



MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA  
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

**EDUCACIÓN MATEMÁTICA CRÍTICA Y ANÁLISIS DIDÁCTICO: UNA  
PROPUESTA DE CONSTRUCCIÓN DE SABERES MATEMÁTICOS EN  
CONTEXTOS DE CONFLICTO SOCIAL EN LA INSTITUCIÓN  
EDUCATIVA NUEVO HORIZONTE DE LA CIUDAD DE MEDELLÍN**

**YURIANA RAQUEL CÁRDENAS SIERRA  
DIEGO ALEJANDRO MUÑOZ RESTREPO**

Medellín  
2014



MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA  
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

EDUCACIÓN MATEMÁTICA CRÍTICA Y ANÁLISIS DIDÁCTICO: UNA  
PROPUESTA DE CONSTRUCCIÓN DE SABERES MATEMÁTICOS EN  
CONTEXTOS DE CONFLICTO SOCIAL EN LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA  
NUEVO HORIZONTE DE LA CIUDAD DE MEDELLÍN

YURIANA RAQUEL CÁRDENAS SIERRA  
DIEGO ALEJANDRO MUÑOZ RESTREPO

Trabajo de grado para optar al título de magister en educación matemática

EVELIO BEDOYA MORENO,  
PhD. Doctor en Matemáticas

Medellín  
Junio, 2014

## *DEDICATORIA*

*A nuestras familias, quienes apoyaron nuestro proceso,  
a nuestros estudiantes, quienes nos invitan  
a aprender y desaprender  
en el constante interactuar con el saber.*

## AGRADECIMIENTOS

A nuestras familias por impulsar nuestra dedicación, a nuestros maestros de la maestría quienes brindaron todo su conocimiento para ser puesto en práctica en pro del mejoramiento de la enseñanza de las matemáticas y del compromiso con la vida de nuestros estudiantes.

A nuestro asesor el Profesor Evelio Bedoya Moreno por su guía, apoyo y revisión constante, a Javier Suarez nuestro maestro quien estuvo dispuesto a ayudarnos en el alcance de los objetivos propuestos, con la recomendación de textos y aportando ideas del toque investigativo implícito de este trabajo, que fueron, entre otros, los aportes valiosos que nos permitieron llegar hasta la meta propuesta.

## CONTENIDO

<b>RESUMEN</b> .....	9
Palabras Clave .....	10
ABSTRACT .....	10
<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	12
CAPITULO I.....	14
EL PROBLEMA DE ESTUDIO.....	14
1.1. OBJETIVOS.....	16
1.1.1. Objetivo general .....	16
<b>1.1.2. Objetivos específicos</b> .....	16
<b>1.2. JUSTIFICACIÓN</b> .....	16
CAPITULO II .....	19
MARCOS CONCEPTUAL Y DE REFERENCIA.....	19
2.1. EDUCACIÓN MATEMÁTICA CRÍTICA .....	20
2.2. PENSAMIENTO CRÍTICO.....	22
2.3. CONTEXTO Y EDUCACIÓN MATEMÁTICA.....	26
2.4. COMPETENCIAS .....	28
2.5. LAS COMPETENCIAS DEL MAESTRO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA.....	30
<b>2.6. TRABAJO COLABORATIVO</b> .....	36
2.7. EDUCACIÓN MATEMÁTICA CRÍTICA Y LAS TIC .....	36
2.8. PROPUESTA Y MÓDELO PEDAGÓGICO .....	38
2.9. PROPUESTA E INTEGRACIÓN DE LAS TIC .....	39
AULA VIRTUAL INTELIGENTE .....	41
MULTIMEDIA .....	42
WIKI.....	43
<b>2.10. UNIDAD DIDÁCTICA</b> .....	44
CAPITULO III .....	47
MARCO Y DISEÑO METODOLÓGICO .....	47
3.1. ETAPA INICIAL.....	55

3.2. ESTRUCTURACIÓN DE LA IAP: NEGOCIAR PARA CONSTRUIR EL PROGRAMA	56
3.3. DESARROLLAR Y EVALUAR LO REALIZADO	57
CAPITULO IV	60
<b>RECONSTRUCCIÓN Y ANÁLISIS DE LA EXPERIENCIA</b>	60
<b>4.1. EL ANÁLISIS DIDÁCTICO</b>	60
<b>4.2. ANALISIS DE CONTENIDO</b>	61
<b>4.2.1. Historia</b>	61
<b>4.2.2. Relación con las secciones cónicas</b>	69
<b>4.3. ANÁLISIS COGNITIVO</b>	74
CAPITULO V	78
<b>PROPUESTA DE INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA: “EDUCACIÓN MATEMÁTICA CRÍTICA Y ANÁLISIS DIDÁCTICO: UNA PROPUESTA DE CONSTRUCCIÓN DE CONOCIMIENTOS MATEMÁTICOS CON ESTUDIANTES EN SITUACIÓN DE FRONTERA. LA UNIDAD DIDÁCTICA VIRTUAL</b>	78
<b>5.1. ESCENARIOS DE APRENDIZAJE TRABAJADOS EN LA PROPUESTA DIDÁCTICA</b>	83
<b>5.2. PRUEBA DE VALORACIÓN DE LA PROPUESTA DIDÁCTICA</b>	87
<b>5.3. PRUEBA PILOTO</b>	97
CAPITULO VI	104
<b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES FINALES</b>	104
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	110
<b>ANEXOS</b>	122
<b>Anexo A. Unidad virtual de aprendizaje</b>	122
<b>Anexo B. Registro fotográficos</b>	126

## LISTADO DE FIGURAS

<b>Figura 1.</b> Estructuración de las competencias de los maestros de educación matemática.....	33
<b>Figura2.</b> Representación y clasificación de secciones cónicas.....	68
<b>Figura 3.</b> Métodos de representación.....	73
<b>Figura 4.</b> Sistemas de representación.....	73
<b>Figura 5.</b> Situaciones de la vida real.....	79
<b>Figura 6.</b> Plan Dalto.....	82
<b>Figura 7.</b> Paradigma del ejercicio escenario de aprendizaje 1 (EA1).....	83
<b>Figura 8.</b> Escenarios de investigación aprendizaje 2 (EA 2).....	84
<b>Figura 9.</b> Semirealidad del Paradigma del ejercicio EA 3.....	84
<b>Figura 10.</b> Paradigma del ejercicio escenario de aprendizaje 3.....	85
<b>Figura 11.</b> Paradigma del ejercicio escenario de aprendizaje 4.....	86
<b>Figura 12.</b> Paradigma del ejercicio escenario de aprendizaje 5.....	87
<b>Figura 13.</b> Escenarios de Investigación escenario de aprendizaje 6.....	87
<b>Figura 14.</b> Encuesta.....	88

## LISTADO DE TABLAS

<b>Tabla 1.</b> Competencias de los maestros de educación matemática.....	33
<b>Tabla 2.</b> Paradigma de ejercicio y escenario de la investigación.....	79
<b>Tabla 3.</b> Actividad de exploración que se dé.....	80
<b>Tabla 4.</b> Actividad de aplicación.....	81
<b>Tabla 5.</b> Escenarios de aprendizaje 1-2 propuesta didáctica.....	83
<b>Tabla 6.</b> Escenarios de aprendizaje 3-4 propuesta didáctica.....	84
<b>Tabla 7.</b> Escenarios de aprendizaje 5-6 propuesta didáctica.....	86



## RESUMEN

En el presente documento se presenta el proceso de desarrollo y análisis de una propuesta didáctica sobre secciones cónicas que integra las tecnologías de la información y la comunicación, en el grado décimo de una Institución Educativa de la ciudad de Medellín (I.E. Horizonte), la cual se encuentra situada en un contexto de conflicto social.

Esta propuesta se basa en reflexiones hechas desde perspectivas conceptuales y metodológicas de la Educación Matemática Crítica (Valero & Skovsmose, 2012) y el Análisis Didáctico (Rico, Lupiáñez y Molina, 2013; Bedoya, 2002; Gutiérrez, Bedoya y Rico, 2013). El Análisis Didáctico (AD) es concebido por estos autores como una estrategia de desarrollo e innovación curricular y de formación profesional de los docentes de matemáticas. En este sentido se ha tenido en cuenta para desarrollar, implementar y evaluar una unidad didáctica sobre el contenido matemático mencionado, integrando TIC. Esto ha permitido diseñar o elaborar un modelo de enseñanza y aprendizaje que incorpora un sistema geométrico y computacional, de carácter dinámico e interactivo, que articula múltiples opciones (registros) de representación y cálculo simbólico, relacionados con situaciones y problemas reales que pueden facilitar al profesor la enseñanza y a los estudiantes la comprensión y construcción del conocimiento matemático en cuestión.

Los análisis y reflexiones relacionadas tanto con la formulación general de la propuesta como con su implementación y evaluación se han llevado a cabo teniendo en cuenta aportes de la Educación Matemática Crítica (EMC), la cual propone considerar las perspectivas y contextos de los sujetos participantes (estudiantes y profesores) en relación con sus prácticas, concepciones y roles. De este modo se ha intentado que el trabajo aporte a los participantes elementos estratégicos y adecuados que potencien sus procesos formativos integrales, en relación con la

construcción social (dialógica) de conocimiento usando TIC, de tal manera que les ayude a enfrentar los desafíos del mundo actual, mediante el ejercicio del pensamiento crítico, fomentando la confianza, la autonomía y la democracia, en el contexto institucional educativo y de su comunidad.

#### Palabras Clave

Pensamiento matemático, Conocimiento, Conocimiento matemático, Contexto, Conflicto social, Matemática.

#### ABSTRACT.

Presents educational intervention proposal for the construction of mathematical knowledge on conic sections, designed from the pedagogical and methodological guidelines of critical mathematics education. (Valero & Skovmose 2012) and proposing a virtual environment of ICT integration where service and develop new ways of teaching and learning of mathematics, which allow the trainee to acquire experiences in settings that will facilitate their own construction Remember tics using educational purposes in the service of teaching mathematical processes to incorporate dynamic and interactive learning systems with multiple display options, manipulation, symbolic computation and visualization of real situations (Bedoya, Gutierrez & Rico, 2013).

Through this communication, intends to publicize advances in the development of a didactic proposal on Conic sections that integrates ICT into tenth grade from the educational institution in the city of Medellin new horizon, which is placed in the context of social conflict. This proposal is based on reflections made from Critical Mathematics Education (Valero &

Skovsmose, 2012) and the Teaching Analysis (Rico, Lupiáñez and Molina, 2013; Bedoya, 2002; Gutiérrez, Bedoya and Rico, 2013).

The Didactic Analysis (AD) is conceived by these authors as a development strategy and curricular innovation and training of teachers of mathematics in this sense has been taken into account to develop, implement and evaluate a teaching unit on the content mathematician, integrating ICT, which was used to develop a model of teaching and learning that incorporates geometric and computational, dynamic and interactive systems that coordinate multiple options (registers) of representation, visualization, manipulation and symbolic computation involving situations and real problems to facilitate understanding and construction of knowledge by students.

The insights and analysis related to both the general formulation of the proposal and its implementation have been carried out taking into account contributions of Critical Mathematics Education, which proposes to consider the perspectives and contexts of the participating subjects (students and teachers) in relation to their practices, concepts, roles and development. Thus attempts have been made to work by contributing participants strategic and appropriate elements that enhance its training and processes, in relation to the social construction (dialogue) knowledge using contemporary technologies, so that will help them meet the challenges the world today, through the exercise of critical and self-critical thinking, fostering trust and autonomy in the educational institutional context and community.

*Key Words*

Mathematical thinking, Knowledge, Mathematical knowledge, Context, Social conflict, Math

## INTRODUCCIÓN

La Didáctica de las Matemáticas en general y el Análisis Didáctico en particular (Rico, Lupiáñez y Molina, 2013; Bedoya, 2002; Gutiérrez, Bedoya y Rico, 2013), está referida al estudio de la tarea de enseñar y aprender conocimientos matemáticos e implica la transformación de contenidos disciplinarios en proyectos o propuestas de enseñanza, que se expresan en estructuras conceptuales y estrategias procedimentales (modelos didácticos) orientadas hacia la apropiación del objeto de estudio, asegurando un aprendizaje efectivo. Esto implica una articulación entre el conocimiento como producción objetiva (lo epistemológico-objetivo) y el conocimiento como problema de aprendizaje (lo epistemológico-subjetivo) (Díaz Barriga, 1985).

Complementariamente, nuestro marco teórico de referencia se estructura bajo un enfoque de la Educación Matemática Crítica (EMC) y sigue la línea de pensamiento de los autores Valero & Skovsmose (2013), que posibilita la construcción de una propuesta didáctica integradora de saberes instruccionales, curriculares y formativos de los profesionales en educación matemática. Esta propuesta debe crear conexiones entre el contexto, el conocimiento matemático, didáctico, tecnológico y el aula, adoptando principios y un modelo didáctico de tipo socio constructivista para el estudio de los procesos de enseñanza y aprendizaje, en nuestro caso de las secciones cónicas, en el grado décimo de la Institución Educativa Horizonte de la ciudad de Medellín, la cual, tal como se ha dicho se encuentra situada en un contexto de conflicto social.

Desde el punto de vista metodológico, la reflexión planteada consiste en la Sistematización de una experiencia curricular o didáctica, que tiene en cuenta las diversas facetas implicadas y tipos de conocimientos requeridos (conocimiento amplio del contenido especializado, de los estudiantes y de las interacciones en el aula, entre otros). Las herramientas teóricas, didácticas y tecnológicas presentadas en este trabajo, convenientemente adaptadas, pueden ser usadas por los

educadores para fundamentar cambios en el proceso de enseñanza-aprendizaje transformando las prácticas de aula.

En términos generales el trabajo se compone de 6 capítulos. El primer capítulo se compone de cuatro partes, la primera corresponde a la introducción, en donde se muestra una visión panorámica de esta propuesta planteando la investigación; las tres partes restantes incluyen el problema y la pregunta de investigación, los objetivos y la justificación que sirvieron para obtener una mirada del por qué y las motivaciones que llevaron a la realización y ejecución de este trabajo. En el segundo capítulo se presentan los marcos teóricos y de referencia que estructuran y guían la propuesta. El tercer capítulo contiene la metodología que consiste en el marco y el diseño metodológico con una visión general del tipo de estudio y una descripción detallada del cómo se realiza la recolección, procesamiento y análisis de los datos. El cuarto capítulo corresponde al análisis de los hallazgos a partir de categorías estructuradas desde la reflexión crítica y el análisis didáctico. El quinto capítulo contiene las conclusiones y recomendaciones. El sexto capítulo presenta las referencias bibliográficas y por último se encuentran los anexos.

Además de contribuir con la enseñanza y aprendizaje de las secciones cónicas, esta investigación pretende impulsar innovaciones pedagógicas, en este caso la inserción de la tecnología para el desarrollo de las actividades de clase dando evidencia de como esta se convierte en una herramienta eficaz y de gran alcance en la consecución de aprendizajes más duraderos.

### **EL PROBLEMA DE ESTUDIO**

En las prácticas cotidianas, muchos profesores de matemáticas suelen encontrar que la enseñanza de las matemáticas se haya desprovista de sentido y significado para la mayoría de los estudiantes, presentándose en muchos casos fobias, apatía y rechazo hacia la asignatura. Probablemente esto tiene consecuencia para la comprensión y aprendizaje de esta disciplina por parte de los estudiantes a lo largo de su vida escolar.

Por otra parte, es frecuente observar que las prácticas pedagógicas de los docentes son de estilo tradicional; por ejemplo, la mayoría de los maestros realizan clases magistrales que poco permiten la interacción de los estudiantes con el objeto de estudio, olvidándose de que el proceso de aprendizaje puede darse en diversos escenarios, que la variedad aumenta la motivación de los estudiantes y promueve la construcción de los aprendizajes.

Así mismo, en la Institución Educativa Nuevo Horizonte, el área de matemáticas es una de las que presenta desempeño bajo, siendo evidente en los resultados de las pruebas saber y saber pro, demostrando claramente que los estudiantes tienen grandes problemas en habilidades propias del pensamiento matemático.

La experiencia muestra, conjuntamente con los índices de pérdida, deserción y rendimiento, que cada vez se les hace más difícil a nuestros estudiantes comprender las matemáticas, y creemos a manera de hipótesis que esto trae como consecuencia apatía y aversión creciente hacia esta disciplina. Creemos también que esta situación puede deberse al modelo tradicional generalizado de enseñanza y aprendizaje de los conocimientos matemáticos, implementado desde

los primeros años de escolaridad, fomentando un aprendizaje por imitación y repetición de las ideas fundamentales o básicas de la aritmética, álgebra y geometría, las cuales constituyen a su vez las nociones básicas sobre los cuales se apoyan y desarrollan más adelante otros contenidos.

Dicho de otra manera, se considera en este trabajo que esta situación puede deberse a la falta de modelos didácticos o de enseñanza que a lo largo de la escolaridad de los estudiantes revista de sentido a las matemáticas, más allá de un enfoque que denominamos como tradicional, basado en la memorización. Estos nuevos modelos deben tener carácter didáctico innovador, considerar aspectos históricos en el desarrollo de los conceptos y problemas, e intentar el desarrollo o construcción de competencias basadas en el reconocimiento de algunos de los elementos matemáticos vinculados al entorno o contexto de los estudiantes. A partir de estos criterios, se considera que el maestro debe o puede desarrollar propuestas y estrategias metodológicas múltiples que contribuyan a desarrollar habilidades de pensamiento matemático en los estudiantes para un aprendizaje de las matemáticas con sentido y significado.

Precisamente, este es el carácter de la propuesta de unidad didáctica que hemos querido diseñar, implementar y evaluar como experiencia didáctica, referida a la enseñanza y aprendizaje de las secciones cónicas en el grado decimo de la Institución Educativa Nuevo Horizonte de la ciudad de Medellín. Y para ello, nos basaremos en referentes de la educación matemática crítica y del análisis didáctico. Para efectos de la Sistematización de la Experiencia, se considera la siguiente pregunta problema eje del proceso de sistematización.

**Pregunta problema:**

¿Cómo articular contexto sociocultural y contenido matemático en el aula utilizando TIC, desde la perspectiva de la educación matemática crítica y del análisis didáctico como referentes conceptual y procedimental (metodológico)?

## **1.1. OBJETIVOS**

### **1.1.1. Objetivo general**

Realizar una reflexión crítica de la educación matemática crítica, utilizando el análisis didáctico para crear conexión entre el contexto, el conocimiento matemático, las TIC y el aula.

### **1.1.2. Objetivos específicos**

- Identificar y describir los conocimientos que los docentes de educación matemática requieren para la construcción de una propuesta de unidad didáctica sobre secciones cónicas utilizando TIC.
- Articular la reflexión crítica desde la perspectiva de la Educación Matemática Crítica (EMC) al formular o considerar una propuesta de intervención didáctica para la enseñanza de las secciones cónicas utilizando TIC en una Institución Educativa en contexto de conflicto social.

## **1.2. JUSTIFICACIÓN**

El conocimiento matemático es fundamental en el desarrollo intelectual de los estudiantes porque ayuda a desarrollar habilidades o estrategias de pensamiento, y más aún a aprender. Cuando el conocimiento se transforma en un instrumento útil o en una situación problemática, entonces se prefiere usar el término “saber”. Naturalmente, no hay un acuerdo unánime con respecto a esta acepción semántica, pero esta posición es muy interesante, para quienes estudian el aprendizaje, ya que muestra cómo el aprendizaje es la evolución explícita del aprendizaje natural de conocimiento hacia el “saber”.(D’Amore *et, al*, 2008). Además, ofrece las competencias básicas e indispensables para incorporarse en el medio laboral. Es importante que la comunidad educativa entienda que la matemática se hace agradable y asequible en la medida en que haya una adecuada



comunicación y participación de todos mediante la exploración, abstracción, clasificación, medición y estimación, lo cual permita socializar los resultados, hacer interpretaciones y representaciones de su realidad circundante.

Aparte de lo anterior, la matemática se relaciona directamente con el desarrollo del pensamiento racional, la ciencia, la tecnología y contribuye a la formación de ciudadanos responsables que propenden por el logro de valores sociales y el establecimiento de nexos con el mundo exterior.

Teniendo en cuenta dichos planteamientos y apoyados desde los lineamientos curriculares; el proyecto *Educación Matemática Crítica Una Propuesta De Construcción De Saberes Matemáticos En Contextos De Conflicto Social* pretende desarrollar y profundizar el estudio de las secciones cónicas a partir de la creación de espacios de interacción, que dinamicen los procesos pedagógicos en relación con el aprendizaje significativo de las matemáticas desde una pedagogía activa, reflexiva, dinámica y aplicable en su entorno inmediato, reconociendo el contexto escolar como un elemento de interacción que posibilita el desarrollo de saberes en relación a la construcción de conceptos matemáticos.

La enseñanza de las matemáticas debe tener la misión de crear en el estudiante hábitos de pensar, razonar e interpretar, además de hacerlo sentir importante como ente que puede crear, descubrir y transformar, manteniendo presente la necesidad de servir como miembro de una comunidad. El aprendizaje de las matemáticas es más efectivo cuando el estudiante está motivado, por ello resulta fundamental que las actividades de aprendizaje despierten su curiosidad y correspondan a la etapa de desarrollo en la que se encuentran y además se relacionen con las situaciones de la vida cotidiana, lo cual puede ser más complicado en condiciones desfavorables, sin embargo, esto más que ser una condición se debe convertir en un motivo que transforme la manera como conciben el saber. Es así, como las matemáticas se deben considerar

desde una concepción social en la medida en que se tenga en cuenta los intereses, necesidades y expectativas de los estudiantes, su valor principal está en que organiza y da sentido a una serie de prácticas, para cuyo dominio hay que dedicar esfuerzo individual y colectivo.

En este caso Wittgenstein argumenta que, en la comprensión de las matemáticas como prácticas sociales —cada cual con sus reglas, aunque mantengan, entre ellas, semejanzas de familia—, tiene la ventaja de no verlas como dogmáticas, en la medida en que tal comprensión no impone un único o mismo juego de lenguaje para todas esas prácticas; es decir, no juzga esos diferentes juegos a partir de reglas de un único juego tenido como superior o referencial (Wittgenstein 1989p. 231).

Tomamos como referencia para este análisis, el concepto de *práctica social* propuesto por Miguel y Miorim:

*“Práctica social es toda acción o conjunto intencional y organizado de acciones físico-afectivo-intelectuales, realizadas, en un tiempo y espacio determinados, por un conjunto de individuos, sobre el mundo material y/o humano, y/o institucional, y/o cultural, acciones éstas que, por ser siempre, y en cierta medida, y por un cierto período de tiempo, valorizadas por determinados segmentos sociales, adquieren una cierta estabilidad, y se realizan con cierta regularidad” (2004: 27).*

La tarea del educador matemático conlleva entonces una gran responsabilidad, puesto que las matemáticas son una herramienta intelectual potente, cuyo dominio proporciona privilegios y ventajas intelectuales, que además debe valorar la importancia que tienen los procesos constructivos y de interacción social en la enseñanza y en el aprendizaje de las matemáticas.

## CAPITULO II

---

---

*Los encantos de esta ciencia sublime, las matemáticas, sólo se le revelan a aquellos que tienen el valor de profundizar en ella.*

*Carl Friedrich Gauss*

### **MARCOS CONCEPTUAL Y DE REFERENCIA**

En la búsqueda de una perspectiva más democrática de la matemática, cada vez más accesible para todos y que abarque las necesidades de los sujetos, integrando la cotidianidad y las tecnologías contemporáneas, se identifica como corriente orientadora de la enseñanza y el aprendizaje la Educación Matemática Crítica (EMC), la cual propone resaltar el valor del contexto subjetivo como recurso para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. En particular, se ha intentado realizar una adaptación a éste contenido disciplinario y al contexto, las propuestas de Boisvert sobre la formación y desarrollo de pensamiento crítico (Boisvert (2004).

Con estos marcos teóricos y prácticos de referencia contextual y conceptual, se busca indagar sobre las posturas de los docentes y estudiantes en relación con algunas perspectivas de la EMC y la forma como se desarrolla el saber matemático en estudiantes en situación de frontera<sup>1</sup>, a fin de identificar una didáctica diferente que los integre y los haga partícipes dentro de los procesos escolares en relación a la educación matemática.

---

<sup>1</sup> Frontera se explora la relación entre los conceptos de pobreza y vulnerabilidad social. Se asume la primera como escasez de ingresos monetarios para cubrir necesidades básicas alimentarias y no alimentarias de los hogares y la segunda como el impacto que provocan eventos económicos, sociales y ambientales extremos, sobre las capacidades de las personas y las comunidades. Se utiliza la revisión de estadísticas latinoamericanas y se revisa la situación de Colombia a partir de fuentes secundarias de información. Se observan y describen sinergias entre pobreza y

Por tal razón se hace prioritario determinar o definir aquellos conceptos que validan el accionar de la propuesta.

A continuación se presenta una breve descripción de conceptos que dan fundamento teórico a la propuesta de intervención pedagógica: una propuesta de construcción de saber matemático en contextos de conflicto social.

## **2.1. EDUCACIÓN MATEMÁTICA CRÍTICA**

La Educación Matemática Crítica (EMC) es una corriente filosófica dentro de la investigación en didáctica de las matemáticas, que se aboca al estudio de la matemática y la educación matemática, pero desde una perspectiva en la que se destaca su rol en la sociedad, así como su relación con la justicia social, la equidad y la democracia.

El término Critical Mathematic Education por sus siglas en español (EMC) fue introducida en los años ochenta en Estados Unidos por Marilyn Frankenstein (1983) y en Europa por Ole Skovsmose (1985). Aunque se pueden encontrar antecedentes de la EMC en los trabajos tempranos de investigadores como D'Ambrosio (1985), Niss (1983) y Mellin-Olsen (1987), algunos académicos consideran al danés Ole Skovsmose como el "padre" de la EMC por conducir los desarrollos en este dominio a un lugar prominente dentro del campo de la investigación en Didáctica de las Matemáticas (DM).

De acuerdo a Ernest (2010), Skovsmose fue la primera persona en conectar de manera explícita la Teoría Crítica (desarrollada a partir del trabajo de la Escuela de Frankfurt hacia mediados del siglo veinte) con la educación matemática. Este elemento crítico se manifiesta en la manera en que la EMC aborda el estudio de la matemática y la educación matemática.

---

vulnerabilidad, como elementos esenciales que se encuentran en los ámbitos del trabajo, del capital humano, del capital social y del capital físico.

En el texto “Educación Matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas”, Valero y Skovmose (2012), definen la educación matemática crítica como una perspectiva que privilegia la conceptualización del aprendizaje y enseñanza de las matemáticas y la investigación misma sobre estas como prácticas sociopolíticas.

Como filosofía educativa, término utilizado por Skovsmose, (1994a; Vithal, 2000a) se define como una estrategia para abordar el riesgo de una educación matemática que contribuya a la creación de ciudadanos con posturas críticas hacia los efectos devastadores de las matemáticas en la sociedad.

Las matemáticas son una parte central de nuestra cultura basada en la tecnología y puesto que ellas ejercen muchas funciones. D’Ambrosio (1994) ha usado una formulación más fuerte que enfatiza que las matemáticas hacen parte de nuestras estructuras tecnológicas, militares, económicas y políticas, y como tal se convierten en una fuente tanto de maravillas como de horrores.

Como primer acercamiento a la educación matemática Skovsmose y Nielsen, (1996). Consideran, en primer lugar, dentro de la educación matemática crítica “el desarrollo de la alfabetización matemática” como una competencia similar a la de la alfabetización descrita por Freire.

Esta alfabetización matemática no sólo se refiere a unas destrezas matemáticas, sino también, a la competencia para interpretar y actuar en una situación social y política que ha sido estructurada por las matemáticas. En segundo lugar, la educación matemática crítica se preocupa por el desarrollo de una educación matemática que sustente la democracia, lo cual quiere decir que la micro sociedad del salón de clase de matemáticas debe encarnar aspectos democráticos. La educación matemática crítica recalca el hecho de que las matemáticas no son simplemente una

materia que debe enseñarse y aprenderse, sin importar si los procesos de aprendizaje se organizan de acuerdo con los principios de los enfoques constructivistas o socioculturales del aprendizaje.

Siguiendo la directriz de la propuesta, es necesario reconocer el pensamiento crítico como un elemento de formación de nuevos ciudadanos y de gran importancia dentro de la concepción educativa en Colombia.

## **2.2. PENSAMIENTO CRÍTICO**

Dentro de la propuesta de intervención, se concibe el pensamiento crítico como un proceso de construcción social mediado por la interacción de los sujetos en donde el entorno y los estímulos o acciones de enseñanza-aprendizaje contribuyen al desarrollo de competencias y saberes matemáticos.

Retomando como una de las funciones elementales de la educación en Colombia la del desarrollo de la capacidad crítica y analítica que fortalezca el avance científico y tecnológico y que justifica la formación y estructuración de un pensamiento crítico a fin de que los estudiantes consigan resultados de aprendizajes reconocidos y mensurables, especialmente en lectura, escritura, aritmética y competencias prácticas.

El pensamiento crítico, como proceso cognitivo, permite la construcción de un nuevo conocimiento y la utilización estratégica del mismo en la solución de problemas presentes en la vida cotidiana. En la enseñanza de la matemática, además de favorecer la construcción y comprensión de conceptos, se debe apoyar el desarrollo de habilidades cognitivas que le permitan al estudiante transformar su contexto en busca de mejorar la calidad de vida.

En un estudio pionero en el pensamiento crítico y la educación en 1941, Edward Glaser, define el pensamiento crítico como:

*"La capacidad de pensar de manera crítica, tal como se concibe en este volumen, implica tres cosas: (1) una actitud de estar dispuesto a considerar de una manera reflexiva los problemas y asuntos que entran dentro del rango de las experiencias de uno, (2) conocimiento de los métodos de investigación lógica y el razonamiento, y (3) una cierta habilidad en la aplicación de esos métodos".*

El pensamiento crítico comprende las capacidades y actitudes que desempeñan un papel principal en el proyecto de analizar y dominar las innumerables informaciones que caracterizan el contexto social actual.

Así mismo, proporciona a los estudiantes las herramientas necesarias para saber el tipo de conocimiento que deben utilizar en determinada situación, además analiza la estructura y consistencia de los razonamientos de las opiniones o afirmaciones que la gente acepta como verdaderas en el contexto de la vida cotidiana. El pensamiento crítico se basa en valores intelectuales que tratan de ir más allá de las impresiones y opiniones particulares, por lo que requiere claridad, exactitud, precisión, evidencia y equidad.

Para la propuesta se considera el pensamiento crítico como el conjunto de habilidades cognitivas y disposiciones entre las cuales se tiene la interpretación, el análisis, la evaluación, la inferencia, la explicación y la auto regulación.

Dichas habilidades (propiamente dichas) de pensamiento matemático crítico de Boisvert (2004) considera tres categorías: básicas (como comparar, clasificar, ordenar); complejas, como las que se utilizan en situaciones o procesos de resolución de problemas donde hay que usar varias habilidades básicas de manera coordinada, lógica y eficazmente; y habilidades de carácter tanto intersubjetivas o Meta cognitivas. Intersubjetivas (como por ejemplo, revisar y valorar una diversidad de información y distinguir y elegir lo relevante de lo superfluo, o discutir, argumentar

y contra argumentar crítica y autocríticamente con otros integrantes de un grupo sobre resultados, respuestas y toma de decisión, entre otras).

En 1995 Romano, define 3 grandes categorías de habilidades de pensamiento (*thinking skills*):

Habilidades Básicas: constituyen la base de los procesos del pensamiento. Son relativas a la información, es decir, las que sirven para analizar, inferir, comparar, clasificar, sintetizar, predecir, etc.

Estrategias de pensamiento: Representan los conjuntos de operaciones que se efectúan en secuencia - resolución de problemas, toma de decisiones, pensamiento crítico, formación de conceptos, pensamiento creativo, etc.

Habilidades metacognitivas: Permiten dirigir y controlar las habilidades básicas y las estrategias de pensamiento mediante las operaciones de planeación, vigilancia y evaluación que lleva a cabo el individuo por lo que atañe a los procesos de su pensamiento.

En este sentido Scriven & Paul (1987) plantean que :

*“El pensamiento crítico es el proceso intelectualmente disciplinado de manera activa y hábilmente conceptualizar, aplicar, analizar, sintetizar, y / o la evaluación de la información obtenida de, o generados por, la observación, la experiencia, la reflexión, el razonamiento o la comunicación, como una guía para la creencia y la acción. La claridad, la exactitud, la precisión, la coherencia, la pertinencia, la prueba de sonido, buenas razones, la profundidad, la amplitud y la equidad”.*

Implica el estudio de estas estructuras o elementos de pensamiento implícito en todo razonamiento: propósito, problema o pregunta en cuestión, supuestos, conceptos, fundamentos empíricos, razonamientos que conduce a conclusiones, implicaciones y consecuencias;



objeciones de puntos de vista alternativos, y el marco de referencia. Pensamiento crítico - en ser sensible con las cuestiones variables, problemas y efectos - se incorpora en una familia de modos entrelazados de pensamiento, entre ellos: el pensamiento científico, el pensamiento matemático, el pensamiento histórico, el pensamiento antropológico, el pensamiento económico, el pensamiento moral y filosófico pensando.

El pensamiento crítico tiene los siguientes componentes:

Un conjunto de información y creencias en la generación y procesamiento de conocimientos, y la costumbre, basada en el compromiso intelectual, de usar esas habilidades para guiar el comportamiento. Es así que puede contrastar con:

La mera adquisición y la retención de información por sí sola, porque se trata de una forma particular en la que se busca y se trata la información, la mera posesión de un conjunto de habilidades, ya que implica el uso continuo de ellos, y el mero uso de esas habilidades ("como un ejercicio") sin la aceptación de sus resultados.

El pensamiento crítico es, en definitiva auto-controlados, y la auto-corrección de pensar, auto-dirigido, auto-disciplinado. Presupone asentimiento a rigurosos estándares de excelencia y consciente dominio de su uso. Implica comunicación efectiva y habilidades de resolución de problemas y un compromiso para superar nuestro egocentrismo nativo y socio centrismo. (Tomado de Richard Paul y Linda Elder, La Mini guía para el Pensamiento Crítico Conceptos y herramientas de la Fundación para el Pensamiento Crítico, 2008).

El pensamiento crítico requiere un esfuerzo persistente para examinar cualquier creencia o supuesta forma de conocimiento a la luz de la evidencia que soporta y las nuevas conclusiones a las que tiende. También se requiere por lo general la capacidad de reconocer los problemas, encontrar medios viables para alcanzar esos problemas, recopilar y reunir la información pertinente, a reconocer supuestos y valores no declarados, para comprender y utilizar el lenguaje

con precisión, claridad, y la discriminación, para interpretar los datos, a evaluar la evidencia y evaluar argumentos, a reconocer la existencia (o inexistencia) de las relaciones lógicas entre las proposiciones, para sacar conclusiones y generalizaciones garantizadas, para poner a prueba las conclusiones y generalizaciones a la que uno llega, para reconstruir uno de los patrones de creencias sobre la base de la experiencia en general, y para hacer juicios precisos acerca de las cosas y cualidades específicas de la vida cotidiana.

### **2.3. CONTEXTO Y EDUCACIÓN MATEMÁTICA**

La propuesta valida la importancia del contexto como elemento que moviliza el accionar educativo para lo cual se da un papel fundamental en la construcción de saberes matemáticos mediante la educación matemática crítica.

El Contexto dentro de la educación matemática crítica busca realzar la intencionalidad transformadora, como medio de alfabetización que les posibilite a los estudiantes comprender y analizar críticamente la realidad circundante.

Desde la educación matemática crítica Paola Valero, define la palabra contexto como es aquello que “acompaña” a un “texto”, es decir, la serie de circunstancias que rodean un evento. Siendo esto evidenciado en el acto educativo cuando las múltiples particularidades de los entornos en los que se hallan inmersos los estudiantes y que pueden o no ser usados como eventos que motive la adquisición y el desarrollo de saberes. En la investigación en educación matemática este término algunas veces se ha usado para acordar tal significado. El contexto “está” y “es”, y aunque se considere que no necesariamente afecta lo que sucede en el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas, los sujetos se hallan inmersos en diversa situaciones sociales

personales e intelectuales que afectan y que interfieren de manera radical los procesos de aprendizaje.

Otra manera de conceptualizar este término es refiriéndose al contexto de “interacción” en el aprendizaje. Este tipo de concepción se hace evidente en investigaciones que adoptan una perspectiva socio-constructivista e interaccionista. En el aprendizaje de las matemáticas no sólo es necesario proveer a los estudiantes con actividades que permitan desarrollar procesos individuales de pensamiento, sino también es necesario abrir un espacio de interacción y negociación del significado matemático entre los mismos estudiantes, y entre el profesor.

Estos argumentos descritos por Valero nos permiten enunciar la importancia del contexto o de la situación de frontera desde las transformaciones sociales que se pudiesen generar a partir del trabajo en educación matemática así como el cambio de mecanismo de intervención en el proceso de enseñanza aprendizaje.

El contexto de interacción abarca no sólo los problemas y sus referencias matemáticas en relación a la vida real, sino también la manera como esos problemas se abordan en el aula a través de la cooperación entre los participantes.

Sin el contexto de interacción es imposible entender cómo operan la enseñanza y el aprendizaje en el medio en que se hallan inmersos los estudiantes y su relación con el saber en este caso el saber matemático.

De ahí surge la necesidad de relacionar la práctica social de la investigación en educación matemática crítica con la esfera de la práctica social de la enseñanza en el aula de matemáticas. El punto de unión de estas dos esferas de práctica es la construcción y reconstrucción de discursos que se encuentran y que se complementan.

Tal vez, uno de los mensajes más contundentes que surge de toda esta reflexión es la necesidad de reconocer y de hacer parte de la práctica investigativa y educativa y el efecto de nuestros discursos en la manera como concebimos lo que es la educación matemática.

Ninguna contribución a la construcción de una sociedad más justa e igualitaria puede surgir de discursos que adoptan una posición ingenua sobre la contribución intrínseca e inmediata de las matemáticas y el desarrollo de pensamiento matemático al bienestar social. Una verdadera contribución del discurso del maestro a la formación de mejores personas y a la construcción de una sociedad mejor se apoya en el reconocimiento que las palabras y acciones del maestro construyen el mundo material y social de múltiples maneras, y que, en esta construcción, siempre hay alguien que pierde y alguien que gana. En el momento en que los discursos en educación matemática construyen un enlace entre la realidad y la práctica y esto repercute en la formación integral de los estudiantes allí se contribuye a la transformación de las realidades, dando a cada uno de los elementos formativos valor e intencionalidad a la labor de educar.

Es así, que el contexto más que interferir el saber es una herramienta que posibilita realizar prácticas diferentes innovar y crear otra manera de interactuar con los estudiantes de recordar el por qué, para qué y a quién enseñamos.

## **2.4. COMPETENCIAS**

Desde la propuesta educación matemática crítica una propuesta de intervención pedagógica para la construcción de saberes sobre las secciones cónicas a partir del uso de las TIC, en contextos de conflicto social. Se entenderá el concepto de saber matemático desde la concepción de competencias como “un saber hacer en Contexto” (MEN, 2004).

El concepto de competencias en educación, es referido por como la “capacidad demostrada de utilizar conocimientos y destrezas. El conocimiento es el resultado de la asimilación de información que tiene lugar en el proceso de aprendizaje. La destreza es la habilidad para aplicar conocimientos y utilizar técnicas a fin de completar tareas y resolver problemas” (Feito 2008, p. 24). Este concepto es corroborado por los estándares básicos de competencia expedidos por el MEN en los cuales se hace referencia a que las “generaciones que estamos formando no deben limitarse solo a acumular conocimiento, deben aprender lo que es pertinente para su vida y puedan aplicarlo para solucionar problemas en situaciones cotidianas” (MEN 2004, p. 5).

Algunos autores conciben las actitudes como tendencias o disposiciones adquiridas y relativamente duraderas a evaluar de un modo determinado un objeto, persona, suceso o situación y a actuar en consonancia con dicha evaluación (Coll, Pozo, Sarabia & Valls,1994).

Se entiende, para efectos de la propuesta, por actitudes la manifestación de acciones y las acciones mismas de los educandos frente al trabajo con las secciones cónicas, lo cual debe ser entendido a la vez como un indicador de competencias que posee el educando en relación con una realidad concreta. (Coll, Pozo, Sarabia & Valls,1994).

Lo anterior es corroborado por Díaz cuando expresa que,

*“las actitudes son experiencias subjetivas (cognitivo-afectivas) que implican juicios evaluativos que se expresan en forma verbal, que son relativamente estables y que se aprenden en el contexto social. Las actitudes son un reflejo de los valores que posee una persona” (Díaz (2009p. 11).*

En la línea de las competencias y para esta propuesta, el trabajo colaborativo se hace una de las más significativas, es necesario fundamentarlo y estimularlo. Maldonado (2007) argumenta que el trabajo colaborativo, en un contexto educativo, constituye un modelo de aprendizaje

interactivo que invita a los estudiantes a construir juntos, para lo cual demanda conjugar esfuerzos, talentos y competencias mediante una serie de transacciones que les permita lograr las metas establecidas concienzudamente. Más que una técnica, el trabajo colaborativo es considerado una filosofía de interacción y una forma personal de trabajo, que implica el manejo de aspectos tales como el respeto a las contribuciones individuales de los miembros del grupo .

## **2.5. LAS COMPETENCIAS DEL MAESTRO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA**

El maestro tiene a veces un papel socialmente humilde, pero fundamental desde el punto de vista de la civilización y de la humanidad.

Cualquier persona que entre en relación con la enseñanza sabe que su tarea, de transmitir y de asimilar, es inacabable. Una persona que vive de enseñar tiene que estar constantemente abierta a todos los conocimientos, las enseñanzas y todo lo que pueda mejorarlo como profesor. Cuanto más sabemos enseñar, más nos convencemos de lo que nos falta por aprender.

No se debe olvidar que el maestro ideal debe tener las competencias que se le piden dentro del marco institucional, pero no solo el tenerlas basta, debe tener muy en cuenta que siendo este un instrumento del sistema social en que se encuentra debe trabajar para mejorarlo, la educación es nuestro instrumento, una herramienta de mejora social que solo los docentes podemos manejar a ciencia cierta y hemos sido formados para este fin.

Para el desarrollo de una propuesta que busque transformar la educación matemática se requieren maestros que posean, no solo aquellas competencias descritas por el MEN, competencias básicas y profesionales las cuales describiremos a continuación:

*Competencias básicas:* Son aquellas competencias esenciales que cualquier maestro, de cualquier nivel o escalafón debe tener interiorizadas para cumplir con su misión orientadora.

Saber leer, escribir, hablar y comunicarse conscientemente, ya que su principal tarea es mantener una relación de mutuo entendimiento con sus alumnos.

*La formación constante:* que indica una obligación de los maestros a capacitarse constantemente, nunca suspender su formación, leer, prepararse cada día, mejorar el uso responsable de las tecnologías de la información y la comunicación. Igualmente es una exigencia para el maestro su participación responsable en las comunidades virtuales, como ejemplo de razonamiento y estudio de nuevos fenómenos informáticos y de interrelaciones.

*Competencias profesionales:* De su apropiación por parte de los docentes depende que estos puedan transmitir y fortalecer el conocimiento con principios de responsabilidad social. De la interiorización y ejecución de estas competencias pende el desarrollo cultural, científico y social del país. Son competencias relacionadas con su metodología de trabajo y su integridad humana.

Reconocer y valorar el desarrollo individual de sus alumnos, formular proyectos y trabajar el conocimiento didácticamente: así en las aulas el conocimiento se transformará abriendo las puertas a nuevas interpretaciones y aplicaciones. De esta manera, el conocimiento se vuelve algo dinámico que los alumnos pueden emplear en sus vidas.

*Diseñar, construir y desarrollar ambientes de aprendizaje:* Propender por la interacción de sus alumnos con espacios que les permitan aproximarse a diversos tipos de relaciones humanas, con el medio ambiente, con la ciencia, con las letras, con el arte, entre otras.

*Mejorar las estrategias pedagógicas:* El docente debe actualizarse constantemente para ser innovador en la transferencia del conocimiento. También, debe poder hacer un autoseguimiento de los procesos formativos que ha emprendido con sus alumnos y ser autocrítico.

*Aprendizaje autónomo y continuo:* Se trata del interés del maestro por experimentar, indagar, leer, preguntarse constantemente.

En reducidas cuentas, el maestro debe desarrollar sus competencias profesionales para promover la formación de identidades en sus alumnos, proporcionándoles un pensamiento crítico y reflexivo, teniendo en cuenta y respetando el contexto (social, económico, religioso, cultural) en el que se desarrolla cada niño.

Para Tardif (2004) los saberes poseen un carácter social, colectivo y formador debido a que los docentes en su práctica van elaborando saberes desde su subjetividad a través del trabajar con sus colegas (de distintas generaciones), los sistematiza para objetivarlos, y al intercambiar información, también intercambia pareceres sobre las estrategias que le dan mejores resultados sobre cierto contenido, como tratar a los niños con ciertas características, como planear, que tipo de poesías o bailables poner a su grupo para un festejo en particular.

Los saberes del docente con el tiempo se caracterizan por ser medios para gestionar la complejidad de las situaciones de interacción y disminuir la inversión cognitiva de este, en el control de los acontecimientos. Son un modelo para simplificar la acción y llegan a interiorizar los docentes reglas implícitas de acción, adquiridas con y en la experiencia. Y es a través de su trayectoria social y profesional que el docente conforma su identidad.

En la cotidianidad de la vida en las escuelas se establece la lógica en la cual se mueve la mayoría de los docentes, pues cualquier conocimiento adquirido es pasado por el examen de la practicidad y utilidad en la misma.

En relación al saber docente es considerado “un saber plural, formado por una amalgama, más o menos coherente, de saberes procedentes de la formación profesional y disciplinarios, curriculares y experienciales” (Tardif 2004:p29). Debido a que estos se adquieren en diversos momentos, es en la formación inicial y continua en la que adquiere saberes pedagógicos, disciplinares y curriculares, y en su práctica se apropia de los experienciales o prácticos.



Es en la práctica docente donde se movilizan los diversos saberes, de acuerdo a la situación y las condiciones que enfrenta, por lo que son una amalgama de saberes que utiliza para realizar sus tareas.

Tardif (2004) explica los diversos saberes de la siguiente manera:

*Pedagógicos.* -se presentan como doctrinas o concepciones provenientes de reflexiones racionales y normativas sobre la práctica educativa, que conducen a sistemas más o menos coherentes de representación y de orientación de la actividad educativa.

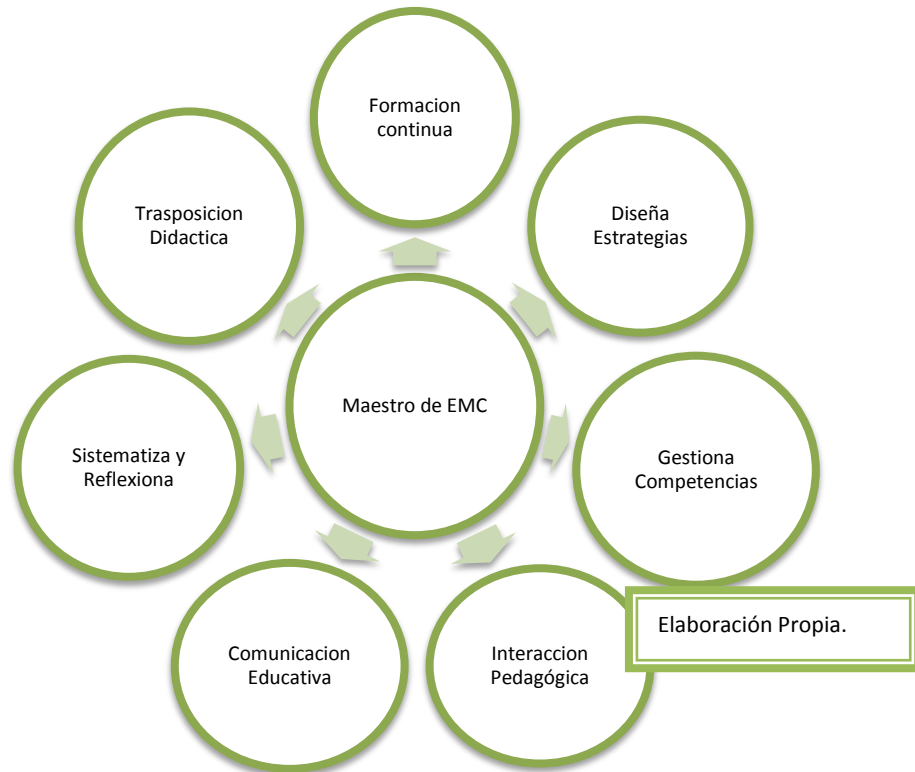
*Disciplinares.*-corresponden a diversos campos del conocimiento, en forma de disciplinas y se contemplan en los programas escolares y surgen de la tradición cultural.

*Curriculares.*- corresponden a los discursos, objetivos, contenidos y métodos a partir de los cuales la institución escolar categoriza y presenta los saberes sociales que ella misma define y selecciona como modelos de la cultura erudita y de formación para esa cultura.

*Experienciales.*- estos se adquieren en el ejercicio de las funciones y práctica de su profesión, desarrollando saberes específicos, basados en su trabajo cotidiano y en el conocimiento de su medio. Es su experiencia quien los valida, incorporándose a su experiencia individual y colectiva en forma de hábitos y de habilidades, que le proporcionan al docente, certezas relativas o subjetivas (no sistematizadas e inconscientes) para hacer frente a su contexto escolar, facilitando su integración al interpretar, comprender y orientar su práctica cotidiana.

Para la apropiación de esta propuesta didáctica proponemos una nueva estructuración de las competencias de los maestros de educación matemática y que se describen a continuación.

**Figura 1.** Estructuración de las competencias de los maestros de educación matemática.



**Tabla 1.** Competencias de los maestros de educación matemática.

---

**FORMACIÓN CONTINUA**

Gestiona el proceso de análisis, maduración y reflexión colegiados de la docencia, que le posibilita explicar su práctica docente cotidiana, visualizar la brecha existente entre las competencias que posee y las que desea alcanzar mediante un programa de formación,

Que habrá de negociar con sus compañeros, con los cuales acepta participar en la formación de manera autónoma y responsable para el logro de metas personales y profesionales.

**TRANSPOSICIÓN DIDÁCTICA**

Conoce –y se involucra en– procesos colegiados para el fortalecimiento del compromiso con la mejora y desarrollo de la institución y su contexto educativo; así mismo,

Reconoce de manera crítica la organización académico-administrativa del currículo que opera y la distribución organización de los saberes que integra en su sistema de Enseñanza.

**DISEÑA ESTRATEGIAS**

Diseña su docencia con base en un modelo pedagógico que parte de los contenidos y propósitos formativos de su materia; considera la postura que el profesor tiene sobre un modelo de docencia e involucra métodos, medios y materiales de apoyo al desarrollo y evaluación de competencias de los estudiantes

**GESTIÓN DE LAS COMPETENCIAS**

Considera los itinerarios de formación y niveles de desempeño en el logro de las competencias de los estudiantes; asimismo, los observa y evalúa en situaciones de aprendizaje y lleva a cabo controles periódicos para tomar decisiones respecto a la progresión de las competencias

**INTERACCIÓN PEDAGÓGICA**

Practica una docencia basada en situaciones que considera la puesta en práctica de dispositivos, secuencias y estrategias para el desarrollo de competencias; implica también formas de interacción para una relación educativa sustentada en una comunicación horizontal y la generación de ambientes de aprendizaje que forjen auténticas redes de colaboración, así como los procesos de evaluación formativa.

**COMUNICACIÓN EDUCATIVA**

Desarrolla tres microcompetencias íntimamente ligadas: la competencia en tecnologías de información y comunicación, como un recurso de apoyo a los procesos de aprendizaje; la competencia en manejo de la información, la cual promueve en los estudiantes la búsqueda, el manejo, procesamiento e interpretación de la información, y la competencia en medios, con la cual se busca que adopte una posición crítica frente a los medios y sea capaz de colocar conocimiento en los circuitos de información

**SISTEMATIZA Y REFLEXIONA**

Aplica dispositivos, estrategias e instrumentos para la evaluación del logro de las competencias de sus estudiantes, la acreditación de la materia, la satisfacción de las expectativas del profesor y de los estudiantes, así como la valoración del impacto personal de la experiencia didáctica.

---

## **2.6. TRABAJO COLABORATIVO**

A esta idea se suma el aporte de la empresa Medellín Digital (2012), que como entidad corporativa y con el auspicio de la Alcaldía de Medellín, hace alusión a que el trabajo colaborativo constituye una propuesta que involucra un grupo de personas con unos roles específicos que interactúan en pro de un constructo intelectual o elemento de aprendizaje. Sirve para que el estudiante desarrolle esas capacidades sociales necesarias para el individuo en su interactuar social. Es en sí, una metodología de aprendizaje en la que todos se esfuerzan de acuerdo a sus capacidades y destrezas de tal forma que todos realizan un aporte equánime y por ende, adquieren un conocimiento más estructurado y con un mejor nivel de profundización .

En los términos anteriores, el trabajo colaborativo, en esta propuesta, debe ser entendido como la oportunidad que tiene cada estudiante de interactuar con sus compañeros de clase, incluido el profesor, aprendiendo de ellos y a la vez ellos de él, construyendo e interiorizando de esta forma un saber colectivo y práctico con miras a la construcción de saber matemático. En este sentido el aporte individual es fundamental para la discusión grupal y la homogenización de un aprendizaje específico como lo es el trabajo con las secciones cónicas.

Algunas de las herramientas (descritas más adelante) que se tiene para lograr este tipo de competencia y a la vez dicho aprendizaje son: el chat, el foro, la wiki, y el correo electrónico, entre otras.

## **2.7. EDUCACIÓN MATEMÁTICA CRÍTICA Y LAS TIC**

La Educación Matemática Crítica (EMC) contempla la integración de las matemática con las TIC, por tal razón, desde la propuesta de intervención pedagógica se diseña una unidad didáctica

mediada por el uso de herramientas tecnológicas para el trabajo con las secciones cónicas inscritas dentro de la web 2.0.

La complejidad cultural en la cual se encuentran inmersos los (las) jóvenes de hoy, hace que el hecho de enseñar y aprender requieran cada vez más de un ambiente específico para cada contexto cultural y social. Desde las instituciones educativas, es menester brindar al estudiante el ambiente adecuado para que éste pueda aprender. Hay diversidad de ambientes de aprendizaje, sin embargo todos son adecuados. Salinas (1997) entendiendo un escenario como ambiente de aprendizaje, hace alusión a “*tres escenarios: aprendizaje en casa, aprendizaje en el puesto de trabajo y aprendizaje en un centro de recursos de aprendizaje o centro de recursos multimedia*” (p. 5).

Si bien es cierto los ambientes, en el caso anterior, no son los mismos, también es cierto que los usuarios deben diferenciarse de acuerdo a su contexto. Los ambientes de aprendizaje deben contemplar este aspecto, entendiendo que el objeto de éstos, debe estar acorde con las necesidades del educando.

En esta misma línea, la Universidad TEC Virtual del Sistema Tecnológico de Monterrey (2004), define un ambiente de aprendizaje como: “*un lugar" o "espacio" donde el proceso de adquisición del conocimiento ocurre*”. Esta misma entidad cita a González & Flores (1997), los cuales aducen que en un “*ambiente de aprendizaje el participante actúa, usa sus capacidades, crea o utiliza herramientas y artefactos para obtener e interpretar información con el fin de construir su propio aprendizaje*”.

Para esta propuesta, debe entenderse un ambiente de aprendizaje como un escenario virtual en el cual él o los educandos, a partir de una unidad didáctica, dispondrán de un conjunto de contenidos y actividades que permiten interactuar y a la vez construir su propio aprendizaje sobre un tema intencionado las secciones cónica.

La educación es un proceso permanente de carácter social e individual, en el cual, el sujeto debe estar preparado para aprender en cada una de las etapas de su vida a fin de estar en la línea del complejo desarrollo de la sociedad, este aprendizaje debe ser significativo, de lo contrario se pierde en el tiempo. Moreira (2010).

Al hablar de ambientes de aprendizaje, como se explica en párrafos anteriores, es importante tener claro que, en educación, los ambientes de aprendizaje se encuentran estructurados dentro de un modelo pedagógico en particular, en el cual, su aplicabilidad depende del tema y del contexto en el cual se quiere aplicar.

La EM desde los lineamientos curriculares pretende el cambio de actitudes y de comportamientos en la población, sin embargo, a través del tiempo se ha visto la dificultad para alcanzar este objetivo, El hecho de desconocer como aprenden los estudiantes, puede ser entre otras, la causa posible... esto lleva a pensar que deben mejorarse o cambiarse los métodos pedagógicos actuales por otros que permitan producir los cambios necesarios en este tipo de educación.

## **2.8. PROPUESTA Y MÓDELO PEDAGÓGICO**

Para este trabajo y siendo consecuente con el ambiente de aprendizaje propuesto y con el modelo pedagógico de la institución, en la cual se pretende llevar a cabo la propuesta de enseñanza y aprendizaje sobre las cónicas, se toma como referente: El Modelo Pedagógico Holístico Transformador, el cual, es referenciado por Lafrancesco (2011) y que a modo de síntesis se presenta como un modelo que asume, desde un sistema de Educación, Escuela y Pedagogía Transformadora; el propósito de formar integralmente al educando, a partir de su singularidad y la madurez integral de sus procesos y dimensiones, para que construya el conocimiento y

transforme su realidad sociocultural, con liderazgo y emprendimiento, desde la investigación y la innovación educativa, pedagógica, didáctica y curricular.

Argumenta el autor que para cumplir este propósito, las instituciones educativas deben asumir los compromisos establecidos a partir del bienestar y la promoción del desarrollo humano, la construcción del conocimiento, la transformación sociocultural, el liderazgo, el emprendimiento y la innovación educativa y pedagógica desde las dimensiones que favorecen los procesos de formación y desarrollo del educando.

Siendo el Modelo Pedagógico Holístico Transformador, un modelo abierto a diversas estrategias o propuestas de enseñanza y aprendizaje, se plantea como complemento la teoría de aprendizaje significativo propuesta por Ausubel, Novak & Helen (1991), la cual encaja perfectamente en el ciclo de aprendizaje propuesto desde Jorba & Sanmartí (1996). Aprendizaje significativo, según Ausubel et al. (1991), es el *“Proceso a través del cual una nueva información (un nuevo conocimiento) se relaciona de manera no arbitraria y sustantiva (no literal) con la estructura cognitiva de la persona que aprende”* (p. 99). En relación a esta teoría y para esta propuesta, entiéndase por aprendizaje significativo, la forma en que el conocimiento es adquirido o construido por el mismo educando, para que luego, éste, lo use en el entendimiento de su entorno, así como también para la reflexión, análisis, crítica y planteamiento de alternativas a la solución de problemas cotidianos que se dan en el medio que le rodea.

## **2.9. PROPUESTA E INTEGRACIÓN DE LAS TIC**

Como se menciona en algunos apartados anteriores, la idea de esta propuesta es integrar las TIC a la enseñanza y aprendizaje de la EMC a partir del trabajo con las secciones cónicas. No son el centro de la propuesta, pero su importancia, en la construcción de un ambiente virtual de aprendizaje es de relevancia reconocer las TICs :

*“Como herramientas tecnológicas que se utilizan para la comunicación y el procesamiento de la información, argumenta que en ellas se incluyen la informática, las telecomunicaciones y la tecnología audiovisual, algunos ejemplos específicos los constituyen la computadora, el software, herramientas multimedia, discos compactos, bases de datos, la televisión, la radio, las teleconferencias y la web o internet con todas sus posibilidades. Las TIC están en todos los ámbitos del ser humano, ya sea público o privado, transformando las relaciones del hombre, la educación no es ajena a esta transformación ya que las TIC ofrecen nuevas alternativas para la enseñanza y el aprendizaje” Torres 2006,p. 42 – 43).*

Las TIC, están implícitas en la educación, solo queda hacer un buen uso de ellas. La educación matemática debe fortalecerse a través de éstas. Carranza (2012) argumenta que al hablar de integrar las TIC a la EMC, nos estamos refiriendo a nuevas opciones que ofrecen desarrollar nuevas formas en el aprendizaje, lo que permitirá que el educando adquiera experiencias en escenarios que le faciliten su propia construcción del conocimiento, usar las TIC como medio de búsqueda, comunicación, participación y expresión, las convierte en un elemento significativo en el desarrollo de las sociedades, por lo que debemos entender que cualquier medio de comunicación se vuelve un recurso didáctico y que los medios por sus propios sistemas simbólicos y formas estructuradas, determinan los efectos cognoscitivos en los receptores, lo que a su vez propicia el desarrollo de habilidades y actitudes cognoscitivas específicas .

El aporte de Torres (2006) & Carranza (2012), permite entender, que el uso de las TIC, tanto para los estudiantes como para los profesores, ofrece posibilidades que permiten brindar y acceder a una información de manera más rápida y asertiva, pues el ambiente de aprendizaje que se construye a partir de éstas, así lo facilita. Se modifica la metodología de enseñanza incidiendo



en el aprendizaje de los educandos. A través de ellas puede mejorarse el trabajo personalizado (profesor – estudiante) y aumentarse el trabajo colaborativo.

A continuación se define y se detalla la importancia de algunas TIC que pueden ser usadas para la puesta en práctica de esta propuesta:

Según el Ministerio de Educación y Ciencia (2012), un Sistema de Gestión de Aprendizaje (Learning Management System, LMS), es una herramienta informática, habitualmente de gran tamaño, que permite la gestión y presentación de materiales educativos a estudiantes, cuyo objetivo es permitir el aprendizaje en cualquier parte y momento. La mayoría de estas herramientas son web, es decir, se usan a través de Internet utilizando un navegador web. Un sistema LMS habitualmente proporciona un conjunto de funcionalidades básicas como:

Gestión de usuarios respecto al registro de profesores y estudiantes, donde estos habitualmente pueden personalizar una ficha con información adicional.

Gestión de cursos y de trabajo, dentro de los cuales se encontrarán los materiales educativos que se presentarán finalmente a los educandos.

Herramientas de Comunicación, las cuales son incluidas normalmente dentro del sistema que permite la comunicación entre los participantes del curso, como por ejemplo foros y chats.

Herramientas de evaluación, habitualmente dentro del proceso educativo se necesita aplicar algún tipo de metodología para evaluar el desempeño del alumno en una materia. Los LMS incluyen herramientas que facilitan la aplicación de esta metodología.

## **AULA VIRTUAL INTELIGENTE**

El propósito de un “Aula Virtual Inteligente” o AVI también denominadas aulas tecnológicas o “Smart Classrooms”, es crear un ambiente virtual de aprendizaje, visual, auditivo e interactivo, utilizando los últimos avances tecnológicos con las tecnologías de la información y de las comunicaciones y aportes de las ciencias sociales, la psicología y la pedagogía trascendiendo a los modelos tradicionales de educación y dirigiendo los esfuerzos hacia los procesos educativos, aprovechando las bondades que brindan las Aulas Virtuales Inteligentes.

## **MULTIMEDIA**

En Eduteka (2012), el Presentador Multimedia se define como una herramienta que permite elaborar presentaciones de diapositivas, que involucren elementos como texto, sonido, video, imágenes, entre otras, que contribuyen al desarrollo del pensamiento, el aprendizaje y la comunicación.

## **SCORM**

En scorm.com (2012), SCORM es sinónimo de "Modelo de Referencia de Objetos de Contenido Compartido, lo cual indica que SCORM tiene que ver con la creación de unidades de material de capacitación en línea que pueden ser compartidos a través de los sistemas. SCORM define la forma de crear "objetos de contenido compatible" o "SCO" que pueden ser reutilizados en diferentes sistemas y contextos. En Monsalve (2011), estos objetos de contenido compatible pueden ser parte de páginas “*web, animaciones de Flash, multimedia y applets de Java*” (p. 29).

## **WIKI**

En Wikipedia (2012), una wiki se define como un sitio web cuyas páginas pueden ser editadas por múltiples voluntarios a través del navegador web, “favoreciéndose el trabajo colaborativo”.

Los usuarios pueden crear, modificar o borrar un mismo texto que comparten. s/p.

## **REDES SOCIALES**

Según Castro (Citado 2012), las redes sociales en Internet son comunidades virtuales donde sus usuarios interactúan con personas de todo el mundo con quienes encuentran gustos o intereses en común. Funcionan como una plataforma de comunicaciones que permite conectar gente que se conoce o que desea conocerse, y que les permite centralizar recursos, como fotos y vídeos, en un lugar fácil de acceder y administrado por los usuarios mismos. S/p.

## **EMAIL**

En definición Org. (2012). El correo electrónico es un sistema para enviar y recibir mensajes en Internet. El emisor de un correo electrónico manda los mensajes a un servidor y éste, a su vez, se encarga de enviárselos al servidor del receptor. Para poder ver el correo electrónico es necesario que el receptor se conecte con su servidor. También es conocido como e-mail.

## **FORO VIRTUAL**

Pérez (2012), define el foro virtual como un espacio de comunicación formado por cuadros de diálogo en los que se van incluyendo mensajes que pueden ir clasificados temáticamente. En los foros educativos, los educandos pueden realizar nuevos aportes, aclarar ideas y refutar las de los demás participantes, de forma asincrónica, haciendo posible que las aportaciones y mensajes de

los usuarios permanezcan en el tiempo a disposición de los demás participantes s/p. con los foros se favorece el aprendizaje colaborativo y para la vida.

## **CHAT**

Según Wikipedia (2012), el chat, también conocido como cibercharla, designa una comunicación escrita realizada de manera instantánea (sincrónica) mediante el uso de un software y a través de Internet entre dos, tres o más personas ya sea de manera pública a través de los llamados chats públicos (mediante los cuales cualquier usuario puede tener acceso a la conversación) o privados.

### **2.10. UNIDAD DIDÁCTICA –UD–**

En Didáctica de la Ciencias Exactas y Naturales en la Gestión Curricular 2011. El concepto de UD se encuentra referido por Jorba & Sanmartí (1995) como un dispositivo que contribuye a la regulación y auto-regulación del conocimiento. Estos autores, a la vez, proponen desde un modelo constructivista, un ciclo de aprendizaje basado en la identificación de distintos tipos de actividades con finalidades muy específicas, las cuales son divididas en cuatro bloques como:

*Actividades de exploración.* Con estas se busca que el estudiante se sitúe en el tema de estudio y capte su atención a partir de sus conocimientos previos.

*Actividades de introducción* de los nuevos conocimientos. Con estas se busca que el estudiante observe, compare o relacione lo captado inicialmente; de esta forma la joven y el joven deben verse abocados a interactuar con el material de estudio, con sus compañeros y con su o sus profesores, elaborando de esta manera conceptos más significativos.

*Actividades de estructuración y síntesis* de los nuevos conocimientos. Estas acciones buscan que el estudiante elabore su propio conocimiento dado su interacción con el docente, los compañeros de clase y su ajuste personal.

*Actividades de aplicación.* Se busca que el estudiante aplique los conocimientos adquiridos en situaciones similares o en el mundo de la vida.

Toda unidad didáctica contempla contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales, los cuales Martínez & De la Fuente. (2004), resaltan en términos de conocimiento, de la siguiente forma:

*Conocimiento conceptual:* en este, es necesario que el educando construya una noción y representación conceptual sobre el aprendizaje como un proceso psicológico sujeto a cambios y a mejora.

*Conocimiento procedimental:* busca que el educando incorpore a sus destrezas cognitivas aquellas habilidades que le permitan tomar decisiones conscientes y reguladas de lo que debe pensar y hacer ante cualquier aprendizaje propuesto.

*Conocimiento actitudinal:* este conocimiento lleva al educando a que disfrute con la gestión y optimización de su propio aprendizaje, al desarrollar actitudes de gusto y disfrute por la forma en que mejora su aprendizaje.

Es importante resaltar que la UD debe tener una estructura lógica y clara, sobre lo cual, en Marqués (2002), se aduce que sus contenidos desde el punto de vista conceptual, procedimental y actitudinal deben ser adecuados (o adaptables) a las características de los destinatarios, estar bien estructurados y ser progresivos, de manera que los anteriores faciliten la comprensión de los que siguen, resultar motivadores, atractivos y originales en su presentación, considerar el estudio personalizado y también dinámicas de trabajo colaborativo, estar contextualizados en un marco de referencia familiar para los estudiantes y que respondan a los

intereses y expectativas de la población escolar, tener en cuenta los saberes previos y organizadores previos, estar bien secuenciados con las actividades de aprendizaje y demás ejercicios del material a utilizar, permitir o estar acordes con los procesos de evaluación en términos de autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación.

Entendiendo que las TIC pueden contribuir a la realización de buenas prácticas (programa para la transformación educativa – MEN), que las TIC se pueden manejar como un eje integrador, para fomentar valores de los estudiantes y paralelamente fomentar el pensamiento crítico y reflexivo (XIV ENCUENTRO INTERNACIONAL VIRTUAL EDUCA 2013), la pretensión es diseñar una unidad didáctica virtual que dé respuesta a una necesidad presentada: dinamizar la práctica de enseñanza a fin de contribuir al desarrollo del pensamiento crítico.

## CAPITULO III

---

---

*El educador debe ser antropólogo.  
El educador como antropólogo debe trabajar para comprender qué  
materiales culturales son relevantes para el desarrollo intelectual.  
Luego, necesita comprender qué tendencias sigue la cultura...*

*Seymour Papert*

### **MARCO Y DISEÑO METODOLÓGICO**

Para la realización de este trabajo se ha tenido en cuenta un modelo metodológico de Sistematización de Experiencias Educativas, basado en un diseño de investigación acción participativa (IAP), complementado con un proceso de análisis socio-crítico coherente con las perspectivas de la Educación Matemática Crítica y del desarrollo de Pensamiento Crítico, lo cual considera la participación de grupos específicos directamente afectados por la problemática y que busca propender por el surgimiento de prácticas transformadoras de los quehaceres.

La sistematización de experiencias docentes se puede concebir como un proceso mediante el cual uno o más profesores desarrollan una propuesta curricular o didáctica, a la vez que se forman y desarrollan competencias profesionales a través de la reflexión sistemática y fundamentada, conceptual y metodológicamente en el marco de este ejercicio o práctica (Bedoya, 2013). De acuerdo con esto, la realización de un proyecto de sistematización de experiencias consiste en un proceso de indagación a partir del cual el docente se apropia y desarrolla saberes y competencias profesionales, las cuales se concreta en la elaboración de propuestas curriculares o

instruccionales en contextos institucionales y/o del aula de clases. Bedoya (2013), basándose en varios autores (Jara, 1994; Barnechea y Morgan, 2008; Mejía, 2010; Londoño y Atehortúa, 2011; entre otros) propone organizar el proceso metódico de sistematización en cuatro fases o momentos, no necesariamente sucesivas:

I. Preparación y planificación metodológica del proceso de sistematización.

II. Recuperación/ reconstrucción de la experiencia: documentación y fundamentación conceptual.

III. Análisis e interpretación de la información y del proceso realizado (de tal forma que se movilicen y desarrollen conocimientos fundamentados sobre la práctica o la experiencia).

IV. Potenciación y socialización o comunicación de los resultados asociados con la experiencia, su sistematización (incluyendo propuestas de posibles mejoras) y fundamentación conceptual y procedimental.

El diseño y desarrollo metódico de este trabajo consiste en la concreción de estas cuatro fases; para su ejecución, en tanto proceso de indagación cualitativa, Bedoya (2013) propone complementariamente apoyarse en un diseño basado en las metodologías de Investigación-Acción-Participativa (IAP) (Elliot, 1993; Kemmis y McTaggart, 1988); de estudio de casos (Rojas, 2010) y de investigación evaluativa (Bedoya, 2002).

La metodología general de análisis, consiste en una adaptación de la propuesta general de análisis didáctico, mencionada, en el capítulo anterior bajo la concepción de estrategia de formación y de desarrollo de competencias profesionales docentes, así como de desarrollo curricular (Rico, 1997; Gómez, 2007; Bedoya, 2013).

Teniendo en cuenta esto y el hecho que este proyecto de sistematización se propone en el campo de la Formación de Profesores de Matemáticas y el desarrollo curricular, el modelo metodológico de análisis ejecutará en torno a las cuatro categorías (o dimensiones) de análisis didáctico siguientes (Bedoya, 2013):



1. Contextualización curricular.
2. Análisis Didáctico de Contenido (ADC): disciplinar, histórico, epistemológico, fenomenológico, semiótico: estructura didáctica conceptual.
3. Análisis Didáctico Cognitivo (ADCog.): obstáculos, dificultades, errores, comprensión, aprendizaje.
4. Análisis Didáctico de Instrucción-Construcción (ADIC): de los conocimientos asociados al Contenido Matemático Escolar (CME).

La propuesta o modelo de análisis didáctico es concebido y adaptado no sólo como estrategia metodológica de formación y desarrollo curricular, sino también de investigación o sistematización de experiencias en el campo de la DM y la FDM. Esta es la opción y reto metodológico adoptado en éste y otros proyectos de tesis (Trabajos de Grado de Maestría en Educación) que se vienen desarrollando de manera relacionada y complementaria en el marco del Grupo de Investigación y Formación de Profesores de Matemáticas en torno al Pensamiento Matemático Educativo: -GIFPME- (Código Gruplac COL0036156), bajo la dirección del Doctor Evelio Bedoya M.

Cuando se revisan diferentes concepciones o definiciones tanto de la sistematización de experiencias (Jara, 1994; Hleap, 1998; Ghiso, 1999; Mejía, 2010; entre otros), como de la Investigación-Acción-Participativa (I-A-P) (Kemmis y McTaggart, 1988; Elliot, 1993; Lomax, 1990; McNiff, 1992; entre otros), resulta natural relacionar o articular en el diseño metodológico del proceso metódico de la Sistematización con diferentes aspectos metodológicos de la I-A-P, tal como lo propone Bedoya (2013).

Se inicia con la primera fase, que denominamos: Planificación del proceso: Por tratarse de una etapa de formulación, se aborda una reflexión donde hablamos de los resultados que se esperan obtener, como también de las experiencias que queremos sistematizar referentes a la formación

inicial ya que constituye una instancia fundamental en la configuración de la identidad profesional docente y que sienta las bases para que el profesor pueda ejercer liderazgo pedagógico que actual mente demanda la complejidad educativa. La segunda fase: Recuperación de la experiencia: en esta fase cabe preguntarse si las características que han asumido las instituciones y su cultura académica proporcionan las condiciones adecuadas para transmitir a los estudiantes los saberes, las actitudes y las habilidades propias del liderazgo. Durante esta etapa se aborda el estudio y evaluación de la factibilidad o viabilidad del proyecto. Para lograr este desarrollo, se articula en tres subfases: (i) Diagnóstico y reconocimiento de la situación problemática. Se realiza un primer estudio para examinar sobre los aspectos estructurales y cognitivos; estudio que se desarrolló en la IE Nuevo Horizonte, puesto que dichos textos nos proporcionan informaciones acerca de la instrucción que sobre este tópico recibieron las estudiantes de grado anteriores.

Además de la experiencia propia. Con la información obtenida se elabora la propuesta, que se realizan en torno a: (ii) Revisión global: Áreas prioritarias. Revisión específica: Problemas, necesidades. (iii) Planificación definitiva; Elaboración plan de actuación. Aplicar mejoras: Material referencial. Evidencias. En la tercera fase, se realiza el Análisis Didáctico; donde se estructuran las actividades desde una perspectiva teórica, con el fin de constituir el diseño de la Unidad Didáctica. Estas relaciones permitieron en la cuarta fase, Implementación de la Unidad didáctica: Cierre del ciclo de análisis didáctico. Puesta en práctica de las actividades de enseñanza y aprendizaje para producir información que permita determinar las fortalezas y debilidades de la planificación. Presentación de un documento final. El diseño y desarrollo de la Unidad Didáctica desde este modelo posibilitará el que pueda darse una verdadera adaptación del Diseño Curricular en base a las características y necesidades de nuestros estudiantes de la Institución Educativa Nuevo Horizonte. Permitirá también que se produzca una adecuación de las

situaciones de enseñanza al contexto de aula en el que ésta se desarrolle, contribuyendo, con ello, al logro de un aprendizaje significativo por parte de estos estudiantes. Paralelamente al desarrollo de las 4 fases anteriores, la documentación de este trabajo también se organiza siguiendo la secuencia de las cuatro fases de la IAP, descritas en el apartado anterior, de la forma siguiente: Fase de Planificación, donde se detalla el proceso seguido desde la propuesta didáctica inicial hasta la propuesta definitiva, incluyendo las observaciones y reflexiones sobre la prueba diagnóstica. En la Fase de Acción, se da cuenta del control entre lo planificado y lo ejecutado, se detallan las observaciones realizadas acerca del comportamiento de las estudiantes en la realización de las diferentes tareas propuestas, se analiza la interacción didáctica producida durante las secciones. En la Fase de Observación, se analizan las producciones escritas de los estudiantes sobre la comprensión de los conocimientos matemáticos sobre lo que se ha instruido. La Fase de Reflexión, permite hacer un reconocimiento de la comprensión de las estudiantes sobre los diferentes temas que se abordan en la propuesta didáctica.

No resulta sencillo delimitar el concepto de investigación-acción participativa (IAP). La IAP en su primitiva delimitación, de acuerdo con Kurt Lewin(1998) remitía a un proceso continuo en espiral por el que se analizaban los hechos y conceptualizaban los problemas, se planificaban y ejecutaban las acciones pertinentes y se pasaba a un nuevo proceso de conceptualización. La manera en que Lewin concebía ese proceso estaba aún cargada de supuestos elitistas y de concepciones del cambio social alucinadas con la eficacia de la acción instrumental (Carr, Kemmis, 1988).

Por su parte, los profesores Lourdes Merino y Enrique Raya(1993) proponen establecer diferencias entre investigación-acción e investigación-acción participativa, situando a la primera como una aplicación del método científico a un problema con voluntad praxeológica y con cierta participación de los afectados.

La IAP aparecería entonces como un tipo de investigación-acción que, incorporando los presupuestos de la epistemología crítica, organiza el análisis y la intervención como una pedagogía constructiva de disolución de los privilegios del proceso de investigación como punto de partida para un cambio social de alcance indeterminable. Esa búsqueda del conocimiento se caracteriza por ser colectiva, por proporcionar resultados cuya utilización y gobierno corresponde a los propios implicados, que deben haber determinado el proceso de conocimiento a la vez que experimentado en el mismo un proceso de maduración colectiva (De Miguel, 1993, 97-101). Por otra parte, y esta cuestión es central, los iniciadores de la IAP se previenen contra su propio poder concibiéndose "como participantes y aprendices en el proceso, aportando sus conocimientos y convirtiéndose también en objeto de análisis" (IOE, 1993: 69). Los investigadores entran así en un proceso en que la objetivación de sí mismos, en una suerte de inagotable sociología del conocimiento, se convierte en testigo de la calidad emancipadora de su actuación (Rahman, 1991: 34).

El redescubrimiento del saber popular, las exigencias de un conocimiento ligado a las personas que configuran su contexto de surgimiento, permite que la literatura de la IAP rehabilite ciertos tópicos confusos sobre la ciencia popular en una curiosa composición de posmodernismo y lisenkismo. Ciertos teóricos de la IAP parecen utilizar la orientación anti positivista de la filosofía de la ciencia dominante, para reclamarse de una ciencia alternativa al "monopolio positivista presente (sic), al etnocentrismo de la ciencia occidental y a la tecnología de destrucción" (Fals Borda, 1991: 197). De ahí se ha inferido que cada ciencia crea su mundo y sus métodos de validación, con lo cual una ciencia orientada por un interés emancipatorio podría disponer de estructuras de conocimiento y de formas de verdad distintas e incompatibles a las de la ciencia positivista (Fals Borda, 1991: 13).

Fals Borda en su texto orígenes universales y restos de la IAP define entonces a la investigación participativa como una vivencia necesaria para progresar en democracia, como un complejo de actitudes y valores, y como un método de trabajo que dan sentido a la praxis en el terreno. Había que ver a la IP no sólo como una metodología de Investigación sino al mismo tiempo como una filosofía de la vida que convierte a sus practicantes en personas sentipensantes. Y de allí en adelante, nuestro movimiento creció y tomó dimensiones universales (18).

El IAP relaciona el conocer y el actuar en la población objeto de estudio, además proporciona a los agentes el reconocimiento y comprensión de su realidad y así mismo el establecimiento de medidas claras para mejorar los procesos. Además, al combinar la práctica con la teoría invita a generar una toma de conciencia crítica y el empoderamiento de la comunidad objeto de estudio.

Es así, como al realizar un procedimiento reflexivo, sistemático, controlado y crítico que tiene por finalidad estudiar algún aspecto de la realidad con una expresa finalidad práctica. Siendo esta una fuente de conocimiento al tiempo que la propia realización del estudio es en sí una forma de intervención.

Siendo así como en el proceso están involucrados no sólo los investigadores profesionales, sino la comunidad destinataria del proyecto, que no son considerados como simples objetos de investigación sino como sujetos activos que contribuyen a conocer y transformar su propia realidad.

Para llevar a cabo la propuesta de EMC para el trabajo con secciones cónicas se realizará a partir de la implementación de una UD con integración de las TIC, en un grupo de estudiantes del grado décimo de la IE Nuevo Horizonte de la ciudad de Medellín.

A nivel metodológico se tendrá en cuenta el modelo pedagógico de las instituciones (Holístico Transformador), el cual se encuentra referido en el marco teórico de este trabajo. Este

modelo permite al educando, desde una perspectiva constructivista, el construir su propio conocimiento. Para el caso, la propuesta metodológica, con miras al cumplimiento de los objetivos, se tendrá en cuenta lo propuesto por la IAP desde Fals Borda, que fue explicado al inicio de esta capítulo.

Como hemos visto en el apartado anterior la IAP se articula diferenciadamente del método científico convencional, ya sea instrumental o interactivo (Park, 1992 : 141-149) En este sentido, el esquema metodológico o modo de organizar la investigación por el que se guían tales perspectivas -generalmente lineal, más o menos rígidamente pero muy estructurado, diseñado desde arriba por los expertos- no puede ser válido para producir un tipo de conocimiento que persigue ser crítico, reflexivo, colectivo, participado, emancipador. Pero aún más, la IAP no termina en la producción de conocimientos, sino que pretende actuar frente a las realidades sociales, transformándolas desde el protagonismo de los actores:

*"no es una preocupación principal la obtención de datos o la constatación de hechos de manera única y excluyente... Lo prioritario es la dialéctica que se establece en los agentes sociales, entre unos y otros, es decir la interacción continua entre reflexión y acción, ... una visión pragmática del mundo social, donde lo fundamental es el diálogo constante con la realidad para intervenir en su transformación" (Guerra, 1995).*

Así pues, el hilo conductor de la IAP debe plantearse como un proceso cíclico de reflexión-acción-reflexión, en el que se reestructura la relación entre conocer y hacer, entre sujeto y objeto de manera que se vaya configurando y consolidando con cada paso la capacidad de autogestión de los implicados.

Bajo esta perspectiva es imposible e inconveniente crear un modelo o esquema metodológico cerrado, a modo de recetario, que nos vaya marcando el paso de lo que debemos hacer en cada momento. Más bien debemos plantear algunos criterios que nos hagan avanzar en la creación de "un contexto investigativo más abierto y procesual de modo que los propios resultados de la investigación se reintroduzcan en el mismo proceso para profundizar en la misma" (Villasante, 1994).

Algunas líneas clarificadoras que pueden orientar acerca de lo que requiere un proceso de IAP, las encontramos en los diseños de experiencias concretas llevadas a cabo por distintos investigadores ( Park, Villasante, López de Ceballos, entre otros ,1994), de las que presentamos aquí un intento de síntesis.

### **3.1. ETAPA INICIAL**

El problema a estudiar cómo construyen saber matemático los estudiantes en situación de frontera, surge de la propia población implicada, aunque generalmente es necesaria la actuación de un *grupo promotor* (asociación, agencia de desarrollo, equipos de Trabajo Social...) alrededor del cual se puedan reunir y tratar el problema. Se puede comenzar con una reunión amplia de negociación e implicación de los promotores en la que se lanza la idea del proyecto. Se produce así la toma de contacto de los investigadores con la comunidad y con miembros significativos que puedan tomar parte activa.

Se iniciara con la revisión del modelo pedagógico y el currículo de matemáticas desde una perspectiva del desarrollo del pensamiento crítico, luego se solicitara a los maestros del área y a los estudiantes llenar una conducta de entrada para evidenciar impresiones sobre las prácticas de enseñanza y aprendizaje de la EM.

### **3.2. ESTRUCTURACIÓN DE LA IAP: NEGOCIAR PARA CONSTRUIR EL PROGRAMA**

En esta fase se pretende crear un esquema básico donde se recojan propuestas de actuación concretas. Este debe responder al menos a tres objetivos (López de Ceballos, 1987: 72): ligar la investigación a la acción; asegurar la coherencia entre lo que se busca y lo que se quiere hacer; lograr un esquema de IAP sencillo, utilizable por grupos de base.

Hay que definir desde los grupos *qué* acciones se van a llevar a cabo y de *qué manera*. De nuevo recurrimos a las reuniones con los sectores implicados para negociar cuáles serán las estrategias de actuación. Es importante no perder de vista que la finalidad principal es reforzar las potencialidades del propio colectivo, tanto en el nivel del conocimiento como de la acción (IOE, 1993). El investigador juega un papel importante en el sentido de poner a su disposición diferentes técnicas de recogida, producción y análisis de información; de transmitir herramientas de trabajo operativas de manera que resulten asequibles y fácilmente manejables por los miembros de la comunidad. Es necesario entonces llevar a cabo un entrenamiento en cuanto a la elaboración de cuestionarios, instrumentos, habilidades de quienes recogerán la información, entre otros.

Así mismo, las técnicas a emplear también van a venir definidas por el tipo de análisis que vayamos a realizar. Son válidas todas las que incluyan al sujeto y que no se escapen, como hemos señalado, de los recursos técnicos y materiales de los implicados en la IAP. Son útiles tanto las técnicas cuantitativas como las cualitativas; desde las encuestas hasta los grupos de discusión, los documentos personales, bibliográficos, etc. No desdeñaremos ninguna técnica siempre que esta pueda ser útil, y lo son especialmente todas las que facilitan la relación, el intercambio, el diálogo, la participación, en definitiva la comunicación entre iguales. Se hace énfasis en las que



faciliten la aparición de los aspectos intersubjetivos de la relación entre entrevistado y entrevistador. Eso sí, hay que observar que no se utilicen técnicas que requieran análisis estadísticos muy complejos puesto que entonces necesitaremos expertos externos, generándose resultados difícilmente comprensibles por todos. Aun habiendo algún experto en el grupo, esto conllevaría una especialización y una división del trabajo que podría crear situaciones de dependencia y poder. En palabras de Park (1992:156):

*"Este aspecto de la IAP sirve para desmitificar la metodología de la investigación, y ponerla en manos de la gente para que la usen como instrumento de adquisición de poder. Si obtiene éxito, la capacidad de investigar científicamente los problemas de la comunidad se convierte en una característica permanente de la misma que puede volver a ser usada una y otra vez sin necesidad de contar con expertos".*

En la IAP entonces, contrariamente a lo que sucede en las investigaciones convencionales, nos encontramos con que el asunto de la validez depende de la empatía de los sujetos con el fin de la investigación, comprendiendo plenamente la intención de las preguntas y queriendo dar la información necesaria de la mejor forma posible.

En nuestro caso se hará la caracterización de las prácticas cotidianas que los estudiantes, normalmente, tiene en el desarrollo de actividades matemáticas y la implementación de la unidad didáctica mediadora desde el uso de las TIC para el aprendizaje de las secciones cónicas. (Ver <http://viajoenlineak.wix.com/mate-horizontes> )

### **3.3. DESARROLLAR Y EVALUAR LO REALIZADO**

Poner en marcha las técnicas tiene una doble finalidad: por un lado facilitar información para otros sobre hechos concretos, por otro, producir conocimientos interpersonales y autoconocimiento (*encuentros dialógicos*, Park(1992). Pero para que verdaderamente se pueda dar la participación es necesario que la información este constantemente circulando y en todas las direcciones.

El análisis de los resultados de este proceso nos ayudarán a comprender mejor la naturaleza de los problemas, pero como indicábamos más arriba, ya están produciendo por sí mismos acción, están generando temas para la reflexión colectiva (uso colectivo de los resultados o vuelta de la información a la comunidad), ligando la investigación a la acción, el conocimiento y la práctica.

En cualquier caso, a pesar de los intentos de sistematización o de captura que queramos hacer proponiendo formulas, todo este camino se debe dibujar como algo mucho más artesanal que tecnológico. Villasante, (1994) resume con un lema las aportaciones que la metodología de la IAP debería hacer a las ciencias sociales: "sobre cómo los movimientos populares son analizadores y generadores de metodologías para las ciencias sociales, y como no deberían dejar que éstas degeneraran en técnicas que se auto mitifican, sino que deberían seguir como prácticas que implican una *episteme* (desde, por y) para las soluciones operativas que necesitan los sectores populares". (Villasante, 1994: 424).

Para nuestro caso, se basa en la descripción crítica de los comportamientos en términos de actitudes individuales y colectivas de los estudiantes con el fin de recolectar la información necesaria que permita desarrollar el proceso de Sistematización de la experiencia, cuyo enfoque metodológico, propuesto por Evelio Bedoya (2013) consiste en un diseño basado en la IAP, la Evaluación de propuestas curriculares y didácticas, y el estudio o análisis (didáctico) de casos. En nuestro caso concreto, nos hemos propuesto realizar un diseño metodológico de intervención que

permita o facilite la estructuración de una propuesta de intervención didáctica mediada por TIC, orientada a la construcción del saber matemático en el contexto del aula y de la Institución.

Por último, se valora la herramienta diseñada por medio de encuesta a maestros del área y maestros en formación de maestría en educación matemática de la Universidad de Medellín.

## **RECONSTRUCCIÓN Y ANÁLISIS DE LA EXPERIENCIA**

### **4.1. EL ANÁLISIS DIDÁCTICO**

Cuando se desea realizar transformaciones en la practicas de los maestros de matemática es necesario realizar una reflexión objetiva de aquellos elementos que interviene en las clases de matemáticas a lo cual Bedoya (2002) denomina análisis didáctico (AD), el proceso mediante el cual el profesor de matemáticas, basándose en conocimientos didácticos, diseña, implementa y evalúa las distintas actividades de planificación, ejecución y evaluación de la enseñanza de las matemáticas; tiene carácter local o situado en relación tanto con el contenido como con el contexto.

En la práctica el proceso de análisis didáctico consta de los siguientes componentes o subprocesos: revisión y/o análisis curricular, análisis de contenido, análisis cognitivo y análisis de instrucción; cada uno de los cuales se basa y fundamenta conceptual y metodológicamente en unos conocimientos didácticos correspondientes, cuya puesta en juego se enmarca dentro de la estructura analítica del análisis didáctico (AD), que viene a ser la expresión local o micro del diseño curricular y medio a través del cual es posible pasar de diseños centrados en una secuenciación lineal de contenidos a diseños sistémicos y complejos que tienen en cuenta distintas dimensiones y factores del sistema didáctico local. Así pues, el AD se caracteriza por:

(a) Tener un conocimiento disciplinar de referencia: el conocimiento didáctico de las Matemáticas;

(b) Tener una utilidad práctica: diseño, planificación, puesta en práctica y evaluación de actividades curriculares o instrucciones concretadas en propuestas de unidades didácticas.

## **4.2. ANALISIS DE CONTENIDO LAS SECCIONES CONICAS**

### **4.2.1. Historia**

Para llegar a entender completamente un concepto hay que conocer sus orígenes: cómo surge, cuándo, cómo y por qué, entre otras.

En primer lugar, podemos pensar que las formas del sol y de la luna debieron influir decisivamente en el temprano descubrimiento y consagración de la circunferencia como la forma geométrica plana más regular. Podemos encontrar construcciones arquitectónicas con esta forma a partir del siglo XIX a.C., lo que configura a la circunferencia, después de la recta, como el primer lugar geométrico conocido y utilizado por la humanidad.

Durante el primer siglo de la época Helenística hubo tres matemáticos que se encontraban por encima de todos los demás de su tiempo, incluso por encima de la mayoría de los matemáticos de todos los tiempos. Estos matemáticos fueron Euclides, Arquímedes y Apolonio. Sus obras son las que han determinado que se denomine Edad de Oro de las matemáticas griegas al período que va del 300 a.C. al 200 a.C.

Solórzano describe en su página web Secciones Cónicas Objetos de aprendizajes que el surgimiento de las secciones cónicas está estrechamente ligado a la resolución de uno de los tres más famosos problemas matemáticos de la historia antigua de la Grecia helénica. Estos

problemas consistían en hacer lo siguiente, sin usar más que un compás y una regla -de un solo lado- sin marcas:

- Cuadrar un círculo
- Trisecar un ángulo, y
- Duplicar un cubo

El problema de la duplicación del cubo fue el más famoso en los tiempos de los antiguos griegos. Hay dos narraciones diferentes dadas por comentaristas posteriores sobre los orígenes del problema.

La primera fue transmitida por Eratóstenes. Éste, en su obra titulada *Platonicus* relata que, cuando el dios anunció a los delios (este problema también se llama problema de Delos) a través del oráculo que, para deshacerse de una plaga, debían construir un altar del doble del que había, sus artesanos quedaron desconcertados en sus esfuerzos por descubrir cómo podían hacer un sólido que fuera el doble de otro sólido similar; por ello fueron a preguntarle al respecto a Platón, quien respondió que el oráculo quería decir no que el dios quisiera un altar del doble del tamaño sino que deseaba, al imponerles la tarea, avergonzar a los griegos por su descuido de las matemáticas y su desprecio por la geometría.

La plaga sin duda fue un evento importante en la historia de Atenas y aproximadamente un cuarto de la población murió por esta causa. Esto sucedió alrededor del 420 a.C. que de haber algo de verdad en esta leyenda al menos podemos dar una fecha razonablemente exacta para la aparición del problema.

Esto también es consistente con una contribución anterior de Hipócrates al problema. Eutocio, en su comentario a *Sobre la esfera y el cilindro* de Arquímedes, dio una versión un tanto distinta. Esta se supone que es una carta escrita por Eratóstenes al Rey Tolomeo y, aunque la

carta es una falsificación, el escritor sí cita algunos escritos genuinos de Eratóstenes: Eratóstenes al Rey Tolomeo, saludos. La anécdota dice que uno de los poetas trágicos antiguos representaba a Minos haciendo construir una tumba para Glauco y que, cuando Minos descubrió que la tumba medía cien pies de cada lado, dijo 'Demasiado pequeña es la tumba que habéis señalado como el sitio real de descanso. Hacedla el doble de grande. Sin arruinar la forma, rápidamente duplicad cada lado de la tumba'.

Esto claramente era un error, ya que si los lados se duplican, la superficie se multiplica por cuatro y el volumen por ocho. Muchos sabios y filósofos se ocuparon de la resolución de estos problemas y, aunque sin demostrarlo rigurosamente, pronto se dieron cuenta que la solución era imposible utilizando sólo la regla y el compás un número finito de veces. En aquella época sólo se admitían dos maneras de definir curvas: con composiciones de movimiento uniformes y como intersección de superficies geométricas conocidas.

Aproximadamente en el año 350 a.C. nació Menecmo, en Alopeconnesus -actualmente en Turquía-, miembro de la Academia platónica, discípulo de Eudoxo y maestro de Aristóteles. A él se le atribuye la introducción de las secciones cónicas, esas curvas planas que posteriormente se les conoció como parábola, elipse e hipérbola. Gracias a ese aporte fueron conocidas como la Tríada de Menecmo. Él se ocupó del problema clásico de la duplicación del cubo sobre el que ya había avanzado Hipócrates. Menecmo refiere estas curvas como secciones de un cono circular recto, agudo u oblicuo, que son obtenidas por la intersección de un plano perpendicular a una generatriz del cono.

El desarrollo de la teoría de las cónicas debió ser muy rápido pues ya hacia fines del siglo IV a. de C. existieron dos obras importantes. La primera es de Aristeo, el Libro de los lugares sólidos (lugares planos eran los que daban lugar a rectas y círculos; lugares sólidos, aquellos en los que aparecen las cónicas por intersección de cilindros y conos con planos; lugares lineales

eran otras curvas de orden superior no reducibles a las anteriores, como la cuadratriz o la conoide). La segunda obra de interés, también perdida, fue de Euclides, en cuatro libros, cuyo contenido debió ser, en sus líneas fundamentales, el que se encuentra en los cuatro primeros libros de Las Cónicas de Apolonio, si bien menos general y menos sistemático.

Arquímedes se especializó en propiedades de la parábola. Muchas de las que cita en sus obras las propone como del dominio público en su tiempo. Después de la capacidad sistematizadora de Euclides, y el espíritu investigador de Arquímedes aparece la figura de Apolonio quien enfoca su actividad académica en, fundamentalmente, el estudio de las cónicas. Apolonio llegó a demostrar, más allá de la construcción de las cónicas de Menecmo por medio de tres distintos tipos de conos (rectángulo, obtusángulo o acutángulo) que las mismas se pueden construir desde un cono único al variar la inclinación del plano que corta al cono, lo que vino a unificar su estudio.

En cuanto a la elaboración de Las Cónicas sabemos que, residiendo en Alejandría, Apolonio fue visitado por un geómetra llamado Naucrates y, a petición de este último, escribió un apresurado borrador de Las Cónicas en ocho libros. Más tarde ya en Pérgamo, perfeccionó y pulió el contenido de su obra.

Tapias en su obra Apuntes de Historia de las Matemáticas describe que: “Apolonio sabía mucho más de lo que hasta entonces se conocía y de un modo mucho mejor organizado. Por ello se decide a publicarlo. Él mismo, en este prólogo al libro primero, explica el contenido de la obra bien claramente. Los cuatro primeros libros constituyen una introducción elemental. Debían constituir materia probablemente ya sabida, pero no organizada como la propone Apolonio. A partir del libro V se exponen los hallazgos más importantes del mismo Apolonio.

Su índice se puede proponer más o menos así:

I. Modos de obtención y propiedades fundamentales de las cónicas.



- II. Diámetros, ejes y asíntotas.
- III. Teoremas notables y nuevos. Propiedades de los focos.
- IV. Número de puntos de intersección de cónicas.
- V. Segmentos de máxima y mínima distancia a las cónicas. Normal, evoluta, centro de curvatura.
- VI. Igualdad y semejanza de las secciones cónicas. Problema inverso: dada la cónica, hallar el cono.
- VII. Relaciones métricas sobre diámetros.
- VIII. Se desconoce su contenido. Tal vez teoremas y/o problemas sobre diámetros conjugados.”

Algunos detalles de los diferentes libros se describen a continuación:

*El libro I* comienza con la generación del cono circular oblicuo de dos hojas que, seccionado por un plano, dará lugar a los diferentes tipos de cónicas. Apolonio había captado cómo esta consideración de un solo cono permite la obtención de las tres cónicas según la inclinación diversa del plano y además identificará la hipérbola como una curva con dos ramas. En estos puntos importantes se aparta de sus antecesores en el campo, logrando una visión más unitaria y mejor sistematizada del tema. Estudia las secciones circulares del cono, paralelas y antiparalelas a la base; introduce el parámetro  $p = 2b$  y  $2/a$ , que llama lado recto; establece las propiedades de ordenada y abscisa de las cónicas; considera el centro, ejes, diámetros conjugados, tangentes y ataca el problema de la construcción de la cónica dados diversos elementos suyos.

*El libro II* estudia fundamentalmente las propiedades de las asíntotas de la hipérbola. El lenguaje de Apolonio es un lenguaje sintético, que utiliza a la perfección los viejos procedimientos pitagóricos de la aplicación de áreas. Los resultados, sin embargo, son fácilmente traducibles al lenguaje de la geometría analítica. Lo que resulta profundamente sorprendente y

llamativo es que Apolonio sea capaz de llegar tan lejos sin asomo de utilización de los métodos avanzados de la geometría y del cálculo de los que nosotros disponemos.

*El libro III* se dedica primero a estudiar las relaciones de triángulos y cuadriláteros determinados por tangentes y diámetros conjugados. Obtiene la relación armónica sobre los cuatro puntos determinados en una secante a la cónica que pasa por un punto, su polar y los dos de intersección de la secante con la cónica. En la proposición 41 se establece cómo tres tangentes a la parábola se cortan en la misma razón y así resulta la parábola como envolvente de las rectas con esta propiedad.

En la proposición 43 aparece la hipérbola como lugar de puntos tales que  $xy = \text{constante}$ , siendo  $x$  e  $y$  abscisa y ordenada respecto a los ejes constituidos por las asíntotas. Desde la proposición 45 hasta la 52 aparecen propiedades interesantes sobre los focos. El libro IV es de bastante menos valor. En él estudia el número de puntos de intersección de las cónicas. Es interesante desde un punto de vista lógico que de sus 57 proposiciones, las 23 primeras se demuestran por reducción al absurdo.

*El libro V*, que consta de 77 proposiciones es, con gran diferencia, el más sorprendente de todos. Se puede decir que en él Apolonio, 20 siglos antes que Huygens (en su *Horologium Oscillatorium*, de 1673), introduce ya, a su modo, con instrumentos puramente sintéticos, nociones tales como normal a una curva, evoluta, centro de curvatura, ..., etc. y que logra obtener estos elementos para las cónicas de la manera más rigurosa.

Las proposiciones más llamativas de toda la obra son ciertamente la 51 y 52 de este libro quinto. En ellas consigue, ¡por procedimientos puramente sintéticos!, obtener la evoluta de las cónicas, es decir, el lugar geométrico de los centros de curvatura, mediante la determinación del número de normales distintas desde cada punto.

En las proposiciones 55- 63 obtiene las normales desde un punto exterior, reduciendo el problema a la determinación del pie de la normal sobre la cónica por intersección de ésta con una hipérbola equilátera asociada al punto exterior.

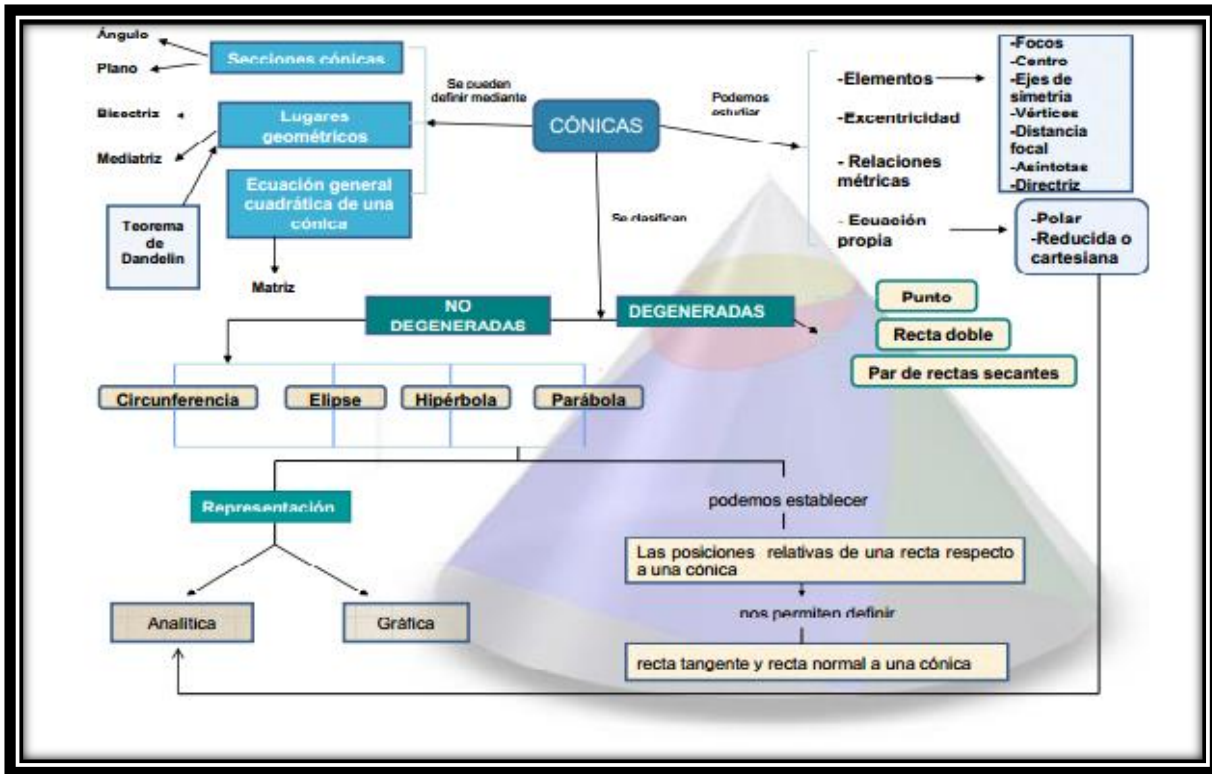
*En el libro VI*, dedicado fundamentalmente a la igualdad y semejanza de cónicas, aparece el problema interesante siguiente: dada la cónica y dado un cono circular recto, hallar una sección del cono que sea igual a la cónica dada. Es llamativa la elegancia de la resolución de este problema.

Las proposiciones del libro VII, nuevas en su mayor parte, como Apolonio mismo señala, contienen numerosas relaciones métricas entre diámetros conjugados y áreas.

Con Apolonio los nombres de las secciones cónicas pasaron a la posteridad, procedían del lenguaje pitagórico de la solución de ecuaciones cuadráticas del método de Aplicación de la Áreas. Elipse significa deficiencia. Hipérbola significa exceso, y Parábola equiparación. La magnitud de la obra de Apolonio queda descrita en expresiones de diversos autores, entre las que se destaca la de Mandelbrot en su obra De Apolonio de Perga a Kepler. Los griegos descubrieron las cónicas en estado salvaje en los conos o cilindro y Apolonio las cultivó como un mero juego de ingenio. Que sorpresa quince siglos después cuando Kepler descubre la trayectoria del planeta Marte es elíptica y Galileo que el movimiento que describe la caída de las piedras es parabólico.

La obra maestra Las Cónicas de Apolonio aunque fuera escrita más de dos siglos antes de nuestra era, estuvo oculta al mundo occidental hasta ser publicada por Edmon Halley (Astrónomo inglés 1656-1743) en 1710.

**Figura2.** Representación y clasificación de secciones cónicas.



Como se recoge en la figura 2 , un primer modo de definir el concepto podría ser con el cono, realizándole las diferentes secciones posibles y estudiando el resultado obtenido.

Esta forma de presentarlas nos permite hacer una clasificación de éstas, atendiendo a si la sección contiene el punto singular del cono o no, dividiéndolas así en degeneradas (sí lo contienen) y no degeneradas (no lo contienen). Nuestro estudio se centrará en estas últimas, ya que presentan propiedades más interesantes, nos permiten realizar una investigación más profunda y caracterizarlas y expresarlas de varias formas, y son: la circunferencia, la elipse, la parábola y la hipérbola.

Una segunda forma de definir las diferentes cónicas es como lugares geométricos del plano, basándonos en propiedades que caracterizan a cada uno de ellas, enriqueciendo esta presentación con la construcción gráfica de las diferentes cónicas.

Un tercer modo, y último, de definir las es mediante sus ecuaciones cartesianas o su ecuación general, estableciendo propiedades sobre los parámetros que intervienen y que las caracterizan.

Una vez presentado y asimilado el concepto, pasamos al estudio de numerosos elementos que intervienen en cada una de las cónicas (Focos, centro, ejes, distancia focal, excentricidad, asíntotas,...), y de sus propiedades que nos ayudan recordar las diferentes cónicas y sus características.

Así mismo, estudiamos las distintas ecuaciones (polar, cartesiana), por las que puede venir definida una misma cónica. Además completamos el estudio con las diferentes representaciones que se pueden realizar de las cónicas, desde su construcción con regla y compás, con papiroflexia, seccionando un cono, o su representación analítica, hasta ver la cantidad de ejemplos de la vida real en las que intervienen. Sin duda, otro procedimiento interesante para llevar en el estudio de las cónicas es el estudio de posiciones relativas, tanto entre algunas cónicas como entre cónicas y rectas, que nos permitirá definir los conceptos de recta tangente y recta normal a una cónica. A pesar de todo, el estudio recoge en rasgos generales todo un arsenal de conceptos relacionados que se comentarán a continuación.

#### **4.2.2. Relación con las secciones cónicas**

A la hora de interpretar, manipular y establecer relaciones con las cónicas llevamos a cabo diferentes procedimientos que podríamos agrupar en cuatro categorías generales:

##### ***Origen***

Entender, interiorizar y abstraer el origen geométrico de las curvas cónicas como Secciones del cono y como lugar geométrico a través de:

### ***Visualizaciones:***

Manipulación directa con el cono.

Interpretar relaciones entre cada figura y ángulo de cada sección.

Interpretación y relación de cada idea de lugar geométrico con la cónica.

Relacionar esta idea con fenómenos asociados (lámpara cónica, problema)

### ***Fórmula:***

Establecer relaciones y caminos entre las distintas representaciones de cada figura.

Resolución de problemas analítico-gráficos.

Representar una cónica a partir de ecuación polar o analítica.

Pasar de una representación simbólica a otra (polar-analítica y viceversa).

Deducir ecuaciones a partir de la gráfica.

Diferenciar el tipo de cónica desde su fórmula.

Resolver problemas de construcción a partir de diferentes datos.

Identificar puntos notables (centro, focos, vértice,..).

Relacionar distintas figuras con sus propiedades (excentricidad, asíntotas).

### ***Cónicas y rectas:***

Construir y relacionar rectas notables asociadas a las cónicas.

Cálculo de recta tangente y normal a partir de la ecuación simbólica.

Entender posiciones relativas entre recta y cónica.

Entender en esta representación la idea de tangencia.

### ***Resolución de problemas:***

Resolución de problemas métricos y geométricos.

Construir una cónica a partir de información meramente verbal o textual (a través de la idea de lugar geométrico). Bien sea gráficamente o con el ordenador.

Observar a través del cálculo y la resolución de problemas aquellas cuestiones que se simplifican a través del uso de las cónicas.

Como hemos visto hay diversos procedimientos implicados y de diverso tipo. Tiene un gran peso la parte analítica pues en el trabajo con cónicas una gran parte del trabajo se hace a través de su fórmula. La parte visual, geométrica e interpretativa es también un ingrediente fundamental y aquellos procedimientos que permitan relacionar unos conceptos con otros (resolución de problemas) y los que permitan relacionar los conceptos con situaciones reales y tangibles (aplicaciones).

### ***Representación:***

Hay varias formas de representar a las cónicas y las que hemos seleccionado para el nivel que corresponde a este tema son: simbólica, numérica, tecnológica, manipulativa y gráfica. Los sistemas que se presentan a continuación no son aislados o independientes.

*Simbólica:* Este sistema de representación se basa en la identificación de una cónica a través de su ecuación. Esta ecuación puede ser de tres tipos:

Ecuación general

Ecuación polar

Ecuación cartesiana

Estos tres tipos de ecuaciones no son independientes, podemos pasar de una a otra haciendo unas simples transformaciones.

*Numérica:* Una cónica se puede representar de forma numérica a través de dos maneras distintas, mediante:

Una matriz. Ésta forma está íntimamente ligada con la ecuación general de una cónica y por tanto con la forma simbólica.

La relación que las cónicas tienen con sus elementos asociados (focos, centros, excentricidades,...)

*Gráfico:* La representación gráfica de la elipse se puede abordar desde dos perspectivas distintas:

Como representación plana. Este tipo de representación está muy ligada a la representación numérica a través de sus elementos.

Como sección de un cono. La cónica se representa a partir de la sección de un cono mediante un plano. Variando la inclinación de este podemos conseguir las cuatro cónicas.

*Manipulativo:* Una de las maneras con la que podemos abordar la representación de las cónicas es de forma manipulativa, esto es, utilizando las herramientas necesarias podemos representar cualquiera de las cuatro cónicas. Los métodos seleccionados en este caso son:

El cono de madera. Este material manipulativo permite obtener las cónicas como secciones del cono. El cono tiene las secciones que dan lugar a las cuatro cónicas.

*Representar a la elipse.*

Papiroflexia. Podemos representar a las cuatro cónicas utilizando únicamente papel. Las propiedades de simetría y reflexión de éstas, permiten obtener de forma aproximada sus representaciones mediante pliegues de un papel.

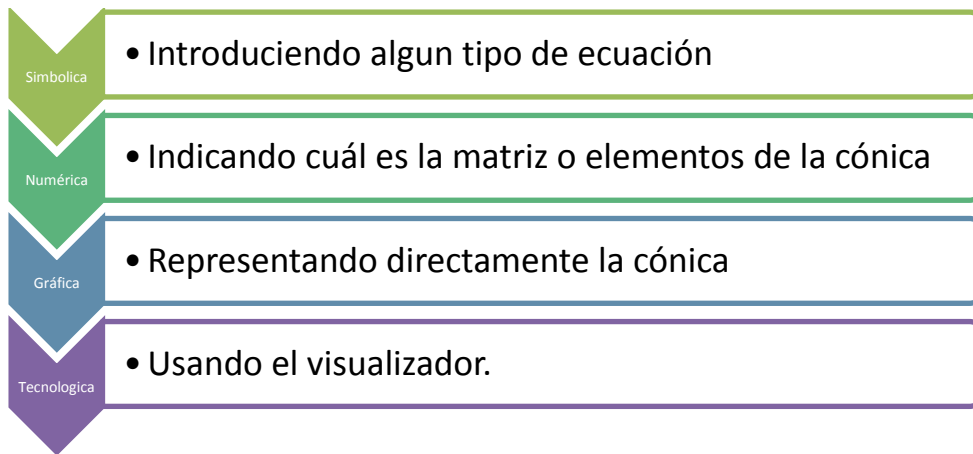
Iluminación. El uso de una lámpara con tulipa circular o el uso de una linterna junto con una superficie esférica como puede ser un balón nos permite representar a las cónicas mediante sombras variando la posición de la luz con respecto al objeto.

*Tecnológica.* El uso del visualizador desarrollado dentro de la propuesta.

Así:

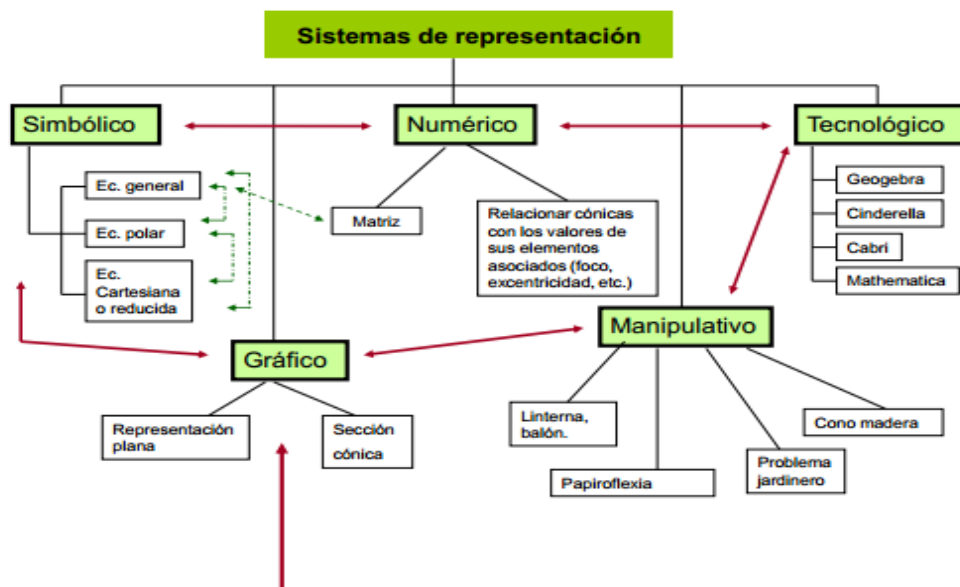


**Figura 3.** Métodos de representación.



Como se mencionó al principio todos estos métodos de representación están relacionados. El siguiente esquema muestra las posibles representaciones de las cónicas junto con las relaciones existentes entre ellas.

**Figura 4.** Sistemas de representación.



A la hora de estudiar la fenomenología de las cónicas, y relacionarla con las subestructuras asociadas, podemos encontrar infinitos ejemplos. En este estudio nos reduciremos a una muestra por la imposibilidad de enumerarlos todos. La importancia fundamental de las cónicas reside en el aparato sensitivo del hombre mismo. Su capacidad de percepción depende principalmente del ojo. El hombre, es ante todo, una criatura que mira, y los rayos luminosos que penetran en el ojo o que de él parten en dirección contraria para construir la visión forman un cono. Nos hemos centrados en las cónicas que desde nuestro punto de vista tienen más interés que son la circunferencia y la elipse.

### 4.3. ANÁLISIS COGNITIVO

Se presentan los objetivos de aprendizaje de acuerdo a las secciones cónicas y las habilidades que se buscan desarrollar en los estudiantes al igual que los errores y dificultades presentados en el momento de acercarse al conocimiento.

*1. Definir lugar geométrico y las diferentes cónicas.*

Hay que distinguir entre las diferentes cónicas y conocer sus diferentes definiciones matemáticas.

Se expresan usando ideas matemáticas.

*2. Identificar los diferentes elementos de las cónicas y describir cómo influyen en la clasificación de éstas.*

Elabora argumentos de clasificación de las cónicas en base a sus elementos.

Describen cómo influyen los elementos en cada una de las cónicas, qué características les aportan para su clasificación.

Usando programas informáticos y juegos, se pueden modificar los diferentes elementos

tras apreciarlos y moverlos para ver qué ocurre.

*3. Relacionar cada cónica con sus distintas ecuaciones y obtener éstas a partir de varios elementos o propiedades.*

Ofrece distintos elementos según el tipo de ecuación que nos ofrezcan de éstos. Debe conocer las diferentes ecuaciones, tanto entre cónicas, como las distintas formas dentro de una misma cónica.

Justifica en qué se basa para establecer relaciones entre cónica y ecuación.

Expresan matemáticamente un problema y usa procesos matemáticos para resolverlo.

Interpretan, relacionan formas diferentes de representación.

Manejan enunciados y expresiones con símbolos matemáticos.

*4. Distinguir las diferentes secciones del cono que dan lugar a las distintas cónicas.*

Interpretan las diferentes secciones del cono como un sistema más de representación.

Podemos usar las herramientas tecnológicas para visualizar las secciones.

*5. Hallar la recta tangente y la recta normal a una cónica en un punto de ésta.*

Expresan matemáticamente este tipo de problemas.

Resuelven y plantean problemas sobre las rectas notables asociadas a las cónicas.

Utilizan variables, resuelven ecuaciones, comprenden cálculos.

*6. Construir gráficamente las cónicas usando programas de geometría dinámica.*

Tienen que seleccionar los elementos relevantes para la construcción de cada cónica y elegir un método de construcción apropiado.

Deben justificar por qué eligen un determinado método y argumentar cada paso que dan.

Conocer y saber utilizar las diferentes herramientas para poder usarlas.

*7. Relacionar las ecuaciones de las cónicas con su representación gráfica y viceversa.*

Deben utilizar conceptos y procedimientos matemáticos para establecer la relación.

Justificar los cálculos y el método para establecer dicha relación.

Decodifiquen, interpreten distintas formas de representar.

8. *Identificar el uso de las cónicas en problemas de la vida cotidiana y en la ciencia y resolverlos. Expresan ideas acerca de las matemáticas.*

Traducen problemas al lenguaje matemático y luego interpretan el resultado matemático dentro del contexto del problema.

Resuelven y analizan problemas.

*Obstáculos de Aprendizaje.* En el siguiente cuadro mostramos los errores y dificultades que creemos que pueden surgir, señalando su relación con los objetivos anteriores.

No reconocer las cónicas como secciones del cono. Objetivos 1-4
No perciben la presencia de las secciones cónicas en la vida real. Objetivo 8
Dificultad para identificar los elementos de las cónicas y su representación gráfica. Objetivo 8
Desconexión entre los distintos sistemas de representación. Objetivos 3-4-5-6-8
Dificultad para identificar problemas relacionados con secciones cónicas y resolverlos . Objetivos 5-6-8
Manejo inadecuado del cálculo y de expresiones algebraicas. Objetivos 2-3-5-6-8
Deficiencia en conocimientos geométricos previos. Objetivos 5-6-7
Dificultad para identificar problemas relacionados con secciones cónicas y resolverlos . Objetivos 5-6-8



**PROPUESTA DE INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA: “EDUCACIÓN MATEMÁTICA CRÍTICA Y ANÁLISIS DIDÁCTICO: UNA PROPUESTA DE CONSTRUCCIÓN DE CONOCIMIENTOS MATEMÁTICOS CON ESTUDIANTES EN SITUACIÓN DE FRONTERA. LA UNIDAD DIDÁCTICA VIRTUAL”**

La propuesta de intervención pedagógica es formulada con el fin de trabajar con los estudiantes alrededor del contenido o conocimiento matemático en relación con las secciones cónicas, para la cual se plantea la creación de una unidad didáctica (UD) basada en un ambiente virtual de aprendizaje denominado **Mate-horizontes**, cuyo entorno virtual está en la plataforma Wix.

Para el desarrollo de esta propuesta inicialmente se realiza una reflexión pedagógica de aquellos componentes del contrato didáctico de aprendizaje (cf. Brousseau, 1997), entendido como la armonía o interrelación establecida entre los parámetros del ambiente de aprendizaje, la manera como se produce el significado, y como se organizan las actividades, entre otros.

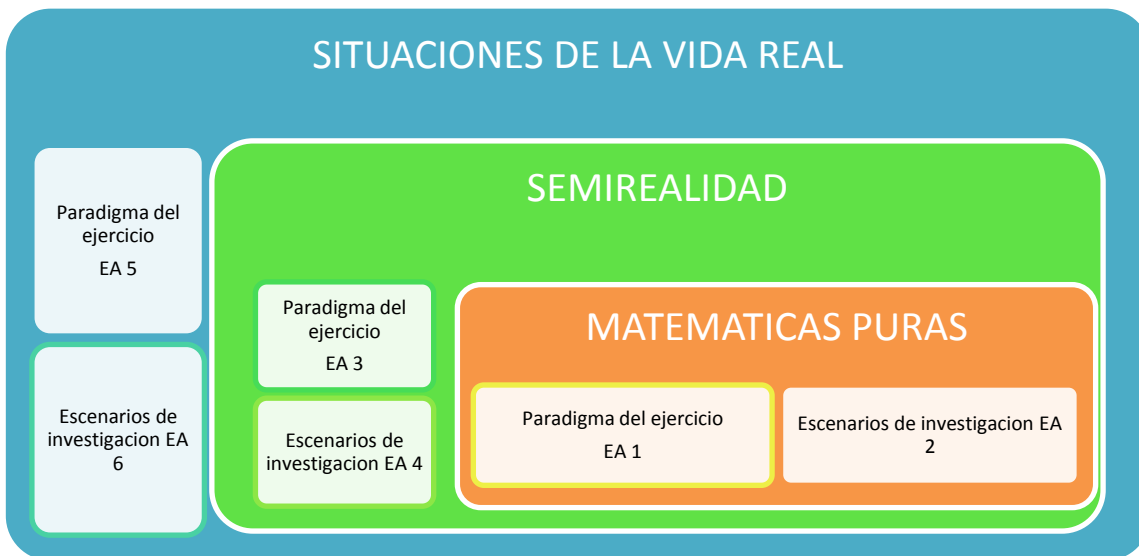
Así mismo en los escenarios de aprendizaje planteados por Skovsmose (2012) y que se proponen relacionando la matemática, las preguntas y actividades de matemáticas, la semirealidad es aquella realidad construida y las situaciones de la vida real con los paradigmas de las prácticas en el salón de clase, el paradigma del ejercicio y los escenarios de investigación.

**Tabla 2.** Paradigma de Ejercicio y escenario de la investigación.

	Paradigma del Ejercicio	Escenario de Investigación
Matemáticas	1. Aquellas actividades relacionadas con ejercitación de operaciones matemáticas.	2. Aquellas actividades en las que los estudiantes experimentan con los datos numéricos para hallar solución a algún ejercicio.
Semirealidad	3. Actividades que se enmarcan en una situación artificial en la información de la semirealidad se tiene toda lo necesario para solucionar el ejercicio y no necesita hacer inferencias de otro tipo.	4. Actividades que buscan que los estudiantes generen definiciones matemáticas a partir de interacción con ejercicios.
Situaciones de la vida real	5. Actividades en donde el estudiante interactúa con la realidad.	6. Actividades en proyectos en los cuales el estudiante hace uso de los conocimientos matemáticos para solucionar un problema de la vida real o una situación ficticia.

Si bien es cierto son seis escenarios de aprendizaje, se sugiere que se realice el tránsito por todos los tipos de estos que se desarrollen actividades que los integren.

**Figura 5.** Situaciones de la vida real.



En la propuesta pedagógica se diseñan los procesos pedagógicos de acuerdo al siguiente esquema y teniendo en cuenta tres momentos claves para el desarrollo de saberes y competencias matemáticas, actividades de exploración, aplicación y evaluación.

*Actividades de Exploración*, todas aquellas que buscan rastrear los saberes previos de los estudiantes en relación a las secciones cónicas.

**Tabla 3.** Actividad de exploración que se dé.

ACTIVIDAD DE EXPLORACIÓN QUE SE DE
Escribe una definición de la palabra sección cónica
En donde la has encontrado, observado o aprendido:
En algún lugar del metro has visto una sección cónica, ¿en dónde?
Visita la web <a href="#">Mate-horizontes</a> explora la teoría sobre las secciones cónicas y luego contesta.
Podrías decir que tu definición es acertada o le modificarías algo, justifica tu respuesta.
Luego se piden que por equipos lean la definición y elijan la más acertada. Se realizará por parte del maestro la explicación de cómo se puede usar la teoría para realizar cálculos y hallar las ecuaciones correspondientes.

*Actividades de aplicación*, se conciben como aquellas en donde se realiza la aplicación de conocimientos en ejercicios prácticos y en semirealidades.



**Tabla 4.** Actividad de aplicación.

**ACTIVIDADES DE APLICACIÓN**

Visita la web <http://viajoenlineak.wix.com/mate-horizontes>, explora la pestaña de circunferencia y observa la sección de teoría y ejercicios. Luego accede a la pestaña La circunferencia – ejercicios y descarga el archivo que está en formato PDF donde encontrarás los ejercicios propuestos:

Escriba por favor el nombre del equipo

\*

Escriba por favor los apellidos y nombres de sus integrantes

\*

Escriba por favor el grupo al cual pertenecen

**Soluciona en hojas los ejercicios propuestos en clase y describe en este cuestionario el plan de acción para darle solución a dichos ejercicios. \***

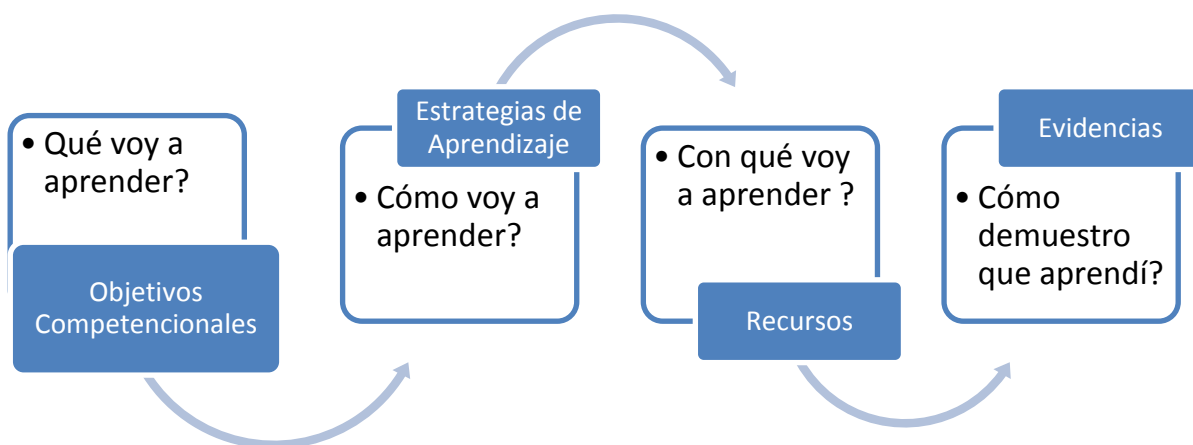
El enfoque de formación por competencias, al asumir al estudiante como el centro de aprendizaje, lo lleva a responsabilizarse de su proceso, sus objetivos y los resultados que debe

alcanzar para incrementar su capacidad de respuesta adecuada a las diversas situaciones y problemas relacionados con las secciones cónicas. En este sentido el proceso debe soportarse en un acuerdo o contrato de aprendizaje, es decir, un compromiso del estudiante consigo mismo, con el docente. Este puede definirse como la declaración pública de una decisión consciente sobre el reto que conlleva mejorar las propias competencias.

Si bien, el contrato de aprendizaje es central en los enfoques didácticos para la individualización (la enseñanza programada y la modular, el aprendizaje auto dirigido, la investigación y la tutoría académica), este puede adoptarse en el de competencias y en aquellos que se centran en la socialización como estrategia de aprendizaje o en la integralidad de la realidad, como los proyectos o la resolución de problemas. (Díaz, 2006).

El contrato de aprendizaje organiza y estructura actividades individuales de aprendizaje a partir de una descripción precisa de las actividades que propone realizar un estudiante (plan Dalto) y el maestro sigue y actúa como facilitador.

**Figura 6.** Plan Dalto.







**Figura 10.** Paradigma del ejercicio Escenario de aprendizaje 3.

- 16) El cable del puente ilustrado en la figura tiene la forma de una parábola. Las torres que sostienen la estructura están separadas por una distancia de 600 metros. y tienen una altura de 80 metros. Si el cable toca la superficie del camino a la mitad de la distancia entre las torres, ¿cuál es la altura del cable en un punto situado a 150 metros del centro del puente?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



- 17) El radiotelescopio mostrado en la figura tiene la forma de un paraboloide de revolución. El receptor de las señales se encuentra ubicado a una distancia focal de 10 metros del vértice. Si la profundidad del radiotelescopio es de 5 pies, ¿cuál es el diámetro del mismo?



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Visita la web <http://viajoenlineak.wix.com/mate-horizontes>, explora la pestaña de circunferencia y observa la sección de teoría y ejercicios. Luego accede a la pestaña La circunferencia – ejercicios y descarga el archivo que está en formato PDF donde encontrarás los ejercicios propuestos.

**Figura 11.** Paradigma del ejercicio Escenario de aprendizaje 4.

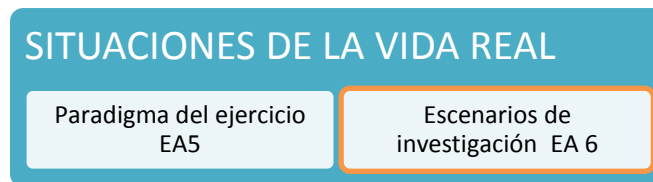
Escribe una definición de la palabra Parábola \*

¿En dónde has observado o aprendido la definición de la Parábola? \*

¿En qué lugares de tu ciudad (metro, colegio, casa, ... , etc.) has visto una Parábola? \*

Después de explorar la teoría que tiene la página web MAtе-horizontes sobre la Parábola ¿Usted puede decir que la definición de la Parábola que realizó en la primera pregunta es acertada o le modificaría algo?, justifica tu respuesta. \*

**Tabla 7.** Situaciones de la vida real



**Figura 12.** Paradigma del ejercicio Escenario de aprendizaje 5.

19) Los faros de un automóvil tienen una superficie parabólica generada por la parábola  $y^2 = 12x$ .  
Determine la posición donde deben ir ubicados los bombillos.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Figura 13.** Escenarios de Investigación .Escenario de aprendizaje 6.

De acuerdo a las indicaciones de tu maestro.  
Organizarse en equipos de acuerdo a sus habilidades y construyan una sección cónica usando los materiales que tengan a su disposición.  
Elijan quien llevara la medida de los puntos.  
Con que elementos construirán la sección cónica.  
Plan de trabajo, asignación de roles , y construcción de conclusiones.

## **5.2. PRUEBA DE VALORACIÓN DE LA PROPUESTA DIDÁCTICA**

Entendiendo que las TIC pueden contribuir a la realización de buenas prácticas (programa para la transformación educativa – MEN), que las TIC se pueden manejar como un eje integrador, para fomentar valores de los estudiantes y paralelamente fomentar el pensamiento crítico y reflexivo

(XIV ENCUESTRO INTERNACIONAL VIRTUAL EDUCA, 2013), que la maestría que estamos cursando tiene énfasis en TIC, entre otros, y en aras de realizar una realimentación del trabajo realizado en la UDV (Unidad Didáctica Virtual) se invita a maestros del área de matemáticas y maestrandos en educación matemática en formación a responder una encuesta que busca conocer su opinión sobre la UDV. El link donde se realizó la valoración de la misma fue:

<https://docs.google.com/forms/d/1CaGL9tHUCnIpVGhJ8dckeJa8UEwEEdWLteFFI8jPmuo/viewform>

Se contó con la participación de 10 maestros los cuales respondieron de la siguiente manera a cada uno de los ítems valorados:

**Figura 14.** Propuesta de intervención pedagógica.

**Universidad de Medellín- Maestría en Educación Matemática**

PROPUESTA DE INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA: Educación Matemática crítica, una propuesta de construcción de saber matemático en contextos de conflicto social.

La siguiente encuesta busca conocer la opinión de maestros y maestros en formación sobre la unidad didáctica virtual Mate-horizontes.

Maestros:  
Agradecemos su colaboración en la valoración de la herramienta que diseñamos para la enseñanza aprendizaje de las secciones cónicas.

El siguiente esquema de valoración del UDV (Unidad -didáctica Virtual) Mate-horizontes, tiene un baremo de puntuaciones de 1 a 5, Siendo el 1 el aspecto de menor importancia y el 5 el aspecto de mayor importancia.

Escala de Valoración  
1 Deficiente  
2 Insuficiente  
3 Aceptable  
4 Bueno  
5 Excelente

Les recordamos que cada pregunta hace relación a la web Mate-horizontes.

dd/mm/aaaa

Nombre del Docente

**Figura 12.** Encuesta.

**ENTORNO**

1. ¿Es una herramienta pensada para el docente?

1 2 3 4 5

● ● ● ● ●



El 14 % de los maestros respondieron es una excelente herramienta pensada para el docente.  
El 57% de los maestros respondieron que es una buena herramienta pensada para el docente.  
El 29% de los maestros respondieron que es una herramienta aceptable pensada para el docente.

**ENTORNO**  
2. ¿ Esta pensado para el estudiante?

1 2 3 4 5

● ● ● ● ●

El 50% de los maestros respondieron que es una excelente herramienta pensada para el estudiante.  
El 33% de los maestros respondieron que es una buena herramienta pensada para el estudiante.  
El 17% de los maestros respondieron que es una herramienta aceptable pensada para el estudiante.

**ENTORNO**  
3. ¿Contempla actividades para trabajo individual y en grupo?

1 2 3 4 5

● ● ● ● ●

El 1% de los maestros respondieron que contempla actividades excelentes para el trabajo individual y en grupo.  
El 43 % de los maestros respondieron que contempla actividades buenas para el trabajo individual y en grupo.  
El 43 % de los maestros respondieron que contempla actividades aceptables para el trabajo individual y en grupo.

**ENTORNO**  
4. ¿Los contenidos tratados responden a los estándares básicos de competencias en educación matemática, concretamente los relacionados con las secciones cónicas?

1 2 3 4 5

● ● ● ● ●

El 17% de los maestros respondieron que los contenidos responden de manera excelente a los estándares básicos de competencias relacionadas con las secciones cónicas.

El 67% de los maestros respondieron que los contenidos responden de manera buena a los estándares básicos de competencias relacionadas con las secciones cónicas.

El 17% de los maestros respondieron que los contenidos responden de manera aceptable a los estándares básicos de competencias relacionadas con las secciones cónicas.

### SOBRE LA TEORIA

1 ¿Plantea la teoría a estudiar en un contexto de resolución de problemas?

1 2 3 4 5



El 50 % de los maestros respondieron que la teoría a estudiar está planteada de manera buena orientada hacia la resolución de problemas.

El 17% de los maestros respondieron que la teoría a estudiar está planteada de manera aceptable orientada hacia la resolución de problemas.

El 33% de los maestros respondieron que la teoría a estudiar está planteada de manera excelente orientada hacia la resolución de problemas.

### SOBRE LA TEORIA

2. ¿Deja algunas propiedades para que el estudiante desde la investigación construya conceptos?

1 2 3 4 5



Para el 33% de los maestros la propuesta deja algunas propiedades para que sean construidas por parte de los estudiantes mediante la investigación.

Para el 33% de los maestros la propuesta deja solo algunas propiedades para que sean construidas por parte de los estudiantes mediante la investigación.

Para el 17% de los maestros la propuesta deja pocas propiedades para que sean construidas por parte de los estudiantes mediante la investigación.

Para el 17% de los maestros la propuesta deja muchas propiedades para que sean construidas por parte de los estudiantes mediante la investigación.

### **SOBRE LA TEORIA**

3. ¿Es clara la exposición teórica, con rigor en los enunciados , utilizando ejemplos resueltos?

1 2 3 4 5



El 50% de los maestros respondieron que la exposición teórica es clara, con rigor en los enunciados y usa para ello los ejemplos resueltos.

El 33 % de los maestros respondieron que la exposición teórica es poco clara, con rigor en los enunciados y usa para ello los ejemplos resueltos.

El 17 % de los maestros respondieron que la exposición teórica es coherente, con rigor en los enunciados y usa para ello los ejemplos resueltos.

### **ILUSTRACIONES**

1. ¿Los gráficos y/o animaciones son utilizados cómo justificación o cómo aclaración de la teoría?

1 2 3 4 5



El 67% de los maestros respondieron que los gráficos y animaciones corresponden de forma excelente a la justificación y aclaración de la teoría.

El 33 % de los maestros respondieron que los gráficos y animaciones corresponden de buena manera a la justificación y aclaración de la teoría.

### **ENFATIZACIÓN**

1. ¿Enfatiza en las definiciones, fórmulas y enunciados más importantes?

1 2 3 4 5



El 67% de los maestros respondieron que la propuesta enfatiza adecuadamente en la teoría, enunciados y fórmulas más importantes.

El 33% de los maestros respondieron que la propuesta enfatiza correctamente en la teoría, enunciados y fórmulas más importantes.

### ENFATIZACIÓN

2. ¿La manera como se encuentra diseñada la herramienta es fácil de utilizar, los colores de fondo, tamaños de letras y parte gráfica son apropiadas ?

1 2 3 4 5



El 67% de los maestros respondieron que la propuesta está diseñada de manera excelente lo cual posibilita su utilización y su diseño en cuanto a los colores es agradable y fácil de utilizar.

El 33% de los maestros respondieron que la propuesta está diseñada de manera adecuada lo cual posibilita su utilización y su diseño en cuanto a los colores es agradable y fácil de utilizar.

### EJERCICIOS, CUESTIONES Y PROBLEMAS

1. ¿La colección de ejercicios plantean cuestiones teóricas y/o numéricas de tal manera que el estudiante interiorice el simbolismo matemático?

1 2 3 4 5



El 50% de los maestros respondieron que la colección de ejercicios plantea correctamente cuestiones teóricas de tal manera que ayudan al estudiante a interiorizar el simbolismo matemático.

El 50% de los maestros respondieron que la colección de ejercicios plantea adecuadamente cuestiones teóricas de tal manera que ayudan al estudiante a interiorizar el simbolismo matemático.

### MOTIVACIÓN

1. ¿Dentro del ambiente virtual se utiliza la historia como un instrumento para dotar de significado las secciones cónicas?

1 2 3 4 5



El 83% de los maestros respondieron que el ambiente virtual utiliza adecuadamente la historia de las secciones cónicas para dotarlas de significado.

El 17 % de los maestros respondieron que el ambiente virtual utiliza correctamente la historia de las secciones cónicas para dotarlas de significado

### MOTIVACIÓN

2. ¿Justifica algún tema con la necesidad social de su estudio?

1 2 3 4 5



El 33% de los maestros respondieron que la propuesta didáctica justifica correctamente la necesidad social del estudio de algún tema en específico.

El 33% de los maestros respondieron que la propuesta didáctica justifica adecuadamente la necesidad social del estudio de algún tema en específico.

El 33% de los maestros respondieron que la propuesta didáctica justifica algunas veces la necesidad social del estudio de algún tema en específico.

### MOTIVACIÓN

3. ¿Propone problemas numéricos conectando la teoría expuesta con problemas de la vida cotidiana?

1 2 3 4 5



El 33% de los maestros respondieron que la herramienta didáctica propone algunas veces problemas numéricos que conectan correctamente la teoría con la vida cotidiana.

El 50% de los maestros respondieron que la herramienta didáctica propone la mayoría de las veces

problemas numéricos que conectan correctamente la teoría con la vida cotidiana.

#### MOTIVACIÓN

4. ¿Los contenidos tratados presentan conexión con disciplinas del conocimiento en medio de un entorno social y cultural?

1 2 3 4 5



El 80% de los maestros respondieron que los contenidos tratados presentan conexión entre las disciplinas del conocimiento y el entorno social de los estudiantes.

El 20% de los maestros respondieron que los contenidos tratados presentan poca conexión entre las disciplinas del conocimiento y el entorno social de los estudiantes.

#### METODOLOGÍA

1. ¿Propone ejercicios o problemas en los que se necesite hacer correlación de saberes?

1 2 3 4 5



El 50% de los maestros respondieron que la propuesta propone adecuadamente ejercicios en los cuales se deben integrar los saberes.

El 33% de los maestros respondieron que la propuesta propone correctamente ejercicios en los cuales se deben integrar los saberes.

El 17% de los maestros respondieron que la propuesta algunas veces propone ejercicios en los cuales se deben integrar los saberes.

#### METODOLOGÍA

2. ¿Propone alguna distribución metodológica de la realización de las actividades?

1 2 3 4 5



El 67% de los maestros respondieron que la propuesta propone una correcta distribución metodológica de la realización de las actividades.

El 17% de los maestros respondieron que la propuesta siempre propone una correcta distribución metodológica de la realización de las actividades.

El 67% de los maestros respondieron que algunas veces la propuesta propone una correcta distribución metodológica de la realización de las actividades.

#### ACTIVIDADES

1. ¿Las actividades guardan estrecha relación con la teoría trabajada?

1 2 3 4 5



El 50 % de los maestros respondieron que las actividades de la propuesta guardan estrecha relación con la teoría trabajada.

El 33% de los maestros respondieron que las actividades de la propuesta algunas veces guardan estrecha relación con la teoría trabajada.

El 17% de los maestros respondieron que las actividades de la propuesta pocas veces guardan estrecha relación con la teoría trabajada.

#### ACTIVIDADES

2. ¿Sugiere trabajos de investigación, redacción de situaciones problema y construcción de conceptos?

1 2 3 4 5



El 50% de los maestros respondieron que la propuesta pocas veces sugiere trabajos de investigación, redacción de situaciones y construcción de conceptos.

El 33% de los maestros respondieron que la propuesta la mayoría de las veces sugiere trabajos de

investigación, redacción de situaciones y construcción de conceptos.

El 17% de los maestros respondieron que la propuesta sugiere trabajos de investigación, redacción de situaciones y construcción de conceptos.

#### ACTIVIDADES

3. ¿Algunas actividades están desarrolladas para contrastar la teoría estudiada con problemas de la vida cotidiana?

1 2 3 4 5



El 33% de los maestros respondieron que la propuesta la mayoría de las veces presenta actividades que correlacionan la teoría con situaciones de la vida real.

El 33% de los maestros respondieron que la propuesta presenta actividades que correlacionan la teoría con situaciones de la vida real.

El 33% de los maestros respondieron que la propuesta algunas veces presenta actividades que correlacionan la teoría con situaciones de la vida real.

#### NUEVAS TECNOLOGÍAS

1. ¿Trae alguna práctica diseñada para hacerla con algún programa de ordenador concreto?

1 2 3 4 5



El 67 % de los maestros respondieron que la propuesta siempre integra actividades que se desarrollan con un software concreto.

El 33% de los maestros respondieron que la propuesta la mayoría de las veces integra actividades que se desarrollan con un software concreto.

#### NUEVAS TECNOLOGÍAS

2. ¿Señala las pautas de aplicación de algún programa de ordenador para alguna tarea?

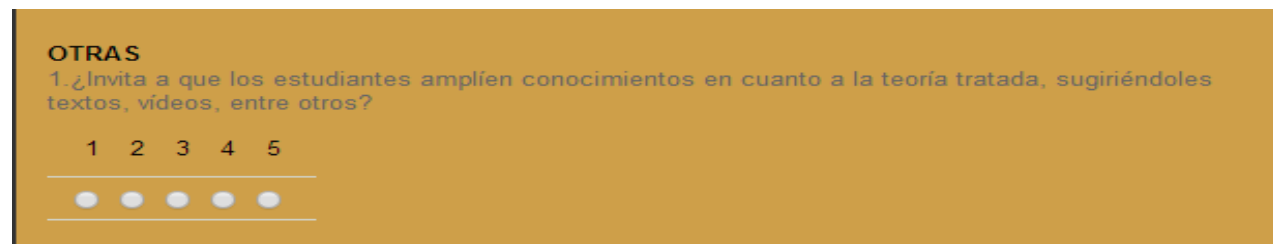
1 2 3 4 5





El 67% de los maestros respondieron que la propuesta presenta la mayoría de las veces pautas para la aplicación de algún ordenador para la solución de tareas específicas.

El 33% de los maestros respondieron que la propuesta siempre presenta pautas para la aplicación de algún ordenador para la solución de tareas específicas.



El 50% de los maestros respondieron que la propuesta siempre invita a los estudiantes a ampliar sus conocimientos sobre la teoría tratada.

El 33% de los maestros respondieron que la propuesta la mayoría de las veces invita a los estudiantes a ampliar sus conocimientos sobre la teoría tratada.

El 17% de los maestros respondieron que la propuesta pocas veces invita a los estudiantes a ampliar sus conocimientos sobre la teoría tratada.



- Demuestra alto grado de corresponsabilidad de los autores en mejorar y dinamizar las prácticas pedagógicas de tal manera que los estudiantes puedan tener una percepción de la practicidad y necesidad de aprender matemáticas.
- Excelente herramienta para mejorar el aprendizaje de los estudiantes en relación a las secciones Cónica

### 5.3. PRUEBA PILOTO

La propuesta didáctica para la enseñanza de las secciones cónicas se puso en práctica en la Institución Educativa Nuevo Horizonte con los grados décimo, tres en total y con las actividades correspondientes a las secciones cónicas. Las actividades se desarrollaron de la siguiente forma:

*Propuesta de intervención pedagógica: “Educación matemática crítica y análisis didáctico: una propuesta de construcción de conocimientos matemáticos con estudiantes en situación de frontera. La unidad didáctica virtual”*

Fecha : Agosto 25 al 30 de 2013  
03

Grupo :1001-02-

## CONTENIDO MATEMÁTICO

### SECCIONES CÓNICAS

#### DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD

Se le pide a cada estudiante de forma individual que respondan en una hoja la siguiente pregunta: “Escriba una definición de la palabra sección cónica”. Cada uno de los estudiantes presentes responde la pregunta.

Se les comenta a los estudiantes que comenzaremos a trabajar las secciones cónicas y que para ello se ha implementado una página web con la cual se trabajará el contenido. Se les comenta que por la cantidad de estudiante Vs. Equipos se debe trabajar en equipos, por lo tanto ellos mismos conforman los equipos de trabajo y se les da la dirección de la página web y se les pide que entren en ella.

Se les indica a los estudiantes que en la página web vayan a la etiqueta de varios e ingresen a actividades, luego que seleccionen la actividad de exploración 1.

Se les dice que determinen un nombre para su equipo y luego comiencen a llenar la actividad de exploración 1, se les aclara que no llenen la última pregunta y que al terminar hagan click enviar al cuestionario.

Se les pide que regresen a la página web y que en ella encontrarán en secciones cónicas una primera aproximación a la definición de secciones cónicas y a su historia, ellos ingresan y observan los cortes de un cono con un plano e identifican los nombres de las secciones cónicas, quieren ver los videos, pero llega otra dificultad: Los portátiles prácticamente no tienen volumen, su audio es mínimo.

Concluye el tiempo de la clase y no alcanzan a responder la última pregunta del cuestionario de la actividad de exploración 1. En la próxima clase se hará.

Se les pide a los estudiantes que para la próxima clase deben realizar una actividad donde expresen con video, caricatura, ..., etc. Que son las secciones cónicas, es una actividad que la deben traer realizada, no hay tiempo para más.

Termina la clase

#### OBSERVACIONES

---

---

La sala de cómputo asignada cuenta con 15 computadores y solo prenden 10, aparente motivo: no tienen el cargador, todos los computadores para que funcionen necesitan del cargador, parece que no conservan la carga. La conexión a internet es muy lenta.

Se recoge información de los estudiantes en donde se encuentra lo siguiente:

6 escriben una definición basa en conceptos matemáticos “una sección cónica es cuando una curva es interceptada fuera de un plano ”, “son todas las curvas de intersección entre un plano y un cono”

25 contestan no saber.

21 contestaron “es algo que tiene que ver con las matemáticas, con aprender más fácil y con la geometría”

3 contestaron “intersección entre cono y un plano”

*Propuesta de intervención pedagógica: “Educación matemática crítica y análisis didáctico: una propuesta de construcción de conocimientos matemáticos con estudiantes en situación de frontera. La unidad didáctica virtual”*

---

Fecha:septiembre03-08de 2013

Grupo :10-01-02-03

### CONTENIDO MATEMÁTICO

Actividad de aplicación secciones cónicas

### DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD

Los estudiantes para el día de hoy deberían traer una actividad donde expresen con video, caricatura, entre otras. Que son las secciones cónicas, cuatro grupos traen el trabajo, desarrollan dos carteleras explicativas de lo que son las secciones cónicas y dos presentaciones en power point sobre el tema.

Se decide para evitar la dispersión de los estudiantes, ya que trabajan varios estudiantes por equipo, de proyectar la página con un video beam y a la vez sirve de para reforzar el concepto con las animaciones existentes en la página web, a medida que los estudiantes exponen, se refuerza el concepto con la visualización de las animaciones y se especifica que es circunferencia, elipse, parábola e hipérbola.

El tiempo no da para evaluar la actividad, se decide realizarlo en la próxima clase.

### Observaciones

La sala de cómputo asignada cuenta con 15 computadores y solo prenden 10, aparente motivo: no tienen el cargador, todos los computadores para que funcionen necesitan del cargador, parece que no conservan la carga. La conexión a internet es muy lenta

---

*Propuesta de intervención pedagógica: “Educación matemática crítica y análisis didáctico: una propuesta de construcción de conocimientos matemáticos con estudiantes en situación de frontera. La unidad didáctica virtual”*

Fecha : Septiembre 12 al 17

Grupo :10-01-02-03

### CONTENIDO MATEMÁTICO

Teoría sobre La circunferencia.

#### DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD

Los estudiantes para el día de hoy deberían traer una actividad donde expresen con video, caricatura, ..., etc. Que son las secciones cónicas, solo un grupo trae el trabajo, desarrollan en sus casas un video explicativo de lo que son las secciones cónicas, algunos grupos argumentan que harán el trabajo y me lo enviarán al correo.

Ante lo sucedido en el numeral 1, se decide comenzar con la teoría de la circunferencia.

Se decide para evitar la dispersión de los estudiantes, ya que trabajan varios estudiantes por equipo, de proyectar la página con un video beam.

Se ingresa en la pestaña de teoría y ejemplos de la circunferencia. Se explica la definición de la circunferencia, los elementos de la circunferencia y la ecuación canónica de la circunferencia, se hacen cuatro ejemplos en el tablero, se explica cómo se grafica una circunferencia en el papel, se explica cómo descargar el visualizador para que puedan graficar una circunferencia en Excel y se les entrega las indicaciones de qué ejercicios traer resueltos y graficados para la próxima clase en papel milimetrado por cada grupo conformado.

---

## OBSERVACIONES

los estudiantes muestran poco compromiso con la primera actividad sobre las secciones cónicas. Cuando vieron el video que realizaron los compañeros, les pareció divertido y casi todo el grupo pide una nueva oportunidad para realizar un video y enviármelo por correo, nota: todos preguntan si el video se va a mostrar mucho, a todo el colegio o solo en clase, incluso algunos dicen que no lo enseñe en clase si me lo envían (parece que los frenara el hecho de divulgar el video).

En el drive se encuentran las encuestas llenas con la primera actividad de exploración de la circunferencia, las primeras tres preguntas, falta terminar de llenar el cuestionario, el tiempo no alcanzó para llevarlos de nuevo desde la cancha hasta la sala de computo, encender los equipos, ingresar a la página y llenar la encuesta.

Un grupo me pidió volver a las clases tradicionales.

El tiempo siento como docente que transcurre más rápido, muchas veces siento que me quedo corto y no alcanzo a hacer las actividades de llenado de los cuestionarios, por ejemplo hoy no pude terminar el llenado de la actividad de exploración de la circunferencia que está pendiente con este grupo y tampoco la actividad de aplicación de las secciones cónicas.

Considero que se debe crear un libreto para el maestro donde muestre paso por paso lo que debe ir haciendo, sin ser una camisa de fuerza, pero que dé la posibilidad de guiarse en el proceso.

## RESPUESTAS ESTUDIANTES

29 estudiantes describen la circunferencia como un círculo perfecto es un espacio que se forma en cualquier espacio

Es un círculo redondo que no tiene vértices ni puntas.

Para un estudiante es un tema de matemáticas.

Un estudiante describe “una circunferencia es un círculo matemático cuyas medidas son iguales y se realiza partiendo en partes iguales.

Un estudiante escribe no saben.

28 estudiantes lo definen como lugar geométrico de los puntos de un plano, es un círculo formado por radio, perímetro. es cuando se cortan los ejes de un plano.

Se recoge las impresiones de los estudiantes en cuanto a la actividad y se halla lo siguiente.

*Propuesta de intervención pedagógica: “Educación matemática crítica y análisis didáctico: una propuesta de construcción de conocimientos matemáticos con estudiantes en situación de frontera. La unidad didáctica virtual”*

Fecha : septiembre 22 al 27

Grupo :10-01-02-03

### CONTENIDO MATEMÁTICO

Impresiones sobre las actividades realizadas

### DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD

Se le pide a los estudiante que escriban en equipos como les pareció las actividades desarrolladas

### OBSERVACIONES

En su mayoría los estudiante manifiestan que La actividad les pareció interesante, la explicación estuvo bien y con un buen argumento.

Además expresan que es una forma creativa para enseñar, una forma de aprender más fácil y divertida.

Es divertida y otra forma de explicar y muy didáctica.

La actividad fue entretenida, muy alegre y sobre todo muy social saliendo de la rutina del día a día escolar.

Muy clara para resolver los problemas.

## CAPITULO VI

---

---

### **CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES FINALES**

A continuación se presentan algunas conclusiones sobre la experiencia desarrollada en este trabajo, sobre los logros conseguidos en relación con el problema eje que guió el proceso, así como en relación con los objetivos que se plantearon en el primer capítulo (sección 1.1.). Recordemos que, en términos generales, el propósito del proyecto consistió en realizar una reflexión sobre la enseñanza, el aprendizaje y la formación (conocimiento profesional base) del profesor de matemáticas, tomando como referencias algunos desarrollos de la Educación Matemática Crítica (EMC) (Valero y Skovsmose, 2013) y del pensamiento crítico (Boisvert, 2012), utilizando propuestas recientes sobre el análisis didáctico (Bedoya, 2002; 2013; Rico, Lupiáñez y Molina, 2013), en la perspectiva de establecer relaciones o conexiones en el sistema curricular y didáctico conformado por el profesor, los estudiantes, el contexto interno y externo del aula y la Institución, el contenido matemático y las TIC. También presentaremos algunas reflexiones y recomendaciones finales relacionadas con el modelo local y las dimensiones del análisis didáctico que se ha implementado en la perspectiva de la formación del docente y el desarrollo curricular.

#### **6.1. CONCLUSIONES GENERALES**

Tanto el modelo metodológico de desarrollo del proceso de sistematización de experiencias descrito en el Capítulo III, como el modelo local de análisis didáctico adoptado como estrategia y



referente conceptual del conocimiento profesional del docente resultaron ser útiles para el logro de los objetivos propuestos en este trabajo que, en síntesis, consistieron en reconocer e implementar los conocimientos conceptual, procedimental y crítico que se requieren a la hora de desarrollar, implementar y reflexionar sobre una propuesta de unidad didáctica virtual (UDV) para trabajar con los estudiantes en torno a las secciones cónicas utilizando TIC en una Institución Educativa (IE) en contexto de conflicto social.

Tal como se ha mostrado en el Capítulo V, el diseño, desarrollo, implementación y evaluación de la propuesta de UDV, lo cual se constituyó en una concreción del proceso de sistematización de la experiencia, vía el diseño metodológico basado en la investigación acción participativa (IAP) y los análisis didácticos (estudios) de casos, no sólo hicieron posible su desarrollo, si no también, documentar y fundamentar a través de los registros o información recolectada, identificar modificaciones y ajustes a la propuesta, incluyendo la necesidad identificada y reconocida por los docentes entrevistados de desarrollar una guía didáctica o manual que permita a los maestros el diseño y la puesta en práctica de una propuesta de este tipo. Así mismo, se pudo reconocer a través del desarrollo de la experiencia lo que podemos denominar como un perfil del maestro para llevar a cabo una práctica y reflexión crítica de esta naturaleza desde puntos de vista de la EMC y el AD. Esto, de acuerdo con el ejercicio realizado nos lleva a plantear y fundamentar algunos cambios en el currículo de matemáticas desde la perspectiva educativa crítica.

De acuerdo con a lo anterior, se pudo identificar y caracterizar las condiciones y competencias profesionales que debe tener un docente de matemáticas para la transformación y mejoramiento de su práctica a partir de la reflexión crítica, la sistematización y el planteamiento de propuesta de una UDV con el propósito de intentar abordar las situaciones problemáticas de aprendizaje a las cuales se ve enfrentado día a día en el ejercicio de su profesión. Para ello,

siguiendo a Vasco (2008) y Bedoya (2002, 2013), se debe tener en cuenta la experiencia complementada y enriquecida con marcos de referencia conceptual y metodológica, como en los que nos hemos basado en el desarrollo de este trabajo. De acuerdo con los autores mencionados, el modelo curricular y didáctico implementado debe tener un carácter sistémico tetrádico (Bedoya, 2001), que considere necesariamente los siguientes subsistemas como componentes: docentes, estudiantes, contenidos matemáticos escolares y medios o recursos de diferentes naturaleza –humanos, conceptuales, tecnológicos, bibliográficos, etc.- que hacen posible y de calidad el desarrollo de una propuesta y de las competencias para ello. La propuesta de modelo local Análisis Didáctico que hemos implementado, constituye el fundamento conceptual y procedimental del conocimiento base de la formación didáctica y la competencia profesional de un profesor de matemáticas, al menos en relación con el propósito de formular y gestionar una propuesta de unidad didáctica virtual (UDV) como la que se ha propuesto en este trabajo.

Las actividades realizadas en torno a una UDV como la que se ha propuesto y desarrollado en este trabajo, deben guardar estrecha relación en los escenarios (virtuales) de aprendizaje desarrollando actividades que las integren y puedan ayudar a que los estudiantes integren saberes matemáticos a su vida cotidiana. Tal como lo propone el filósofo español en su libro “El valor de educar”:

*“El maestro es el soporte básico del cultivo de la humanidad y su labor está ligada al sentido humanista de la civilización, porque él pone las bases de todo el desarrollo intelectual futuro, de la persona plenamente humana, civilizadamente decente en compañía de los demás. Es decir, sin una buena educación dada por el maestro, no hay posibilidad de que luego aparezcan el científico, el político, el creador artístico. Toda labor educativa tiene una cierta ilusión artística, es decir, no es una artesanía. Llamo arte a todo aquello que se puede enseñar en sus fundamentos, pero no en su excelencia”.*

Fernando Savater.

Es necesario contar con maestros comprometidos a la realización de reflexiones críticas de los contenidos y de la realidad que viven sus estudiantes y que estén dispuestos a usar lo que contribuya de manera positiva a su práctica pedagógica. Un maestro que a partir su reflexión genere alternativas de solución usando las propuestas pedagógicas y didáctica para enseñar su saber y comprometidos con el diseño de alternativas didácticas que mejoren la formación de sus estudiantes se verá reflejada en la construcción de una sociedad con más oportunidades y con menos brechas sociales.

En un sentido más concreto, y con cierto carácter prospectivo, se propone que todo plan de formación de profesores de matemáticas sea concebido a la vez como propuesta de desarrollo profesional (de competencias) y curricular, que se desarrolle de manera continuada o permanente, que tenga carácter sistémico, y que se realice mediante procesos de sistematización de experiencias curriculares y didácticas por parte de los propios docentes; para lo cual deben ser rigurosamente planificadas y sometidas a pruebas empíricas, si se quiere alcanzar los objetivos esperados y que contribuyan a reconocer y mejorar las situaciones problemáticas e incluso de crisis a que frecuentemente se ven sometidos los currículos de matemáticas, las instituciones y sistemas educativos matemáticos. Conceptual y metodológicamente, estas propuestas deben estar basadas y fundamentadas en sistemas de conocimientos que se estructuran en modelos locales de organizadores del currículo y de análisis didáctico, los cuales se concretan en conocimientos (conceptuales, procedimentales y actitudinales) sobre los contenidos matemáticos escolares (CME), sobre el currículo de matemáticas respectivo, conocimientos didácticos del contenido (CDC), así como conocimientos, habilidades, capacidades y saberes (competencias) para el desarrollo de los procesos de instrucción correspondientes. En particular, se recomienda prestarle

atención y hacer más explícita la dimensión actitudinal del conocimiento (Bedoya, 2002); aspecto poco atendido en los procesos curriculares y educativos, y que es clave, como plantea Sarabia (1992), para el desarrollo de tres componentes fundamentales del proceso educativo: el componente cognitivo, el componente afectivo y el componente conductual, y que generalmente suelen formar parte de currículos ocultos. Estas observaciones plantean la importancia de profundizar más en las relaciones sistémicas y funcionales entre las dimensiones del conocimiento y competencias profesionales del profesor de matemática y las componentes del conocimiento y del análisis didácticos, como estrategias de cualificación (formación) docente y desarrollo profesional y curricular, ya que sin duda, un docente competente profesionalmente tendrá el perfil que en estos tiempos y que el futuro, demandan las instituciones educativas y la sociedad.

### **Sobre la implementación de una Unidad Didáctica Virtual que integre TIC**

En cuanto a la implementación de la UDV, se concluye que es una herramienta clave en la aplicación de contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales, lo cual permite evaluar de forma continua el aprendizaje de los estudiantes y a la vez identificar algunas de las competencias desarrolladas y puestas a prueba en el mundo de la vida como parte de las actitudes desarrolladas y del accionar del estudiante. Las actividades previamente diseñadas en concordancia con el ciclo de aprendizaje propuesto por Jorba & Sanmartí (1996), facilitan este proceso.

## **6.2. RECOMENDACIONES FINALES**

La principal recomendación que se puede generar a partir de las reflexiones y valoración sobre el trabajo realizado, es que la formación inicial y permanente, teórica y práctica, y el desarrollo de

competencias profesionales de un docente de matemáticas para estos tiempos del conocimiento, la tecnología y la información, resulta crucial, toda vez que los conocimientos matemáticos, didácticos, curriculares y tecnológicos, base de estas formación y competencias en este siglo XXI, resultan ser muy especializados y de gran complejidad, tal como se ha podido establecer a lo largo de este trabajo. Es necesario y urgente realizar programas de formación inicial, permanente y de posgrados para los docentes si se quiere que sus prácticas y experiencias tenga un carácter profesional, que garantice una educación matemática de calidad.

En particular, la formación y desarrollo de competencias profesionales en relación con el uso de las TIC y en particular para el diseño de unidades didáctica que las integre, que es lo que hemos denominado en este trabajo como “unidades didácticas virtuales” (UDV). Estos medios y recursos virtuales, constituyen hoy día en estrategias valederas para el mejoramiento del trabajo colaborativo y aprendizaje de los estudiantes, la interacción a través de éstas y la búsqueda de información a través de las mismas, permiten lograr esta clase de objetivos. No obstante la orientación hacia el trabajo y uso adecuado de estas herramientas, debe ser constante.

A la hora de implementar esta clase de cursos, es pertinente hacer un buen diagnóstico a cerca del manejo de las TIC, por parte de los estudiantes, ya que pueden existir algunos que no poseen los conceptos y habilidades básicas para trabajar con estas herramientas, siendo necesaria una capacitación previa.

Es muy importante tener en cuenta el tipo de recursos con que se cuenta, pues la disponibilidad de equipos con una buena conexión a internet se hace indispensable, además deben considerarse los espacios y tiempo disponible para brindar asesoría a los estudiantes

El diseñar e implementar Unidades Didácticas como ambientes de aprendizaje con integración de las TIC (UDV), es recomendable siempre y cuando se realice este diseño con un objetivo claro que use cada uno de los escenarios propuestos desde la EMC . En este sentido, las

actividades propuestas resultarán claves para el trabajo colaborativo y aprendizaje de los estudiantes.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

---

Antônio Miguel, Maria Ângela Miorim , História na educação matemática - Propostas e desafios, Autêntica Editora, ISBN: 9788575261200, SEGUNDA EDICIÓN, 2004.

Ausubel D., Novack J. y Helen H. (1991). Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo. 2ª edición-TRILLAS México, España, Colombia, Puerto rico, Venezuela (Quinta reimpresión).

Action and Knowledge: breaking the monopoly with participatory action research. Orlando Fals Borda y Muhammad Anisur Rahman, editores. New York: The Apex Press ; London : Intermediate Technology Publications, 1991.182 p.

Barrón, C., González, F. y Martín A., TIC TAC: Tecnología + Pedagogía, XIV Encuentro Internacional Virtual Educa 2013 (2013), consultado el 18 de Diciembre de 2013, Recuperado de

[https://www.google.com.co/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0CCMQFjAA&url=http%3A%2F%2Fwww.colombiaprende.edu.co%2Fhtml%2Fmicrositios%2F1752%2Farticles-326295\\_recurso\\_6.docx&ei=dZuQU86DN4\\_LsASX04CwCA&usg=AFQjCNEkzzHoeQpnr\\_V-N71qmqMXGMAaDsQ&bvm=bv.68235269,d.b2U](https://www.google.com.co/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0CCMQFjAA&url=http%3A%2F%2Fwww.colombiaprende.edu.co%2Fhtml%2Fmicrositios%2F1752%2Farticles-326295_recurso_6.docx&ei=dZuQU86DN4_LsASX04CwCA&usg=AFQjCNEkzzHoeQpnr_V-N71qmqMXGMAaDsQ&bvm=bv.68235269,d.b2U)

Boisvert, J. (2004). La formación del pensamiento crítico, teoría y práctica. Obtenida el 27 de Octubre de 2012, de <http://es.scribd.com/doc/54064007/LA-FORMACION-DEL-PENSAMIENTO-CRITICO-de-Jacques-Boisvert>.

Bedoya, E., Gutiérrez, J. y Rico, L. (2006). Evaluación de actitudes hacia la integración de calculadoras gráficas en el currículum de matemáticas de educación secundaria. Teoría de la educación. Revista Interuniversitaria, 7(1). Disponible en: <http://campus.usal.es/~teoriaeducacion/DEFAULT.htm>.

Bedoya, E. (2002). Formación inicial de profesores de matemáticas: enseñanza de funciones, sistemas de representación y calculadoras graficadoras (Tesis doctoral). Universidad de Granada, Granada, España.

Bedoya, Rico, Lupiáñez y Molina, 2013. Análisis Didáctico En Educación Matemática. Metodología de investigación, formación de profesores Grupo de Investigación Didáctica de la Matemática. Pensamiento Numérico. Editorial Comares, S.L. Gran Capitán, 10 – Ba18002 Granada.

Brousseau, G. (1997). Theory of Didactical Situations in Mathematics 1970-1990. Translation from French: M. Cooper, N. Balacheff, R. Sutherland & V. Warfield. Dodrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers (1998, French version: Théorie des situations didactiques. Grenoble, France: La Pensée Sauvage).

Carranza M. (2012). Las TIC, Sustentabilidad y Educación Ambiental, consultado el 13 de enero de 2014, Recuperado de <http://www.razonypalabra.org.mx/anteriores/n58/mcarranza.pdf>

Carr, W. y Kemmis, S. (1988) Teoría crítica de la educación. La investigación acción en la formación del profesorado, Barcelona, Martínez Roca.

Castro, L. (2012). Redes sociales. Guía de About.com, consultado el 24 de enero de 2014, Recuperado de <http://aprenderinternet.about.com/od/RedesSociales/g/Que-Es-Una-Red-Social.htm>

Celso V. E. (2006). El lenguaje de los videojuegos, sus pliegues y recortes en las prácticas sociales. Revista, novedades EDUCATIVAS. VOL. 18. No. 185. (pp. 74).

Colectivo IOE. (1993). IAP. Introducción en España. Documentación Social: Investigación acción participativa, nº 92, Madrid.

Coll C., Pozo J., Sarabia B. y Valls E. (1994). Los contenidos de la Reforma. Enseñanza y aprendizaje de conceptos, procedimientos y actitudes. Ediciones Santillana S.A. Segunda edición. (p.170). Recuperado de <http://www.terras.edu.ar/aula/cursos/15/biblio/15COLL-Cesar-POZO-Ignacio-y-Otros-Las-Actitudes-conceptualizaciones-y-su-inclusion-en-los-nuevos-curriculos.pdf>

Corrales, M. J. (2013). Análisis didáctico de una propuesta instruccional en torno a los números racionales en el grado séptimo en la Institución Educativa San Vicente. Tesis de Maestría. Cali: Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía.

D'Ambrosio, U. (1994) Cultural Framing of Mathematics Teaching and Learning. En Biehler et al. (Ed.) Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline. p. 443 – 447. Kluwer Academic Publishers.

D'Ambrosio, U. (1985), Socio-cultural bases for mathematics education, Brazil, Unicamp. Mogens Niss (1983) y Stieg Mellin-Olsen (1987) pag. 17

Decreto 2247 de Septiembre 11 de 1997. Ministerio de educación nacional. Consultado el 24 de febrero de 2014, Recuperado de [http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-104840\\_archivo\\_pdf.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-104840_archivo_pdf.pdf)



De Miguel, M. (1993). La IAP un paradigma para el cambio social, Documentación Social n° 92, Madrid.

Definición.Org. (2012). Definición de correo electrónico. consultado el 14 de noviembre de 2013, Recuperado de <http://www.definicion.org/correo-electronico>

D'Ambrosio, U. (1985), Socio-cultural bases for mathematics education, Brazil, Unicamp.

D'Amore B. (2008). Epistemología, didáctica de la matemática y prácticas de enseñanza. Enseñanza de la matemática. Revista de la ASOVEMAT (Asociación Venezolana de Educación Matemática). Vol. 17, n° 1, 87-106.

Díaz F., Rojas G. (2009). Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Universidad del desarrollo profesional. Ed. Mc Graw Hill, 2a. edición. Recuperado de <http://www.slideshare.net/elyunidep/3-tipos-de-contenidos>

Díaz, B. Perfiles educativos, El enfoque de competencias en la educación ¿una alternativa o un disfraz de cambio?, ISSN 0185-2698, Vol. 28, N°. 111, 2006, págs. 7-36, Consultado el 8 de febrero de 2014, Recuperado de <http://www.scielo.org.mx/pdf/peredu/v28n111/n111a2.pdf>

Díaz Barriga, Frida. Rojas, Gerardo (2009), estrategias docentes para un aprendizaje significativo, Ed. Mc Graw Hill, 2ª. Edición, consultado el 16 de febrero de 2014, Recuperado de <http://mapas.eafit.edu.co/rid%3D1K28441NZ-1W3H2N9-19H/Estrategias%2520docentes%2520para-un-aprendizaje-significativo.pdf>

Educación en Colombia (citada 2012). Aulas Virtuales Inteligentes (Avi). Recuperado de <http://blog.anced.org.pe/2009/12/05/la-educacion-en-colombia-y-las-aulas-virtuales-inteligentes/> 96

EDUTEKA, Modelo curricular interactivo de informática, presentador multimedia, consultado el 20 de enero de 2014, Recuperado de <http://www.eduteka.org/curriculo2/Herramientas.php?codMat=6>

Ernest, P. (2010), "The scope and limits of critical mathematics education", Philosophy of Mathematics Education Journal, Special Issue on Critical Mathematics Education, núm. 25, en <http://people.exeter.ac.uk/PErnest/pome25/index.html> (consulta: 19 de noviembre de 2014).

Fajardo J. A. (2007). Desafíos de la educación. Plan Nacional Decenal de educación PNDE 2006-2016. Periódico El Mundo. Recuperado de <http://www.plandecenal.edu.co/html/1726/w3-article-126746.html>

Fals Borda, O. (1991) Algunos ingredientes básicos. En Acción y Conocimiento. Como romper el monopolio con investigación-acción participativa CINEP; Santafé de Bogotá. 7-19 pp.

Feito R. (2008). Competencias educativas hacia un aprendizaje genuino. Revista portadaAen066(24).Recuperado de [http://www.juntadeandalucia.es/averroes/mochiladigital/didactica/Andalucia\\_educativa\\_competiciones\\_educativas.pdf](http://www.juntadeandalucia.es/averroes/mochiladigital/didactica/Andalucia_educativa_competiciones_educativas.pdf)

Fernández I. (2012). Construcción de una escala de actitudes tipo Likert. Ministerio de Trabajo y asuntos sociales. España. Recuperado de [http://www.insht.es/InshtWeb/Contenidos/Documentacion/FichasTecnicas/NTP/Ficheros/001a100/ntp\\_015.pdf](http://www.insht.es/InshtWeb/Contenidos/Documentacion/FichasTecnicas/NTP/Ficheros/001a100/ntp_015.pdf)

Fernández I. (2012). Construcción de una escala de actitudes tipo Likert. Ministerio de Trabajo y asuntos sociales. España. Consultado el 26 de febrero de 2014, Recuperado de [http://www.insht.es/InshtWeb/Contenidos/Documentacion/FichasTecnicas/NTP/Ficheros/001a100/ntp\\_015.pdf](http://www.insht.es/InshtWeb/Contenidos/Documentacion/FichasTecnicas/NTP/Ficheros/001a100/ntp_015.pdf)

Frankenstein, M. 1983. "Critical mathematics education: An application of Paulo Freire's Epistemology." *Journal of Education*. 165.4:315-340.

Frases Filosóficas.com, Frases de Wittgenstein, Ludwig. Consultado el 11 de enero de 2014, Recuperado de <http://www.frases-filosoficas.com/Wittgenstein,+Ludwig/12>

Freire, P. (1967). *Pedagogía del oprimido*. Editorial América Latina. Bogotá

Glaser, E. (1941), *Critical Thinking Defined, the critical thinking community*, consultado el 4 de febrero de 2014, Recuperado de <http://www.criticalthinking.org/pages/defining-critical-thinking/766>

González Capetillo, Olga y Manuel Flores Fahara. *El trabajo docente. Enfoques innovadores para el diseño de un curso*. México. Trillas-ITESM editores, 1998.

Guerra, C. (1995). "Investigación-acción participativa en la periferia urbana de Salamanca", en *Cuadernos de la Red*, no 3 (Red CIMS), Madrid.

Halaban P. (2006). *Nuevas tecnologías de la información ¿Mitos, fantasías o realidades*. Revista, novedades EDUCATIVAS. VOL. 18. No. 185 Mayo (pp. 79).

Hernández A. Espejo B. González V y Gómez J. (2001) *Escalas de respuesta tipo Likert: ¿es relevante la alternativa "indiferente"?* Revista Metodología de Encuestas Vol 3, Núm 2, 135-150. España.

Hernández A. & Quintero A. (2009). *La integración de las TIC en el currículo*: Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación del Profesorado. REIFOP, 12 (2) 104.

Iafrancesco G. M. (2011). *Contexto, propósito, fundamentos y dimensiones del Modelo Pedagógico Holístico Transformador (PHT)*. Revista Editorial del Congreso por una 97

Educación de Calidad. No. 3 pp. 61-68. Cartagena de indias-Colombia. Recuperado de <http://porunaeducaciondecalidad.org/Congreso/Imagenes/Reflexiones%203-web.pdf>

Institución Educativa Sol de Oriente (2012). PEI Proyecto Educativo Institucional.

Jorba, J. y Sanmartí, N. (1993). La función pedagógica de la evaluación, Universidad Autónoma de Barcelona Aula, 20, 10-20. Consultado el 16 de octubre de 2013, Recuperado de <http://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/4693/fad2de5.pdf?sequence=2>

Lewin, K. (1946): «Action research and minority problems», en Gertrude Weis Lewin (ed.), Resolving Social Conflict, London, Harper & Row.— (1947a): «Frontiers in group dynamics II. Social equilibria and social change», en Human Relations, n.º 1, pp. 5-38

Lewin, K. (1992) La investigación-acción y los problemas de las minorías. En La investigación-acción participativa. Inicios y desarrollos. Popular; Madrid. 13-25 pp.

Lopez de Ceballos, P. (1987). Un Método para la Investigación-acción participativa. Popular, Madrid.

Maldonado M. (2007). El trabajo colaborativo en el aula universitaria. Laurus, revista de Educación, año/vol. 13, No. 023. Caracas-Venezuela. Recuperado de <http://redalyc.uaemex.mx/pdf/761/76102314.pdf> 98

Marqués P. (2002). Diseño Instructivo de Unidades Didácticas. Departamento de Pedagogía Aplicada. Facultad de Educación, UAB. Recuperado de <http://peremarques.pangea.org/ud.htm>

Marqués P. (2002). Diseño Instructivo de Unidades Didácticas. Departamento de Pedagogía Aplicada. Facultad de Educación, UAB. Consultado el 20 de febrero de 2014, Recuperado de <http://peremarques.pangea.org/ud.htm>

Martínez J. M. y de la fuente J. (2004). La Autorregulación del Aprendizaje a través del Programa Pro&Regula. Revista Electrónica de Investigación Psicoeducativa, 2 (1) 145-156. Recuperado de <http://www.investigacion-sicopedagogica.org/revista/new/ContadorArticulo.php?34>

Mellin-Olsen, S. (1987), The politics of mathematics education, Dordrecht, Reidel. doi: 10.1007/0-306-47236-8.

Merino, L. y Raya, E. (1993) "El método de la investigación-acción participativa como mediación entre la teoría y la práctica de la formación del/a trabajador/a social y en el desarrollo profesional"(copigrafiado), Seminario de integración teoría- práctica en la formación de los trabajadores sociales (EUTS de Alicante- C.E.B.S.), 2/3-XII-1993.

Ministerio de Educación nacional (2004), Estándares Básicos De Competencias de Matematicas, consultado el 18 de enero de 2014, Recuperado de [http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-116042\\_archivo\\_pdf2.pdf](http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf)

Ministerio de Educación nacional (2011), Programa para la transformación de la calidad educativa, consultado el 5 de febrero de 2014, Recuperado de [http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-310661\\_archivo\\_pdf\\_guia\\_actores.pdf](http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-310661_archivo_pdf_guia_actores.pdf)

Monsalve M. L. (2011). Implementación de las TIC como Estrategia Didáctica para Generar un Aprendizaje Significativo de los Procesos Celulares en los Estudiantes de Grado Sexto de la Institución Educativa san Andrés del municipio de Girardota. Tesis de maestría no publicada, Universidad Nacional de Colombia – sede Medellín.

Moreira M. A. (2010). Aprendizaje significativo: un concepto subyacente. Universidad Federal do Río Grande do Sul. Brasil. Revista QurriculumNo. 23 pp. 9-23.

- Morosini E. (2012). Escalas de actitud tipo Likert. Universidad Nacional de Asunción – Paraguay. Consultado el 1 de noviembre de 2013, Recuperado de <http://www.slideshare.net/EnriqueMorosini/escala-tipo-likert>
- Müller A. M. (2007). Recursos informáticos e intervención docente. Revista, novedades EDUCATIVAS. VOL. 18. No. 198. (p. 79).
- Niss, M. (1983), “Mathematics for the automatical society”, en R. Schaper (ed.), Hochschuldidaktik der Mathematik [Memorias del congreso desarrollado en Kassel del 4 al 6 de Octubre, 1983], Germany, Leuchtturm-Verlag, pp. 43 – 61.
- Paul, R. y Elder, L. (2008), La Mini guía para el Pensamiento Crítico Conceptos y herramientas de la Fundación para el Pensamiento Crítico, consultado el 20 de febrero de 2014, Recuperado de <http://louisville.edu/kent/CURRENT>
- Park, P. (1992). "Qué es la investigación-acción participativa. Perspectivas teóricas y metodológicas", en Salazar (ed.), La Investigación Acción Participativa. Inicios y desarrollos, Madrid, Editorial Popular - OEI- Quinto centenario, págs. 135-174;
- Pérez, L. El foro virtual como espacio educativo: propuestas didácticas para su uso, consultado el 20 de febrero de 2014, Recuperado de [http://www.quadernsdigitals.net/datos\\_web/hemeroteca/r\\_1/nr\\_662/a\\_8878/8878.html](http://www.quadernsdigitals.net/datos_web/hemeroteca/r_1/nr_662/a_8878/8878.html)
- Puerta, F. (2013). Propuesta Metodológica Para La Enseñanza De Las Secciones Cónicas En El Grado Décimo De La Institución Educativa Villas De San Ignacio De Bucaramanga (tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia. Consultado el 14 de Agosto de 2014, Recuperado de <http://www.bdigital.unal.edu.co/9463/1/91495767.2013.pdf>

Romano, G. (1995). Comment favoriser le développement des habilités de pensée chez les élèves. En J. P. Goulet, Enseigner au collégial (pp.289-298). Montreal: Asociación de Quebec de Educación Universitaria.

Román Reyes (Dir): *Diccionario Crítico de Ciencias Sociales*, Pub. Electrónica, Universidad Complutense, Madrid 2002, consultado el 9 de febrero de 2014, Recuperado de <http://www.ucm.es/info/eurotheo/diccionario>

Rustici Software, what's SCORM? We explain it!, consultado el 20 de febrero de 2014, Recuperado de <http://scorm.com/scorm-explained/>

Skovsmose, O. (1985), "Mathematical education versus critical education", Educational Studies in Mathematics, vol. 16, núm. 4, pp. 337-354. doi: 10.1007/BF00417191

Salinas, J. (1997). Nuevos escenarios de aprendizaje, consultado el 9 de febrero de 2014, Recuperado de [https://www.google.com.co/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0CCMQFjAA&url=http%3A%2F%2Fwww.researchgate.net%2Fpublication%2F232242510\\_Nuevos\\_escenarios\\_de\\_aprendizaje%2Ffile%2F32bfe5100ea5a7b332.pdf&ei=OIaQU4mROJXMsAS0lYDIBw&usg=AFQjCNERMWfw\\_6nmwB7gdqhoAJgiAk3lPw&bvm=by.68235269,d.b2U](https://www.google.com.co/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0CCMQFjAA&url=http%3A%2F%2Fwww.researchgate.net%2Fpublication%2F232242510_Nuevos_escenarios_de_aprendizaje%2Ffile%2F32bfe5100ea5a7b332.pdf&ei=OIaQU4mROJXMsAS0lYDIBw&usg=AFQjCNERMWfw_6nmwB7gdqhoAJgiAk3lPw&bvm=by.68235269,d.b2U)

Scriven, M. y Paul, R. (1987), Critical Thinking Defined, the critical thinking community, consultado el 16 de enero de 2014, Recuperado de <http://www.criticalthinking.org/pages/defining-critical-thinking/766>

Skovsmose & Valero (2012). Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. Consultado el 27 de Octubre de 2012, página web de la Red Latinoamericana de Etnomatemática. Recuperado de <http://www.etnomatematica.org/home/?p=2580>.

Solórzano L. Secciones Cónicas, Objetos Para Aprendizaje, Universidad de Guadalajara, México, consultado el 14 de Agosto de 2014, Recuperado de [http://sitios.usac.edu.gt/seccionesconicas/elementos\\_historicos.html](http://sitios.usac.edu.gt/seccionesconicas/elementos_historicos.html)

Tapias, F. Apuntes de Historia de las Matemáticas, VOL.1, NO.1, ENERO 2002. Consultado el 14 de Agosto de 2014. Recuperado de <http://www.mat.uson.mx/depto/publicaciones/apuntes/pdf/1-1-3-apolonio.pdf>

Tardif, M. Los saberes de los docentes y su desarrollo profesional. Madrid, ISBN 9788427714502 . Narcea Ediciones.

Tecnológico de Monterrey, ¿qué es un ambiente de aprendizaje?, Universidad TEC Virtual del Sistema Tecnológico de Monterrey, consultado el 20 de febrero de 2014, Recuperado de [http://itesm.custhelp.com/app/answers/detail/a\\_id/792/~/%C2%BFqu%C3%A9-es-un-ambiente-de-aprendizaje%3F](http://itesm.custhelp.com/app/answers/detail/a_id/792/~/%C2%BFqu%C3%A9-es-un-ambiente-de-aprendizaje%3F)

Torres R. M. (2006). Educación en la sociedad de la información. Revista, novedades EDUCATIVAS. VOL. 18. No. 185 (p. 42-44).

Villasante, T.R. (1993) "Aportaciones básicas de la IAP a la Epistemología y a la Metodología", Documentación Social n° 92, Madrid.

Villasante, T.R. (1994) "De los movimientos sociales a las metodologías participativas" en Delgado, J.M. y Gutierrez, J. (1994).

Vithal, R. Y Valero, P. (2012). La investigación en educación matemática en situaciones de conflicto social y político. En Valero, Paola; Skovsmose, Ole (Eds.), Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas (pp. 217-268). Bogotá: una empresa docente.

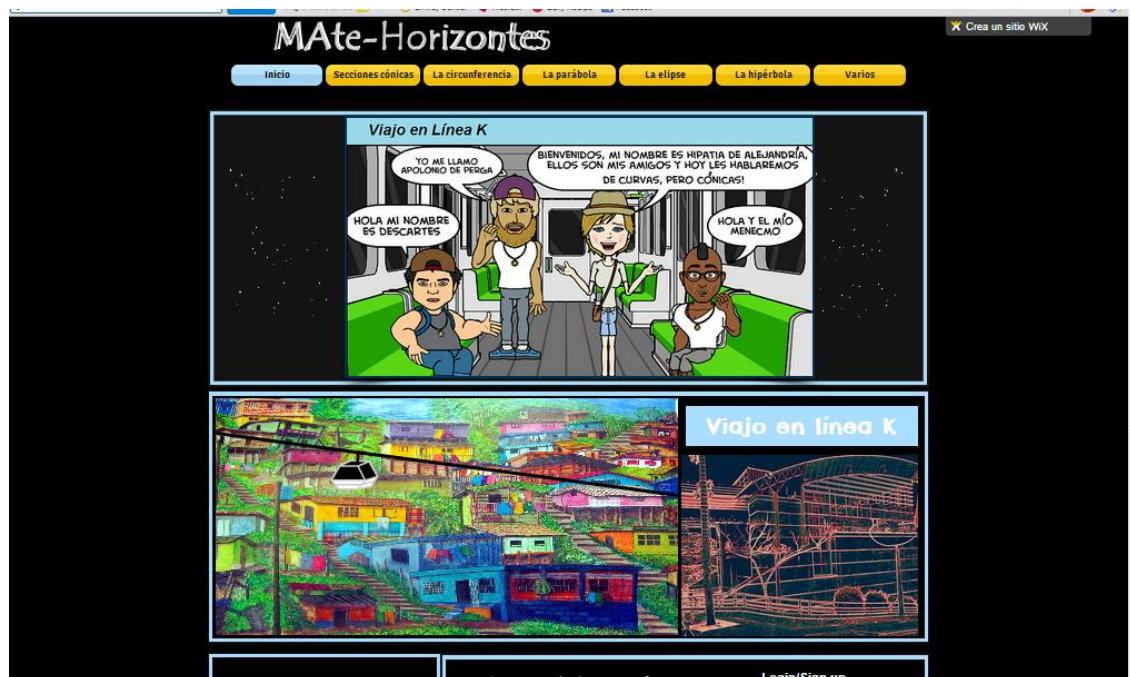


WIKIPEDIA, WIKI, consultado el 20 de febrero de 2014, Recuperado de <http://es.wikipedia.org/wiki/Wiki>

WIKIPEDIA, Chat, consultado el 20 de febrero de 2014, Recuperado de <http://es.wikipedia.org/wiki/Chat>

# ANEXOS

## Anexo A. Unidad virtual de aprendizaje.



X Crea un sitio WIX

### SUPERFICIE CÓNICA DE REVOLUCIÓN

Cuando se hace girar una recta (generatriz) alrededor de una recta fija (eje), la superficie generada es un cono circular recto llamado superficie cónica de revolución.

- La recta que gira se denomina generatriz de la superficie.
- La recta fija se denomina eje.
- El punto de corte de las dos rectas se denomina vértice.

### SECCIÓN CÓNICA

Una sección cónica es la curva que se obtiene en la intersección de un plano con una superficie cónica de revolución.

De acuerdo con la forma en que un plano que no pasa por el vértice interseca la superficie cónica de revolución, se puede obtener una circunferencia, una parábola, una elipse o una hipérbola.

SECCIÓN CÓNICA LA CIRCUNFERENCIA

X Este sitio fue creado con WIX.com. Crea tu página web GRATIS >>

X Crea un sitio WIX

# Mate-Horizontes

Inicio Secciones cónicas La circunferencia La parábola La elipse La hipérbola Varios

## LA CIRCUNFERENCIA: TEORÍA Y EJEMPLOS

### DEFINICIÓN DE LA CIRCUNFERENCIA.

Una circunferencia es el conjunto de puntos del plano que están a una distancia constante de un punto fijo llamado centro.

### ELEMENTOS DE LA CIRCUNFERENCIA.

El centro o punto fijo, desde donde equidistan los puntos que forman la circunferencia. Se denomina punto C(h,k).

El radio o distancia constante desde el centro a los puntos que forman la circunferencia. Se denomina como radio R ó r.

El diámetro de una circunferencia es el segmento que pasa por el centro y sus extremos son puntos de ella. Se denomina como D.

La excentricidad de una circunferencia (e): indica el grado de alejamiento de la circularidad, se define por,

e = 0

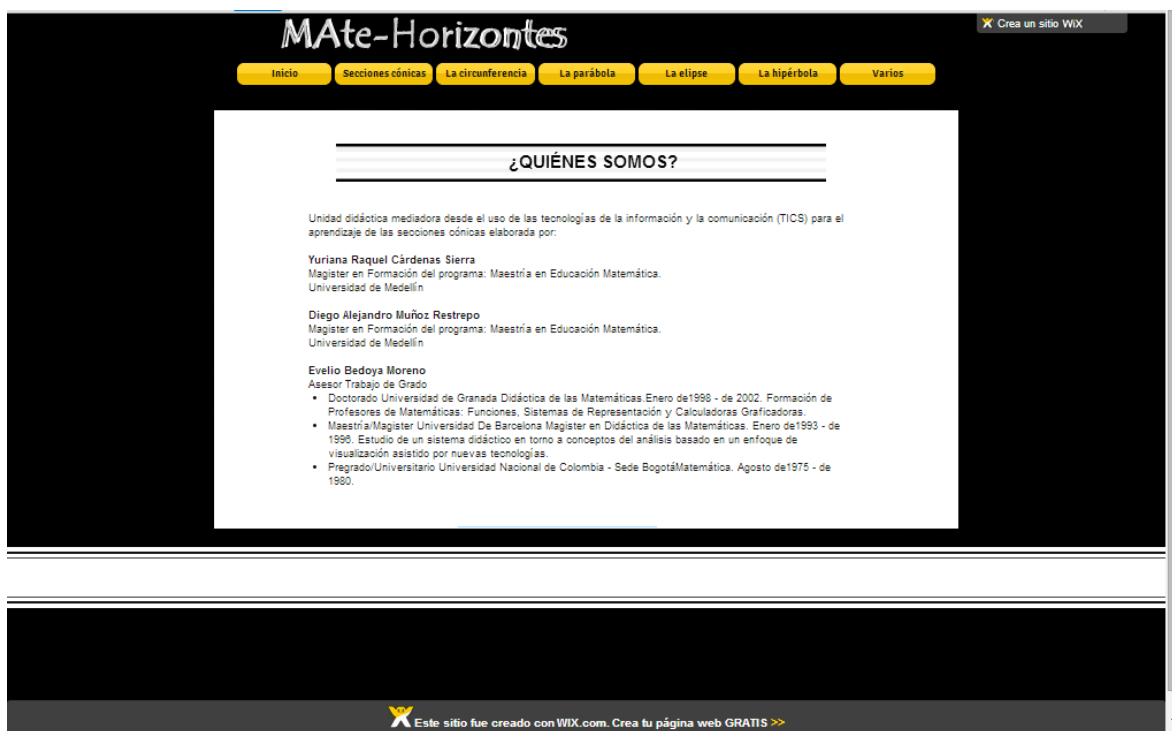
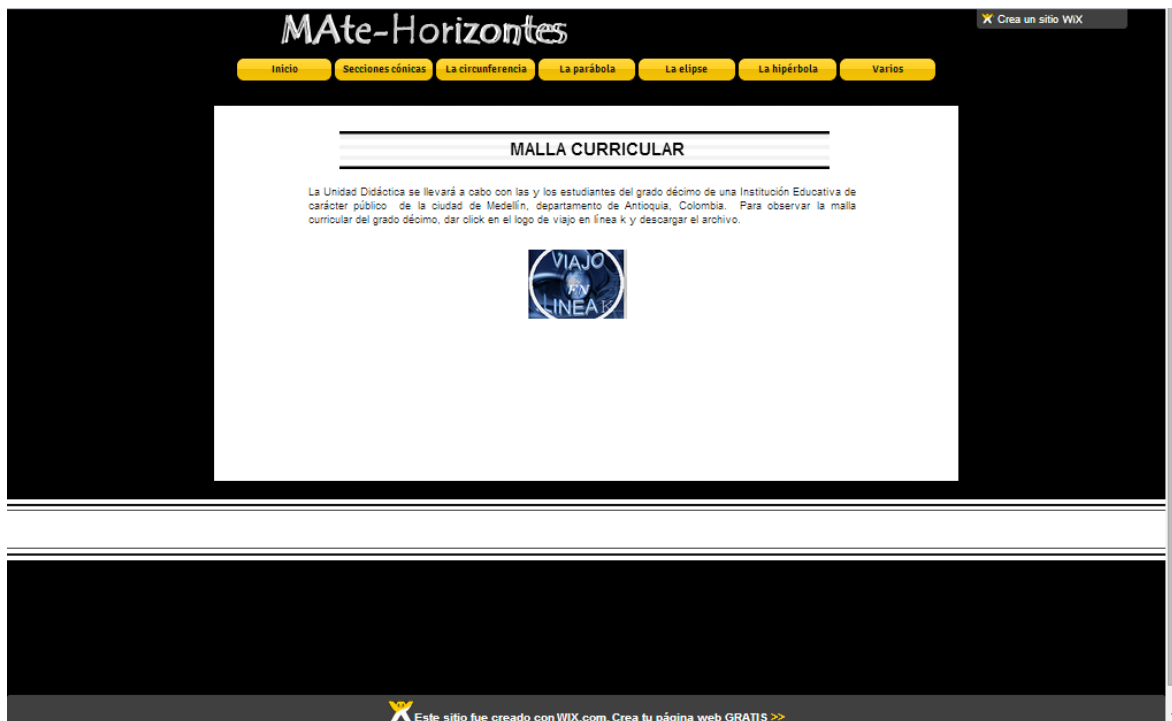
### ECUACIÓN CANÓNICA DE LA CIRCUNFERENCIA.

La circunferencia de radio r y con centro en el punto C(h,k), tiene por ecuación canónica, la expresión:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

En particular, si C(h,k) = (0,0), la ecuación canónica de la circunferencia es:

X Este sitio fue creado con WIX.com. Crea tu página web GRATIS >>



**LA PARÁBOLA: APLICACIONES**

La parábola tiene múltiples aplicaciones en la vida diaria, entre ellas, los lanzamientos que se realizan en el baloncesto, en nuestra institución se tienen los canchales de baloncesto donde se puede practicar este deporte y aprender a jugar y entender el comportamiento del balón en el aire con la ayuda del movimiento parabólico. Para facilitar nuestro estudio nos apoyaremos en la siguiente animación y en la página web CIENCIAyDEPORTE en la que se muestra el movimiento parabólico de un balón de baloncesto en el aire bajo el movimiento parabólico.

**APLICACIONES DE LA PARÁBOLA**

VIAJA EN LÍNEA K

**CIENCIAyDEPORTE**

IGEN AVILA ALBA  
Instituto de Estudios de Avances de INECYT (Instituto de Física) y del CONIC (Consejo Superior de Investigaciones Científicas)

INICIO | INICIO | RESUMENES | ARTÍCULOS | TESTS | NOTICIAS ANUNCIOS | CIENCIAS DEL DEPORTE | EQUIPO EDITORIAL

Nº 3 | Nº 4 | Nº 3 | Nº 1

**Próximo Número** **La mejora del tiro en baloncesto. Una aproximación científica (I)**

El equipo de Investigación Científica y Tecnológica de Física del INECYT

Índice del artículo

**La mejora del tiro en baloncesto. Una aproximación científica (I)**

**Introducción**

**Elección de los diversos tipos de lanzamiento en baloncesto. El ángulo óptimo de lanzamiento**

**Características de los lanzamientos del tiro en "Twelve man's". Tolerancia al error**

**La mejora de la técnica de tiro. La aplicación de las leyes de Newton**

**Valores de los resultados anteriores. El efecto de la resistencia del aire**

**Referencias bibliográficas**

**Trabaja los págs.**

Página 1 de 7

Este sitio fue creado con WIX.com. Crea tu página web GRATIS >>>

**Mate-Horizontes**

Inicio | Secciones clásicas | La circunferencia | **La parábola** | La elipse | La hipérbola | Varios

**LA ELIPSE: TEORÍA Y EJEMPLOS**

Los vértices (V): son los puntos en que la elipse corta al eje focal.

El eje mayor: es el segmento que une los vértices.

El eje menor: es el segmento que une los puntos de corte de la elipse con el eje normal.

El lado recto (LR): es una cuerda perpendicular al eje focal en uno de los focos y que une dos puntos de la elipse, la longitud del LR es:

$$\frac{2b^2}{a}$$

Distancia del centro a un vértice (a): se puede calcular con la siguiente expresión.

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow c = \pm\sqrt{a^2 - b^2}$$

La excentricidad de una elipse (e): indica el grado de achatamiento de la circularidad, se define por:

$$e = \frac{c}{a} \text{ donde } e < 1$$

**ECUACIÓN CANÓNICA DE LA ELIPSE.**

- La ecuación canónica de la elipse con centro en C(0,0), focos F1(-c,0) y F2(c,0), vértices V1(a,0) y V2(-a,0) e intersección con el eje y B1(0,b) y B2(0,-b), donde a > b > 0, es:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

- La ecuación canónica de la elipse con centro en C(0,0), focos F1(0,-c) y F2(0,c), vértices V1(0,b) y V2(0,-b) e intersección con el eje x B1(a,0) y B2(-a,0), donde a > b > 0, es:

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

**DEFINICIÓN DE LA ELIPSE.**

Una elipse es el conjunto de todos los puntos en un plano tales que la suma de las distancias a dos puntos fijos (llamados focos) es una constante positiva. Así (P1 - P2 = K).

**ELEMENTOS DE LA ELIPSE.**

Los focos: son los puntos fijos F1 y F2 del plano.

El eje focal o eje principal: es la recta que pasa por los focos.

El centro C(0,0): es el punto medio del segmento que une los focos.

El eje normal o eje secundario: es la recta perpendicular al eje focal, que pasa por el centro de la elipse.

Este sitio fue creado con WIX.com. Crea tu página web GRATIS >>>

## Anexo B. Registro fotográficos





