 840.612
 (X) d. 843.612

843.612 es la manera correcta de representar la cantidad ochocientos cuarenta y tres mil seiscientos doce

8 4 3 . 6 12

8. La manera correcta de representar la cantidad ochocientos cuarenta y tres mil seiscientos doce es:

() a. 8.406.120
 () b. 84.612
 () c. 840.612
 (X) d. 843.612

R/ uno tiene que analizar en la mente el numero

Figura 6.18 Fuente prueba escrita

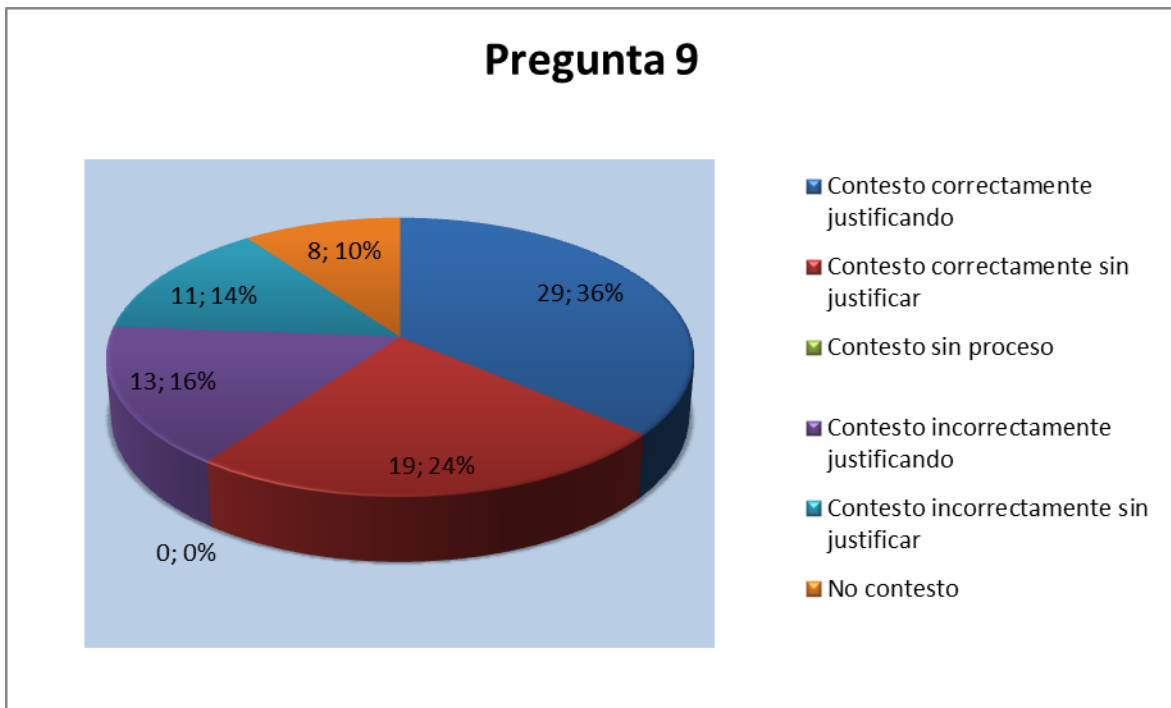


Figura 6.19. Pregunta 9

Referente a la pregunta N°9 “El valor que tiene el término que falta en la siguiente resta es: $42 - \square = 15$ ”

De los 80 estudiantes que realizaron la prueba escrita, se evidencia que el 60% de ellos contestó correctamente con o sin justificación y que el 40% contestaron incorrectamente. Se observó que los estudiantes que estaban en este 40% realizaban una operación de suma ($42 + 15$); otros restaron ($15 - 42$) y aplicaron inadecuadamente el algoritmo de la resta; también se observó que los estudiantes ubican en la casilla faltante el número 7 sin ningún intento de interpretar y razonar su resultado. A continuación mostramos dos resultados dados por los estudiantes donde se evidencia dificultad en la interpretación del problema y dificultad en el algoritmo de la resta.

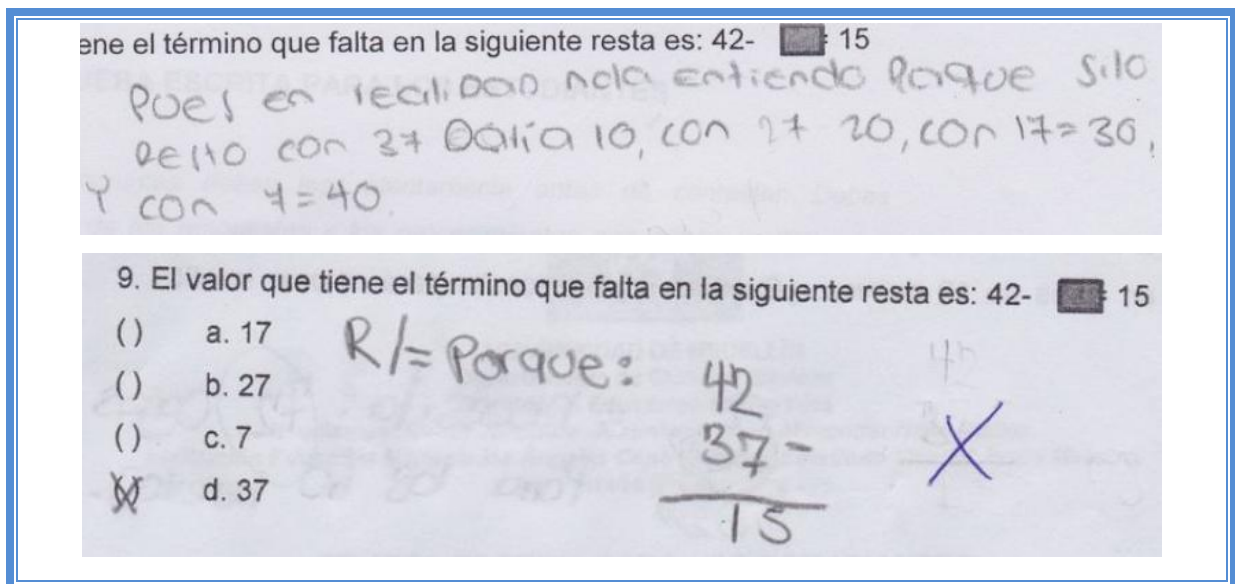


Figura 6.20 Fuente prueba escrita

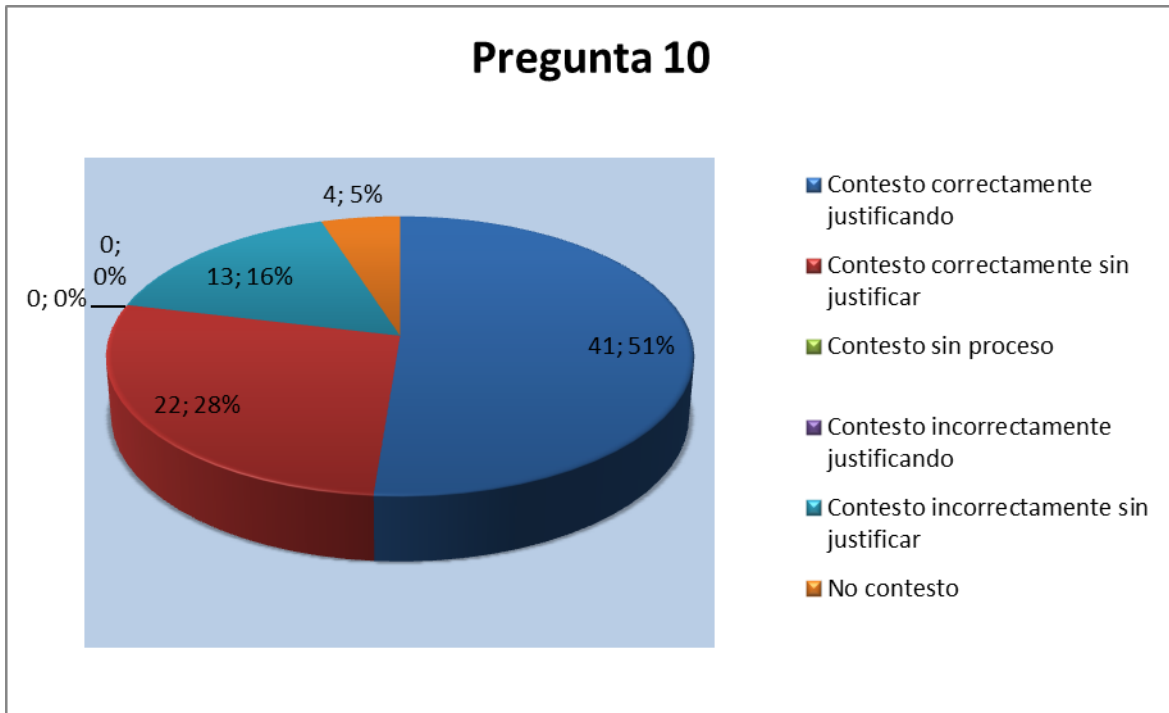


Figura 6.21. Pregunta 10

Referente a la pregunta N°10: *“En la siguiente operación “a veinte adicionarle cinco y a éste resultado réstele trece”, da como resultado final”*

Se observa que de los 80 estudiantes que presentaron la prueba escrita, el 79% contestó correctamente y que el 21% contestó incorrectamente; por lo que podemos mencionar que en general los estudiantes interpretan los números escritos literalmente y contestan por medio de algoritmos de suma y resta el ejercicio planteado.

La siguiente imagen muestra un comentario de un estudiante de grado sexto, que es de gran preocupación como docentes de matemáticas y que permitirá realizar una reflexión e implementar estrategias en busca de solucionar el problema.

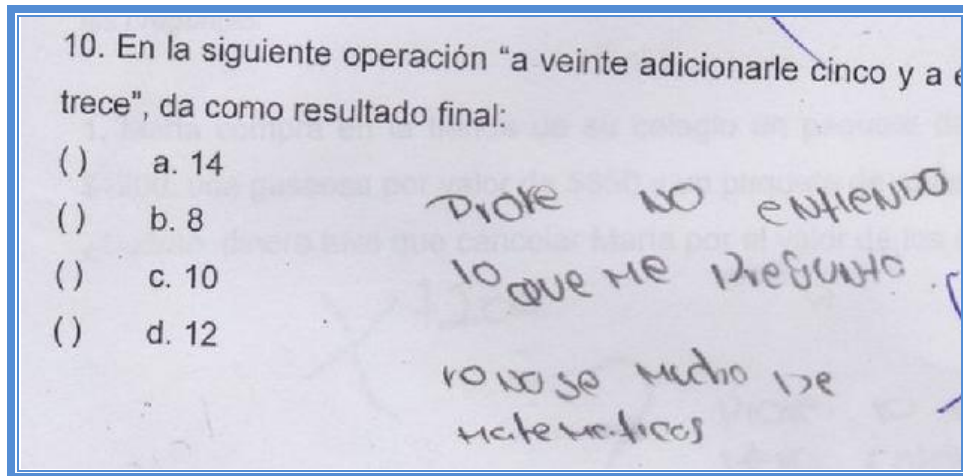


Figura 6.22 Fuente prueba escrita

A continuación mostramos un resultado de un estudiante de grado sexto, donde se evidencia su apropiación del algoritmo de la suma y de la resta, así como su correcta interpretación del problema planteado en la prueba escrita.

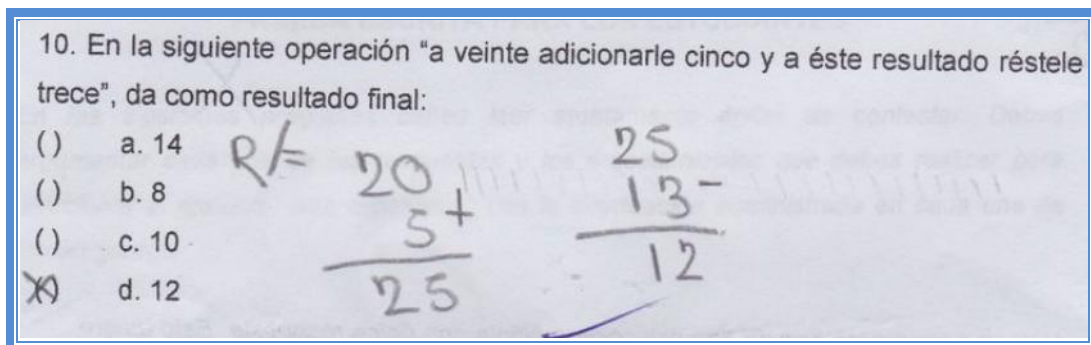


Figura 6.23 Fuente prueba escrita

Con base en el análisis de los dos instrumentos de medición utilizados por el grupo de investigación (*ficha de observación del estudiante y prueba escrita de los estudiantes*, ver anexo B-4 y B-5) podemos resumir lo siguiente:

Los estudiantes solo memorizan y presentan poca interpretación sobre las situaciones matemáticas que se les presenta, la gran mayoría de ellos operan mecánica y memorísticamente las operaciones aritméticas que se deben de

realizar en los diferentes ejercicios y situaciones problema que se les plantearon, situación que conlleva a un estancamiento en su formación académica.

Se evidencia poco uso del razonamiento lógico, abstracción, rigor matemático, precisión, intuición, simbolización y síntesis en la mayoría de nuestros estudiantes del grado sexto. Falta de interiorización de las operaciones matemáticas suma y resta en el desarrollo de los ejercicios y problemas planteados.

En un 70% de nuestros estudiantes, no se evidencia organización de los datos a utilizar en el desarrollo de las diferentes situaciones planteadas, ausencia de representación gráfica y de representación simbólica. También podemos evidenciar la falta de comprensión en el valor de un dígito en el sistema numérico de posición decimal, fundamento y base para entender los algoritmos de la suma y resta.

Se evidencia de los resultados que los estudiantes en su gran mayoría, les falta comprensión en la lectura, interpretación y organización de los datos, no dan importancia a las palabras claves y no diferencian la operación a utilizar para el desarrollo de los problemas planteados, es decir, procesos como la comprensión, la interpretación, organización de la información y aplicación de conocimientos deben desarrollarse en la gran mayoría de los estudiantes de grado sexto. Se evidencia la realización de varios ejercicios sin la utilización de los algoritmos de la suma y la resta, esto permite señalar su buena capacidad memorística a corto y largo plazo.

Uno de los errores más frecuentes que cometieron los estudiantes al realizar los algoritmos propuestos de suma y resta fue el de “colocación de los números”; justifican los números de izquierda a derecha, en vez de hacerlo de derecha a izquierda o no hacen coincidir las columnas de las cifras del primer número con los siguientes. En lo referente a la suma, en la obtención de los resultados numéricos básicos: se equivocan en los resultados al sumar. En lo referente a la resta se evidencia cuando algunos restan de la cifra menor la mayor, sin fijarse si

corresponde al minuendo o al sustraendo o de colocación de un cero en el minuendo, colocan como resultado la cifra del sustraendo, o en algunos casos el mismo cero.

7 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Luego de realizada la valoración de los textos de matemáticas grado sexto por el grupo de investigación, basados en el modelo de Baremación de Thomas Ortega (1996), se recomienda que los textos Caminos del Saber 6 y Espiral 6, son los más apropiados para la enseñanza de las operaciones suma y resta en el conjunto de los números Naturales en las Instituciones Educativas Instituto Vicarial Jesús Maestro e Institución María de los Ángeles Cano Márquez.

Los libros de texto Caminos del Saber 6 y Espiral 6, ofrecen al docente herramientas didácticas para la enseñanza de las operaciones básicas suma y resta en el conjunto de los números Naturales, en donde se resalta las actividades planteadas con situaciones cotidianas para los estudiantes, que permiten orientar las definiciones, propiedades y algoritmos de la suma y resta, sin embargo el tema del posicionamiento decimal se encuentra poco expuesto.

Las dificultades que más observan los docentes en las aulas de clase, en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las operaciones suma y resta en el conjunto de los números Naturales son: la poca retentiva, poca concentración, falta de interpretación lectora y deficiencias en el desarrollo del algoritmo de la suma y la resta; los docentes utilizan estrategias didácticas en la cual, se apoyan con diferentes recursos como: ábaco, elaboración de figuras geométricas, plastilina, cartillas y domino de números. Todas estas mencionadas estrategias permiten que el estudiante esté motivado e interesado, por el aprendizaje de las operaciones básicas suma y resta.

Se verifica según la ficha de observación del docente realizada por el grupo de investigación que, cuando el docente planea su clase utilizando estrategias didácticas que motiven al estudiante en el aprendizaje de la suma y resta, además de manejar un excelente ambiente de trabajo, favorece la apropiación en el aprendizaje de ambas operaciones básicas, como también el ser participe activo en la formación de su propio conocimiento.

La prueba escrita muestra que la mayoría de los estudiantes presentan dificultad para realizar cálculo mental, para organizar y aplicar los algoritmos de las operaciones suma y resta, colocan números en posiciones incorrectas, es decir, tienen deficiencias con el valor posicional de los números, además se evidencia ausencia en la organización de la información y por tanto poca comprensión del problema.

Uno de los errores más frecuentes que cometieron los estudiantes al realizar los algoritmos propuestos de la suma y la resta en el conjunto de los números Naturales fue el de “colocación de los números”, donde justifican la posición de los números de izquierda a derecha, en vez de hacerlo de derecha a izquierda, es decir, suman por ejemplo decenas con centenas; en lo referente a la resta, se observa que restan de la cifra menor la mayor, sin fijarse si corresponde al minuendo o al sustraendo.

El 46% de los estudiantes solo memorizan y presentan poca interpretación sobre las situaciones matemáticas que se les presenta, es decir, operan mecánica y memorísticamente las operaciones aritméticas que se deben de realizar en los diferentes ejercicios y situaciones problema que se les plantearon, situación que conlleva a un estancamiento en su formación académica.

La conceptualización de las operaciones suma y resta se desarrolla a partir de objetos concretos en los primeros años de escolaridad según Gelman y otros, a pesar de esto el docente le da un carácter abstracto que parece ser difícilmente accesible para el pensamiento específico de los estudiantes, impidiendo la apropiación y aplicación de fundamentos básicos en la matemática.

Para que los estudiantes se apropien de las operaciones suma y resta en el conjunto de los números naturales, y que sea una base sólida para adquirir nuevos conocimientos matemáticos, es necesario desde sus primeros años de edad promover un pensamiento matemático crítico en el niño e incentivar a los docentes hacia una enseñanza de la matemática con unas estrategias didácticas que motiven al estudiante a aprender con su trabajo y con los demás.

Algunos de los procesos de enseñanza y los textos de matemáticas que se utilizan, tienen una estructura que proviene de las matemáticas formales, apoyados fuertemente en la memoria y en los algoritmos, en donde los estudiantes se ven imposibilitados de relacionar los vínculos de las operaciones aritméticas básicas en particular de la suma y resta en el conjunto de los números naturales a situaciones de su vida cotidiana.

Procesos avanzados de pensamiento como: la abstracción, justificación, visualización, estimulación, razonamiento bajo hipótesis, serán difíciles de lograr en nuestros estudiantes cuando no se parte de una apropiación de las operaciones básicas como lo son la suma y resta en el conjunto de los números naturales, difícilmente podrán alcanzar un aprendizaje significativo de las matemáticas.

El proceso de enseñanza aprendizaje de las operaciones suma y resta, debe apoyarse en actividades creativas y de descubrimiento, que resulten interesantes y motivadoras para los estudiantes, de manera tal que jueguen un papel más activo en la apropiación de estas operaciones y así aplicarlas a diferentes contextos.

No se deben delimitar las operaciones aritméticas suma y resta en el conjunto de los números naturales, solo a la aplicación de un algoritmo, ya que requieren para su comprensión, la interiorización y apropiación por parte de los estudiantes y una causa de ello puede ser el lenguaje que utiliza el docente al tratar de explicarlas.

Las operaciones aritméticas suma y resta en el conjunto de los números naturales, exigen la comprensión del concepto de número, el conocimiento del conteo y del valor del número según su ubicación; por tanto, es necesario que el estudiante domine estos conceptos antes de iniciar su apropiación con las operaciones básicas.

Este estudio pretende afianzar las diversas interpretaciones a que da lugar el trabajo con las operaciones suma y resta y, que, al hacer conscientes a docentes y estudiantes de este hecho, puede influir de manera positiva más adelante, en el manejo adecuado de situaciones en contexto con las operaciones básicas multiplicación y división.

Aunque el trabajo fue aplicado inicialmente a dos Instituciones Educativas, para fines del mismo, se recomienda que este sea aplicado en otras Instituciones con condiciones similares, de tal manera que se pueda determinar un impacto social y académico del mismo.

A. ANEXOS: Cartas de autorización

CARTA DE AUTORIZACIÓN DE LOS DOCENTES

Medellín, _____ de 2014

Estimado Docente(s)

Cordial saludo.

Señor docente de la _____, solicitamos a ustedes nos permitan realizar un cuestionario y observaciones en el aula de clase como parte de la investigación de nuestro trabajo de grado que titula “Descripción de la apropiación de las operaciones aritméticas básicas suma y resta en el conjunto de los números naturales”, En las Instituciones Educativas María de los Ángeles Cano Márquez e Instituto Vicarial Jesús Maestro. Para nosotros es de gran importancia su colaboración y ayuda para el desarrollo del trabajo de investigación.

La información registrada será confidencial y de uso exclusivo del grupo de investigación.

Firma del Docente

CARTA DE AUTORIZACIÓN DEL PLANTEL EDUCATIVO

Medellín, _____ de 2014

Estimado Rector(a)

Cordial saludo.

Me permito solicitarle autorización al docente _____ para llevar a cabo el estudio de investigación de trabajo de grado que titula: "Descripción de la apropiación de las operaciones aritméticas básicas suma y resta en el conjunto de los números naturales", En las Instituciones Educativas María de los Ángeles Cano Márquez e Instituto Vicarial Jesús Maestro. Las actividades que se realizarán a los docentes y estudiantes son fundamentales para nuestra investigación.

La información registrada será confidencial y de uso exclusivo del grupo de investigación.

Firma del Rector(a)

B. ANEXOS: Instrumentos de Medición

B-1



UNIVERSIDAD DE MEDELLÍN

Departamento de Ciencias Básicas

Maestría en Educación Matemática

Estudiantes: *Gober Jaramillo Justinico y Jhon Alexander Nieto Muñoz*

Institución Educativa María de los Ángeles Cano Márquez e Instituto Vicarial Jesús Maestro.

Grado Sexto

MODELO DE BAREMACIÓN (VALORACIÓN DE TEXTOS)

A. ENTORNO

1. ¿Es un libro pensado para el profesor?
2. ¿Está pensado para el estudiante?
3. ¿Es apropiado para el trabajo individual?
4. ¿Contempla actividades para trabajos en grupo?

B. SOBRE LA TEORÍA

5. ¿Está bien fundamentada la teoría?
6. ¿Abundan los ejemplos? ¿Son claros? ¿Son repetitivos?
7. ¿Tiene suficientes aplicaciones?
8. ¿Hay grandes saltos en la exposición?

C. ILUSTRACIONES

9. ¿Tiene muchos gráficos?
10. ¿Utiliza los gráficos como justificación o como aclaración de la teoría?
11. ¿Son claros y responden a la realidad?

D. ENFATIZACIÓN

12. ¿Enfatiza los contenidos más importantes?
13. ¿Recuadra las definiciones, fórmulas y enunciados? ¿Todos? ¿Los importantes?

E. EJERCICIOS, CUESTIONES Y PROBLEMAS

14. ¿Tiene muchos ejercicios?
15. ¿Cubren toda o buena parte de la teoría explicada?
16. ¿La colección de ejercicios está elaborada por temas? ¿Por agrupaciones temáticas?
17. ¿Da la solución de los ejercicios propuestos?
18. ¿Propone ejercicios para que el estudiante interiorice el simbolismo?

F. MOTIVACIÓN

19. ¿Justifica algún tema con la necesidad social de su estudio?
20. ¿Si propone problemas numéricos de la vida ordinaria, responden los números a la realidad?

G. METODOLOGÍA

21. ¿Señala algún procedimiento de actuación en el aula?
22. ¿Indica el uso o construcción de algún material didáctico apropiado para el tema?
23. ¿Marca alguna pauta para la evaluación?

H. ACTIVIDADES

24. ¿Propone alguna actividad tipo taller?
25. ¿Invita a buscar problemas de la vida ordinaria sobre la teoría estudiada?
26. ¿Pide al estudiante que invente algún ejercicio o problema y lo redacte?



UNIVERSIDAD DE MEDELLÍN

Departamento de Ciencias Básicas

Maestría en Educación Matemática

Estudiantes: *Gober Jaramillo Justinico y Jhon Alexander Nieto Muñoz*

Institución Educativa María de los Ángeles Cano Márquez e Instituto Vicarial Jesús Maestro.

Grado Sexto

VALORACIÓN DE TEXTOS-PREGUNTAS DE CONTEXTO

1. ¿Cómo explica el texto las operaciones aritméticas suma y resta en el conjunto de los números Naturales?
2. En la secuencia de actividades ¿se encuentran éstas en orden de dificultad e involucran temas de razonamiento matemático?
3. ¿Los ejemplos son claros y acordes a la cotidianidad del estudiante?
4. ¿Qué tipo de lenguaje es tratado en el texto?
5. ¿Deja algunas propiedades y características de la suma y resta para estudiarlas como cuestiones o problemas?

6. ¿Cómo expresa el texto la introducción a las operaciones suma y resta?

7. ¿Antes de iniciar con el estudio de las operaciones suma y resta, existe evidencia del posicionamiento de los números naturales en el sistema de numeración decimal?

8. ¿Aplica los algoritmos y propiedades de la suma y resta a situaciones prácticas cotidianas?



UNIVERSIDAD DE MEDELLÍN
Departamento de Ciencias Básicas
Maestría en Educación Matemática
Estudiantes: Gober Jaramillo Justinico y Jhon Alexander Nieto Muñoz
Institución Educativa María de los Ángeles Cano Márquez e Instituto Vicarial Jesús Maestro.
Grado Sexto

CUESTIONARIO PARA LOS DOCENTES

Señor docente, el presente cuestionario tiene como fin recopilar información importante para la investigación de nuestro trabajo de grado “Descripción de la apropiación de las operaciones suma y resta en el conjunto de los números naturales en los grados sexto”.

La información recolectada, será de uso exclusivamente académico y en ninguna ocasión se revelará su nombre. Estos datos se piden con el fin de tener un tratamiento de la información coherente.

Agradecemos su colaboración, tiempo y sinceridad ya que de éstos depende la veracidad de nuestro trabajo y el valor agregado de nuestra investigación.

A.FORMACIÓN INICIAL Y CONTINUADA DEL DOCENTE

1. ¿Cuál es su perfil profesional? _____
2. ¿Cómo se siente enseñando matemática?
3. ¿Qué importancia o relevancia le da a la matemática dentro del contexto educativo y personal?
4. Actualmente ¿realiza algún tipo de estudio en relación a su desempeño profesional?

B.CONTENIDOS

5. ¿Cuáles son las dificultades que observa en el estudiante en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las operaciones aritméticas suma y resta?_____

6. ¿Despierta el interés y curiosidad de los estudiantes al iniciar el estudio de las operaciones suma y resta?

7. ¿Aplica el posicionamiento decimal en los números naturales para la explicación de la suma y resta?

8. ¿Cómo enseña las operaciones aritméticas suma y resta?

9. ¿Cómo identifica que los estudiantes manejan con apropiación las operaciones suma y resta?

C. ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA

10. ¿Cuáles son sus sugerencias para mejorar la enseñanza y aprendizaje de las operaciones suma y resta?

11. ¿Qué elementos u objetos de la cotidianidad del estudiante aborda para incentivarlos en el aprendizaje de las operaciones suma y resta?

12. ¿Favorece actividades donde los estudiantes involucren el cálculo mental con la suma y la resta?

13. ¿Qué instrumentos o herramientas didácticas utiliza en el aula de clase para la enseñanza de las operaciones suma y resta?

14. ¿Ofrece oportunidad de indagar los conocimientos previos de los estudiantes sobre las operaciones suma y resta?



UNIVERSIDAD DE MEDELLÍN
Departamento de Ciencias Básicas
Maestría en Educación Matemática

Estudiantes: Gober Jaramillo Justinico y Jhon Alexander Nieto Muñoz
Institución Educativa María de los Ángeles Cano Márquez e Instituto Vicarial Jesús Maestro.
Grado Sexto

PRUEBA ESCRITA PARA LOS ESTUDIANTES

En las siguientes preguntas debes leer atentamente antes de contestar. Debes argumentar cada una de tus respuestas y los procedimientos que debes realizar para solucionar el ejercicio. Sea organizado con la información suministrada en cada una de las preguntas.

1. María compra en la tienda de su colegio un paquete de papitas por un valor \$1200, una gaseosa por valor de \$850 y un paquete de galletas por valor de \$550. ¿Cuánto dinero tuvo que cancelar María por el valor de los artículos?

2. Del anterior problema; si María cancela con un billete de \$10.000 ¿Cuánto dinero le sobrara a María?

Si solo lleva un billete de \$2000 ¿Cuánto dinero le hará falta para cancelar la totalidad de los artículos?

3. Carlos tiene 12 confites y su compañera de clase tiene 5 veces esa cantidad
¿Cuántos confites tiene la compañera de Carlos?

4. Según el problema anterior ¿Cuántos confites tiene de más la compañera de Carlos?

5. En la siguiente imagen se muestran 3 surtidores y un camión de gasolina. Si cada surtidor tiene una capacidad máxima de 214 litros y el camión de gasolina contiene 750 litros. ¿Qué cantidad de gasolina queda en el camión después de llenar los 3 surtidores?



6. El papá de Pedro recogió 60 huevos de su gallinero en una semana, si los organiza en cajas de 12 huevos. ¿Cuántas cajas necesita para colocar los 60 huevos?



Las siguientes preguntas son de tipo selección múltiple con única respuesta. Esto quiere decir que las preguntas de tipo constan de un enunciado y cuatro posibilidades de respuesta, entre las cuales debes escoger solo una, marca con una x dentro del paréntesis la que consideres correcta. Usa el espacio de la derecha para justificar tu respuesta.

7. El valor que tiene el dígito 6 en el número 1.346.724 es:

- a. Mil unidades
- b. 60.000
- c. 60 decenas
- d. 6 centenas

8. La manera correcta de representar la cantidad ochocientos cuarenta y tres mil seiscientos doce es:

- a. 8.406.120
- b. 84.612
- c. 840.612
- d. 843.612

9. El valor que tiene el término que falta en la siguiente resta es: $42 - \square = 15$

- a. 17
- b. 27
- c. 7
- d. 37

10. En la siguiente operación “a veinte adicionarle cinco y a éste resultado réstele trece”, da como resultado final:

- a. 14
- b. 8
- c. 10
- d. 12



UNIVERSIDAD DE MEDELLÍN

Departamento de Ciencias Básicas

Maestría en Educación Matemática

Estudiantes: *Gober Jaramillo Justinico y Jhon Alexander Nieto Muñoz*

Institución Educativa María de los Ángeles Cano Márquez e Instituto Vicarial Jesús Maestro.

Grado Sexto

FICHA DE OBSERVACIÓN DEL DOCENTE

1. Qué recursos didácticos utiliza el docente en sus clases para estimular el aprendizaje de la suma y resta:

- a. Materiales concretos
- b. dibujos, diagramas, gráficas
- c. juegos Matemáticos
- d. Otros ¿Cuáles?

2. Cómo inicia y motiva el docente el tema de las operaciones aritméticas suma y resta:

- a. Realiza una reseña histórica
- b. Inicia con una situación problema
- c. Explica los algoritmos formales de la suma y la resta
- d. Otros ¿Cuáles?

3. El docente maneja un buen ambiente de trabajo en el aula de clase para la enseñanza de la suma y la resta:

- a. Excelente
- b. Bueno
- c. Regular
- d. Insuficiente

¿Por qué?

4. Se evidencia la planeación de la clase por parte del docente para la enseñanza de las operaciones suma y resta:

a. Siempre

b. Casi siempre

c. Algunas veces

d. Nunca

5. El docente permite la participación activa y constante de sus estudiantes:

6. Observaciones



UNIVERSIDAD DE MEDELLÍN

Departamento de Ciencias Básicas

Maestría en Educación Matemática

Estudiantes: Gober Jaramillo Justinico y Jhon Alexander Nieto Muñoz

Institución Educativa María de los Ángeles Cano Márquez e Instituto Vicarial Jesús Maestro.

Grado Sexto

FICHA DE OBSERVACIÓN DEL ESTUDIANTE

1. Elabora supuestos, los comunica y los valida.

- a. Siempre
- b. Casi siempre
- c. Algunas veces
- d. Nunca

2. Reconoce situaciones análogas a las propuestas en los diferentes ejercicios o problemas planteados.

- a. Siempre
- b. Casi siempre
- c. Algunas veces
- d. Nunca

3. Utiliza de manera apropiada estrategias de resolución para el desarrollo de un problema.

- a. Siempre
- b. Casi siempre
- c. Algunas veces
- d. Nunca

¿Cuáles?

4. Optimiza el procedimiento para la solución de un ejercicio o problema.

- a. Siempre
- b. Casi siempre
- c. Algunas veces
- d. Nunca

5. Se muestra motivado y participativo en el desarrollo de la clase.

- a. Siempre
- b. Casi siempre
- c. Algunas veces
- d. Nunca

6. Observaciones:

BIBLIOGRAFÍA

Blanco, N., y Cristóbal, O. (2007). *Programa de intervención para favorecer el aprendizaje de las operaciones suma y resta en un grupo de alumnos de segundo grado de primaria*. (Tesis de Licenciatura). Universidad Pedagógica Nacional. México.

Caballero, S. (2005). *Un estudio transversal y longitudinal sobre los conocimientos informales de las operaciones aritméticas básicas en niños de educación infantil*. (Tesis de Doctorado). Universidad Complutense de Madrid. Madrid.

Chica, S., Galvis, D., y Ramírez, A. (2009). *Determinantes del rendimiento académico en Colombia: pruebas ICFES Saber 11, 2009*. Universidad EAFIT. Medellín.

Departamento Nacional de Planeación. (2010). *Bases del Plan Nacional de Desarrollo*. Recuperado de http://www.cna.gov.co/1741/articles-311056_PlanNacionalDesarrollo.pdf

Feo, R. (2010). *Orientaciones básicas para el diseño de estrategias didácticas*. *Tendencias Pedagógicas*, No 16, 220-235.

Gobernación de Antioquia. (2012). *Línea estratégica- la educación como motor de transformación de Antioquia*. Recuperado de http://www.antioquia.gov.co/Plan_de_desarrollo_2012.../6_Linea_2.

Godino, J. (2003). *Sistemas numéricos y su didáctica para maestros*. Granada: Editorial Universidad de Granada.

González, M., y Sáenz, C. (2011). *Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes PISA 2012. Guía de orientación estudio piloto*. Recuperado de http://evaluacion.educacionbogota.edu.co/.../1guia%20orientacion%20pisa_20...

Instituto Vicarial Jesús Maestro. (2012). *Manual de Convivencia. Proyecto Educativo Institucional*.

Institución Educativa María de los Ángeles Cano Márquez. (2010). *Manual de Convivencia. Proyecto Educativo Institucional*.

Lozzada, J., y Ruíz, C. (2011). *Estrategias Didácticas para la enseñanza-aprendizaje de la multiplicación y división en alumnos de primer año*. (Tesis de Licenciatura). Universidad de los Andes. Trujillo.

Martínez, M. H. (2012). *Implementación y creación de herramientas didácticas que afiancen las cuatro operaciones básicas de la aritmética de los números naturales*. (Tesis de Maestría). Universidad Nacional de Colombia. Bogotá.

Méndez, R., y Villamizar, G. (2013). Resultados Pruebas Saber 3°, 5° y 9° *Aplicación realizada en octubre de 2012*. Recuperado de <http://www2.icfes.gov.co/resultados/.../57-guia-para-la-lectura-e-interpretacion>

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Serie lineamientos curriculares Matemáticas*. Recuperado de http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-339975_matematicas.pdf

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Visión 2019. Educación Propuesta para discusión*. Recuperado de <http://www.plandecenal.edu.co/Archivos/Vision-2019.pdf>

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Estándares básicos de competencias en matemáticas. Lineamientos curriculares*. Recuperado de http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf

Ministerio de Educación Nacional. (2007). *Resultados de Colombia en TIMSS*. Recuperado de <http://www.icfes.gov.co/.../15-informe-resultados-de-colombia-en-timss-2007->

Ortega, T. (1996). *Modelo de valoración de textos matemáticos. Análisis Matemático y Didáctica de la Matemática*, 4-12.

Piaget, J. (1991). *Seis estudios de psicología*. Barcelona: Editorial Labor, S.A.

Ramírez, M. (2009). *Modelos de enseñanza con la técnica de casos*. En M. Ramírez. Paradigma, Modelo, Método, Técnica y Estrategia (pp. 1-3). México: Monterrey.

Romero, M. (2013). *Elaboración y aplicación de una Guía de Utilización de Recursos Didácticos, EDITA para desarrollar la Inteligencia Lógica – Matemática en los niños y niñas del jardín Luis Humberto Sancho paralelo F de la ciudad de Riobamba, en el período marzo- julio del 2011*. (Tesis de Maestría). Universidad Nacional de Chimborazo. Riobamba.

Socas, M., y Camacho, M. (2003). *Conocimiento Matemático y Enseñanza de las Matemáticas en la Educación Secundaria. Algunas Reflexiones*. En boletín de la Asociación Matemática Venezolana. (pp. 151-170).

UNESCO. (2008). *Los aprendizajes de los estudiantes de América Latina y el Caribe. Primer reporte de los resultados del Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo*. Recuperado de [http:// unesdoc.unesco.org/images/0016/001606/160660s.pdf](http://unesdoc.unesco.org/images/0016/001606/160660s.pdf)

Velasco, M., y Mosquera, F. (2012). *Estrategias didácticas para el Aprendizaje Colaborativo*.

Villarroel, J. (2009). *Investigación sobre el conteo infantil*. Didáctica de la matemática y de las ciencias experimentales.

Yépez, T. (2004). *Diseño y Aplicación de un taller del juego como estrategia de reforzamiento en la enseñanza de las operaciones Básicas y Fracciones en niños de la II Etapa de Educación Básica*. Informe Final del Seminario de Investigación Educativa. (pp. 29-84).