



**UNIVERSIDAD DE MEDELLÍN**

**APROXIMACIÓN PARA LA COMPRESIÓN DE LAS FRACCIONES EN LOS  
GRADOS TRANSICIÓN, PRIMERO Y SEGUNDO.**

**CASO: INSTITUCIÓN EDUCATIVA PIO XI – LA UNIÓN, E INSTITUCIÓN  
EDUCATIVA RURAL LUIS EDUARDO POSADA RESTREPO – EL RETIRO  
(ORIENTE DE ANTIOQUIA)**

**Autores**

**BIBIANA ANDREA ARROYAVE MARÍN**

**YEISON ANDRÉS CIRO GALLEGO**

**GLADYS CECILIA OCAMPO OSORIO**

**TRABAJO DE MAESTRÍA  
PARA OPTAR AL GRADO DE MAGISTER EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA**

**UNIVERSIDAD DE MEDELLÍN  
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS  
MEDELLÍN, DICIEMBRE 2016**

**APROXIMACIÓN PARA LA COMPRESION DE FRACCIONES EN LOS  
GRADOS TRANSICIÓN, PRIMERO Y SEGUNDO.**

**CASO: INSTITUCIÓN EDUCATIVA PIO XI – LA UNIÓN, E INSTITUCIÓN  
EDUCATIVA RURAL LUIS EDUARDO POSADA RESTREPO – EL RETIRO  
(ORIENTE DE ANTIOQUIA)**

**Autores**

**BIBIANA ANDREA ARROYAVE MARÍN  
YEISON ANDRÉS CIRO GALLEGO  
GLADYS CECILIA OCAMPO OSORIO**

**TRABAJO DE MAESTRÍA  
PARA OPTAR AL GRADO DE MAGISTER EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA**

**DR. JAVIER SANTOS SUAREZ ALFONZO**

**Asesor**

**UNIVERSIDAD DE MEDELLÍN  
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS  
MEDELLÍN, DICIEMBRE 2016**

## **AGRADECIMIENTOS**

*A nuestras familias que son el principal motor para adelantar nuestros procesos y quienes siempre nos alentaron a continuar.*

*A nuestro asesor de tesis Doctor Javier Santos Suárez Alfonso por su acompañamiento y dedicación.*

*A la gobernación de Antioquia, por permitirnos adelantar nuestro proceso de cualificación docente, a través de las Becas de Maestría.*

## RESUMEN

Esta investigación se realizó con el objeto de indagar si los estudiantes de educación básica desde los primeros grados de escolaridad: transición, primero y segundo manejan nociones intuitivas cercanas a su entorno, que permiten realizar una aproximación a la comprensión a la noción de fracción y cuales representaciones de estas pueden ser usadas a partir de sus experiencias en las que emplean cotidianamente las fracciones para la obtención de aprendizajes significativos, de tal manera que relacionen el concepto con su contexto y distinguan los escenarios donde tienen actuación, sentido y significancia los mismos. En esta investigación se realizó encuestas a expertos, además de una prueba diagnóstica para corroborar si los estudiantes sin haber tenido formación alguna, realizaban repartos y reconocían expresiones fraccionarias; posteriormente con los resultados obtenidos se consideró que la herramienta más apropiada para este tipo de pruebas y según la información que se requería para la investigación era la entrevista abierta. El referente teórico para esta investigación fue el marco teórico de enseñanza para la comprensión Stone (1999), a partir de este con la articulación de los distintos instrumentos y apoyados con material concreto y realización de actividades dirigidas e intencionales, se pudo establecer los niveles, las expresiones fraccionarias y las representaciones que los estudiantes en este rango de edad tienen la capacidad de desarrollar a través del uso de algunas estrategias, pudiendo observar que se favoreció la estimulación, acercamiento y aproximación a las fracciones, lo que acerca al estudiante en la consolidación de conocimientos a partir de bases sólidas. Se pudo concluir que los estudiantes están en capacidad de aproximarse a las fracciones y que efectivamente manejan algunas nociones intuitivas, así como lo fundamental que es el lenguaje para los estudiantes en el reconocimiento de algunas representaciones de fracciones, por ello se propuso actividades matemáticas relacionadas con fracciones.

**Palabras clave:** fracciones, transición, primero, segundo, comprensión, aproximación, lenguaje fraccionario.

## TABLA DE CONTENIDO

LISTA DE TABLAS.....	8
LISTA DE ILUSTRACIONES.....	10
ANEXOS.....	11
INTRODUCCIÓN.....	12
CAPÍTULO 1: ACERCAMIENTO AL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN.....	15
1.1 Planteamiento del tema.....	15
1.2 Antecedentes.....	16
1.3 Planteamiento del problema.....	19
1.4 Pregunta de investigación.....	22
1.5 Objetivos.....	22
1.5.1 General.....	22
1.5.2 Específicos.....	22
CAPITULO 2: MARCO REFERENCIAL.....	23
2.1 Marco histórico y epistemológico.....	23
2.1.1 Desde lo epistemológico.....	27
2.2 Marco contextual.....	35
2.2.1 Las fracciones en los primeros grados de escolaridad desde los estándares curriculares y NCTM.....	35
2.2.2 Las fracciones en los primeros grados de escolaridad según los lineamientos curriculares.....	37
2.2.3 Las fracciones en los primeros grados de escolaridad según los estándares básicos de competencia.....	39
2.2.4 Derechos básicos de aprendizaje (DBA).....	42
2.2.5 Otros trabajos hallados sobre enseñanza de fracciones.....	44
2.3 Marco conceptual.....	49

2.3.1 Concepto de fracción.....	50
2.4 Marco teórico.....	55
2.4.1 Enseñanza para la comprensión (EpC).....	55
2.4.2 Tópicos generativos.....	57
2.4.3 Metas de comprensión.....	58
2.4.4 Desempeños de comprensión.....	59
2.4.5 Evaluación diagnóstica continua.....	62
Acerca del método Singapur y su incidencia en la enseñanza de las matemáticas .....	70
CAPITULO 3. MARCO METODOLÓGICO .....	74
3.1 Metodología de la investigación .....	74
3.2 Población objeto de estudio .....	76
3.3 Muestra.....	79
3.4 Instrumentos de recolección de información .....	79
3.4.1 Instrumento número 1. Prueba Diagnóstica. ....	79
3.4.2 Instrumento número 2: Prueba Diagnóstica tipo entrevista. ....	80
3.4.3 Otros Instrumentos.....	81
CAPITULO 4. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS .....	82
4.1 Análisis prueba diagnóstica tipo 1 (transición).....	82
4.2 Análisis prueba diagnóstica tipo 2 (grado primero) .....	87
4.3 Análisis prueba diagnóstica tipo 3 (grado segundo) .....	96
4.4 Análisis prueba diagnóstica tipo entrevista.....	104
CAPITULO 5 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....	113
5.1 Conclusiones para el grado transición .....	113
5.2 Conclusiones para el grado primero .....	114
5.3 Conclusiones para el grado segundo .....	115

5.4 Conclusiones generales.....	116
5.5 Recomendaciones.....	117
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	120

## LISTA DE TABLAS

Tabla 1: Resumen de las representaciones del número .....	41
Tabla 2: Estándares Básicos de competencias .....	41
Tabla 3: Información de las Instituciones Educativas objeto de investigación.....	47
Tabla 4: Introducción temprana a las fracciones .....	65
Tabla 5: Las fracciones son números .....	66
Tabla 6: Materiales didácticos y representaciones visuales de las fracciones: .....	67
Tabla 7: Estimación del cálculo .....	67
Tabla 8: Enfrentar los contenidos erróneos de la aritmética de fracciones .....	68
Tabla 9: Contexto del mundo real.....	68
Tabla 10: Comprensión del docente .....	69
Tabla 11: Comparación sistema educativo Colombiano y Singapur .....	73
Tabla 12: Descripción de los niveles de la prueba diagnóstica .....	80
Tabla 13: Análisis prueba diagnóstica 1 .....	82
Tabla 14: Análisis prueba diagnóstica 2 .....	84
Tabla 15: Análisis prueba diagnóstica 3 .....	85
Tabla 16: Análisis prueba diagnóstica 4 .....	86
Tabla 17: Análisis prueba diagnóstica 5 .....	87
Tabla 18: Análisis prueba diagnóstica 6 .....	88
Tabla 19: Análisis prueba diagnóstica 7 .....	90
Tabla 20: Análisis prueba diagnóstica 8 .....	92
Tabla 21: Análisis prueba diagnóstica 9 .....	94
Tabla 22: Análisis prueba diagnóstica 10 .....	95
Tabla 23: Análisis prueba diagnóstica 11 .....	96

Tabla 24: Análisis prueba diagnóstica 12 .....	98
Tabla 25: Análisis prueba diagnóstica 13 .....	99
Tabla 26: Análisis prueba diagnóstica 14 .....	100
Tabla 27: Análisis prueba diagnóstica 15 .....	101
Tabla 28: Análisis prueba diagnóstica 16 .....	103
Tabla 29: Análisis prueba diagnóstica tipo entrevista 1 .....	104
Tabla 30: Análisis prueba diagnóstica tipo entrevista 2 .....	106
Tabla 31: Análisis prueba diagnóstica tipo entrevista 3 .....	107
Tabla 32: Análisis prueba diagnóstica tipo entrevista 4 .....	109
Tabla 33: Análisis prueba diagnóstica tipo entrevista 5 .....	110
Tabla 34: Análisis prueba diagnóstica tipo entrevista 6 .....	111
Tabla 35: Fracciones para trabajar en los grados objeto de investigación.....	119

## LISTA DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1: Símbolos numerales egipcios.....	24
Ilustración 2: Tabla babilónica de júpiter.....	25
Ilustración 3: Símbolos egipcios especiales para fracciones especiales .....	266
Ilustración 4: Obstáculo epistemológico.....	31
Ilustración 5: Comparación de fracciones 1.....	32
Ilustración 6: Comparación de fracciones 2.....	33
Ilustración 7: Comparación de fracciones 3.....	33
Ilustración 8: Derecho Básico de Aprendizaje # 3.....	42
Ilustración 9: Derecho Básico de Aprendizaje # 6.....	43
Ilustración 10: Derecho Básico de Aprendizaje # 7.....	43
Ilustración 11: La fracción en el lenguaje cotidiano.....	52
Ilustración 12: Fracción discreta .....	53
Ilustración 13: fracción como medida.....	54
Ilustración 14: Fracción como relación .....	55
Ilustración 15: Elementos de la EpC.....	57
Ilustración 16: Metas de comprensión .....	59
Ilustración 17: Metodología de la investigación .....	76

## ANEXOS

Anexo 1: Entrevista a expertos .....	123
Anexo 2: Entrevista Doctor Guillermo de Jesús Bernaza Rodríguez .....	124
Anexo 3: Entrevista Doctora Marcela Parraguez González .....	125
Anexo 4: Prueba Diagnóstica .....	127
Anexo 5: Prueba Diagnóstica Tipo Entrevista .....	134
Anexo 6: Permiso de consentimiento.....	136
Anexo 7: Propuesta de intervención en el aula .....	137

## INTRODUCCIÓN

La educación actual de manera especial presenta un gran reto, para responder a las necesidades de un mundo globalizado, exige que la escuela responda con estándares de calidad a dichas necesidades, se renueve y se prepare para formar sus estudiantes fundamentado en bases con solidez y así puedan enfrentar los problemas de la vida diaria.

Esta investigación se enmarca en el programa de Maestría en Educación Matemática de la Universidad de Medellín, su objetivo central era investigar y poder establecer cuáles eran las nociones sobre el concepto de fracción que tenían una muestra de estudiantes en los grados transición, primero y segundo, donde a través de una propuesta didáctica se busca acercar a los estudiantes a la noción de fracción, por medio de actividades fundamentadas desde la perspectiva de la enseñanza para la comprensión EpC, Stone (1999). Se pudieron caracterizar algunos elementos de esta teoría, que en articulación con el marco conceptual, permitieron indagar en una primera fase sobre aspectos relacionados con el manejo del vocabulario por parte de los niños en relación al tipo de representación que para ellos era cercano desde su cotidianidad.

Este trabajo de investigación se estructuró en cinco capítulos, que a continuación se describen.

El capítulo uno comienza con la formulación del problema a partir de las experiencias propias del aula de los investigadores. Se establecen algunos antecedentes dado que existen pocas referencias sobre el tema en los grados que se propusieron para esta investigación. Además se aborda en este capítulo, el objetivo general y los específicos que dan respuesta a la pregunta de investigación.

El capítulo dos, es dedicado a un rastreo histórico sobre la enseñanza de las fracciones, así como de algunas representaciones sobre este concepto que se detallan en Fandiño (2009) y aportan elementos importantes, adicionalmente se

presenta el marco teórico, enfocado desde la Enseñanza para la Comprensión EpC, Stone (1999), donde se toman elementos que permiten a los estudiantes la comprensión se privilegian los procesos a partir de cuatro elementos que conforman dicho marco: Tópicos generativos, metas de comprensión, desempeños de comprensión y evaluación diagnóstica continua.

El desarrollo metodológico estuvo fundamentado por Hernández, Fernández, y Baptista (2010), descritos en el capítulo 3, en el que se describe como el paradigma cualitativo de la investigación con un enfoque en Investigación acción, tiene como finalidad resolver problemas inmediatos y cotidianos para mejorar prácticas concretas. Además puede decirse que soporta información que guía la toma de decisiones, permitiendo definir si la propuesta para la resolución de la problemática presentada era viable; así mismo, permitió que las personas implicadas tomen conciencia de su papel en el proceso de transformación.

En el capítulo cuatro se presenta el análisis de los resultados, con base a los planteamientos del marco teórico, en combinación con el marco conceptual, partiendo de los elementos que facilitan la aproximación para la comprensión y que capacita al estudiante para resolver operaciones de estimación, aproximación, cálculo mental, aproximación al concepto y aplicación en la vida diaria.

Finalmente en el capítulo cinco se presentan las conclusiones de la investigación, mostrando las representaciones de la fracción que pueden ser abordadas por los estudiantes en transición, primero y segundo, acorde a las edades propias de los grados y nivel cognitivo, permitiendo que identifiquen y relacionen su contexto en su vida diaria, con el uso del lenguaje de las fracciones; siendo necesario que la escuela relacione sus saberes previos con los conocimientos que va adquiriendo, aunque en los Lineamientos Curriculares, Estándares Básicos de Competencias y Derechos Básicos de Aprendizaje, no está explícita la idea de la enseñanza de fracciones en estos niveles. Sin embargo, un Estándar sugiere que al finalizar el

grado tercero el estudiante realice operaciones con fracciones, deja una puerta abierta a la posibilidad de que el trabajo con fracciones se realice en edades tempranas, como lo son los niños de los grados que son de interés en esta investigación.

## **CAPÍTULO 1: ACERCAMIENTO AL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN**

### **1.1 Planteamiento del tema**

El estudio de los números racionales ha estado presente en los currículos escolares de las instituciones educativas aproximadamente desde los grados segundo o tercero de educación básica primaria, lo cual nos motivó a reflexionar en torno a: ¿por qué no se implementa su enseñanza desde los primeros grados de escolaridad, teniendo en cuenta que los números fraccionarios ocupan una parte importante en el currículo de las matemáticas?

Con la inquietud de darle respuesta a esta interrogante que sirvió de motivación inicial para esta investigación, en la cual se indagó en un primer momento sobre establecer cuáles eran las nociones sobre el concepto de fracción que tenían los estudiantes al iniciar la vida escolar y posteriormente, la viabilidad de diseñar una estrategia que permitiera a los estudiantes tener aproximaciones a la fracción desde el grado transición con el fin de facilitar su comprensión.

Teniendo en cuenta el contexto en el que viven los escolares, con esta investigación se presenta una propuesta de intervención en el aula, que permite un acercamiento para la comprensión de la fracción, así como lograr que los estudiantes de los primeros grados de escolaridad (tales como transición, primero, segundo), vislumbren su significación desde lo vivencial y verbal, pasando luego por una representación pictórica, hasta llegar a conocer su representación simbólica.

Dado que las fracciones están presentes no sólo en un contexto escolar sino en la vida diaria, bajo múltiples representaciones y con usos cotidianos, se parte de la premisa que su uso y aplicación se encuentra en situaciones como: Equiparticiones, fracción como un todo, como parte de la unidad, como reparto, entre otras.

Los resultados que se obtienen al interior de las aulas de clases y que se ven reflejados en los bajos resultados de pruebas internas y externas, nos llevaron a diseñar y establecer estrategias de intervención que propendieran por acercar a los estudiantes desde edades tempranas al conjunto de los números racionales, partiendo de conocimientos previos que ellos tenían de las distintas representaciones. Para lograr tal meta, se hizo necesario profundizar en las causas por la que históricamente las fracciones han representado un obstáculo epistemológico, y que en algunos estudiantes hoy son motivo de dificultad, fracaso y en el peor de los casos frustraciones.

En el presente capítulo se abordaron algunos elementos que fueron el punto de partida para esta investigación y que permitieron dar cuenta del problema objeto de estudio.

## **1.2 Antecedentes**

En la cotidianidad de la vida y en el aula, los niños se ven expuestos a situaciones en las que requieren dividir, partir, fraccionar y compartir; es un proceso que realizan de manera intuitiva como un elemento que hace parte de la socialización, en situaciones que están rodeadas de términos fraccionarios tales como un medio, un tercio o un cuarto. Si bien, para los niños no es familiar la representación simbólica de las fracciones, estas son identificadas desde el lenguaje cotidiano, ya que son reconocidas a través del uso de material concreto, asociado a situaciones con repartos equitativos.

Es común encontrar en estudiantes de diferentes grados de escolaridad dificultades operativas en cuanto a la resolución de situaciones que impliquen números fraccionarios, a tal punto de sentir apatía por el trabajo con estos, ya sea porque encuentran dificultad en la resolución de dichas situaciones o porque en general, la apatía que sienten por las matemáticas no les permite un tránsito por esta disciplina, que corresponda con sus necesidades inmediatas dentro de su

entorno. De igual manera, se comparte el siguiente señalamiento: “Estudiantes de todo el mundo tienen dificultades en el aprendizaje de fracciones. En muchos países el estudiante promedio jamás obtiene un conocimiento conceptual de fracciones” (Fazio & Siegler, 2011).

Pocas son las investigaciones que se encontraron acerca de la enseñanza de las fracciones para los grados propuestos en este trabajo, dado que las fracciones en los Referentes Curriculares del Sistema Educativo Colombiano están propuestos a partir del grado tercero.

Luego de hacer un rastreo bibliográfico, se encontraron algunos trabajos sobre la enseñanza de las fracciones; pero estos solo a partir del grado cuarto, en donde se hace referencia a las dificultades que tienen los estudiantes para la comprensión, apropiación de las fracciones y por tanto realizar operaciones con las mismas.

Tamayo Bermúdez (2008) en un taller titulado “El juego un pretexto para la aprendizaje de las Matemáticas” da a conocer una propuesta de enseñanza, la cual se inscribe dentro del modelo de aprendizaje constructivo donde empleando la lúdica, busca potencializarse como un proyecto experimental, que a través de grupos de muestra lleve a revelar, a largo plazo, la posibilidad como método directo de enseñanza, lo que puede ser aplicado también a la enseñanza de las fracciones. Los resultados obtenidos dan cuenta de la implementación en el aula de espacios abiertos, ofreciendo una dinámica en la enseñanza de las matemáticas, especialmente de las fracciones, mostrando interés en estrategias diferentes a una clase tradicional. Adicional, surgió una propuesta para la implementación de un laboratorio o aula taller de matemáticas, con el propósito de desarrollar de manera general y organizada la propuesta planteada.

Los hallazgos de la investigación titulada “Procedimientos de Solución de niños de primaria en problemas de reparto” realizada en México por De León & Fuenlabrada (1996); enfocada en niños de cuarto grado de primaria, plantean que:

- Se deben trabajar primero las relaciones conceptuales de la fracción y, en un segundo momento, enseñar la representación simbólica convencional y los algoritmos.
- No resulta significativo para los niños de primero y segundo entrar en contacto con el contenido.

El significado o aspecto conceptual de las fracciones debe de ser enriquecido con los diversos contextos que identifica Piere Kieren (1993): medida, cociente, razón y operador y no limitarse a la idea del fraccionamiento de la unidad.

Previamente se hizo un estudio de factibilidad de esta investigación donde se tomó en cuenta el juicio de expertos internacionales: Doctor Guillermo de Jesús Bernaza Rodríguez<sup>1</sup> y la Doctora Marcela Parraguez González<sup>2</sup> los cuales avalaron la idea de la investigación, y coinciden que a partir del uso de material concreto se puede hacer acercamientos para la enseñanza de las fracciones en los estudiantes de los grados transición, primero y segundo. (Ver anexos 2 y 3).

La enseñanza de las fracciones es un tema que durante muchos años ha sido objeto de estudio de autores tales como Guy Brousseau, Hans Freudenthal y Kieren. En la literatura pueden identificarse cuatro preocupaciones principales (Cortina, 2014) que han motivado la realización de investigaciones en dicho campo. La primera preocupación, consiste en determinar la naturaleza didáctica del concepto en donde los autores que han trabajado al respecto puntualizan las nociones matemáticas que hacen parte de la enseñanza de las fracciones. Tal

---

<sup>1</sup> Profesor de Física y Pedagogía, DEP-MES y Universidad de la Habana (Cuba).

<sup>2</sup> Doctora en Matemática Educativa. Pontificia Universidad Católica de Valparaiso (Chile).

como la afirmación de Kieren, citado por Cortina (2014), quien supuso que las fracciones tienen al menos cuatro significados: parte – todo, medida, razón y operador.

### **1.3 Planteamiento del problema**

En esta investigación se partió del contexto en el que viven los escolares, fue necesaria la aproximación a la comprensión de fracciones tanto desde lo simbólico como desde sus diferentes representaciones, debido a que su uso y aplicación están presentes en la vida diaria del grupo de estudiantes pertenecientes a los grados de interés para la investigación. El concepto de fracción en los escolares, sólo es abordado a partir del grado tercero, desconociendo desde que enfoque se asume, dejando de lado la importancia de situaciones que tiene lugar en el contexto del niño, donde las cantidades que son objeto de reparto en su cotidianidad no siempre corresponden a cantidades enteras.

La matemática por su grado de complejidad, es un área del conocimiento por la que parte de la población estudiantil de todos los niveles académicos, manifiestan apatía desde los primeros grados de escolaridad. Los docentes que atienden estos primeros grados asumen un mayor compromiso, ya que tienen el deber de proporcionar elementos que fundamenten la base de conocimientos básicos, y de esta manera, poder facilitar la apropiación de otros conjuntos numéricos y de conceptos que influirán notablemente en el desarrollo del pensamiento numérico en su totalidad.

A partir del grado tercero de primaria, en los Derechos Básicos de Aprendizaje (2015) está propuesto para que los niños comiencen el reconocimiento de otros conjuntos numéricos, partiendo del hecho que ya en grados anteriores han explorado las propiedades de los números enteros, y si bien, emplea los mismos dígitos, tienen diferente significación y propiedades. En los Estándares Básicos de Competencia reza que al terminar el grado tercero los estudiantes deben describir

situaciones de medición utilizando fracciones comunes, lo que haría creer que los niños por lo menos desde grado primero deberían tener aproximaciones a la fracción de modo que les permita acercarse a la comprensión del concepto de un modo más eficiente.

Respecto a las dificultades que presentan los estudiantes, Lisa Fazio (2011) en su publicación “enseñanza de las fracciones” hecha por la UNESCO cita al NCTM (Concejo Nacional de Profesores de Matemáticas) diciendo que en una prueba a nivel nacional solamente 50% de estudiantes americanos del octavo grado ordenaron correctamente tres fracciones de menor a mayor y aún en países donde la mayoría de los estudiantes obtienen una comprensión conceptual razonablemente buena, como Japón o China, las fracciones son consideradas un tema difícil.

Desde esta perspectiva, se ha fundamentado el planteamiento del problema apoyados en Llinares y Sánchez (1988) quienes en la introducción de su libro “Fracciones 4, matemáticas: cultura y aprendizaje”, dicen que al escuchar las conversaciones de los niños dentro y fuera de la clase, se aprecia que utilizan espontáneamente expresiones en las que aparecen las fracciones y aunque el niño pueda oír y usar expresiones tales como: medio día, eso no significa que piense necesariamente en la mitad de un día con relación a un día completo; Otros ejemplos que hacen referencia a lo anterior son cuando se tiene media manzana o un cuarto de naranja, el niño sabe que existe una relación de cantidad con respecto a la unidad.

La apatía es una dificultad a la que se enfrentan los estudiantes para el aprendizaje de las matemáticas, si bien el área ha sido estigmatizada como difícil de aprender y erróneamente se cree que su aprendizaje es solo para unos cuantos, en ocasiones esta apatía también puede estar asociada por causa de la falta de formación docente en el área, de las experiencias vividas, la manera como fueron desarrollados los procesos matemáticos y/o cómo se propició la adquisición de los saberes propios de la misma.

Los temores existentes hacia las matemáticas por parte de los docentes son transmitidos a los estudiantes, de manera indirecta en el desarrollo de los contenidos; al respecto la agencia de noticias de la Universidad Nacional de Colombia (2010) cita a Margarita de Meza (s.f), del Departamento de Matemáticas de la Universidad de los Andes quien afirma que *“Los profesores no saben dar respuesta a interrogantes muy interesantes de los niños, lo cual evidencia que el maestro no tiene buenas bases matemáticas”* y es precisamente el caso concreto de la enseñanza de los números fraccionarios uno de los temas que en educación básica primaria es omitido con la excusa de que el tiempo del año escolar no alcanza; esto para tratar de ocultar los obstáculos epistemológicos y la falta de motivación que ellos mismos sienten hacia el tema.

A partir de los planteamientos anteriores surgió la inquietud de indagar acerca de qué estrategia de enseñanza permite o favorece la aproximación para la comprensión de las fracciones en los grados transición, primero y segundo:

## **1.4 Pregunta de investigación**

**¿Cómo lograr la aproximación para la comprensión de las fracciones en estudiantes de los grados transición, primero y segundo?**

Para dar respuesta a esta pregunta de investigación se han propuesto un objetivo general y tres específicos.

## **1.5 Objetivos**

### **1.5.1 General**

Acercar a los estudiantes de transición, primero y segundo a la noción de fracción, por medio de actividades fundamentadas en la enseñanza para la comprensión.

### **1.5.2 Específicos**

- ✓ Identificar actividades matemáticas donde sea necesario el uso de las fracciones, que permitan acercar a los estudiantes de los grados transición, primero y segundo a la noción de fracción.
- ✓ Establecer desde la enseñanza para la comprensión, en los estudiantes de preescolar, primero y segundo elementos del lenguaje relacionadas con actividades matemáticas de la vida cotidiana que proporcionen datos sobre las nociones de objetos fraccionarios.
- ✓ Proponer actividades matemáticas desde lo vivencial para la aproximación a la noción de fracción, en los estudiantes de los grados transición, primero y segundo fundamentadas en la enseñanza para la comprensión.

## CAPITULO 2: MARCO REFERENCIAL

### 2.1 Marco histórico y epistemológico

Las fracciones como todos los temas matemáticos, tienen gran importancia en la vida cotidiana y su uso ayuda a la solución de algunas necesidades y actividades propias del hombre; las cuales a lo largo de la historia y la evolución misma, ha pasado por varios momentos y civilizaciones del conocimiento (de las cuales se amplía más adelante), permitiendo que en la actualidad conozcamos sus interpretaciones. Para ello se hace necesario comprender el significado de la palabra fracción:

“Fracción” deriva del término “fractio”, es decir, “parte obtenida rompiendo”, es decir, “romper”. Por lo tanto es erróneo pensar que, en el significado original etimológico de “fracción”, ya está comprendida la solicitud (que es específica sólo para la matemática) de que las partes obtenidas con la acción de romper sean “iguales” (Fandiño Pinilla, 2009).

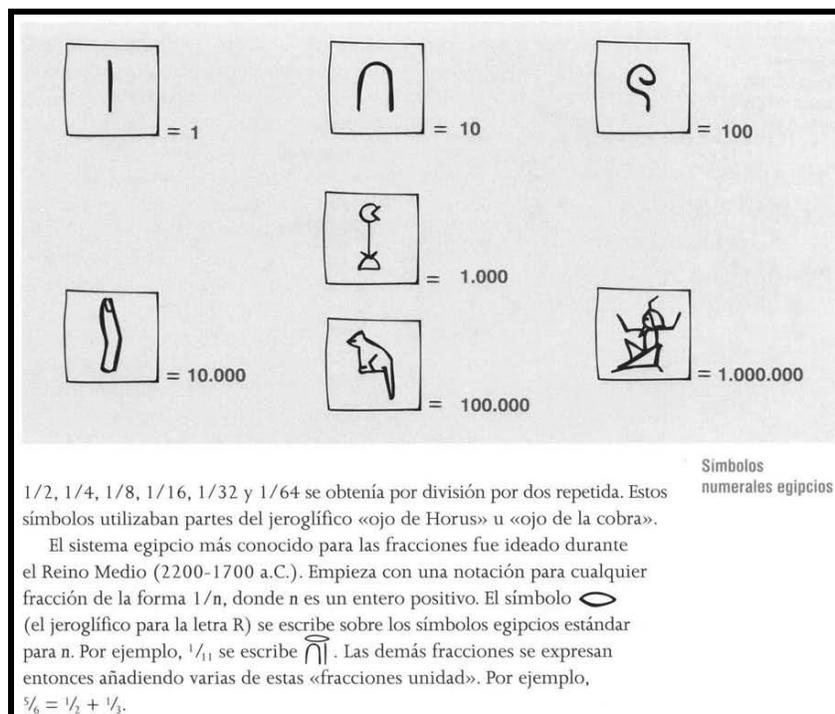
Respecto a la representación simbólica de una fracción  $\left(\frac{m}{n}\right)$  no se tiene una referencia exacta de su origen, pero Leonardo Fibonacci Pisano, en su *Liber Abaci* del 1202; llamó a los fraccionarios “rupti” (rotos), o también “fracti” (pedazos) y la línea puesta entre numerador y denominador es llamada “vírgula” es decir “bastoncillo”.

Según Cajori, citado por Fandiño (2009), en su libro las Fracciones aspectos conceptuales y didácticos, dice que el bastoncillo fue usado anteriormente por el matemático Árabe Abû Zakhriyá Muhammad ibn Abdalláh al-Hassâr, casi un siglo antes que Fibonacci. Y en el siglo I, los griegos escribían el numerador sobre el denominador, pero sin ningún bastoncillo.

A continuación se hará un breve recorrido histórico sobre las fracciones, el cual está esbozado en el libro anteriormente referenciado de la Autora Martha Isabel Fandiño Pinilla (2009) “*Las Fracciones, Aspectos conceptuales y didácticos*”.

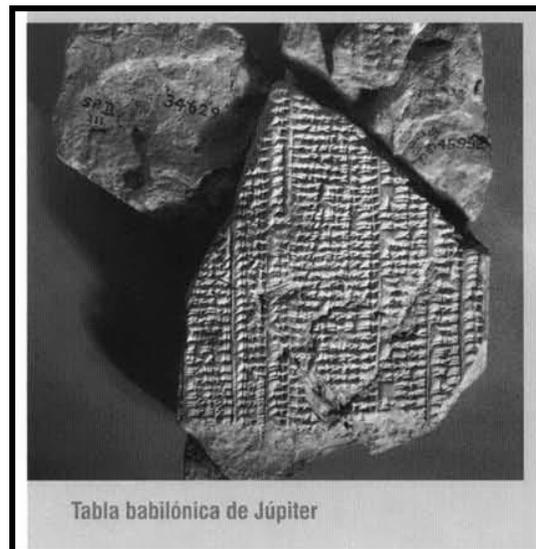
En Egipto a partir del año 3.000 a.C., se desarrolló una notable competencia en matemática y el documento más citado para la época fue el “papiro de Rhind” descubierto en 1858, en el cual se encuentran 87 problemas de matemáticas y muchos de ellos tienen que ver con las fracciones.

Los egipcios no consideraban  $\frac{2}{3}$  y  $\frac{3}{4}$  como verdaderas fracciones, sino como símbolos divinos; por lo tanto, afirmar que las únicas fracciones egipcias consideradas como tales son aquellas con numerador 1. Las fracciones en Egipto fueron plasmadas en inicialmente en jeroglíficos y después en escritura hierática pero el cambio en la escritura no fue muy diferente, permaneciendo prácticamente iguales. Las fracciones en Egipto fueron usadas para resolver situaciones de la vida cotidiana de la época.



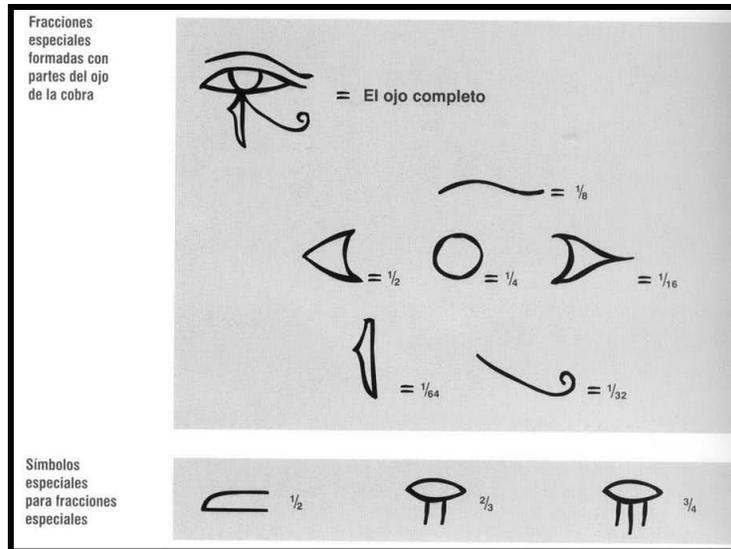
**Ilustración 1: Símbolos numerales egipcios**, tomado de: Stewart (2007) Historia de las matemáticas en los últimos 10.000 años

Según la recopilación histórica de Fandiño (2009) los Sumerios, Asirios y Babilonios alrededor del año 4.000 a.C. crearon civilizaciones en tierras fértiles, desarrollaron sistemas numéricos posicionales y cambiaron su manera de escribir los numerales mediante el sistema cuneiforme, donde también encontraron la manera para expresar y hablar de números decimales y por lo tanto de fracciones.



**Ilustración 2: Tabla babilónica de júpiter**, tomado de: Stewart (2007) Historia de las matemáticas en los últimos 10.000 años

Por otro lado los griegos así como los egipcios, prefirieron por largo tiempo (aunque no de manera tan unívoca) las fracciones con numerador unitario. Para indicarlas escribían solo el denominador. Las matemáticas fueron muy usadas en la matemática Griega, sobre todo en Geometría y a su vez estas tenían representaciones gráficas. Hacia el año 200 a.C. se difundió el uso de las fracciones como lo conocemos hoy en día, donde ya no existe la restricción de tener 1 como numerador.



**Ilustración 3: Símbolos egipcios especiales para fracciones especiales**, tomado de: Stewart (2007) Historia de las matemáticas en los últimos 10.000 años.

Los chinos desarrollaron un cálculo fraccionario adecuado en el cual el numerador era llamado “hijo” y el denominador “madre”. Muy pronto los chinos escogieron para las fracciones el sistema decimal por lo que dieron un impulso especial a las fracciones con denominador 10 o sus potencias.

Los hindúes utilizaron las fracciones en la aplicación de adivinanzas y resolución de situaciones de la vida cotidiana a través de la matemática.

Finalmente Fandiño (2009) señala que los árabes usaban las fracciones para explicar y comprender fenómenos de la vida cotidiana, tal como lo hizo uno de ellos al repartir la herencia entre sus hijos. Al-Khasi (siglo XV) se auto define como inventor de las fracciones decimales.

El medioevo en Europa las fracciones aparecen como las conocemos, Leonardo de pisa (1202) también conocido como Fibonacci, da las reglas de las operaciones sobre las fracciones, en su libro “Liber Abaci”, encuentra máximos comunes denominadores entre fracciones, transforma las fracciones en sumas de fracciones con numerador 1.

Martha Isabel Fandiño (2009) en su libro también hace un recuento de las investigaciones didácticas que se han realizado sobre la enseñanza de las fracciones, haciendo un recorrido por diferentes décadas del siglo XX y comienzos del siglo XXI.

Graeber, Tanenhaus (1993) propone un acercamiento informal a las fracciones, dándoles por ejemplo un sentido concreto; donde se propone usar fracciones como números para medir. La intención es hacer que los estudiantes construyan un conocimiento informal del tema.

### **2.1.1 Desde lo epistemológico.**

El aspecto epistemológico fue abordado desde los elementos expuestos por Pruzzo (2012), donde a partir de la enseñanza de las fracciones e investigaciones realizadas, propone un reto que debe afrontar la Didáctica: las responsabilidades que le caben a la enseñanza en la falta de aprendizaje de los estudiantes. El Consejo Federal de Cultura y Educación de Argentina ha establecido, los Núcleos de Aprendizajes Prioritarios (NAP), los cuales se articulan con el marco teórico de esta investigación que es la enseñanza para comprensión y tiene estrecha relación con los tópicos generativos.

Pruzzo (2012), hace referencia a los obstáculos epistemológicos que se crean en el estudiante cuando no se le brindan contenidos prioritarios para construir conceptos fundamentales para el aprendizaje de las fracciones, lo cual denomina lagunas de aprendizaje, debido a que los saberes que, figurando en los NAP, no han sido aprendidos por los alumnos; en síntesis, el “*no aprendizaje*” aunque a su vez expone que un estudiante siempre aprende algo.

Uno de los obstáculos que se presentan para que haya una buena comprensión y en la enseñanza de las fracciones y así lo expone Pruzzo (2012), tiene que ver con que el estudiante no comprende que “la unidad se mantiene estable a pesar de que se opere con sus partes. La doble o triple representación de la unidad por cada operación que se realiza con sus partes, se constituye en un obstáculo para que el alumno construya el concepto de fracción en su nivel básico, como relación parte-todo que sería el sub constructo del concepto global de fracción” (Fandiño 2009)

Otro obstáculo epistemológico al cual hace referencia Pruzzo de Di pego (2012) es que al analizar los trabajos de los estudiantes, se ha partido de las advertencias de Giordan (1995), citado por Pruzzo (2012) sobre el rastreo de las concepciones de los estudiantes. Señalando que muchas veces se oscurece la evaluación porque se plantean situaciones vistas en el aula que provocan respuestas escolarizadas (memorizadas al margen de la comprensión), pero apenas se cambia la situación al solicitárseles gráficos, esquemas o dibujos, afloran los modos de pensar de los estudiantes. Por tal motivo, en el marco de la investigación, como alternativa de solución propusieron a los estudiantes que graficaran la situación problemática para poderla entender mejor.

Los errores detectados le permitieron inferir el modo de pensamiento que les da origen, es decir las construcciones que subyacen, así como los obstáculos para nuevos aprendizajes que se han reconstruido a través de dos ejes conceptuales: las relaciones parte-todo y la comparación de fracciones.

En las recomendaciones actuales se ha considerado necesario enseñar las fracciones desde todas las perspectivas, y en todas las interpretaciones posibles (Llinares y Sánchez, 1997 citado por Pruzzo 2012).

La discusión acerca de la presencia de los números fraccionarios entre los contenidos del nivel primario a partir de 4º año, se ha mantenido a través del

último siglo. Según Llinares y Sánchez García (1997) hay tantos defensores como oponentes a que estos contenidos se desarrollen en la escuela primaria y llega a la conclusión de que falta investigación que dilucide esas cuestiones. Además agrega que falta también investigación didáctica centrada en la evaluación sostenida -que custodie el aprendizaje- y en la evaluación longitudinal que revele aprendizajes significativos o lagunas de aprendizajes. Es necesario que la investigación se centre en el derecho de aprender de los estudiantes más que en el derecho a enseñar de los docentes, para que la escuela se transforme en un gran centro de experimentación con los niños y adolescentes.

Así mismo Pruzzo (2012) manifiesta que las nuevas orientaciones matemáticas en la enseñanza no se centran en perspectivas epistemológicas diferenciadas, como en el caso de la década del sesenta – setenta, cuando se incluyó la Matemática Moderna. Ahora lo que se cambia es la secuencia en la enseñanza. Ya que en la década mencionada, las fracciones no se abordaban desde todas sus representaciones sino que se enseñaban en la perspectiva de relación parte – todo y específicamente con cantidades continuas fuera del contexto de los estudiantes.

El contexto, entonces, es una acción de reparto. Llinares y Sánchez (1997) explicitan que para el niño, resulta muy difícil concebir la diferencia entre tomar partes de un todo y repartir uno o varios todos, como sería repartir 3 chocolates entre 4 personas; sin embargo, se resalta el aprendizaje a través de las distintas interpretaciones de la fracción, entre ellas

- La fracción como razón;
- La fracción como operador.

Esto señala que existe un mismo ente matemático que se usa para diversas situaciones y contextos. A continuación Pruzzo (2012) hace alusión a lo que sería otro obstáculo epistemológico dado que en el aula se hace todo lo contrario. En la actualidad, se ha concebido que para que el niño consiga una comprensión amplia

del concepto de fracción se le deben plantear experiencias con la mayoría de sus representaciones. Pero además, dentro de cada una de ellas se introducen múltiples construcciones conceptuales. Así, por ejemplo, se enseña simultáneamente la fracción como relación parte-todo:

a) en cantidades continuas (entendidas como superficies: torta, campo, pizza, etc., pero también como líquidos: agua, leche, jugos; y en este sentido entra a jugar el concepto de medida de capacidad, pero no sólo usando la unidad convencional (litro), sino haciendo medir los líquidos con vasos u otros recipientes) y

b) en cantidades discretas, (como objetos, bolitas, caramelos, etc.). Pero, además, empleando también medidas de peso (1 Kg de papas, naranjas, etc.)

La compleja presentación de las fracciones se aumenta con esta enorme mezcla de conceptos, a la vez que desaparecen las antiguas categorías de números mixtos, fracciones propias e impropias porque se incluyen (todas juntas) como casos de fracciones. Además, se trabaja simultáneamente con números decimales, medidas de tiempo, capacidad, longitud, superficie, peso, volumen, etc.; las representaciones gráficas de las fracciones se complejizan con el uso de la recta numérica y con imágenes de figuras geométricas de todo tipo. Se les presenta también, la noción de fracción como cociente en contextos de reparto, en fin, una dispersión de casos, que complejiza la construcción del concepto, sin aportes a su consolidación. Se lo menciona a Piaget (1973), pero se olvidan sus estudios sobre la construcción de los conceptos de cantidad, peso, volumen, etc. Se lo menciona a Vygotsky (1964) aunque no se refieren a sus estudios detallados sobre la construcción de conceptos.

Las investigaciones desde la psicología, pedagogía y neurolingüística plantea Pruzzo (2012) están demostrando que los conceptos no se abordan y que tampoco se construyen en toda su complejidad desde el primer momento, sino a través del desarrollo. Es de resaltar que para la escuela socio histórica, la instrucción tiene un fuerte impacto en dicho desarrollo al punto que Vygotsky afirmaría: “Descubrimos que la instrucción precede al desarrollo” (1964: 116).

Pero las didácticas relacionadas con la enseñanza de la matemática, en el caso

de las fracciones, no han tomado en cuenta tales investigaciones. No sólo el significado de la palabra fracción y todas sus interpretaciones, es complejo. También es compleja la representación desde la relación parte-todo, la fracción indicando “la relación entre un número de partes y el número total de partes (que puede estar formado por varios todos)” (Llinares y Sánchez, 1997: 55) El aprendizaje de este concepto implica el desarrollo de distintas habilidades; es así como el no desarrollo de los conceptos desde una etapa inicial se convierte en un obstáculo que evita que los estudiantes avancen de una mejor manera en la adquisición de aprendizajes significativos.

La manera como los estudiantes conciben las fracciones y la forma como creen que representan, se convierte en otro obstáculo, según Pruzzo (2012) los estudiantes, no pueden construir la representación elemental del número fraccionario (relación partes-todo), ni tampoco su expresión simbólica, en la que el denominador representa las partes en que está dividida la unidad y el numerador las partes que se toman. Esto lo propone Pruzzo (2012) a partir de la representación que en su investigación hizo un estudiante para representar  $\frac{3}{4}$ , tal y como se muestra en la siguiente ilustración:

El siguiente registro empírico muestra otra forma de pensar, también obstaculizada por la representación que hemos criticado:

*Tengo  $\frac{3}{4}$  de chocolate y me como  $\frac{1}{4}$  ¿Cuánto chocolate me queda? Representar gráficamente. Protocolo 9 (C2)*



Quedan ocho chocolates

Si se intenta seguir el pensamiento del adolescente podemos inferir que concibe los  $\frac{3}{4}$  como tres unidades divididas en cuatro partes y para representar el  $\frac{1}{4}$  que se ha comido, sombrea las 4 partes de un entero y aplicando el conteo con números naturales obtiene ocho partes que lo llevan a responder “Quedan ocho chocolates”. Cuando el alumno no ha asimilado el concepto de número fraccionario recurre al empleo de los esquemas asimiladores anteriores (el número natural).

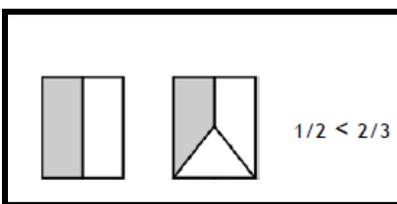
**Ilustración 4: Obstáculo epistemológico**, Tomado de Pruzzo (2012). Pág. 8

A partir de la ilustración anterior se puede inferir que los estudiantes no han construido el número fraccionario en ninguna de las perspectivas (como una

partición, reparto y medida, tanto con cantidades continuas (chocolates, pizza, etc.) como con cantidades discretas (figuritas, caramelos, etc.).

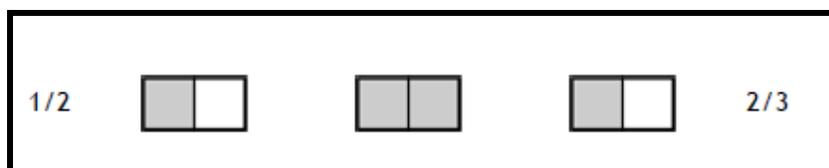
A raíz de esto Pruzzo (2012) propone el siguiente interrogante: ¿se está evaluando si la gran mayoría de los alumnos logran aprender?, lo cual reafirmó el propósito inicial de esta investigación, que busca elementos para que desde los primeros grados de escolaridad se aborden las fracciones, basada en una perspectiva guiada por el aprendizaje contextualizado que apunten a unos desempeños de comprensión, los cuales están enmarcados en el marco teórico de enseñanza para la comprensión y permita en los estudiantes una evaluación diagnóstica y continua.

Otro de los obstáculos epistemológicos que propone Pruzzo (2012) sobre la enseñanza de las fracciones está relacionado con la comparación de las fracciones; al compararlas no mantienen estables la unidad, representadas incluso con formatos diferentes. Aun cuando algunos estudiantes logran preservar estables las unidades que se comparan, surgen otros obstáculos como la representación de las partes a través de combinaciones de diferentes de figuras geométricas.



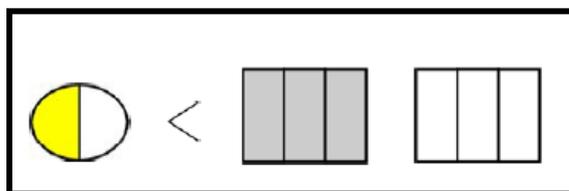
**Ilustración 5: Comparación de fracciones 1**, Tomado de Pruzzo (2012). Pág. 9

En estas ilustraciones se observa como en la investigación realizada por Pruzzo (2012), los estudiantes hacen una representación gráfica pero errónea de dos fracciones.



**Ilustración 6: Comparación de fracciones 2**, Tomado de Pruzzo (2012). Pág. 9

El siguiente ejemplo, muestra dos de los errores pos instruccionales juntos. Las unidades que se comparan son totalmente distintas y en lugar de un entero, se representan tantos enteros como el número de su numerador. (Las fracciones representadas son  $\frac{1}{2}$  y  $\frac{2}{3}$  respectivamente)



**Ilustración 7: Comparación de fracciones 3**, Tomado de Pruzzo (2012). Pág. 9

En síntesis, Pruzzo (2012) manifiesta que se observan lagunas de aprendizaje y errores conceptuales cuya máxima expresión señala que los estudiantes de secundaria no han podido construir aprendizajes prioritarios de 4º grado del nivel primario, los cuales están orientados a:

- *Comparar, entre sí y con números naturales, fracciones... a través de distintos procedimientos.*
- *Sumar y restar cantidades expresadas con fracciones... utilizando distintos procedimientos y representaciones*

A manera de conclusión Pruzzo (2012) propone el siguiente interrogante ¿Por qué no han aprendido los estudiantes? Mientras especialistas y docentes centran responsabilidades en los adolescentes actuales, impactados por las transformaciones aceleradas de la cultura en un contexto posmoderno que los ancla en el presente con una actitud de indiferencia, abulia, desatención, etc., los

datos empíricos están sosteniendo una hipótesis acerca de que la enseñanza irrelevante, que no sigue las construcciones de los estudiantes por la evaluación continua y longitudinal, provoca lagunas de aprendizaje y errores conceptuales que pueden, por eso mismo, ser revertidos.

Para que no queden “agujeros conceptuales”, según la perspectiva de Pruzzo (2012), hay que enseñar las fracciones en todas sus interpretaciones, como partición, como cociente, como razón, como operador, para construir el concepto general. Pero no se ha tenido en cuenta que si se encara simultáneamente esta complejidad, los estudiantes pueden llegar a construir sólo agujeros conceptuales. Sin embargo, a pesar de la defensa de la presentación simultánea de las distintas interpretaciones, Llinares y Sánchez (1997) presentan una clara secuenciación de contenidos:

Las primeras actividades deben estar dirigidas únicamente a que:

- Los niños puedan identificar la unidad;
- poder realizar divisiones congruentes;
- contar el número de partes en que se divide el todo, y en darse cuenta que el número de divisiones no da el número de partes, ni por lo tanto la fracción. Los niños tienen dificultades inicialmente en relación a este aspecto (Llinares y Sánchez, 1997:99).

Finalmente Pruzzo (2012) manifiesta que la presentación global del concepto de fracción, ha impedido construir los atributos básicos de ese concepto (la unidad que se parte o reparte en partes congruentes); la abrumadora presencia de configuraciones perceptivas que ha reemplazado a la acción por la percepción, y la carencia de la evaluación como custodia del aprendizaje, que impide el empleo constructivo del error.

## **2.2 Marco contextual**

En la actualidad, vivimos en una sociedad que cambia de manera acelerada. Constantemente estamos observando que surgen y se avanza con nuevos conocimientos, herramientas y formas de usar y comunicar las matemáticas. La educación colombiana está distribuida en ciclos que abarcan todos los grados de la educación formal obligatoria los cuales están propuestos de la siguiente manera: Educación Preescolar, básica primaria (Grados 1º a 5º), Básica secundaria (Grados 6º a 9º) y educación media (Grados 10º y 11º).

Al realizar una aproximación al concepto de fracción o indagar acerca si los niños en los primeros grados de escolaridad, están en capacidad de familiarizarse con el concepto de fracción, se hace necesario tener un acercamiento a los referentes curriculares, tales como Estándares Básicos de Competencias (EBC); Lineamientos Curriculares, Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA), Proyecto Educativo Institucional (PEI).

### **2.2.1 Las fracciones en los primeros grados de escolaridad desde los estándares curriculares y NCTM.**

Al realizar un recorrido sobre los referentes curriculares que orientan la enseñanza de las matemáticas se encuentran los Estándares Curriculares y de Evaluación para la Educación Matemática (NCTM, 1989), y en ellos la reflexión respecto al sentido numérico es *“una intuición sobre los números que surge de todos los diversos significados del número”* (p. 38). Los autores de estos estándares afirman que los niños con sentido numérico comprenden los números y sus múltiples relaciones, reconocen las magnitudes relativas de los números y el efecto de las operaciones entre ellos, y han desarrollado puntos de referencia para cantidades y medidas. (Tomado de lineamientos curriculares).

(NCTM, 2008) La información en cuanto a conocimientos matemáticos se refiere a que desde hace algunos años era accesible para un grupo exclusivo de personas, hoy está disponible al alcance de todos, ya que la necesidad de entender matemáticas y tener la capacidad de usarla seguirá en aumento, puesto que aquellos que comprendan y hagan uso de ellas, tendrán cada vez más oportunidades y opciones para determinar su futuro; la competencia matemática abre puertas a un porvenir productivo y su carencia las mantiene cerradas (NCTM, 2008).

De ahí surge la importancia de que los estudiantes puedan acceder al aprendizaje de conceptos matemáticos, puedan comprenderlos a profundidad y que se dé igualdad en las condiciones de su acceso y que a pesar de sus diferencias en cuanto a capacidades, necesidades e intereses tengan las mismas oportunidades.

En la introducción de Curriculum and Evaluation Standards de 1989, referenciado en los NCTM del 2008 se indicaron tres razones para que una organización profesional adoptara formalmente unos estándares que aseguraran la calidad de la educación que se imparte, señalarán metas y promovieran cambios fomentando la discusión sobre la educación matemática.

Teniendo como argumento que los estándares son descripciones acerca de lo que en la enseñanza de las matemáticas se debería instruir a los estudiantes para saber y hacer, es decir, son los objetivos de la Educación Matemática.

En los NCTM del 2008, se evidencia en su apéndice la descripción de un estándar que reza que en los programas de enseñanza de todas las etapas deberían capacitar a todos los estudiantes para comprender los números, las formas de representarlos, las relaciones entre ellos y los conjuntos numéricos; en el capítulo 4 en el cual hace referencia al nivel Pre K donde la expectativa es que los estudiantes de las etapas Pre K a 2 grado comprendan y representen fracciones

comúnmente usadas como  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{3}$  y  $\frac{1}{2}$ . Se encuentra en este estándar una línea conductora que corresponde a la iniciativa de esta investigación.

### **2.2.2 Las fracciones en los primeros grados de escolaridad según los lineamientos curriculares.**

Los Lineamientos Curriculares de Colombia proponen que se desarrollen las matemáticas en pensamientos que se profundizan en cada nivel que el estudiante va vivenciando en el transcurso de su vida escolar, para el caso de esta investigación, el tema se encuentra focalizado en el pensamiento numérico que se va adquiriendo gradualmente, los estudiantes van madurando en sus procesos matemáticos en la medida que tienen la oportunidad de pensar en los números, aproximarse a la comprensión de los conceptos y a la posibilidad de emplear con naturalidad dichos conceptos en diversos contextos en los que interactúa el estudiante, de esta manera poder hacerlos significativos en la vida diaria. Es entonces de la manera como se aproximen los estudiantes a los números y trabajen con ellos que comprenden los conceptos y van desarrollando el pensamiento numérico.

El desarrollo del pensamiento numérico trasciende del simple hecho de realizar operaciones con números de modo mecánico sin comprender los conceptos; potencializar este pensamiento proporciona al estudiante oportunidad de comprender dichos conceptos, con el fin de encontrar significado al sistema numérico, de modo que le permita apreciar y diferenciar la estructura de cada concepto, de esta manera se evidencia la necesidad de comprender los conceptos numéricos; algunas investigaciones sugieren que el estudiante antes de ingresar a la escuela ya está familiarizados con algunos conceptos de manera intuitiva y probablemente manejen de manera oral ciertos conceptos, lo que hace necesario que en la escuela se tenga la experiencia al respecto de los mismos para comprender la importancia en sí de estos significados y su uso consciente.

Las investigaciones de Ginsburg (citado por Dickson, 1991) señalan que los niños poseen una potente aritmética informal y que lo que comprenden y hacen a nivel intuitivo es mucho más amplio y de mayor magnitud que lo que hacen en el nivel escrito y simbólico del cálculo. Resaltan la potencia de los métodos de recuento de que se valen los niños, como por ejemplo contar con los dedos, contar marcas, contar a partir de uno o contar a partir del mayor de los números, y los considera la base para los métodos informales.

También dice que los niños no utilizan los algoritmos aprendidos en la escuela, sino que más bien los integran en su propia estructura mental para inventar métodos basados en la aritmética escrita y codificada y en parte en su enfoque característico. Esta reflexión inspira la intuición de este equipo de trabajo al investigar si asimismo sucede con los números fraccionarios, pues los estudiantes en su vida cotidiana ya están familiarizados con ellos y realizan con frecuencia y naturalidad situaciones de reparto, por lo que al desarrollar el tema como tal se hace necesario una sintonía por parte del docente que le permita al estudiante integrar sus saberes previos o informales con los conceptos que va proporcionando la escuela.

Se podría decir entonces, respecto al pensamiento numérico, que existen algunos aspectos fundamentales como el uso significativo de los números y el sentido numérico que suponen una comprensión profunda de los conceptos y sus diversos significados, como las operaciones de los mismos.

Al profundizar en el tema de las fracciones es necesario centrar la atención en la estimación de magnitudes teniendo en cuenta la claridad entre las divisiones y situaciones de partición y reparto, como lo es lo continuo con lo discreto que están íntimamente relacionados con los conceptos de medida y conteo, por lo que al trabajar las fracciones o más precisamente al aproximar a los estudiantes a la comprensión del concepto de fracción se está potencializando no solo el pensamiento numérico sino también implícitamente el pensamiento métrico en la medida que el estudiante requiere realizar procesos de estimación y medida. A

propósito de esta relación se puede tener en cuenta la referencia que se hace en los lineamientos curriculares a “Brookes (1970) quien adopta un planteamiento histórico, considerando que la base de todo proceso de medida es la reiteración de una unidad.

Este marco, a la luz de los Lineamientos Curriculares, hace referencia a un campo concreto del pensamiento numérico: el conjunto de números fraccionarios y de manera implícita el pensamiento métrico.

### **2.2.3 Las fracciones en los primeros grados de escolaridad según los estándares básicos de competencia.**

Según el Ministerio de Educación Nacional de Colombia (2006) un estándar es un criterio claro y público que permite juzgar si un estudiante, una institución o el sistema educativo en su conjunto cumplen con unas expectativas comunes de calidad, además, sirven de apoyo para el diseño del currículo, los planes de estudios, los proyectos escolares e incluso el trabajo de enseñanza en el aula, lo hace un referente importante en el momento de abordar la diferentes contenidos.

Respecto al área de matemáticas dichos estándares dicen que al terminar el grado tercero los estudiantes deben describir situaciones de medición utilizando fracciones comunes, lo que haría creer que los niños por lo menos desde grado primero deberían tener aproximaciones a la fracción de modo que les permita acercarse a la comprensión del concepto de un modo más eficiente.

Si los estándares sugieren que al grado tercero el estudiante ya describa situaciones con fracciones, surge el interrogante ¿En qué momento se hizo la aproximación a las fracciones?, ¿En qué momento comprendió su significado? Entonces se podría pensar en por qué no permitir la aproximación desde el grado

preescolar con el fin de que el estudiante integre sus saberes informales con los nuevos conceptos que debe comprender.

En el sistema educativo colombiano la enseñanza de los números fraccionarios ocupa una parte importante en el currículo de matemáticas, sin embargo, en la práctica, los estudiantes en el mejor de los casos tienen acercamiento a las fracciones a partir del grado tercero, el considerar que los estudiantes se aproximen a ellas desde los primeros grados de escolaridad puede ayudar a su comprensión y potencializar el pensamiento numérico para que realice operaciones y tenga una comprensión de las mismas.

Propiamente para el tema que sirvió de reflexión de esta investigación, existe un momento tenso para los estudiantes como es el paso del concepto de número natural y sus propiedades al concepto de número racional o lo que sería para el nivel del estudiante, puesto que se requiere una re-conceptualización de la unidad y del proceso mismo de medir, así como una extensión del concepto de número.

El paso del número natural al número racional implica la comprensión de las medidas en situaciones en donde la unidad de medida no está contenida un número exacto de veces en la cantidad que se desea medir o en las que es necesario expresar una magnitud en relación con otras magnitudes. Las primeras situaciones llevan al número racional como medidor o como operador ampliador o reductor (algunos de estos últimos considerados a veces también como “partidores” o “fraccionadores” de la unidad en partes iguales), representado usualmente por una fracción como  $\frac{3}{4}$ , o por un decimal como “0,75”, o por un porcentaje como “el 75%”. Las otras situaciones llevan al número racional como razón, expresado a veces por frases como “3 de 4”, o “3 por cada 4”, o “la relación de 3 a 4”, o por la abreviatura “3:4”. (Tomado de estándares básicos de competencia).

Resumen de las representaciones del número			
Fracción	Porcentaje	Decimal	Razón
$\frac{3}{4}$	75%	0,75	3:4

**Tabla 1: Resumen de las representaciones del número.** Elaboración propia

La estimación y la aproximación son dos procesos presentes en los diferentes pensamientos y para el concepto de interés no es la excepción, según los estándares básicos de competencia se encuentra que para el pensamiento numérico y sistemas numéricos se tiene el estándar: *Describo situaciones de medición utilizando fracciones comunes*, es el logro que debe obtener el estudiante al finalizar el grado tercero y en el pensamiento métrico y sistemas de medidas, está el estándar: *Realizo estimaciones de medidas requeridas en la resolución de problemas relativos particularmente a la vida social, económica y de las ciencias.*

PENSAMIENTO	Al terminar Grado Tercero	Al terminar Grado Quinto
NUMÉRICO Y SISTEMAS NUMÉRICOS	Describo situaciones de medición utilizando fracciones comunes.	Interpreto las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones.
MÉTRICO Y SISTEMAS DE MEDIDAS	Realizo estimaciones de medidas, requeridas en la resolución de problemas relativos particularmente a la vida social, económica y de las ciencias.	Utilizo y justifico el uso de la estimación para resolver problemas relativos a la vida social, económica y de las ciencias, utilizando rangos de variación.

**Tabla 2: Estándares Básicos de competencias:** tomado de lineamientos curriculares

### 2.2.4 Derechos básicos de aprendizaje (DBA).

Los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA), (Ministerio de Educación Nacional, 2015), son un conjunto de saberes fundamentales dirigidos a la comunidad educativa con el fin de promover procesos de enseñanza en igualdad de condiciones a los niños, niñas y jóvenes del país, creados en concordancia con los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias que indican lo que los estudiantes deben aprender en cada grado escolar desde 1º hasta 11º para las áreas de lenguaje y matemáticas, planteando una posible ruta de aprendizajes para los estudiantes.

Haciendo una revisión a los DBA, se puede verificar que sólo a partir del grado segundo proponen hacer repartos equitativos de cantidades discretas y solo hasta grado tercero proponen que los niños deben entender que dividir corresponde a hacer repartos equitativos, el uso de fracciones para describir situaciones en las que una unidad se divide en partes iguales y comparar fracciones sencillas y reconocer que aunque se vean distintas, representan la misma cantidad.

En los DBA del área de matemáticas del grado tercero aparecen por primera vez el tema de las fracciones, las situaciones de reparto en las que una unidad se divide en partes iguales, así como las representaciones y comparaciones entre fracciones sencillas.



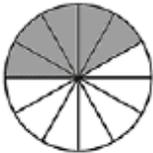
**3** Entiende que dividir corresponde a hacer repartos equitativos. Divide números de hasta tres cifras entre un número de una cifra en casos simples en los que se puede hacer un reparto equitativo, sin que sobre nada. Por ejemplo:

- Para repartir 56 fichas entre 7 personas de tal forma que cada persona reciba la misma cantidad y no sobre ninguna, divide 56 entre 7 ( $56 \div 7 = 8$ ) y comprende que a cada persona le corresponden 8 fichas.

Ilustración 8: Derecho Básico de Aprendizaje # 3. DBA Grado Tercero (2015)

En el Derecho Básico de Aprendizaje número 6: sólo a partir de este momento se empiezan a reconocer otras representaciones numéricas diferentes a las enteras. Y es precisamente aquí donde se generan obstáculos epistemológicos frente al aprendizaje de las fracciones, puesto que el escolar viene manejando un lenguaje y una representación de los números y al iniciar su trabajo con las fracciones cambian o aparecen nuevas expresiones que pueden generar confusión en ellos y dificultar su uso en la combinación de las representaciones nuevas con las que ya manejaba.

**6** Comprende el uso de fracciones para describir situaciones en las que una unidad se divide en partes iguales. Por ejemplo, 5 porciones de una torta partida en 12 pedazos iguales corresponden a cinco doceavos de torta.

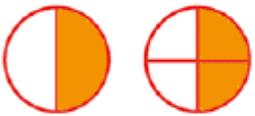


Cinco de doce       $\frac{5}{12}$       Cinco doceavos

Ilustración 9: Derecho Básico de Aprendizaje # 6. DBA Grado Tercero (2015)

El Derecho Básico de Aprendizaje número 7: sugiere que le estudiante realice diversas representaciones simbólicas y las reconozca.

**7** Compara fracciones sencillas y reconoce fracciones que aunque se vean distintas, representan la misma cantidad como un medio ( $\frac{1}{2}$ ) y dos cuartos ( $\frac{2}{4}$ )

$\frac{1}{3}$  es más grande que  $\frac{1}{4}$        $\frac{1}{2}$  es igual a  $\frac{2}{4}$

Ilustración 10: Derecho Básico de Aprendizaje # 7. DBA Grado Tercero (2015)

### 2.2.5 Otros trabajos hallados sobre enseñanza de fracciones

Al respecto sobre este tema Lisa Fazio (2010) en su publicación “enseñanza de las fracciones” hecha por la UNESCO cita al concejo Nacional de Profesores de Matemáticas diciendo que en una prueba a nivel nacional solo el 50% de estudiantes americanos del octavo grado ordenaron correctamente tres fracciones de menor a mayor y que aún en países donde gran parte de los estudiantes tienen una comprensión conceptual razonablemente buena, tales como Japón o China, consideran las fracciones como un tema difícil de aprender. Una razón de tal dificultad es que, los estudiantes suponen que algunas propiedades que son ciertas para los números enteros aplican también para todos los números, así que lo que pretendemos es que los niños desde los primeros grados de escolaridad reconozcan que cuando se representa una fracción de manera simbólica (por ejemplo un cuarto), no se está haciendo referencia a dos números enteros (al 1 y al 4), sino a una sola representación numérica  $\left(\frac{1}{4}\right)$ .

Antes de ingresar a la escuela la mayoría de los niños están familiarizados de manera inconsciente con fracciones, puesto que en su cotidianidad escuchan expresiones tales como medio, un cuarto y si por alguna razón se les pide que partan algo a la mitad, no dudan en hacerlo. Al llegar a la escuela, los estudiantes abordan el sistema numérico sólo como parte entera y las fracciones son un contenido que solo es objeto de estudio hasta el grado tercero, lo cual genera dificultades en la comprensión de dicho concepto principalmente por la forma de su representación simbólica. Adicional a esto, la enseñanza de las matemáticas se hace de manera descontextualizada y abstracta sin distinguir los procesos por los que debe pasar el niño al enfrentarse a un nuevo contenido, es decir, se enfatiza poco en lo concreto y lo pictórico y se avanza rápidamente a lo simbólico sin dar mucha oportunidad de asimilarlo.

Las fracciones así como las matemáticas, han surgido para suplir necesidades del hombre; a lo largo de la historia han evolucionado, pasando por varios momentos, permitiendo que en la actualidad se conozcan varias de sus interpretaciones.

La segunda preocupación se deriva de los esquemas mentales que resultan del aprendizaje de las fracciones, así como los procesos que llevan a que estos esquemas se desarrollen (Steffe y Olive, 2010; Saenz-Ludlow, 1994; Norton, 2008). Estos trabajos, de naturaleza empírica, han sido realizados a través experimentos de enseñanza (Steffe y Thompson, 2000). En ellos se ha identificado y descrito la relativa complejidad conceptual, primero, de concebir números que cuantifican el tamaño de una magnitud continua. Esto es, se ha descrito la complejidad intrínseca de entender una expresión como “tres cuartos del pastel”, como aludiendo a una sola masa cuyo tamaño pastel, en lugar de a un subconjunto de tres elementos discretos (pedazos de pastel) de un conjunto de cuatro.

En estos trabajos también se ha identificado y descrito la complejidad conceptual propia de concebir a la magnitud que una fracción cuantifica como susceptible de ser iterada sin restricción. Estas concepciones son necesarias para entender las fracciones como números que pueden cuantificar evidentemente el tamaño de algo que es mayor al tamaño del entero; por ejemplo, son necesarias para darle sentido a una expresión como ésta: “cinco cuartos de pulgada”.

La tercera preocupación, tiene una relación directa con la didáctica, y tiene que ver con la elaboración de propuestas de enseñanza que contribuyan con el aprendizaje del concepto. Las investigaciones han tenido lugar en las aulas de clases. Entre las situaciones que han sido objeto de estudio están: 1) el uso de situaciones problema que tienen que ver con repartición de enteros, como insumo para afianzar el aprendizaje de fracciones mixtas e impropias; 2) el uso de la medición como medio principal en la enseñanza de las fracciones 3) el abordar la enseñanza de las fracciones desde el concepto de razón (Brousseau et ál., 2004), y 4) el focalizar la enseñanza de las fracciones en la idea de magnitud continua (Davydov, 1969/1991).

La cuarta preocupación tiene que ver con la evaluación, los estudios realizados hasta el momento han arrojado resultados que dicen que sólo una minoría de estudiantes alcanza niveles aceptables en cuanto a la comprensión del concepto se refiere.

A pesar del gran número de investigaciones realizadas en torno a las cuatro preocupaciones descritas por Cortina (2014), da la impresión de que quedan pocas cuestiones relevantes por aclarar en cuanto a la enseñanza de las fracciones, no obstante, no solo sigue la insatisfacción frente a los niveles de comprensión de las fracciones, sino sobre las acciones que se deben emprender para mejorar el aprendizaje de dicho concepto.

Buscando dar un acercamiento a la solución de resolver las preocupaciones acerca de la enseñanza y aprendizaje de las fracciones, abordaremos diferentes elementos relacionados con la enseñanza para la comprensión, desde donde se busca comprender el objeto de estudio

La presente investigación pretende acercar a los estudiantes a la noción fracción hasta el grado segundo como aproximación a la comprensión, partiendo de aportes que hacen varios autores sobre la enseñanza y comprensión de las fracciones.

Así mismo, los lineamientos curriculares de matemáticas de la República de Colombia hacen referencia a que el desarrollo del pensamiento numérico se *adquiere gradualmente y va evolucionando en la medida en que los alumnos tienen la oportunidad de pensar en los números y usarlos en contextos significativos* (Ministerio de Educación Nacional, 1998, pág. 44) y es precisamente partiendo del contexto en el que viven los niños, que se hace necesaria la comprensión de fracciones que si bien desde lo simbólico no es claro para los escolares de los primeros grados, no se puede desconocer que están presentes en la vida cotidiana y que es un error hacerles creer que todo lo que les rodea está compuesto por partes enteras. En diversas y cotidianas situaciones el escolar

interactúa de manera inconsciente con las fracciones en variadas representaciones.

**Información acerca de las instituciones donde se realizó la investigación:**

<b>Institución Educativa</b>	<b>Luis Eduardo Posada Restrepo</b>	<b>Pio XI</b>
Sedes Educativas	CER Don Diego CER Carrizales CER Normandía CER Hogar Campestre San José	CER San Francisco IER Las Teresas
Ubicación	Municipio el Retiro, Zona Rural, Jornada Completa	Municipio La Unión, Zona Urbana Jornada mañana y tarde
Población	Preescolar a grado 11 <sup>o</sup> Establecimiento Mixto	Preescolar a grado 11 <sup>o</sup> Establecimiento Mixto
Modelo pedagógico	<b>Desarrollista o Social</b>  Es un modelo pedagógico cuyo eje fundamental es aprender haciendo. La experiencia de los estudiantes los hace progresar continuamente, desarrollarse, evolucionar secuencialmente en las estructuras cognitivas para acceder a conocimientos cada vez más elaborados.  El maestro debe crear un ambiente estimulante de experiencias que faciliten en el educando modificar y transformar su estructura cognoscitiva en sus diferentes etapas de formación.	<b>Social cognitivo</b>  El enfoque pedagógico se fundamenta en el concepto de educación para la formación y el desarrollo humano integral y social. En esta dirección, la Institución estructura su modelo pedagógico desde los paradigmas relevantes de una educación dinamizada por los diversos acontecimientos causados por los procesos de globalización, cambios rápidos en el mundo del trabajo, la necesidad de la reconstrucción social y la emergencia de un nuevo país, el esfuerzo por fortalecimiento de la sociedad civil, el gran impacto cultural causado en las personas por los medios masivos de comunicación, la revolución constante del conocimiento y la tecnología, el flujo enorme de información poco duradera, la apertura del país a la economía de libre mercado y los requerimientos de una lucha por la justicia social, entre otros.

**Tabla 3: Información de las Instituciones Educativas objeto de investigación**

La tabla muestra una breve descripción de las dos instituciones en las cuales se llevó a cabo la investigación, en la Institución Educativa Rural Luis Eduardo

Posada Restrepo del Municipio de El Retiro, la investigación se realizó en la sede educativa CER Hogar Campestre San José, ambas instituciones están localizadas en la subregión oriente del territorio antioqueño. Las dos instituciones presentan similitudes en cuanto a las edades de los estudiantes y el sistema institucional de evaluación. A pesar de una ser urbana y la otra rural, los estudiantes provienen tanto de contextos urbanos como rurales.

En el CER Hogar San José los estudiantes provienen en su mayoría de la ciudad de Medellín, por tratarse de un internado para niños, donde la gran mayoría de las familias son monoparentales o los estudiantes viven con alguno de sus abuelos, muchos de ellos son provenientes de municipios alejados del departamento de Antioquia y que han sido víctimas de desplazamiento forzoso a causa del conflicto armado, donde han perdido a algunos de sus padres y no han encontrado más opción que internarlos para poder laborar en su mayoría en ventas ambulantes en la ciudad de Medellín o internas como empleadas domésticas en casas de familia.

La I.E Pio XI, es un colegio público ubicado en la zona urbana del Municipio de La Unión, pero que acoge estudiantes que se desplazan de veredas cercanas a la cabecera municipal, muchos de ellos lo hacen en motos de propiedad de la familia o de algunos vecinos ya que el municipio no cuenta con transporte escolar y tampoco tiene transporte continuo hacia las veredas. La mayoría de las familias de estratos 0, 1, 2 y 3 son nucleares, es decir, conformadas por los progenitores y los hijos; aunque también hay algunas extensas, donde también conviven con los abuelos o con algunos tíos. Existen algunos casos de familias monoparentales, pero son en menor cantidad. La economía del municipio depende de la agricultura en especial del cultivo de papa, fresa y uchuva; también de algunas floristerías pero estas en menor escala.

A pesar de las diferencias anteriormente planteadas, se tienen similitudes, pues en ambas instituciones se siguen los lineamientos curriculares propuestos por el

Ministerio de Educación Nacional, es decir las temáticas que se abordan son iguales, ajustándose a las planeaciones curriculares particulares de cada institución, abarcando los pensamientos que allí se proponen.

Adicional a esto en la IE Pio XI, cuenta con 3 grupos en el grado preescolar; 2 en el grado primero y 2 en el grado segundo para un total de 235 estudiantes (aproximadamente); mientras que en el CER hogar Campestre San José solo hay un grupo para cada grado, con un total de 85 estudiantes para los grados preescolar, primero y segundo.

### **2.3 Marco conceptual**

Antes de detallar las representaciones fraccionarias que abordó la presente investigación, fue imprescindible considerar la definición de conjunto de manera muy general, debido a las características de esta investigación. Como punto de partida para la selección de las representaciones de la noción de fracción fue necesario en la investigación acercar a los estudiantes a la noción de conjunto.

Entiéndase conjunto según lo expuesto por *Godino J. D. y Batanero C. (2002)*, como:

*“Un conjunto de objetos (N) se dice que está naturalmente ordenado (y por tanto, se puede usar para contar y ordenar otros conjuntos de objetos de cualquier naturaleza). Sea F el conjunto de todos los conjuntos finitos.  $F = \{A, B, C, \dots\}$ . El conjunto (N) formado por todas las clases de equivalencia producido en F por la relación de coordinabilidad, o sea, el conjunto de todas las clases de equivalencia, es un conjunto naturalmente ordenado =  $\{[A], [B], [C], \dots\}$ ”*

Para el nivel que concierne a esta investigación se puede tomar como conjunto a una colección de elementos que se puede determinar, ella misma como un objeto, además puede reunir varios objetos o elementos como por ejemplo figuras,

dulces, personas, otros. Es conveniente tener esta claridad al emplear la noción de fracción como parte de un todo.

Conforme a lo dicho cabe la reflexión de los autores mencionados y en relación a las fracciones como tal: “Los números racionales son el primer conjunto de experiencias numéricas de los niños que no están basadas en los algoritmos de recuento como los números naturales... La práctica y el discurso que se pone en juego con los "números racionales" suponen un salto importante en la manera de pensar y usar los números”. He aquí la misión de propiciar un acercamiento para comprensión de estos desde los primeros grados de escolaridad preescolar, primero y segundo.

### **2.3.1 Concepto de fracción**

Las fracciones tienen varias representaciones, las cuales ayudan a comprender aspectos relacionados con el campo de las matemáticas, y a su vez contribuye al aprendizaje de la temática de estudio.

Las representaciones o formas de entender el concepto de fracción, están relacionadas por Fandiño (2009) en su libro “Las fracciones, aspectos conceptuales y didácticos”, las cuales son:

- ✓ La fracción como parte – todo
- ✓ La fracción como medida
- ✓ La fracción como porcentaje
- ✓ La fracción como indicador de cantidad de elección.
- ✓ La fracción como número racional.
- ✓ La fracción como punto de una recta orientada
- ✓ La fracción en los puntajes
- ✓ La fracción como operador

- ✓ La fracción en probabilidad
- ✓ La fracción como relación
- ✓ La fracción como cociente
- ✓ La fracción en el lenguaje cotidiano

Para el proceso y grados en los cuales se desarrolló la investigación se hizo uso de las siguientes representaciones:

- ✓ La fracción en el lenguaje cotidiano
- ✓ La fracción como parte de una unidad-todo, a veces continua y a veces discreta
- ✓ La fracción como medida.
- ✓ La fracción como relación

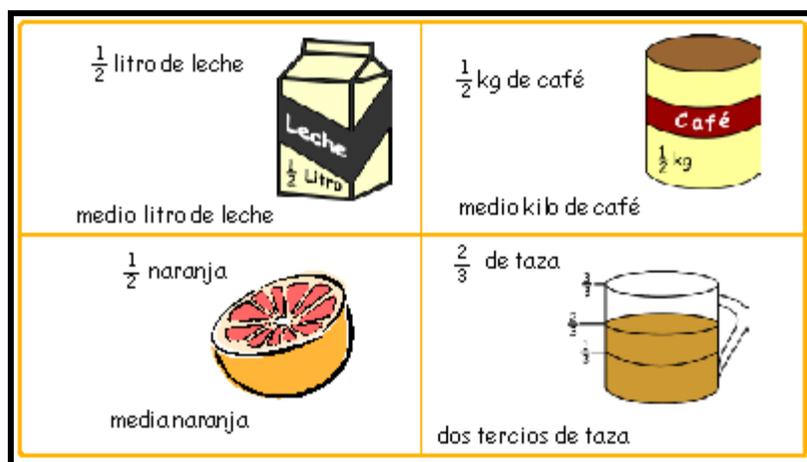
A continuación se mostrará la descripción de cada una de ellas, de acuerdo a Fandiño (2009).

- ✓ **La fracción en el lenguaje cotidiano:** en esta representación la fracción aparece en la vida cotidiana, en diferentes campos y refuerza lo que se ha dicho a lo largo del proceso, donde de una u otra manera las fracciones aparecen en la cotidianidad, en aspectos como el deporte, cuando se hace alusión a carreras por ejemplo para recorrer la mitad de una distancia establecida; recetas de cocina, al decir que se necesita un cuarto de algún ingrediente, tres cuartos de... media porción de...; husos horarios, al referirse a las horas y cuarto, y tres cuartos; música; aunque esto no implique que se maneja a la perfección las fracciones, si da una idea de la presencia de estas en situaciones que aparentemente no tienen una implicación tan directa con las matemáticas. Es de anotar que el uso de estos términos se convierten en una referencia puntual más que en una conciencia del uso de fracción como tal, perdiendo en muchos casos el

sentido original y necesitando adquirir un nuevo sentido, relacionado con las fracciones.

“Muchos de los investigadores que se ocupan de la didáctica de las fracciones actualmente se inclinan por un primer contacto “informal”, como es, después de todo, el estilo didáctico más difundido y generalizado hoy en día” Fandiño (2009, pág. 120).

El estudiante debería controlar lingüística y cognitivamente el uso de las fracciones y proponer algunos propios, hasta alcanzar una conceptualización estable y significativa del término, sobre esta conceptualización se podrá en segundo momento, construir un conocimiento sucesivo.



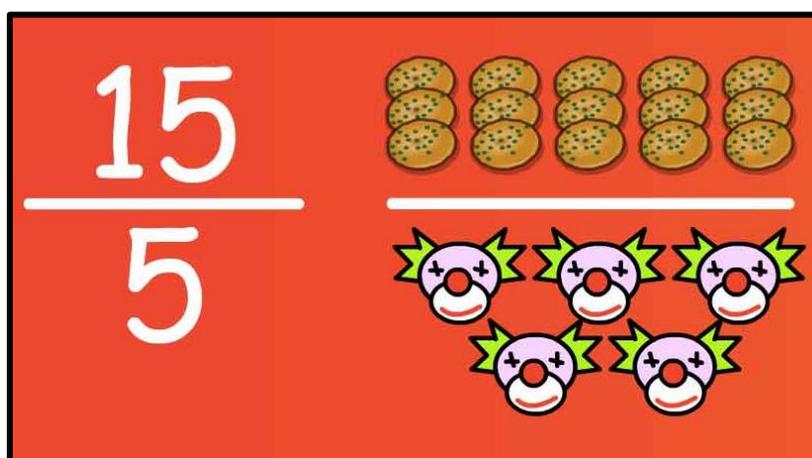
**Ilustración 11: La fracción en el lenguaje cotidiano**, tomado de: <https://fraccionesmaritza.wordpress.com/que-es-una-fraccion/> (13/12/2016).

- ✓ **La fracción como parte de una unidad-todo a veces continua y veces discreta:** “para iniciar notemos que, si se considera la fracción como una relación parte-todo, hay una gran diferencia dependiendo si el “todo” (la unidad), está constituido por algo continuo o si está constituido por un conjunto discreto”. Fandiño (2009, pág. 102).

Para tomar la fracción como unidad es necesario tener en cuenta que en aquellos casos en que la unidad no es uno, como cuando se parte una pizza en 4 pero se

requiere tomar cinco pedacitos, se tiene que saber que es necesaria no una pizza sino dos, lo que puede generar algún tipo de confusión; son las fracciones impropias las que se hacen presentes, para esta situación las pizzas son dos pero la unidad sigue siendo una.

Si el todo del que se esté empleando es una fracción discreta como es el caso de realizar una partición entre personas haciendo referencia a un ejemplo, se requiere tener claridad en otros aspectos como a que se refiere cuando se hace mención a partes iguales y equivalencia con el fin de que estudiante al tener claras estas ideas de esta manera facilitara al estudiante al hacer la transición hacia la parte numérica comprender que la partición puede realizarse de objetos o de conjuntos.



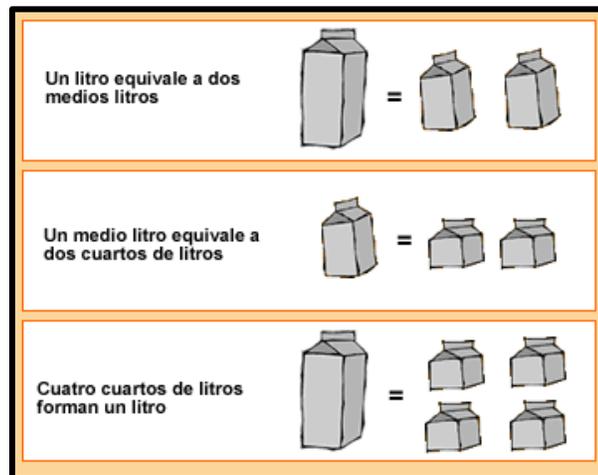
**Ilustración 12: Fracción discreta**, tomado de:

<http://lets.cinvestav.mx/DesdeLETS/TabId/134/ArtMID/543/ArticleID/43/Los-%E2%80%9Centeractivos%E2%80%9D-de-micompumx-una-aproximaci243n-anal237tica-a-la-noci243n-de-calidad-de-los-materiales-did225cticos-de-educaci243n-b225sica.aspx> (13/12/2016)

- ✓ **La fracción como medida:** si bien en el nivel en el que se desarrolló la investigación conceptos como medida son apenas principiantes, la medida en términos generales es una de las expresiones fraccionarias con las que más están rodeados los estudiantes en su entorno en la cantidad o medida de un litro en botella por ejemplo como 3/4 de litro por ejemplo es una

fracción propiamente relacionada con la relación parte –todo haciendo referencia a las partes que se tomaron de la unidad fraccionada.

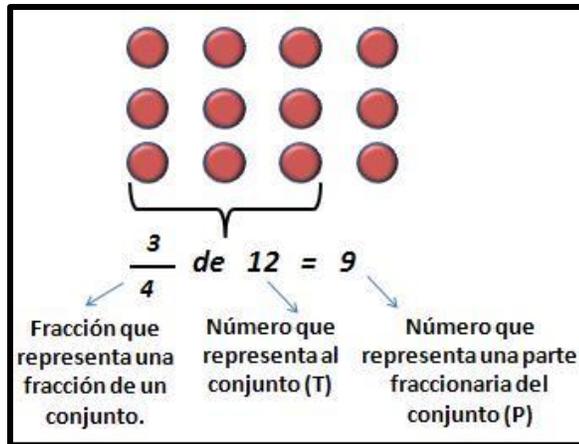
La fracción como medida hace parte de esas situaciones que conviene pensarlas como números racionales , o en ocasiones como fracciones peor no necesariamente conviene pensarlas estrictamente desde la definición de la fracción, conviene en sí pensarla de manera más espontánea desde su uso práctico y directo.



**Ilustración 13: fracción como medida**, tomado de:

<http://milagroitic.blogspot.com.co/2012/04/medidas-de-peso-y-capacidad.html> (13/12/2016)

- ✓ **La fracción como relación:** puede considerarse como una de las expresiones fraccionarias más usadas explícitamente para hacer referencia a la relación entre dos elementos por decir a y b ( $a/b$ ) lo que indica una relación de división que está indicada, haciendo referencia a una proporción, a una equivalencia o en lenguaje coloquial entran en juego el numerador y el denominador indicando una relación entre ambos.



**Ilustración 14: Fracción como relación,** tomado de:

[http://matematica.cubaeduca.cu/index.php?option=com\\_content&view=article&id=10808:tema6toproblemas-tipicos-de-fracciones&catid=218&Itemid=73](http://matematica.cubaeduca.cu/index.php?option=com_content&view=article&id=10808:tema6toproblemas-tipicos-de-fracciones&catid=218&Itemid=73) (13/12/2016)

## 2.4 Marco teórico

La enseñanza de las matemáticas esta permeada por la didáctica y elementos propios del área, los cuales contribuyen a que haya un aprendizaje significativo de acuerdo a las orientaciones que se imparten desde diferentes elementos teóricos, para el caso de esta investigación se hizo uso del marco teórico Enseñanza para la comprensión desde donde se abordan cuatro elementos fundamentales: Tópicos generativos, Metas de comprensión, desempeños de comprensión y evaluación diagnóstica continua.

### 2.4.1 Enseñanza para la comprensión (EpC).

#### ¿Cómo se concibe la comprensión?

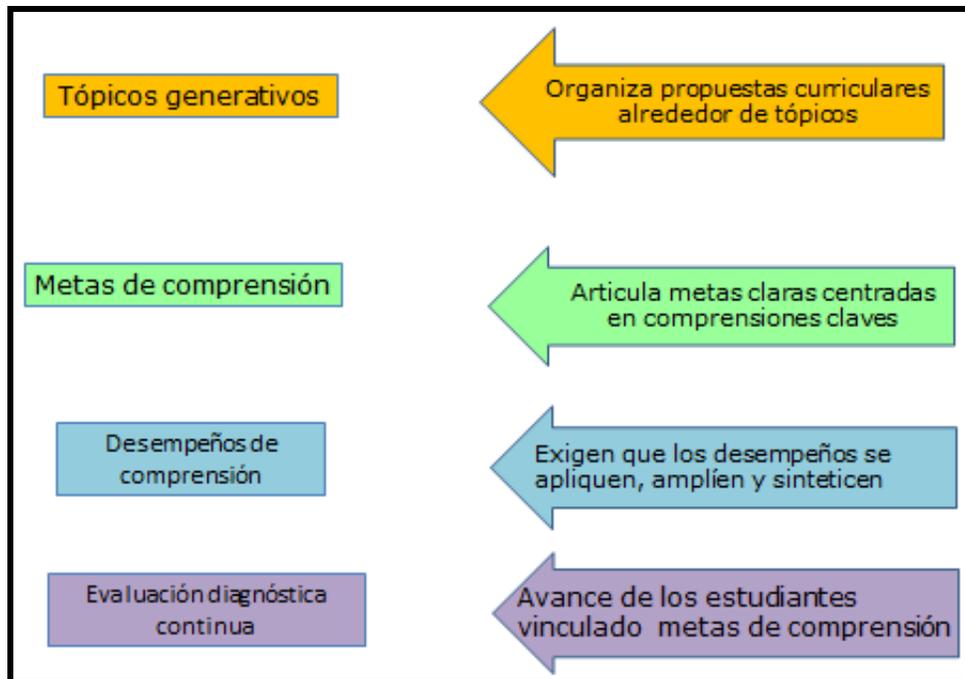
Según Stone (1999) la comprensión se concibe como la capacidad de usar el propio conocimiento de maneras novedosas, donde el estudiante sea capaz de hacer uso de este en diferentes espacios y situaciones de la vida cotidiana. La comprensión debe ser entendida como parte del aprendizaje y no verse como el igual a aprendizaje. De este modo es necesario que los estudiantes en los grados transición, primero y segundo sean actores activos en el desarrollo de las

actividades que le permitirán acercarse al conocimiento de las fracciones, donde los conocimientos previos que ellos poseen, se convierten en elementos importantes en la adquisición de aprendizajes.

Así mismo Stone (1999) propone que para hacer una pedagogía de la comprensión se necesita más que una idea acerca de la naturaleza de la comprensión y su desarrollo, permitiendo que a medida que se avance en la adquisición de las habilidades y destrezas en cuanto al uso de una temática determinada, en este caso una aproximación a las fracciones, contribuya al reconocimiento propio en este campo de acción de las matemáticas, no se pretende que los estudiantes avancen hasta la manipulación y aplicación de las operaciones básicas con fracciones, pero sí que estos reconozcan que las fracciones hacen parte de la vida cotidiana, permitiendo la comprensión de diferentes situaciones que se presentan en el contexto; es por ello que se hace necesario un marco conceptual que servirá como guía para tener un mejor entendimiento de la manera como se manipula el objeto matemático, para lo cual se deben abordar cuatro preguntas claves:

1. ¿Qué tópicos vale la pena comprender?
2. ¿Qué aspectos de esos tópicos deben ser comprendidos?
3. ¿Cómo podemos promover la comprensión?
4. ¿Cómo podemos averiguar lo que comprenden los alumnos?

Como ayuda para abordar las preguntas claves se propone el siguiente gráfico de acuerdo a la información que ofrece Stone (1999)



**Ilustración 15: Elementos de la EpC, Adaptación personal acorde a lo leído en Stone (1999)**

Para ampliar y tener un acercamiento de manera más precisa se hace necesario la descripción de los siguientes conceptos.

#### **2.4.2 Tópicos generativos.**

Al hablar de tópicos generativos se debe hacer referencia al currículo necesario para abordar una temática específica y que responda según Stone (1999) a:

*...rasgos recurrentes del currículo diseñado para favorecer la comprensión. Uno es que el currículo que se enseña en la escuela se vincula con las preocupaciones y experiencias que ocupan a los alumnos en su vida cotidiana. Los docentes deben seleccionar la materia y ajustar la forma del currículo para responder a las necesidades de sus alumnos concretos. Otro criterio básico en un currículo diseñado para promover la comprensión es que no sólo ofrezca información. Más bien, el currículo debe involucrar a los*

*alumnos en constantes espirales de indagación que los lleven desde un conjunto de respuestas hacia preguntas más profundas que revelen conexiones entre el tópico que se está tratando y otras ideas, preguntas y problemas fundamentales. (Stone, 1999)*

Con lo anterior se puede decir que es probable que un tópico sea generativo cuando es central para el dominio o la disciplina, es accesible e interesante para los estudiantes. Tanto dentro como fuera del dominio o disciplina particular.

Los tópicos generativos deben tener los siguientes elementos que son propuestos en la compilación realizada por Stone (1999).

- ✓ *Accesibles e interesantes para los alumnos.*
- ✓ *Centrales para un dominio o disciplina.*
- ✓ *Interesantes para el docente.*
- ✓ *Rico en conexiones.*

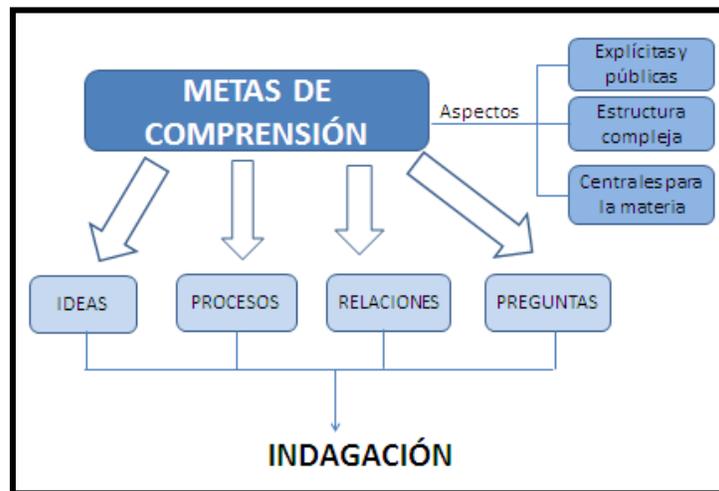
### **2.4.3 Metas de comprensión.**

Las metas de comprensión afirman explícitamente lo que se espera que los alumnos lleguen a comprender. Según lo define Stone (1999) “Mientras que los tópicos o temas generativos delimitan la materia que los estudiantes investigarán, las metas definen de manera más específica las ideas, procesos, relaciones o preguntas que los alumnos comprenderán mejor por medio de su indagación”

Las metas de comprensión deben tener en cuenta los siguientes aspectos:

- ✓ *Explícitas y públicas.*
- ✓ *Dispuestas en una estructura compleja.*
- ✓ *Centrales para la materia.*

Finalmente se proponen cuatro dimensiones que articulaban el alcance de la comprensión en todas las materias: conocimiento, métodos, propósitos y formas de expresión. También especificaban niveles para estimar la profundidad de la comprensión. Este marco conceptual lleva a creer que puede ayudar a los docentes a desarrollar, criticar y refinar metas que abordan toda la variedad y profundidad de la comprensión que esperan que desarrollen los alumnos (Stone 1999).



**Ilustración 16: Metas de comprensión**, Elaboración propia de acuerdo a adaptación de la interpretación de Stone (1999)

#### 2.4.4 Desempeños de comprensión.

Los desempeños de comprensión son según Stone (1999) el elemento más importante de este marco, pues es el que le permite a los estudiantes profundizar y darse cuenta de los resultados que se obtienen a lo largo de un proceso formativo, basado en los tópicos generativos; la comprensión más que un estado mental debe convertirse en desempeño (Stone 1999), a su vez afirma que:

*...la comprensión se desarrolla y se demuestra poniendo en práctica la propia comprensión. Este presupuesto está reflejado en muchas situaciones de aprendizaje, tales como aprender a tocar un instrumento musical, aprender un deporte, aprender un oficio y aprender diversas*

*artes. Por cierto, la mayor parte del aprendizaje fuera de la escuela avanza por medio del compromiso de los estudiantes en desempeños cada vez más complejos. (pág. 8)*

Es así como el valor que se le otorga a los desempeños, tanto para el avance educativo como para la evaluación diagnóstica, hace que se conviertan en ejes centrales en la enseñanza para la comprensión. Ayudando a que desde el trabajo en el aula y de acuerdo a las actividades propuestas para ser desarrolladas con los estudiantes, va tomando mayor fuerza este elemento del marco el cual centra la atención más en lo que hacen los alumnos que en lo que hacen los docentes. (Stone 1999) desde esta perspectiva el marco de enseñanza para la comprensión obliga a que el docente este mucho más pendiente en cuanto a la observación que debe hacer a sus estudiantes y lo obliga a analizar lo que estos hacen para organizar y replantear las metas de comprensión.

De acuerdo a lo que se propone en el marco de enseñanza para la comprensión se debe tener en cuenta los siguientes aspectos que ayudan a la obtención de los desempeños de comprensión:

**Etapa de exploración:** los desempeños consistentes en explorar los elementos reconocen su respeto por la investigación inicial todavía no estructurada por métodos y conceptos basados en la disciplina. Por lo general aparecen al principio de una unidad y sirven para traer a los estudiantes al dominio de un tópico generativo. Explorar los elementos también puede ofrecer, tanto al docente como a los estudiantes, información acerca de lo que estos ya saben y aquello que están interesados en aprender

**Investigación guiada:** Los desempeños de investigación guiada involucran a los estudiantes en la utilización de ideas que el docente considera centrales para la comprensión de metas identificadas. Durante las etapas iniciales de una unidad o un curso de estudio, los desempeños pueden ser relativamente simples o

elementales. En rigor, los docentes pueden centrarse en habilidades básicas tales como la observación cuidadosa, el registro preciso de datos, el uso de un vocabulario rico o la síntesis de notas de fuentes múltiples alrededor de una pregunta específica.

**Proyecto final de síntesis:** Los proyectos finales de síntesis pueden ser similares a los proyectos y exposiciones que muchos docentes asignan como tareas finales para completar una unidad curricular. Su rasgo distintivo en el marco conceptual de la Enseñanza para la Comprensión (EpC) es que demuestran con claridad el dominio que tienen los alumnos de las metas de comprensión establecidas.

Stone (1999) propone lo siguiente como un resumen de los desempeños de comprensión efectivos.

*Vincular directamente con metas de comprensión.* Los desempeños de comprensión involucran a los alumnos en un trabajo que con toda claridad hace que progresen en las metas de comprensión especificadas.

*Desarrollar y aplicar la comprensión por medio de la práctica.* Los desempeños de comprensión están diseñados en secuencias reiterativas de forma tal que los estudiantes desarrollen sus habilidades y conocimientos iniciales para alcanzar la comprensión buscada. Los estudiantes pueden hacer borradores, criticar y revisar un desempeño una o más veces.

*Utilizar múltiples estilos de aprendizaje y formas de expresión.* Los desempeños de comprensión están diseñados de forma tal que los alumnos aprenden por medio de múltiples sentidos y formas de inteligencia. También permiten a los estudiantes usar diversos medios y formas de expresión.

*Promover un compromiso reflexivo con tareas que entrañan un desafío y que son posibles de realizar.* Un desempeño de comprensión exige que el estudiante

piense, no sólo que recuerde o repita conocimientos o habilidades rutinarios. Los desempeños de comprensión deben poder ser abordados por todos los estudiantes y, sin embargo, plantear un desafío lo suficientemente grande como para ampliar sus mentes.

*Demostrar la comprensión.* Los desempeños de comprensión no son simplemente experiencias privadas sino que, más bien, dan como resultado producciones o actividades que pueden ser percibidos por otros. Como tales, ofrecen pruebas para alumnos, docentes, padres y otras personas de lo que entiende el alumno. De esta manera, los desempeños se convierten en un medio de controlar, hacer público y aprender a partir de la comprensión de los alumnos.

#### **2.4.5 Evaluación diagnóstica continúa.**

El cuarto elemento del marco de la Enseñanza para la Comprensión es la evaluación diagnóstica continua de desempeños en relación con las metas de comprensión; según Stone (1999), si la enseñanza es efectiva, la valoración del propio desempeño se vuelve casi automática; pues se está constantemente comparando su desempeño actual con el anterior y con aquél al que quiere llegar. De igual manera como parte del enfoque de la comprensión vinculado con el desempeño, las formulaciones iniciales del marco conceptual de la Enseñanza para la Comprensión exigían una definición y delimitación de los desempeños de comprensión que se espera que los estudiantes cumplan. También propone Stone (1999) que cuando los desempeños se definen con claridad junto con ejemplos más o menos exitosos por parte de los estudiantes, puede considerarse como punto de partida fundamental para un proceso en la evaluación diagnóstica continua.

Según los resultados de la investigación de Stone (1999) a medida que los docentes empezaron a trabajar con el concepto de evaluación diagnóstica continua, refinaron ideas acerca de cómo y cuándo podían diseñarse mejor los

criterios de evaluación. Desarrollando criterios claros que les permitiera vincularlos directamente con las metas de comprensión, los discutían con los estudiantes y hacían públicos los criterios de evaluación en el momento inicial del proceso de práctica de desempeños de comprensión. Lo cual ayuda a que el estudiante tenga claridad de la manera como se llevara a cabo su proceso evaluativo, permitiéndole conocer desde el principio los criterios y la forma como será evaluado.

Stone (1999) propone a manera de resumen para el cuarto elemento de la EpC que las evaluaciones continuas deben estar basadas en los siguientes elementos:

*Criterios relevantes, explícitos y públicos.* Los criterios de evaluación están directamente vinculados con las metas de comprensión. Los criterios se hacen públicos para los estudiantes a quienes se da la oportunidad de aplicarlos y comprenderlos antes de que se los use para evaluar sus desempeños.

*Evaluaciones diagnósticas continuas.* Las evaluaciones se hacen a menudo, desde el principio de una secuencia curricular hasta su fin. Las actividades específicas de evaluación diagnóstica se realizan conjuntamente con cada desempeño significativo de comprensión.

*Múltiples fuentes.* Los estudiantes se benefician no sólo de las evaluaciones de su trabajo por parte de sus docentes sino también del hecho de hacer evaluaciones de sus propios desempeños y de los de sus pares.

*Estimar el avance y configurar la planificación.* Las evaluaciones se orientan hacia los próximos pasos y se remontan a controlar y evaluar el avance realizado. La evaluación diagnóstica continua de los desempeños de los estudiantes informa al docente cómo responder tanto a los estudiantes individualmente como a la totalidad de la clase a la hora de diseñar las siguientes actividades educativas.

Finalmente Stone (1999) en cuanto a la evaluación diagnóstica continua dice a manera de conclusión que se considera el elemento del marco conceptual de la Enseñanza para la Comprensión que más desafíos presenta. Parte de su dificultad surge porque los docentes deben comprender los otros elementos del marco conceptual para abordar éste. Deben especificar claras metas de comprensión y diseñar desempeños específicos de comprensión con el fin de definir criterios adecuados para evaluar desempeños. Al involucrar a los estudiantes en la evaluación de su propio trabajo y el de sus compañeros de clase, los invita a hacerse más responsables de su propio aprendizaje.

Para ampliar un poco más lo que acerca de la evaluación diagnóstica continua y a su vez las falencias que se evidencian a la hora de evaluar los contenidos matemáticos y propiamente de las fracciones se hizo un abordaje sobre las dificultades que presentan los estudiantes en el aprendizaje de las fracciones.

Según Fazio y Siegler (2011), las dificultades que presentan los estudiantes para el aprendizaje de las fracciones provienen de una falta de comprensión conceptual. Muchos estudiantes ven a las fracciones como símbolos sin sentido o miran el numerador y denominador como números separados, en lugar de comprenderlos como un todo unificado. Liza Fazio y Robert Siegler (2010), dan cuenta de unas recomendaciones, producto de sus investigaciones, que fueron diseñadas con el fin de que los estudiantes entiendan las fracciones y puedan resolver con éxito problemas relacionados con ellas. Aunque hacen la aclaración de que a pesar de que las investigaciones fueron desarrolladas en países económicamente avanzados, es necesario que las acciones propuestas sean contextualizadas.

Para tener claridad acerca de lo expuesto por Fazio y Siegler (2011) se presentan algunos de sus hallazgos en las siguientes tablas:

TEMA	PREMISA
1. Introducción temprana a las fracciones	La introducción a las fracciones a temprana edad en los niños se hace mediante la construcción de la comprensión informal sobre nociones de compartir y de proporcionalidad
<b>RESULTADO DE LA INVESTIGACIÓN</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Los niños pequeños comprenden el concepto de reparto equitativo.</li> <li>✓ Desde los cuatro años de edad pueden distribuir un conjunto de elementos en partes iguales, entre un número pequeño de destinatarios.</li> <li>✓ A los cinco años de edad, los niños pueden compartir un único objeto entre varios destinatarios</li> <li>✓ También, los niños pequeños tienen un conocimiento temprano de relaciones proporcionales como hacer coincidir proporciones equivalentes.</li> <li>✓ El conocimiento temprano se puede emplear para la introducción del concepto de fracción, relacionando el conocimiento intuitivo de los estudiantes con los conceptos de fracciones formales.</li> </ul>	

**Tabla 4: Introducción temprana a las fracciones:** Adaptación propia según Fazio y Siegler (2011)

Este primer elemento al que hacen referencia Fazio y Siegler (2011), da elementos esenciales que permiten abordar las fracciones desde los primeros grados de escolaridad, dado que como se muestra en el resultado de la investigación, los niños tienen un conocimiento temprano que se puede emplear para la introducción del concepto de fracción.

De acuerdo al marco teórico de la EpC los conocimientos tempranos que tienen los escolares acerca de relaciones proporcionales en las fracciones y equivalencias pueden ser tomadas como tópicos generativos que a su vez ayudan a la obtención de las metas de comprensión.

TEMA	PREMISA
2. Las fracciones son números	Los estudiantes necesitan comprender que las fracciones son números con magnitudes.
RESULTADO DE LA INVESTIGACIÓN	
<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Cuando se enseñan las fracciones se hace con la idea de que representan parte de un entero.</li> <li>✓ No logra transmitir información vital que indica que las fracciones son números con magnitudes.</li> <li>✓ Cuando los niños sólo advierten una parte del enfoque de las fracciones a constantemente cometen errores, tales como decir que <math>\frac{4}{3}</math> no es un número por que una persona no puede recibir cuatro partes de un objeto que es dividido en tres partes. Lo cual presenta confusión respecto al significado de las fracciones mayores a 1.</li> </ul>	

**Tabla 5: Las fracciones son números:** Adaptación propia según Fazio y Siegler (2011)

Tal y como se expresa en los estándares básicos de competencia del Ministerio de Educación Nacional (MEN), el paso del número natural al número racional implica la comprensión de las medidas en situaciones en donde la unidad de medida no está contenida un número exacto de veces en la cantidad que se desea medir o en las que es necesario expresar una magnitud en relación con otras magnitudes.

Por lo tanto, el estudiante debe comprender que las fracciones son números a partir de los cuales se puede hacer lectura dentro del contexto que le rodea, permitiendo el reconocimiento de las mismas.

TEMA	PREMISA
3. Materiales didácticos y representaciones visuales de las fracciones	Estos recursos pueden ayudar a desarrollar la comprensión conceptual de los procedimientos de cálculo.
<b>RESULTADO DE LA INVESTIGACIÓN</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Los estudiantes reciben enseñanzas sobre los procedimientos matemáticos sin tener una explicación clara de la razón de los procedimientos.</li> <li>✓ Existe una correspondencia positiva entre la comprensión conceptual de fracciones y su correcta aplicación en la resolución de problemas.</li> <li>✓ los docentes deben enfocarse en desarrollar la comprensión conceptual junto con la fluidez procedimental.</li> <li>✓ Para mejorar la comprensión del concepto de fracción, es indispensable el uso de material concreto y la representación visual de las fracciones.</li> </ul>	

**Tabla 6: Materiales didácticos y representaciones visuales de las fracciones:** Adaptación propia según Fazio y Siegler (2011)

El uso de material didáctico, es el que permite que haya una correspondencia positiva entre la comprensión conceptual de las fracciones y su correcta aplicación en la resolución de problemas; de ahí que Stone (1999) concibe la comprensión como la capacidad de usar el propio conocimiento de maneras novedosas, donde el estudiante sea capaz de hacer uso de este en diferentes espacios y situaciones de la vida cotidiana. La comprensión debe ser entendida como una parte del aprendizaje, que posibilita la apropiación de un concepto; para ello es fundamental el uso de material concreto y pictórico que permita al estudiante la interacción y manipulación de los elementos o material didáctico.

TEMA	PREMISA
4. Estimación antes del cálculo	Se debe enseñar a los estudiantes a estimar la respuesta de los problemas antes de calcular el resultado, de modo que puedan juzgar la razonabilidad del mismo.
<b>RESULTADO DE LA INVESTIGACIÓN</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Algunas dificultades que presentan los estudiantes al operar con número fraccionarios se podrían evitar con la estimación de la respuesta antes de intentar utilizar un algoritmo formal.</li> <li>✓ La estimación exige a los estudiantes a pensar en sus respuestas y permite que éstos se enfoquen en el significado de la operación, en lugar de seguir una regla memorizada sin comprenderla.</li> </ul>	

**Tabla 7: Estimación del cálculo:** Adaptación propia según Fazio y Siegler (2011)

Este elemento no se adapta al proceso adelantado en esta investigación, dado que para los grados objeto de estudio no se hacen estimaciones de cálculo como si se hace en grados más avanzados. Se dejó nombrado ya que hace parte de los errores que se cometen en la enseñanza de las fracciones Fazio y Siegler (2011).

TEMA	PREMISA
5. Enfrentar directamente los conceptos erróneos más comunes de la aritmética de fracciones.	Los docentes deben discutir y corregirlos conceptos erróneos de las fracciones aritméticas.
<b>RESULTADO DE LA INVESTIGACIÓN</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ A menudo, los niños confunden las propiedades de las operaciones de números enteros con las de los números fraccionarios.</li> <li>✓ Es fundamental identificar las ideas erróneas respecto a la estructura aditiva de las fracciones y abordar directamente la razón de los conceptos equivocados, así como también la de los procedimientos correctos.</li> <li>✓ Los estudiantes podrán tener una mejor apropiación del concepto cuando comprendan la razón del porqué de los procedimientos con números enteros no funcionan para números fraccionarios.</li> </ul>	

**Tabla 8: Enfrentar los contenidos erróneos de la aritmética de fracciones:** Adaptación propia según Fazio y Siegler (2011)

El quinto elemento no se abordó con profundidad en esta investigación dado que la temática objeto de estudio no estaba relacionada con las operaciones básicas en fracciones, sino con el acercamiento o aproximación a las fracciones desde una mirada más elemental.

TEMA	PREMISA
6. Contextos del mundo real.	Los docentes deben presentar problemas de fracciones en contextos del mundo real con posibles números.
<b>RESULTADO DE LA INVESTIGACIÓN:</b>	
Los niños adquieren mayor habilidad para resolver problemas con fracciones cuando estos son presentados en contextos reales, lo cual motiva a los niños a emplear su astucia en estrategias que los lleven a su resolución en lugar de procedimientos memorizados.	

**Tabla 9: Contexto del mundo real:** Adaptación propia según Fazio y Siegler (2011)

Una de las representaciones que se abordaron en esta investigación se relaciona con las fracciones en el lenguaje cotidiano, es allí donde Fandiño (2009) refuerza que de una u otra manera las fracciones aparecen en la cotidianidad, en aspectos como el deporte, recetas de cocina, husos horarios, música; aunque esto no implique que se maneja a la perfección las fracciones, si da una idea de la presencia de estas en situaciones que aparentemente no tienen una implicación tan directa con las matemáticas.

TEMA	PREMISA
7. Comprensión del docente.	Programas de Desarrollo Profesional deben centrarse en mejorar el conocimiento de los docentes sobre fracciones y cómo enseñarlas.
<b>RESULTADO DE LA INVESTIGACIÓN</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Para la enseñanza de las fracciones los docentes deben comprender el concepto y sus operaciones a profundidad.</li> <li>✓ El rendimiento matemático de los estudiantes está directamente relacionado con el conocimiento matemático del docente.</li> <li>✓ Los docentes deben tener la capacidad de utilizar diferentes representaciones y al mismo tiempo ser capaz de elegir una representación adecuada para cada situación e identificar dificultades y las razones que las causan.</li> </ul>	

**Tabla 10: Comprensión del docente:** Adaptación propia según Fazio y Siegler (2011)

Para este proceso es fundamental el conocimiento que tiene el docente acerca de la temática que se aborda, pues se convierte en obstáculo de aprendizaje el no manejo de los contenidos propios del área o asignatura, (Stone 1999) señala que desde la perspectiva el marco de enseñanza para la comprensión obliga a que el docente esté mucho más pendiente en cuanto a la observación que debe hacer a sus estudiantes y lo obliga a analizar lo que estos hacen para organizar y replantear las metas de comprensión. Para lograrlo debe comprender muy bien que es lo que enseña o pretende que sus estudiantes comprendan.

## **Acerca del método Singapur y su incidencia en la enseñanza de las matemáticas**

En concordancia con lo planteado por Stone (1999) en la EpC quien como se mencionó anteriormente propone algunos elementos que ayudan a la obtención de desempeños de comprensión de manera efectiva, (tales como vincular directamente con las metas de comprensión, desarrollar la comprensión por medio de la práctica, utilizar múltiples estilos de aprendizaje y formas de expresión y demostrar la comprensión), se hace necesario pensar en un método que proporcione a los estudiantes una aproximación certera al aprendizaje de nuevos contenidos.

Si se observa con detenimiento los referentes curriculares que rigen el Sistema Educativo Colombiano, vemos que existe concordancia entre estos y los estándares a nivel de educación matemática de países con mejor nivel educativo, pero contrastado con los resultados de las pruebas internacionales, el panorama observado es desconsolador, tal como lo mencionan Angulo L, Reyes A, Triana K & Aristizábal A (2016) “a pesar de los esfuerzos realizados por el Ministerio de Educación Nacional, los resultados presentados por el Programa de Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA), de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), permiten ver que no se ha logrado desarrollar en los estudiantes del país una competencia matemática de alto nivel” lo que obedecería a una desarticulación entre lo que rezan los referentes curriculares nacionales y la práctica educativa de los docentes ya que los primeros no se están teniendo en cuenta por los segundos.

El método Singapur es una propuesta para la enseñanza de las matemáticas basada en el currículo que este país ha desarrollado desde hace más de 30 años. Dicho currículo, al igual que el Sistema Educativo colombiano comprende un conjunto de programas que incluyen aproximadamente 12 años de enseñanza obligatoria.

Cada nivel educativo tiene su propio conjunto de objetivos que guían el diseño y aplicación del plan de estudios. Influyendo así en la elección de contenidos y del contexto en el que se desarrollan los contenidos, de modo que posibiliten satisfacer las necesidades específicas de los estudiantes en el nivel dado.

La matemática es en gran parte de naturaleza jerárquica. Los conceptos y habilidades fundamentales deben ser aprendidos en secuencia. Debido a esto el currículo de Singapur está organizado en espiral lo que significa que un contenido no termina en una sola oportunidad de aprendizaje, sino que el estudiante tiene varias oportunidades para estudiar un contenido. Del mismo modo el sistema educativo colombiano presenta en los Estándares Básicos de Competencia coherencia tanto vertical como horizontal: vertical debido a la relación que tiene un estándar con los demás estándares del mismo pensamiento en otros conjuntos de grados, es decir en cada nivel educativo aumenta su grado de complejidad y horizontal por la interrelación de un estándar con los de los otros pensamientos

Este método tiene entre sus principales características: Tener como centro del proceso la resolución de problemas; el aprendizaje de contenidos es en espiral, es decir, las actividades que se plantean tienen una variación sistemática acorde al nivel de complejidad, de tal forma que se establecen secuencias de actividades en las que se desarrollan estrategias de solución de forma progresiva; se adquieren conceptos y habilidades matemáticas para el uso cotidiano y aprendizaje continuo en matemáticas; para la enseñanza de los contenidos se parte de representaciones concretas, pasando por ayudas pictóricas o imágenes, hasta llegar a lo abstracto o simbólico; se desarrolla el pensamiento, el razonamiento, la comunicación, la aplicación y las habilidades metacognitivas a través del enfoque de la resolución de problemas y se fomenta el interés por las matemáticas.

Aprender matemáticas es más que aprender conceptos y habilidades. Así mismo es importante desarrollar habilidades del proceso cognitivo y metacognitivo, los cuales son aprendidos a través de experiencias de aprendizaje cuidadosamente

construidas por los maestros, que dan a los estudiantes la oportunidad de modelar su propio aprendizaje.

Del mismo modo, los maestros apoyan el desarrollo de habilidades de colaboración y comunicación, donde los estudiantes tienen la oportunidad de trabajar juntos en la resolución de un problema y socializar sus ideas, lo cual propiciará un clima de aula agradable y un ambiente óptimo para el aprendizaje.

La enseñanza de las matemáticas con este método consta de 3 principios:

1. Es un proceso interactivo que se centra en el aprendizaje de los estudiantes y el aprendizaje de las matemáticas debe fundamentarse en la comprensión, su aplicación y, en la resolución de problemas.
2. Debe basarse en el conocimiento de los estudiantes; tomar en cuenta sus intereses y experiencias e involucrarlos en un aprendizaje activo y reflexivo
3. Debe conectar el aprendizaje con el mundo real.

Para que la instrucción de un contenido sea efectiva se involucran tres fases de aprendizaje: la disposición o preparación, el compromiso y el dominio.

### **Fase 1 Preparación**

La preparación que tenga el estudiante para aprender es vital para el éxito del aprendizaje. Esto requiere consideraciones de conocimientos previos, motivación de contextos, y organización de entornos de aprendizaje

### **Fase 2 Compromiso**

Esta es la fase principal del aprendizaje en la que se requiere que los docentes implementen pedagogías que involucran a los estudiantes en el aprendizaje de nuevos conceptos y habilidades tales como:

- El aprendizaje basado en actividades
- La investigación dirigida por el maestro
- La instrucción directa

### Fase 3 Dominio

En esta fase de aprendizaje, los maestros ayudan a los estudiantes a consolidar su aprendizaje. Los enfoques de dominio incluyen:

- Práctica Motivada
- Revisión reflexiva
- Aprendizaje Extendido

Para tener mayor claridad del funcionamiento de los sistemas educativos de Colombia y Singapur se presenta la siguiente tabla:

<b>CURRÍCULO COLOMBIANO</b>	<b>CURRÍCULO DE SINGAPUR</b>
Se rige por unos Lineamientos curriculares y Estándares Básicos de Competencias (EBC) que están asociados a cinco tipos de pensamiento matemático: *Pensamiento Numérico *Pensamiento Espacial *Pensamiento Variacional *Pensamiento Métrico *Pensamiento Aleatorio	Los conceptos matemáticos se pueden agrupar en numéricos, algebraicos, geométricos, estadísticos, probabilísticos y conceptos analíticos. Están conectados en diferentes etapas del aprendizaje y varía la amplitud y la profundidad del contenido. El plan de estudios consiste en un conjunto de programas que se adaptan a las diferentes necesidades y habilidades.
Los EBC tienen una coherencia vertical y horizontal. Vertical por la relación que tiene un estándar con los demás estándares del mismo pensamiento en otros conjuntos de grados y horizontal por la relación de un estándar con los otros pensamientos	Conceptos y habilidades se construyen a partir de otros elementales y son aprendidos en secuencia. Está organizado en espiral lo que significa que un contenido no termina en una sola una oportunidad de aprendizaje. Programa de primaria no asume ningún aprendizaje formal de matemáticas.
El contexto es determinante para el desarrollo de las situaciones problemáticas (matemáticas, de la vida diaria, de las otras ciencias).	Permite a los estudiantes adquirir conceptos y habilidades matemáticas para el uso cotidiano y aprendizaje continuo en matemáticas
Contempla cinco procesos generales que tienen que ver con el aprendizaje: *Formulación, tratamiento y resolución de problemas. *La modelación. *La comunicación. *El razonamiento. *Formulación, comparación y ejercitación de procedimientos.	Los procesos matemáticos se refieren a las habilidades de proceso involucradas en el proceso de adquirir y aplicar conocimientos matemáticos. Esto incluye: *Razonamiento y conexiones de comunicación, aplicaciones y modelos. *Pensamiento y habilidades heurísticas.
Enseñanza enfocada al desarrollo de competencias como un aprendizaje significativo y comprensivo. que se alcanzan requieren ambientes de aprendizaje enriquecido por situaciones problema que posibiliten avanzar a otros niveles	Desarrolla el pensamiento, el razonamiento, la comunicación, la aplicación y las habilidades metacognitivas a través de un enfoque para la resolución de problemas.

**Tabla 11: Comparación sistema educativo Colombiano y Singapur**

## **CAPITULO 3. MARCO METODOLÓGICO**

### **3.1 Metodología de la investigación**

Este trabajo se abordó desde el paradigma cualitativo de la investigación con un enfoque en acción, dado que tiene como finalidad resolver problemas inmediatos y cotidianos para mejorar prácticas concretas (Hernandez Sampieri , Fernández Collado , & Baptista Lucio, 2010).

Además, puede decirse que soporta información que guía la toma de decisiones, permitiendo definir si la propuesta para la resolución de la problemática presentada es viable; así mismo, permite que las personas implicadas tomen conciencia de su papel en el proceso de transformación.

Partiendo de que la investigación-acción construye el conocimiento por medio de la práctica (Sandín, 2003) como se citó en Hernández Sampieri (2010) la autora, y otros investigadores hacen un resumen acerca de las características de los estudios que pueden aplicarse a los contenidos en los que este trabajo pretende ahondar.

Las tres fases esenciales de los diseños de investigación-acción según (Stringer, 1999). Citado por Hernández Sampieri (Sampieri, 2010) son: observar (construir un bosquejo del problema y recolectar datos), pensar (analizar e interpretar) y actuar (resolver problemas e implementar mejoras), las cuales se dan de manera cíclica, una y otra vez, hasta que el problema es resuelto, el cambio se logra o la mejora se introduce satisfactoriamente

Este estudio se llevó a cabo por etapas, la primera de ellas trata de una prueba diagnóstica (ver anexo 4) en diferentes niveles acorde al grado de escolaridad de los estudiantes, que será el punto de partida para las demás etapas. Consistió en

aplicar una prueba inicial a un grupo muestra de diferentes poblaciones, cuyo contexto es variable, en la que deben responder a diversas situaciones de particiones y repartos equitativos.

La segunda etapa que estuvo enfocada en la revisión de las respuestas dadas por los estudiantes en la prueba diagnóstica o etapa uno, donde se pudo observar como los estudiantes de acuerdo a lo planteado respondían de alguna manera a las diferentes representaciones de la fracción.

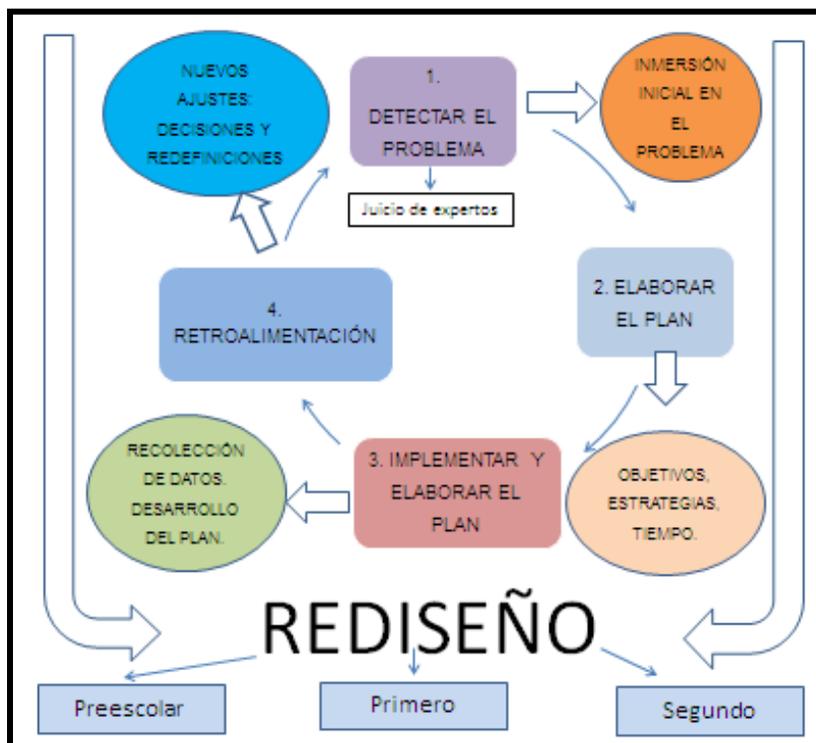
La tercera etapa se enfocó en una actividad más personalizada, donde a través de una entrevista semiestructurada (ver anexo 5) se pretendía conocer de manera más precisa, como el estudiante lleva a cabo su proceso de pensamiento y desarrollo de habilidades mentales, acorde a las situaciones del entorno; donde se ve involucrada la fracción como reparto; haciendo uso de material concreto.

La cuarta etapa es similar a la segunda y lo que se hizo fue analizar las respuestas dadas por los estudiantes, en la entrevista semiestructurada.

En la Quinta etapa se propusieron temáticas acorde a las representaciones que se pueden abordar en los grados transición, primero y segundo en donde se posibilite la aproximación a cada nivel de grado, por ejemplo fracciones tales como  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{3}$  y  $\frac{1}{2}$ , a partir del uso de material concreto y pictogramas. Con lo anterior se presenta una propuesta de intervención en el aula; con esto se pretende dejar elementos que permitan para la posterioridad, (pero no en el marco de esta investigación) elementos que ayuden a la elaboración de una unidad didáctica.

Las fases anteriores están enmarcadas en la enseñanza para la comprensión relacionada con la metodología que se abordó, para la obtención información y posterior análisis de los resultados. Es importante resaltar que esta es una metodología cíclica donde constantemente se estará reevaluando los procesos

adelantados con miras a mejorarlos o cambiarlos de acuerdo a los resultados de tal forma que dé lugar al rediseño de los distintos niveles de complejidad acordes al grado de enseñanza: lo cual puede observarse en el siguiente gráfico:



**Ilustración 17: Metodología de la investigación.** Elaboración propia según (Hernandez Sampieri , Fernández Collado , & Baptista Lucio, 2010).

### 3.2 Población objeto de estudio

La investigación se desarrolló en diferentes contextos con escolares cuyas edades oscilan entre los 5 y los 8 años de edad, pertenecientes a la Institución Educativa Rural Luis Eduardo Posada Restrepo, en la sede Hogar Campestre San José, del municipio del Retiro y La Institución Educativa Pio XI del municipio de La Unión (Ver tabla 3).

Las características de los niños que permanecen en la sede hogar campestre son particulares, pues son niños que están internos durante el transcurso de la semana, ya que esta sede educativa ofrece educación oficial y sus instalaciones son propiedad de la arquidiócesis de Medellín para el funcionamiento del programa

social de hogares infantiles, en el que albergan niños, hijos de madres cabeza de hogar (empleadas domésticas, recicladoras, drogadictas, mujeres privadas de la libertad), con algún familiar que se responsabiliza de ellos los fines de semana, por lo tanto son niños carentes de afecto, cuya permanencia en la escuela se fundamenta en apoyo emocional, más que en la aprehensión de conceptos.

Los estudiantes de la Institución Educativa Pio XI del municipio de la Unión, pertenecen en su mayoría a familias nucleares<sup>3</sup>, aunque la institución está ubicada en la zona urbana, también recibe estudiantes de veredas aledañas al casco urbano. Los padres de los estudiantes desarrollan actividades en floristerías, fincas lecheras o de diferentes cultivos propios de la región.

## **UBICACIÓN GEOGRÁFICA**

### **Municipio del Retiro:**

#### **Descripción Física:**

El Retiro, es el primer Municipio que se encuentra en el desplazamiento hacia el Oriente Antioqueño, a solo 32 km de la ciudad de Medellín por carretera asfaltada y la mitad del trayecto con doble calzada por la vía las palmas hasta la glorieta de Sancho Paisa; según coordenadas geográficas se encuentra a 6 Grados 03 minutos 31 segundos de latitud y a menos 75 grados 30 minutos 16 segundos de longitud

#### **Límites del municipio:**

Norte: Envigado y Rionegro; Oriente: Rionegro y La Ceja; Occidente: Caldas y Envigado; Sur: Montebello y Santa Bárbara

**Extensión total: 244 km<sup>2</sup>**

Extensión área urbana: 1.5 kms<sup>2</sup>

---

<sup>3</sup> Familia conviviente formada por los miembros de un núcleo familiar, donde está padre, madre e hijos exclusivamente.

Extensión área rural: 242.5 kms<sup>2</sup>

Altitud de la cabecera municipal (metros sobre el nivel del mar): 2.175 msnm

Temperatura media: 16° C

### **Municipio de la Unión:**

#### **Descripción física:**

La Unión es un municipio localizado en la subregión Oriente del departamento de Antioquia, cuenta con un complejo sistema montañoso, que se encuentra bañado por varias cascadas y quebradas. La cabecera municipal, se asienta en un amplio valle. Su economía ha girado tradicionalmente en torno a la ganadería lechera y al cultivo de la Papa y la Fresa. Según sus coordenadas está situada a 5°, 58' y 30", de latitud norte, 75°, 21', y 43" de longitud al oeste del meridiano de Greenwich. Su extensión es de 198 km<sup>2</sup>

#### **Límites del municipio:**

Norte: La Ceja y El Carmen de Viboral; Oriente: Carmen de Viboral; Occidente: La Ceja; Sur: Sonsón y Abejorral

#### **Extensión total: 198 km<sup>2</sup>**

Extensión área urbana: 62 kms<sup>2</sup>, extensión área rural: 136 kms<sup>2</sup>

Altitud de la cabecera municipal (metros sobre el nivel del mar): 2.500 msnm

Temperatura media: 13° C. Distancia de referencia: 57 Kms de la ciudad de Medellín, capital del departamento de Antioquia.

### **3.3 Muestra**

La muestra para la investigación fue seleccionada de manera intencional, realizando un muestreo por conveniencia, dado que dos de los investigadores tenían a su cargo la administración de estos cursos de transición, primero y segundo en cada una de las instituciones objeto de estudio. En un primera fase fueron considerados los niños de todos estos grados, en un segundo momento fue necesario realizar a partir de un diagnóstico una estratificación de acuerdo a algunas respuestas obtenidas en la prueba diagnóstica que condujera a la aplicación de un segundo instrumento, para indagar en otros aspectos que apuntaban hacia la objetivos específicos. A partir de este último muestreo se realizó la secuencia didáctica que se describe y se detalla en el capítulo de análisis y discusión de resultados.

### **3.4 Instrumentos de recolección de información**

Para la recolección de la información fueron utilizados dos instrumentos cuyo objetivo y propósito se describen a continuación:

#### **3.4.1 Instrumento número 1. Prueba Diagnóstica.**

##### **OBJETIVO**

Identificar en los estudiantes de preescolar, primero y segundo elementos que proporcionen datos sobre el estado de reconocimiento de objetos fraccionados y su respectiva representación

##### **METODOLOGÍA**

La prueba que se aplicó a los estudiantes cuyas edades oscilan entre los 5 y los 8 años de edad (Ver anexo 4) donde se pretendía identificar las nociones adquiridas

en la cotidianidad del contexto en el que viven los niños de estas edades, frente a situaciones de reparto con cantidades no enteras.

La prueba consta de tres niveles (ver Tabla 12) asegurando que la dificultad de la misma; respondiera al grado escolar de los estudiantes:

<b>Grado de escolaridad</b>	<b>Tipo de o nivel de prueba</b>	<b>Características</b>
Transición	Tipo 1	La prueba tipo 1 enfocada para los estudiantes de transición, diseñada bajo la representación de la fracción como equiparticiones y lenguaje cotidiano, donde su nivel de dificultad era el más mínimo con relación a los otros grados objeto de investigación.
Primero	Tipo 2	Para el grado primero se diseñó la prueba tipo 2, la cual tiene un nivel de complejidad un más alto con relación a la de transición y se toman representaciones de la fracción como relación, equiparticiones y fracción en el lenguaje cotidiano.
Segundo	Tipo 3	La prueba tipo 3 diseñada para los estudiantes del grado segundo, presenta un nivel de complejidad más alto que las anteriores, dado que en este grado los estudiantes tienen mayor comprensión que en los dos grados anteriores. Se tuvo en cuenta las 4 representaciones de la fracción que se abordaron en la investigación.

**Tabla 12: Descripción de los niveles de la prueba diagnóstica.** Elaboración propia

### **3.4.2 Instrumento número 2: Prueba Diagnóstica tipo entrevista.**

Esta entrevista semiestructurada corresponde a un segundo momento a partir de la prueba diagnóstica, donde se le realizó a tres estudiantes de preescolar, tres de primero y tres de segundo, de las Instituciones Educativas objeto de la investigación: Luis Eduardo Posada Restrepo del Retiro y Pio XI de la Unión.

## **Objetivo**

- ✓ Reconocer a partir de actividades matemáticas relacionadas con fracciones, las distintas representaciones que se manejan en los grados transición, primero y segundo.

## **METODOLOGÍA**

La prueba se realizó tipo entrevista, de manera personalizada. Se tomó una muestra de estudiantes de las instituciones educativas objeto estudio, quienes dieron solución a situaciones de reparto con cantidades discretas y continuas utilizando dulces blandos como material concreto, haciendo aproximaciones a equiparticiones según lo solicitado.

### **3.4.3 Otros Instrumentos.**

Adicional a los instrumentos mencionados para la recolección de la información, se hizo un entrevista (ver anexo 1) de preguntas abiertas a expertos internacionales; Doctor Guillermo de Jesús Bernaza Rodríguez (Cuba) y La doctora Marcela Parraguez González (Chile), los cuales fueron abordados en el marco del VII Congreso internacional de formación y modelación en ciencias básicas, realizado en el año 2015 en la Universidad de Medellín, para lo cual dieron aportes de gran importancia a esta investigación tal como se mencionó en el planteamiento del tema.

Como objetivo para este instrumento se planteó

- ✓ Recopilar información con expertos acerca de la viabilidad del trabajo con fracciones en los estudiantes de preescolar, primero y segundo.

## CAPITULO 4. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

### 4.1 Análisis prueba diagnóstica tipo 1 (transición)

El análisis y discusión de resultados estuvo basado en las respuestas dadas por los estudiantes, en los diferentes instrumentos de recolección de información y algunas de ellas tienen imágenes para apoyar lo que los estudiantes respondieron, en todos los casos no aparecen las evidencias, dado que las respuestas o la manera cómo responden uno o varios estudiantes es la misma, no se hacen uso de todas las imágenes para que no haya una saturación de las mismas.

A continuación se muestra el análisis realizado para los cuatro estudiantes de Transición; en lo que sigue se identifican como T1: estudiante 1 de transición, T2: estudiante 2 de transición, T3: estudiante 3 de transición y T4: estudiante 4 de transición.

<b>RESPUESTA ESTUDIANTES</b>	<b>ACTIVIDAD 1</b> 1. Actividad vivencial: (esta actividad será grabada con el fin de obtener información pedagógica que apoye el proceso de investigación.) Los estudiantes se dividen en equipos, cada equipo recibe unos dulces blandos de manera que pueda repartirlos por mitad, cuarto, según la necesidad y el número de estudiantes, de manera que en cada reparto los estudiantes reciban todos partes iguales.
<b>ESTUDIANTES T1, T2, T3 Y T4</b>	En esta respuesta se observa como los 4 estudiantes manifiestan compartir los dulces de una manera equitativa; demostrando que tienen una noción acerca de la fracción como reparto. Los repartos que ellos hacen se acercan a una fracción donde buscan que a todos les corresponda la misma cantidad, si bien las partes no son exactamente iguales, los estudiantes si buscan tener una porción lo más equitativa para todos.
<b>EVIDENCIA</b>	En esta primera etapa de la actividad que fue una experiencia vivencial de los estudiantes, se cuenta con un video (ver CD adjunto) que recoge imágenes que apoyan el análisis correspondiente.

**Tabla 13: Análisis prueba diagnóstica 1. Actividad 1 prueba tipo 1 (Transición)**

Al ser una experiencia vivencial el desarrollo de esta pregunta permitió a los estudiantes contextualizarse y antes de pensar que es una actividad matemática como tal, los estudiantes se refirieron a una actividad que hace parte de la vida diaria como es la acción de repartir, en esta actividad se trabajó la fracción como reparto y las fracciones discretas, para ello se consideró el grupo de dulces como la unidad, recordando que la unidad se mantiene estable a pesar de que se opere con sus partes. La doble o triple o cuarta distribución de la unidad por cada operación que se realiza con sus partes, en esta actividad les permitió pasar al plano de la representación tangible a través de la manipulación de material concreto, evidenciándose que los estudiantes realizan repartos con facilidad.

Desde la perspectiva de la EpC, Stone (1999) se logró también evidenciar que hay reconocimiento de una actividad matemática a partir de una experiencia que ocupa al niño en su vida cotidiana, además muestra elementos de los tópicos generativos, como que sea accesible e interesante para los estudiantes y es central para el dominio de la disciplina al reconocer que hay actividad matemática, además existe una correspondencia con las metas de comprensión donde se considera la parte explícita y pública desde sus cuatro dimensiones: ideas, procesos, relaciones y preguntas.

En resumen la actividad realizada permitió que los estudiantes mostraran nociones previas sobre expresiones numéricas tales como  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{3}$  y  $\frac{1}{2}$ .

<b>RESPUESTA ESTUDIANTES</b>	<b>PREGUNTA 2</b> Reparte los siguientes dulces y representa cuántos dulces le corresponde a cada uno. (nota: ver imagen de evidencia, donde se mostró un pictograma que refiere un dulce).
<b>ESTUDIANTE T1</b>	<p>En la pregunta dos se evidencia que el estudiante realiza un reparto aunque su dibujo no es claro deja ver que tanto él, como su amigo les correspondió un dulce completo y un medio lo que permite evidenciar que el estudiante está familiarizado con el concepto mitad.</p> <p>En el siguiente ejemplo para repartir 7 dulces se observa confusión por parte del estudiante en el sentido que no logra dar una noción de cuál podría ser la partición para que tanto a él como a sus compañeros les corresponda la misma cantidad. Adicional a lo anterior el estudiante de preescolar no tiene claridad al hacer la representación pictórica. Para el niño la representación pictórica dada fue simplemente una referencia, mas no una ayuda para construir a partir de estas otras representaciones.</p> <p>En el reparto de 10 dulces para 4 personas es claro que el estudiante hace el reparto de 2 dulces para cada uno sin embargo pareciera que con la representación pictórica que realiza no reparte los otros dos dulces.</p>
<b>ESTUDIANTE T2</b>	<p>En la sesión 1 de la pregunta, el estudiante hace los repartos pero no de manera equitativa.</p> <p>Sin embargo en la pregunta dos reparte dos dulces para cada compañero, más no divide el dulce que le queda.</p>
<b>ESTUDIANTE T3</b>	<p>El estudiante realiza un acercamiento a repartos equitativos pero estos no corresponden a la distribución de las cantidades solicitadas.</p> <p>Los repartos entre 4 no los realiza. (ver imagen 1)</p>
<b>ESTUDIANTE T4</b>	<p>Los repartos del estudiante no corresponden a las cantidades ni repartos solicitados. El estudiante hace agrupaciones de dulces pero no corresponden a repartos equitativos. (Ver imagen 2)</p>

**EVIDENCIA**

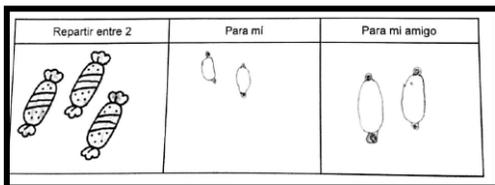


Imagen 1

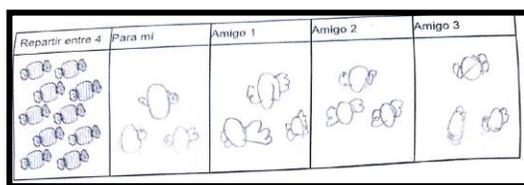


Imagen 2

**Tabla 14: Análisis prueba diagnóstica 2.** Pregunta 2 Prueba tipo 1 (Transición)

En esta pregunta el estudiante tenía que realizar repartos donde se hacía necesario mezclar tanto fracción continua como discreta; se evidencia una aproximación aritmética informal, pues realiza repartos en cantidades iguales y los dulces sobrantes los divide de manera que alcance para todos, permitiendo

evidenciar una noción intuitiva de equiparticiones, en la vivencia es más claro que cuando intentan llevarlo al papel la parte gráfica como tal no permite apreciar la magnitud de la distribución y el cálculo simbólico que realiza. Si bien no se trabaja con números explícitamente y mucho menos la expresión como número racional, el estudiante requiere hacer la relación de comprensión de las medidas en situaciones en donde la unidad de medida no está contenida en un número exacto de veces en la cantidad que se desea repartir.

Desde la perspectiva de Stone (1999), en esta situación la comprensión se concibe como la capacidad de usar el propio conocimiento de manera que el estudiante sea capaz de hacer uso de este en diferentes espacios y situaciones de la vida cotidiana. La comprensión en la respuesta de los niños hace parte de la etapa de la exploración mediante la posibilidad de una orientación guiada.

<b>RESPUESTA ESTUDIANTES</b>	<b>PREGUNTA 3</b> Colorea el círculo según se indica
<b>ESTUDIANTE T1</b>	El estudiante en la pregunta 3 debía colorear la mitad y la cuarta parte, colorea todo el círculo; lo cual no responde a lo indicado (ver imagen 3)
<b>ESTUDIANTE T2</b>	Se observa que el estudiante responde a lo indicado, colorea la mitad del círculo, es decir, dos partes de las cuatro en las cuales se dividió el elemento de referencia. (La evidencia es similar a la imagen 1)
<b>ESTUDIANTE T3</b>	Es claro que responde a lo indicado al solicitarle que colorea la mitad del círculo. (ver imagen 2)
<b>ESTUDIANTE T4</b>	Se le pide al estudiante que colorea la mitad de un círculo, se evidencia que la expresión mitad es familiar para el estudiante. (ver imagen 1)

**EVIDENCIA**



Imagen 1



Imagen 2

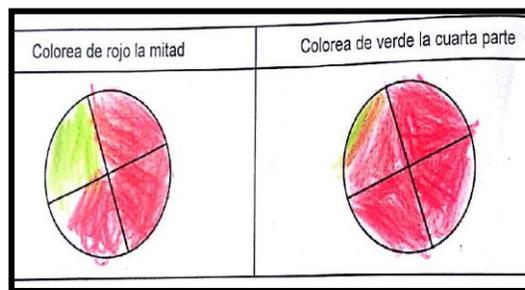


Imagen 3

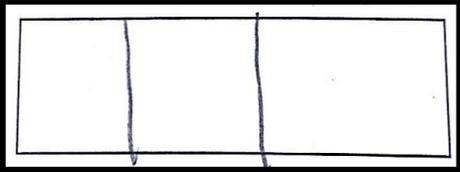
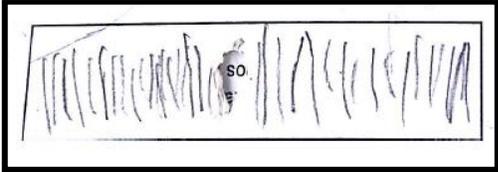
**Tabla 15: Análisis prueba diagnóstica 3. Pregunta 3 Prueba tipo 1 (Transición)**

El término mitad y cuarta parte es claro en las respuestas de los estudiantes lo que de nuevo evidencia lo propuesto en lo NCTM, desde transición ya los estudiantes tienen la noción de estas representaciones y es este insumo para decir que los estudiantes tienen la intuición y experiencia en el manejo de  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$ , y lo emplean a diario como por ejemplo en la mitad de una manzana, en un cuarto de torta entre otras.

<b>RESPUESTA ESTUDIANTES</b>	<b>PREGUNTA 4</b> ¿Cómo representarías una cantidad nombrada como un medio?
<b>ESTUDIANTES T1, T2, T3 Y T4</b>	Ninguno de los estudiantes realiza lo solicitado
<b>EVIDENCIA</b>  Para este ítem no se cuenta con evidencia ya que ninguno de los estudiantes respondió a lo indicado.	

**Tabla 16: Análisis prueba diagnóstica 4.** Pregunta 4 Prueba tipo 1 (Transición)

En esta pregunta ninguno de los estudiantes la respondió. Al reflexionar que pudo haber pasado al respecto si la pregunta estaba por encima del nivel de comprensión del estudiante o cual sería la razón por la cual no respondieron, se puede intuir que las preguntas que están con solo enunciado escrito sin apoyo de una representación pictórica se les dificultan. Esta pregunta en particular indica que para la aproximación a las fracciones y facilitar su comprensión se hace necesario que sea una experiencia desde lo vivencial y que el aprendizaje de los estudiantes se facilita desde la representación gráfica y pictórica.

<b>RESPUESTA ESTUDIANTES</b>	<b>PREGUNTA 5</b> Divide el rectángulo en tres partes iguales y colorea dos de ellas.
<b>ESTUDIANTE T1</b>	Aunque realiza un fraccionamiento del rectángulo en la pregunta 5 no es lo que se le está solicitando. (ver imagen 1)
<b>ESTUDIANTE T2</b>	Se le pide al estudiante que divida un rectángulo en 3 partes iguales y colorear dos de ellas. Pero no responde a lo que se le indica. (ver imagen 2)
<b>ESTUDIANTE T3</b>	No realizo lo solicitado.
<b>ESTUDIANTE T4</b>	Los repartos no corresponden a lo indicado.
<b>EVIDENCIA</b> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">             Imagen 1         </div> <div style="text-align: center;">             Imagen 2         </div> </div>	

**Tabla 17: Análisis prueba diagnóstica 5.** Pregunta 5 Prueba tipo 1 (Transición)

Solo uno de los estudiantes respondió a las indicaciones que era dividir un rectángulo en tres partes, más no coloreo con la cantidad pedida, esta pregunta indica el nivel al que pueden llegar los estudiantes en el grado transición y de nuevo reafirma que para la aproximación a la comprensión de las fracciones es necesario experiencias vivenciales relacionándolas con su experiencia, con el fin de conocer sus pre saberes con la experiencia.

#### **4.2 Análisis prueba diagnóstica tipo 2 (grado primero)**

A continuación se muestra el análisis realizado para los cuatro estudiantes de grado Primero; en lo que sigue se identifican como P1: estudiante 1 de primero, P2: estudiante 2 de Primero, P3: estudiante 3 de primero y P4: estudiante 4 de primero.

<b>RESPUESTA ESTUDIANTES</b>	<p style="text-align: center;"><b>ACTIVIDAD 1</b></p> <p>Actividad vivencial: (esta actividad será grabada con el fin de obtener información pedagógica que apoye el proceso de investigación.) Los estudiantes se dividen en equipos, cada equipo recibe unos dulces blandos de manera que pueda repartirlos por mitad, cuarto, según la necesidad y el número de estudiantes, de manera que en cada reparto los estudiantes reciban todos partes iguales.</p>
<b>ESTUDIANTES P1, P2, P3 y P4</b>	<p>Se observa la fracción como parte de una unidad-todo de manera vivencial y usando material concreto cercano al entorno del estudiante. Los estudiantes comparten los dulces de manera equitativa; demostrando que tienen una noción acerca de la fracción como reparto.</p>
<p><b>EVIDENCIA</b></p> <p>En esta primera etapa de la actividad que fue una experiencia vivencial de los estudiantes, se cuenta con un video (ver CD adjunto) que recoge imágenes que apoyan el análisis correspondiente.</p>	

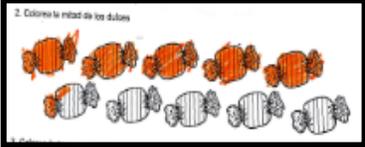
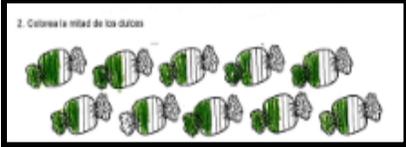
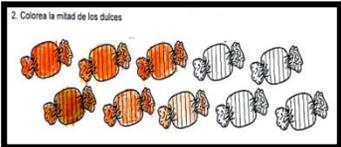
**Tabla 18: Análisis prueba diagnóstica 6.** Actividad 1 Prueba tipo 2 (Primero)

Esta prueba realizada a estudiantes del grado primero deja ver con mayor claridad las nociones que tienen los estudiantes respecto a la fracción como parte de una unidad-todo, realizan repartos con mayor facilidad y seguridad, dichos repartos son equitativos y hay una intención del estudiante de realizar equiparticiones dejando ver que es una actividad más familiar y cercana a su entorno.

Los estudiantes comparten de manera equitativa demostrando que implícitamente hacen uso de la fracción como reparto. El carácter vivencial de esta pregunta permite a los estudiantes contextualizarse e integrar sus experiencias de la vida diaria y realizar los repartos con naturalidad sin ser conscientes de estar realizando una actividad matemática. Se ubica esta actividad y sus resultados en la etapa de exploración y a su vez de orientación guiada según la perspectiva de la EpC, Stone (1999).

Se logró evidenciar que hay reconocimiento de una actividad matemática a partir de una experiencia que ocupa al niño en su vida cotidiana, además muestra

elementos de los tópicos generativos, tales como: que sea accesible e interesante para los estudiantes y que sea central para el dominio de la disciplina, al reconocer que hay actividad matemática, además existe una correspondencia con las metas de comprensión donde se considera la parte explícita y pública desde sus cuatro dimensiones: ideas, procesos, relaciones y preguntas.

<b>RESPUESTA ESTUDIANTES</b>	<b>PREGUNTA 2</b> Colorea la mitad de los dulces
<b>ESTUDIANTE P1</b>	Por un lado se debe considerar que el niño se debe haber apropiado de los números que utiliza habitualmente para contar: los números naturales, es decir, hizo uso de conocimientos previos y hacer uso de La fracción como parte de una unidad-todo de manera vivencial y representación pictórica; por otro lado haber tenido la experiencia desde el entorno de saber que representa la mitad de un objeto, acá la complejidad que se puede considerar al niño es que haya representado la mitad sobre cada dulce, es decir, la unidad o representar la mitad en el todo. El obstáculo didáctico que se pudo haber presentado fue en la fracción como relación, ya que se tomó un múltiplo de la parte que se pide.
<b>ESTUDIANTE P2</b>	El estudiante hace uso de la fracción como parte – todo, coloreando la mitad de cada dulce. Se observa que el estudiante no realizó equiparticiones pero se aproximó a la mitad de cada dibujo al colorearlo (ver imagen 2).
<b>ESTUDIANTE P3</b>	El niño realiza un conteo general de los dulces que se encuentran plasmados en la prueba, haciendo un reparto equitativo donde representa de manera pictórica la mitad de los elementos, puesto que colorea cinco de diez. Se evidencia conocimiento del concepto de mitad (ver imagen 1).
<b>ESTUDIANTE P4</b>	Identificar las partes que deben ser coloreadas para representar la fracción solicitada. Se evidencia una relación parte todo en contextos discretos, ya que divide los elementos en partes iguales haciendo referencia a un conocimiento previo que tiene del concepto de mitad (ver imagen 3).
<p><b>EVIDENCIA</b></p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-end;"> <div style="text-align: center;">  <p>Imagen 1</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>Imagen 2</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>Imagen 3</p> </div> </div>	

**Tabla 19: Análisis prueba diagnóstica 7. Pregunta 2 Prueba tipo 2 (Primero)**

Esta es quizá una de las preguntas que aportan más información a esta investigación, pues deja ver las nociones y posibilidades que se dan ante una misma pregunta y las posibles respuestas de los estudiantes, permitiendo hacer ajustes y llevando a reconocer la claridad que se requiere y precisar el lenguaje, en este caso al decir: colorea la mitad de los dulces, se presentó para varias

interpretaciones como se evidencia en las imágenes, algunos estudiantes entendieron la unidad como el grupo de dulces, por tanto colorearon la mitad, es decir, cinco otros entendieron que había que colorear la mitad de cada uno de los dulces, lo que permite concluir que al trabajar este tipo de pruebas el lenguaje debe ser muy preciso y explícito para que los niños tengan la claridad de lo que se les está solicitando.

Los estudiantes deben tener una apropiación de los números y reconocer su cardinalidad y hacer uso de aquellos que utilizan habitualmente para contar, esto les da seguridad en los repartos.

Evidencia una potente aritmética informal y deja ver el nivel intuitivo y deductivo innato en los estudiantes es mucho más amplio y hay mayor claridad el nivel escrito y simbólico del cálculo.

Al realizar los repartos pedidos el estudiante debía realizar repartos donde debía mezclar tanto fracción continua como discreta, se evidencia una aproximación aritmética informal, pues realiza repartos en cantidades iguales y los dulces sobrantes los divide de manera que alcance para todos, permitiendo evidenciar una noción intuitiva de equiparticiones,

Desde la perspectiva de Stone (1999), en esta situación la comprensión se concibe como la capacidad de usar el propio conocimiento de manera que el estudiante sea capaz de hacer uso de este, en diferentes espacios y situaciones de la vida cotidiana. La comprensión en la respuesta de los niños hace parte de la etapa de la exploración mediante la posibilidad de una orientación guiada.

<b>RESPUESTA ESTUDIANTES</b>	<b>PREGUNTA 3</b> Colorea la tercera parte de los helados
<b>ESTUDIANTE P1</b>	En forma similar a lo planteado en la respuesta de la pregunta anterior nuevamente La fracción como parte de una unidad-todo de manera vivencial y una representación pictórica. El obstáculo didáctico que se pudo haber presentado fue en la fracción como relación, ya que se tomó un múltiplo de la parte que se pide.
<b>ESTUDIANTE P2</b>	Se presume que el estudiante se debe haber apropiado de los números que utiliza generalmente para contar: los números naturales; hizo uso de conocimientos previos y hacer uso de La fracción como parte de una unidad-todo de manera vivencial y su representación pictórica. Presenta nociones acerca del concepto de tercera parte de un grupo de objetos, observándose una relación de la fracción parte –todo. (Ver imagen 2).
<b>ESTUDIANTE P3</b>	Se presume que el niño hace uso de los números naturales para hacer el conteo de los elementos observados. En la representación pictórica que realiza se observa que tiene noción de la fracción como parte-todo, donde del todo se toma o se colora la parte solicitada, en este caso la tercera parte, equivalente a un tercio de la unidad (ver imagen 3).
<b>ESTUDIANTE P4</b>	El niño realiza un conteo de los elementos que se le presentan. Se observa que el niño tiene noción de la fracción como parte todo, en este caso la dificultad radica en que el niño colorea todos los elementos, pero divide el todo en tres partes iguales, cada una de ellas pintada de color diferente y a su vez encerrando lo equivalente a la tercera parte dentro del conjunto (ver imagen 1).

**EVIDENCIA**



Imagen 1

Imagen 2

Imagen 3

**Tabla 20: Análisis prueba diagnóstica 8. Pregunta 3 Prueba tipo 2 (Primero)**

Una pregunta bastante similar a la anterior tanto en su estructura como en la forma diversa de contestar de los estudiantes, aparece la petición de colorear la tercera parte de los helados, nuevamente se puede pensar que el lenguaje o la falta de precisión puede llevar a los estudiantes a cada uno comprender de manera diferente lo que se pide en sí y desarrollar a su manera, sin embargo arroja información muy valiosa para el proceso; un estudiante dividió los conos en

tres partes iguales realizando repartos equitativos y los otros colorearon la tercera parte de los conos reconociendo el conjunto de conos como la unidad, la unidad-todo, la manera gráfica y su representación pictórica de presentar la pregunta, facilita al estudiante resolverla.

Basados en la EpC, Stone (1999) se puede precisar que se logró evidenciar elementos de los tópicos generativos, como que sea accesible e interesante para los estudiantes y de manera implícita reconocer que hay actividad matemática, además existe una correspondencia con las metas de comprensión.

En resumen la actividad realizada permitió que los estudiantes mostraran nociones previas sobre expresiones numéricas tales como:  $\frac{1}{3}$ .

RESPUESTA ESTUDIANTES	PREGUNTA 4 Colorea la cuarta parte de las peras.
ESTUDIANTE P1	En esta respuesta se evidencia la posibilidad de manejar la escala de fracción de parte - todo tanto de manera discreta como de manera continua. El obstáculo didáctico que se pudo haber presentado fue en la fracción como relación, ya que, para la cuarta parte se puso 8, de manera intencional para que de alguna manera el estudiante no tuviera la dificultad en que si el número no fuera múltiplo de cuatro, sería una limitante para la representación bien sea de forma discreta o continua, así mismo el término cuarta parte puede ser más cercano a su entorno que otro fraccionamiento de la parte - todo. Se evidencia el manejo del concepto de simetría y congruencia (Ver imagen 1).
ESTUDIANTE P2	El estudiante inicia dividiendo cada uno de los elementos, algunos en cuatro partes y otro en mitad haciendo una aproximación al manejo de la relación parte todo de manera discreta y continua, sin embargo se observa algo de dificultad en la respuesta a esta pregunta ya que el estudiante presenta una confusión para distinguir la cuarta parte de un conjunto de elementos. (Ver imagen 2).
ESTUDIANTES P3 y P4	En esta evidencia se observa la posibilidad de manejar la escala de fracción de parte - todo de manera continua, ya que hace particiones de a cuatro asemejando la división en cuartos de fracción, sin embargo, a pesar de que se hacen las particiones no se colorea la parte solicitada (Ver imagen 3).
<b>EVIDENCIA</b>  <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;"> <span data-bbox="375 1409 496 1440">Imagen 1</span> <span data-bbox="748 1409 870 1440">Imagen 2</span> <span data-bbox="1122 1409 1243 1440">Imagen 3</span> </div>	

**Tabla 21: Análisis prueba diagnóstica 9. Pregunta 4 Prueba tipo 2 (Primero)**

La pregunta anterior permite evidenciar la posibilidad de manejar la escala de fracción de parte - todo tanto de manera discreta como de manera continua, según sea su interpretación del enunciado, en este caso los estudiantes identificaron como unidad cada pera y no el conjunto de peras, deja ver que las expresiones cuarta parte o un cuarto es familiar para los estudiantes; el obstáculo didáctico que se pudo haber presentado fue en la fracción como relación, y el lenguaje no

permitted clarity because, for the fourth part, it was intentional to color the fourth part of eight, with the aim that the students had the facility to do what was indicated, the challenge of using various quantities to observe the responses of the students, taking into account the term fourth part can be closer to its environment, in addition, evidence shows concepts of handling the concept of symmetry and congruence.

The comprehension from the perspective of Stone (1999), and in relation to the response of the children, it is part of the stage of exploration through the possibility of a guided orientation and it is evidenced by what is suggested in the NCTM that the students are able to recognize the expression  $\frac{1}{4}$ .

<b>RESPUESTA ESTUDIANTES</b>	<b>PREGUNTA 5</b> Colorea la quinta parte del conjunto los caballitos
<b>ESTUDIANTE P1</b>	En este caso se observa como el estudiante pierde el concepto de simetría al tratarse de un número impar. Hace uso de la fracción como parte - todo de manera discreta.
<b>ESTUDIANTES P2, P3 y P4</b>	En esta respuesta se observa como los estudiante se aproximan a la parte que se les pide colorear, dando noción de la fracción como reparto y a la vez como relación parte-todo. Es de aclarar que se pide la quinta parte de un múltiplo de 5, por lo que los estudiantes tuvieron que hacer uso de conocimientos previos tales como el conteo con números naturales (Ver imagen).
<b>EVIDENCIA</b> 	

**Tabla 22: Análisis prueba diagnóstica 10.** Pregunta 5 Prueba tipo 2 (Primero)

When it comes to a question that involves an odd number and what is asked is that the student do this exactly, focused in an intentional way so that the student does not have to make a selection of elements using discrete fractions, it facilitates the elaboration of the same, however, it generates in the students various interpretations, some identified the whole as the set of 5 rocking horses and therefore when coloring the fifth part they should

colorear un caballito, caso particular y generado debido a el lenguaje empleado para inducir la actividad colorear la quinta parte de los caballitos, algunos estudiantes entendieron la unidad como cada caballito de manera individual y realizaron aproximaciones tratando de colorear una parte de cada caballito. En esta pregunta incluye otra expresión fraccionaria  $\frac{1}{5}$ .

### 4.3 Análisis prueba diagnóstica tipo 3 (grado segundo)

A continuación se muestra el análisis realizado para los cuatro estudiantes de grado Primero; en lo que sigue se identifican como S1: estudiante 1 de segundo, S2: estudiante 2 de segundo, S3: estudiante 3 de segundo y S4: estudiante 4 de segundo.

<b>RESPUESTA ESTUDIANTES</b>	<b>ACTIVIDAD 1</b> Actividad vivencial: (esta actividad será grabada con el fin de obtener información pedagógica que apoye el proceso de investigación.) Los estudiantes se dividen en equipos, cada equipo recibe unos dulces blandos de manera que pueda repartirlos por mitad, cuarto, según la necesidad y el número de estudiantes, de manera que en cada reparto los estudiantes todos los reciban partes iguales.
<b>ESTUDIANTE S1</b>	En esta respuesta se observa como estudiante manifiesta compartir los dulces de una manera equitativa; demostrando que tiene una noción acerca de la fracción como reparto.
<b>ESTUDIANTE S2</b>	En esta actividad el estudiante expresa como repartiría los dulces para él y sus compañeros a través de las equiparticiones.
<b>ESTUDIANTE S3 y S4</b>	Se puede notar que los estudiantes tienen noción acerca de cómo hacer las particiones para que de acuerdo a la cantidad continua o discreta a todos sus compañeros les corresponda una parte equitativa.
<b>EVIDENCIA</b> En esta primera etapa de la actividad que fue una experiencia vivencial de los estudiantes, se cuenta con un video (ver CD adjunto) que recoge imágenes que apoyan el análisis correspondiente.	

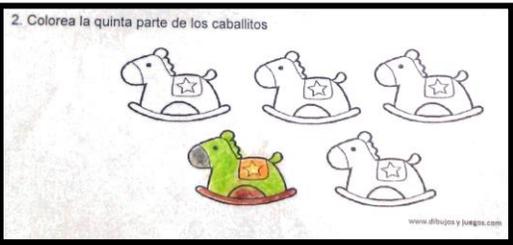
**Tabla 23: Análisis prueba diagnóstica 11.** Actividad 1 Prueba tipo 3 (Segundo)

El desarrollo de esta pregunta en el grado segundo permitió a los estudiantes contextualizarse sin ser conscientes que se trataba de una actividad matemática como tal, participar de una experiencia vivencial en la que los estudiantes se

relacionaron con la actividad en situaciones que hace parte de la vida diaria, como es la acción de repartir, en esta actividad se trabajó la fracción como reparto requiriendo por parte de los estudiantes hacer uso implícito de fracciones discretas y continuas, para ello se consideró el grupo de dulces como la unidad, recordando que la unidad se mantiene estable a pesar de que se opere con sus partes.

Se evidencia mayor claridad y seguridad en la realización de los repartos así como en las equiparticiones que se requerían, estas fueron pensadas de manera intencional para que tuvieran que fraccionar cada dulce, desde la perspectiva de la EpC, Stone (1999) se muestran elementos de los tópicos generativos, como que sea accesible e interesante para los estudiantes y es central para el dominio de la disciplina al reconocer que hay actividad matemática.

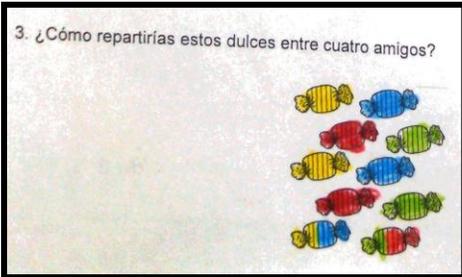
Se hace más sencillo para los estudiantes pasar al plano de la representación gráfica de la fracción. Según la EpC está hace parte de la etapa de la exploración mediante la posibilidad de una orientación guiada.

<b>RESPUESTA ESTUDIANTES</b>	<b>PREGUNTA 2</b> Colorea la quinta parte de los caballitos
<b>ESTUDIANTE S1</b>	En esta respuesta se observa como el estudiante hace el reparto que se le pide, dando noción de la fracción como reparto y a la vez como relación. Es de anotar que se pide la quinta parte de un múltiplo.
<b>ESTUDIANTE S2</b>	Se observa como el estudiante colorea la quinta parte de los elementos dados, respondiendo a lo que se le pide. Puede existir un obstáculo dado que se puede hacer una división exacta de los elementos entre cinco. (Ver imagen 1)
<b>ESTUDIANTE S3</b>	Se observa como el estudiante responde de acuerdo a la fracción como reparto donde se hace uso de manera intencional del número cinco, para tomar la quinta parte. De acuerdo a ello puede tomarse la relación del número cinco y la quinta parte de este como un tópico generativo.
<b>ESTUDIANTE S4</b>	El estudiante toma la quinta parte de cada caballito, lo cual responde a otra manera de representación, es decir toma la quinta parte del elemento como unidad y no del todo. (ver imagen 2)
<b>EVIDENCIA</b>	
 <p>2. Colorea la quinta parte de los caballitos</p> <p>www.dibujos y juegos.com</p>	 <p>2. Colorea la quinta parte de los caballitos</p> <p>www.dibujos y juegos.com</p>
Imagen 1	Imagen 2

**Tabla 24: Análisis prueba diagnóstica 12.** Pregunta 2 Prueba tipo 3 (Segundo)

Es evidente y común a las respuestas que los estudiantes responden de acuerdo a la fracción como reparto donde se hace uso de manera intencional del número cinco para tomar la quinta parte, de modo que no requiera que hagan particiones adicionales sin embargo la pregunta se prestó para diversas interpretaciones, algunos identificaron el todo como el conjunto de los cinco caballitos y por tanto al colorear la quinta parte debían colorear un caballito, caso particular y generado debido al lenguaje empleado para inducir la actividad: colorea la quinta parte de los caballitos, algunos estudiantes entendieron la unidad como cada caballito de manera individual y realizaron aproximaciones tratando de colorear una parte de

cada caballito. En esta pregunta incluye otra expresión fraccionaria  $\frac{1}{5}$ . También para diferentes interpretaciones, de acuerdo a ello puede tomarse la relación del número cinco y la quinta parte de este como un tópico generativo y considerarse que los estudiantes en este nivel ya se están más familiarizados con las fracciones y han integrado las actividades de la vida diaria con estas.

<b>RESPUESTA ESTUDIANTES</b>	<b>PREGUNTA 3</b> ¿Cómo repartirías estos dulces entre cuatro amigos?
<b>ESTUDIANTE S1, S2, S3 Y S4</b>	En esta pregunta se toman fracciones continuas donde los 4 estudiantes apuntan a hacer uso de la fracción como parte todo de manera continua, dejando claridad de los elementos que le corresponden a cada integrante; en este sentido se puede afirmar que los estudiantes apuntan a una meta de comprensión como se expone en uno de los elementos del marco teórico enseñanza para la comprensión.
<b>EVIDENCIA</b> <div style="text-align: center;">  </div>	

**Tabla 25: Análisis prueba diagnóstica 13. Pregunta 3 Prueba tipo 3 (Segundo)**

Para el desarrollo de esta pregunta se toman cantidades que requieren realizar repartos haciendo uso de fracciones continuas donde el estudiante apunta a hacer uso de la fracción como parte todo de manera continua, dejando claridad de los elementos que le corresponden a cada integrante; en este sentido se puede afirmar que el estudiante apunta a una meta de comprensión como se expone en uno de los elementos del marco teórico enseñanza para la comprensión, se puede observar que hacen uso adecuado de la distribución de elementos, con esto se evidencia una aproximación aritmética informal, pues realiza repartos en cantidades iguales y los dulces sobrantes los divide de manera que alcance para todos, evidenciando así una noción intuitiva de equiparticiones y deja ver de

manera más clara que cuando intentan llevarlo al papel apreciar la magnitud de la distribución y el cálculo simbólico que realiza.

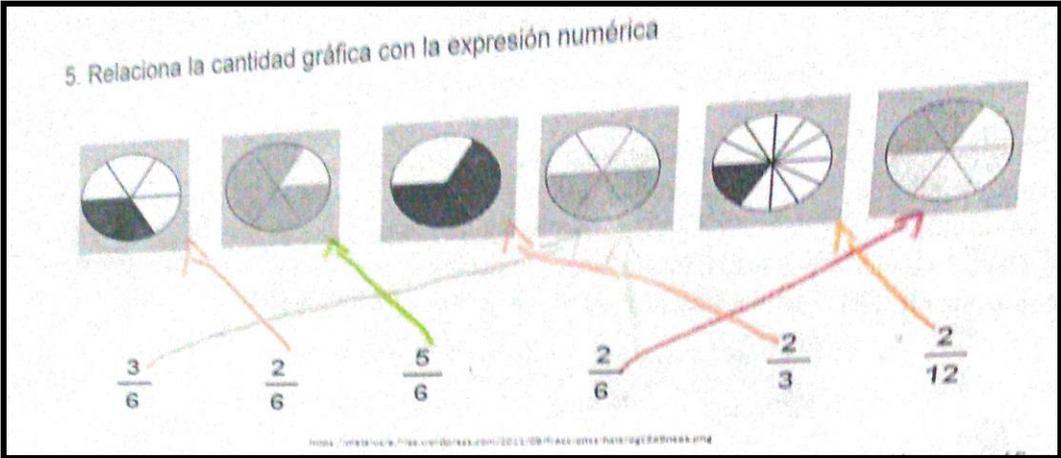
Bajo la mirada de Stone (1999), en esta situación la comprensión se concibe como la capacidad de usar el propio conocimiento de manera que el estudiante sea capaz de hacer uso de este en diferentes espacios y situaciones de la vida cotidiana. La comprensión en la respuesta de los niños hace parte de la etapa de la exploración mediante la posibilidad de una orientación guiada. Esta pregunta aportó información importante a esta investigación, pues deja ver las nociones de los estudiantes, mayor claridad y la necesidad evidente en el uso del lenguaje, además de tener una apropiación de los números y reconocer su cardinalidad y hacer uso de aquellos que utilizan habitualmente para contar, se evidencia un acercamiento a la aritmética informal y deja ver el nivel intuitivo y deductivo innato en los estudiantes, es mucho más amplio y hay mayor claridad el nivel escrito y simbólico del cálculo.

<b>RESPUESTA ESTUDIANTES</b>	<b>PREGUNTA 4</b> *¿Cómo representarías una cantidad nombrada como un medio? *¿Cómo representarías una cantidad nombrada como un cuarto? *¿Cómo representarías una cantidad nombrada como dos tercios?
<b>ESTUDIANTES S1, S2, S3 Y S4</b>	Ninguno de los estudiantes dio respuesta a esta pregunta
<b>EVIDENCIA</b>	<div style="border: 2px solid black; padding: 10px; margin: 10px auto; width: fit-content;"> <p>4. ¿Cómo representarías una cantidad nombrada como un medio?</p> <hr/> <p>¿Cómo representarías una cantidad nombrada como un cuarto?</p> <hr/> <p>¿Cómo representarías una cantidad nombrada como dos tercios?</p> </div>

**Tabla 26: Análisis prueba diagnóstica 14.** Pregunta 4 Prueba tipo 3 (Segundo)

Según la interpretación de la tabla, los estudiantes no comprendieron el enunciado, tal vez por no tener un referente simbólico para realizar la conversión, adicionalmente si aún no habían tenido un acercamiento directo a la representación de fracciones les resultaba difícil realizarlo de manera pictórica o

abstracta, sin haber pasado por una exploración con material concreto, lo que dio pie dentro de la investigación a la elaboración de un test tipo entrevista (Ver anexo 5), donde pudieran manipular material concreto y adaptado al contexto en el que generalmente se desenvuelven.

<b>RESPUESTA ESTUDIANTES</b>	<b>PREGUNTA 5</b> Relaciona la cantidad gráfica con la expresión numérica
<b>ESTUDIANTE S1</b>	En esta respuesta se evidencia claramente como el estudiante relaciona la fracción desde la representación simbólica con la representación pictórica.
<b>ESTUDIANTE S2</b>	Se observa algunas dificultades en la fracción como relación de la representación simbólica y pictórica, pero en si apunta a la fracción como relación en la mayoría de los ítems propuestos.
<b>ESTUDIANTES S3 y S4</b>	Los estudiantes hacen uso de la fracción como relación, donde se observa con claridad el alcance de una meta de comprensión que le permite reconocer la representación pictórica con la representación simbólica de las fracciones que se abordan en esta pregunta.
<b>EVIDENCIA</b> 	

**Tabla 27: Análisis prueba diagnóstica 15.** Pregunta 5 Prueba tipo 3 (Segundo)

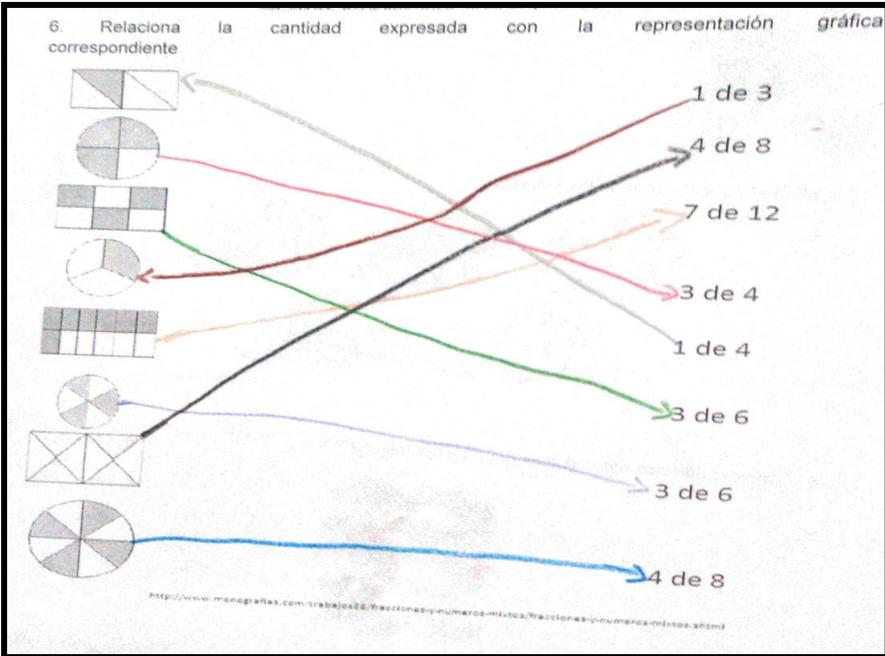
El contenido de esta actividad cambió un poco respecto a la dinámica que traían las anteriores, está y la siguiente están enfocadas desde EpC en la fase de Proyecto final de síntesis o bien en el aspecto de la evaluación diagnóstica continua, que resumen de los desempeño de comprensión de manera efectiva, de acuerdo con el aspecto de proyecto final de síntesis que bien pueden estar enfocados de la misma manera o similares a los proyectos de evaluación o

actividades evaluativas que arrojan información respecto al alcance de las metas, teniendo en la Enseñanza para la Comprensión (EpC), un carácter diferente puesto que este marco conceptual requiere demostrar con claridad el dominio que tienen los estudiantes de las metas de comprensión establecidas.

Según las respuestas de los estudiantes se relacionan la fracción desde la representación simbólica con la representación pictórica, presentando algunas dificultades, pero en si apunta a la fracción como relación en la mayoría de los ítems propuestos.

Se observa en general la fracción como relación, se alcanza a vislumbrar la meta de comprensión que le permite reconocer la representación pictórica con la representación simbólica de las fracciones abordadas en esta pregunta.

La actividad permitió vincular directamente las metas de comprensión establecidas y apreciar los desempeños de comprensión específicos, además de desarrollar y aplicar la comprensión por medio de la práctica, dichos desempeños de comprensión están diseñados de forma tal que los alumnos aprenden por medio de múltiples sentidos y formas de inteligencia, se puede concluir entonces que por último esta actividad permite demostrar los desempeños de comprensión adquiridos por los estudiantes.

<b>RESPUESTA ESTUDIANTES</b>	<b>PREGUNTA 6</b> Relaciona la cantidad expresada con la representación gráfica correspondiente
<b>ESTUDIANTES S1, S2, S3 y S4</b>	En esta respuesta se evidencia claramente como el estudiante relaciona la fracción desde la representación tomando un elemento de la parte todo, con la representación pictórica, apuntando a los desempeños de comprensión dados en el marco teórico de enseñanza para la comprensión.
<b>EVIDENCIA</b> 	

**Tabla 28: Análisis prueba diagnóstica 16. Pregunta 6 Prueba tipo 3 (Segundo)**

Siendo muy similares en estructura e intención didáctica, las actividades 5 y 6 se pueden considerar los mismos rasgos en términos generales, sin embargo se requiere precisar que en esta actividad se evidencia claramente como el estudiante relaciona la fracción desde la representación tomando un elemento de la parte todo, con la representación pictórica, de igual forma apunta a los desempeños de comprensión dados en el marco teórico de enseñanza para la comprensión. Por tanto es válido expresar que la actividad permitió vincular directamente las metas de comprensión establecidas y apreciar los desempeños de comprensión específicos, además de desarrollar y aplicar la comprensión por medio de la práctica, dichos desempeños de comprensión están diseñados de forma tal que los estudiantes aprenden por medio de múltiples sentidos y formas

de inteligencia, se puede concluir entonces que por último esta actividad permite demostrar los desempeños de comprensión adquiridos por los estudiantes.

#### 4.4 Análisis prueba diagnóstica tipo entrevista

A continuación se presentan los resultados de la entrevista que se le realizó a los estudiantes, el análisis se hizo pregunta por pregunta, sin discriminar los grados dados, que a todos los estudiantes se les aplico la misma prueba. Se hace alusión a los estudiantes de cada grado tal como en el análisis del instrumento anterior.

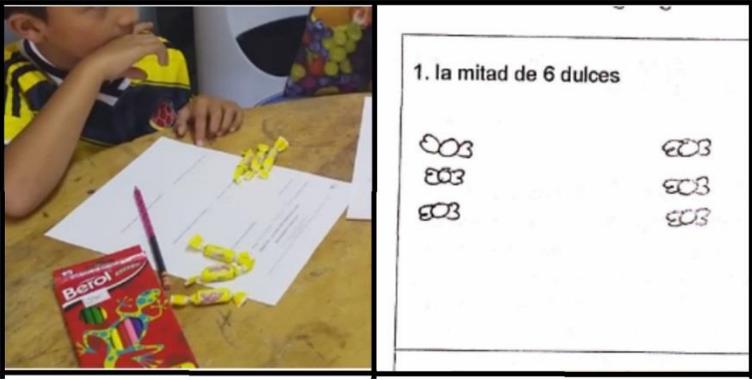
<b>PREGUNTA 1</b>	
<b>RESPUESTA ESTUDIANTES</b>	Si tuvieras que compartir la mitad con un amiguito, ¿Cuántos le darías a él y cuántos para ti? Vamos a dibujarlo
<b>ESTUDIANTES T1 y T2</b>	Los estudiantes responden y grafica la manera como repartiría los dulces con uno de sus compañeros, en lo cual se observa que hay un acercamiento a la representación de la fracción como equiparticiones.
<b>ESTUDIANTES P1, P2 y P3</b>	Se evidencia que los estudiantes presentan nociones de aproximación a particiones equitativas, tanto en la representación pictórica como con el material concreto; haciendo una distribución acorde a la instrucción dada.
<b>ESTUDIANTES S1, S2 y S3</b>	Se evidencia que los estudiantes presentan nociones aproximadas de particiones equitativas de cantidades discretas y las representan tanto desde lo pictórico como con material concreto, pero sin avanzar hasta el lenguaje matemático abstracto, el cual no es objeto de la investigación.
<b>EVIDENCIA</b>	
	

Tabla 29: Análisis prueba diagnóstica tipo entrevista 1. Pregunta 1

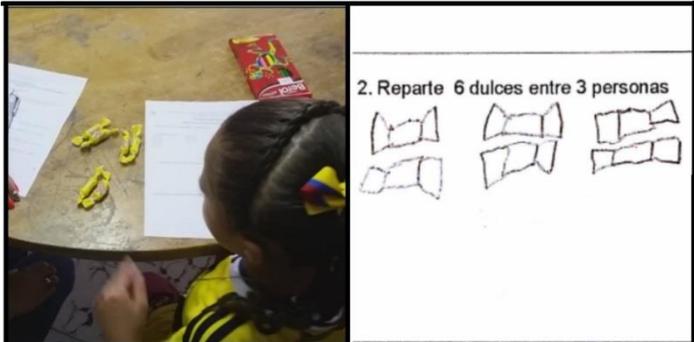
Este tipo de ejercicio que tiene como propósito una experiencia vivencial, donde se relaciona una actividad matemática con experiencias de la vida diaria del estudiante, el carácter de esta (tipo entrevista) permite una mayor claridad en el lenguaje, facilitando al estudiante la comprensión para realizar la misma, se puede evidenciar en la respuesta de los estudiantes que hace parte de la etapa de la exploración mediante la posibilidad de una orientación guiada que permite al estudiante mayor dominio del tema presentado.

Al ser una actividad vivencial el desarrollo de la misma permitió a los estudiantes contextualizarse, evidenciando que estos presentan nociones aproximadas de particiones equitativas de cantidades discretas y las representan tanto desde lo pictórico como con material concreto, haciendo los repartos acorde a la instrucción dada, aproximándose a las fracciones como reparto y reconociendo la unidad como el todo en este caso representado en el conjunto de los dulces.

La manipulación de material concreto, evidencia que los estudiantes realizan repartos con facilidad y que la expresión  $\frac{1}{2}$ , o la mitad, es familiar para ellos y les permitió pasar al plano de la representación tangible y gráfica.

Con la mirada desde la perspectiva de la EpC, Stone (1999) se puede evidenciar una actividad matemática que parte de la experiencia del estudiante en su vida cotidiana y muestra también elementos de los tópicos generativos.

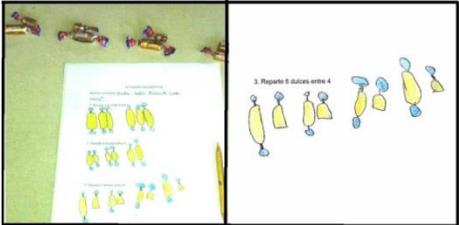
Las expresiones utilizadas por los estudiantes tales como: mitad, un medio, manifestada en la claridad de la respuesta de los estudiantes, al realizar lo sugerido está en relación con lo propuesto en lo NCTM, desde transición ya que los estudiantes tienen la noción de esta representación, siendo esta un insumo para decir que los estudiantes tienen la intuición y experiencia en el manejo de la misma y lo emplean a diario como por ejemplo en la mitad de una manzana, de un grupo de dulces o de otra distribución en particular.

<b>RESPUESTA ESTUDIANTES</b>	<p style="text-align: center;"><b>PREGUNTA 2</b></p> <p>Ahora vamos a compartir la misma cantidad (6) de dulces con dos amiguitos más es decir para 3 personas ¿Cómo lo harías?</p> <p>Vamos a dibujarlo</p>
<b>ESTUDIANTE T1</b>	En esta respuesta el estudiante hace un reparto en el cual forma dos grupos de tres dulces; lo cual se observa como una interpretación inadecuada de lo que se le está pidiendo realizar.
<b>ESTUDIANTE T2</b>	El estudiante responde de manera clara y da cuenta que posee nociones de aproximación a la fracción desde las equiparticiones en fracciones discretas. Sin embargo en la representación que hace, se observa que al parecer el niño no maneja la distribución del espacio en la hoja, pero si da cuenta de la representación de la repartición equitativa con el material concreto.
<b>ESTUDIANTES P1, P2, P3, S1, S2 y S3</b>	<p>En esta pregunta los estudiantes presentan nociones de equiparticiones con fracciones discretas. Se observa claridad tanto en la representación pictórica como con el material concreto, lo cual es reafirmado desde el uso del lenguaje cotidiano, como otro tipo de representación de las fracciones.</p> <p>Los estudiantes realizan repartos equitativos de cantidades discretas cuando la cantidad que se reparte es múltiplo de la cantidad en la cual se debe repartir.</p>
<b>EVIDENCIA</b>	

**Tabla 30: Análisis prueba diagnóstica tipo entrevista 2. Pregunta 2**

Esta actividad tiene una meta que va por la misma línea de la anterior, aun realizando repartos tomando la unidad como el todo, pero para este caso haciendo el reparto exacto para 3 personas, utilizando la fracción desde lo discreto se evidencia claridad en los estudiantes, desde las nociones innatas y las actividades de la vida diaria lo preparan para el desarrollo de actividades matemáticas; la exploración orientada permite que los estudiantes al tener una experiencia

vivencial alcancen metas de comprensión propuestas y realicen el tránsito a la representación pictórica y gráfica.

<b>PREGUNTA 3</b>	
<b>RESPUESTA ESTUDIANTES</b>	Ahora vamos a compartir la misma cantidad de dulces con tres amiguitos más, o sea para cuatro personas. ¿Cómo lo harías?  Vamos a dibujarlo
<b>ESTUDIANTES T1 y T2</b>	Los estudiantes no responden a lo que se les pide realizar, dado que se debe hacer uso de fracciones continuas.
<b>ESTUDIANTES P1 y P2</b>	Los estudiantes no responden a las particiones equitativas de la fracción que se está pidiendo, sin embargo si hace un intento de partición para 4 personas donde les corresponde una parte discreta a cada una pero no equitativa.
<b>ESTUDIANTES P3, S1 y S2</b>	Los estudiantes responden a repartos equitativos de una cantidad discreta pero cuya partición es continua, tenían que repartir seis dulces para cuatro personas, donde a cada una le correspondió un dulce y medio, a lo cual los estudiantes muestran acercamiento a la noción de equiparticiones de acuerdo a sus experiencias cotidianas. (Ver imagen 1).
<b>ESTUDIANTE S3</b>	El estudiante no responde a las particiones equitativas de la fracción que se está pidiendo, sin embargo si hace un intento de partición para 4 personas donde les corresponde una parte discreta y una continua a cada una pero no equitativa. Lo que se evidencia es que a cada persona le corresponda dos elementos aunque su tamaño no sea de la misma proporción. (Ver imagen 2).
<b>EVIDENCIA</b>	
 <p style="text-align: center;">Imagen 1</p>	 <p style="text-align: center;">Imagen 2</p>

**Tabla 31: Análisis prueba diagnóstica tipo entrevista 3. Pregunta 3**

La perspectiva y propósito de esta actividad cambia un poco, pues pretende que los estudiantes no solo realicen reparto desde lo discreto, sino también desde lo continuo, para ello se consideró el grupo de dulces como la unidad, recordando que la unidad se mantiene estable a pesar de que se opere con sus partes. El relacionar en una misma actividad mitad, un cuarto permitió observar que el

estudiante opera con la unidad y realiza particiones con sus partes según lo requiere la actividad, esta les permitió pasar al plano de la representación tangible a través de la manipulación de material concreto, evidenciándose que los estudiantes realizan repartos con facilidad.

De igual forma según la EpC, Stone (1999) deja evidenciar que hay reconocimiento de una actividad matemática a partir de una experiencia que ocupa al estudiante en su vida cotidiana, además muestra elementos de los tópicos generativos.

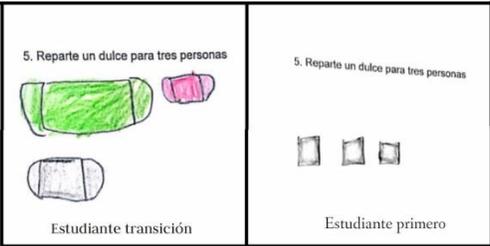
En resumen la actividad realizada permitió que los estudiantes mostraran nociones previas sobre expresiones numéricas tales como  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$ ; el término mitad y cuarta parte, es claro en las respuestas de los estudiantes que de nuevo se evidencia lo propuesto en los NCTM, desde transición ya que los estudiantes tienen la noción de estas representaciones y es a partir de este insumo que se puede afirmar que los estudiantes tienen la intuición y experiencia en el manejo de  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$ , y lo emplean a diario como por ejemplo, en la mitad de una manzana, en un cuarto de torta entre otras, como esta expresado anteriormente.

<b>RESPUESTA ESTUDIANTES</b>	<p style="text-align: center;"><b>PREGUNTA 4</b></p> <p>Ahora vamos a hacer el mismo ejercicio pero con un sólo dulce. Vamos a partirlo a la mitad para compartirlo con un amiguito</p> <p>Vamos a dibujarlo</p>
<b>ESTUDIANTES T1 y T2</b>	Los estudiantes no responden a lo que se les pide realizar, se supone que esta dificultad radica en que en esta pregunta se deben usar particiones equitativas, pero con fracciones continuas.
<b>ESTUDIANTES P1, P2, P3, S1, S2 y S3.</b>	Los estudiantes realizan la partición de un dulce, haciendo un reparto equitativo, representando de manera concreta y pictórica la mitad del elemento. Se evidencia aproximación a la noción del concepto de mitad.
<p><b>EVIDENCIA</b></p> 	

**Tabla 32: Análisis prueba diagnóstica tipo entrevista 4. Pregunta 4**

Este ejercicio facilita la realización de la actividad para los estudiantes, pues ya la unidad no está compuesta por varios dulces como en las anteriores, sino que se ubica netamente en fracción continua, requiere de parte del estudiante una aproximación a la comprensión de las fracciones realizando repartos, teniendo que aproximarse a realizar equiparticiones, probablemente aunque pueda parecer más complejo realizar la aproximación a la equipartición y si bien esta puede no quedar exacta como la fracción lo requiere, da claridad la idea sobre que los estudiantes tienen las nociones innatas al ser humano, como es la actividad de reparto y que para los niños esos repartos sean iguales, es de relevante importancia.

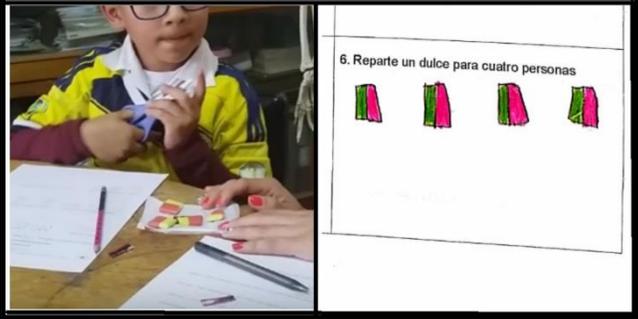
Además esta actividad permite la exploración y orientación guiada que conduce al estudiante a las metas de comprensión pensadas y arroja evidencias consecuentes con los NCTM respecto a la apropiación de la expresión  $\frac{1}{2}$ .

<b>PREGUNTA 5</b>	
<b>RESPUESTA ESTUDIANTES</b>	Vamos a partir este dulce para tres personas. ¿Cómo lo harías? Dibujémoslo
<b>ESTUDIANTE T1</b>	El estudiante no responde a lo que se le pide realizar
<b>ESTUDIANTE T2</b>	A través del material concreto el estudiante se aproxima a la noción de equipartición, pero se observa que en la representación pictórica no presenta un desarrollo adecuado del uso del espacio y tamaño de las equiparticiones.
<b>ESTUDIANTES P1, P2, P3, S1, S2 y S3.</b>	Los estudiantes parten el dulce, intentando hacer un reparto equitativo (en tres partes) representándolo inicialmente desde lo concreto y luego de manera pictórica. Se evidencia aproximación a la noción de equipartición en fracciones continuas.
<b>EVIDENCIA</b>	

**Tabla 33: Análisis prueba diagnóstica tipo entrevista 5. Pregunta 5**

Pregunta en la misma línea de la anterior que facilita la realización de la actividad matemática para los estudiantes, pues ya la unidad no está compuesta por varios dulces como en las primeras actividades sino que se ubica netamente en fracción continua, requiere de parte del estudiante una aproximación a la comprensión de las fracciones, realizando repartos, teniendo que aproximarse a realizar equiparticiones, probablemente aunque pueda parecer más complejo realizar la aproximación a la equipartición y si bien esta puede no quedar exacta como la fracción lo requiere, le da claridad a la idea sobre que los estudiantes tiene las nociones innatas al ser humano, como es la actividad de reparto y que para los niños que esos repartos sean iguales es de relevante importancia.

Además esta actividad permite la exploración y orientación guiada que conduce al estudiante a las metas de comprensión pensadas y arroja evidencias consecuentes con los NCTM respecto a la apropiación de la expresión  $\frac{1}{3}$ .

<b>RESPUESTA ESTUDIANTES</b>	<p style="text-align: center;"><b>PREGUNTA 6</b></p> <p>Ahora vamos a repartir este dulce para cuatro personas. ¿Cómo lo harías?</p> <p>Dibujémoslo.</p>
<b>ESTUDIANTE T1 y T2</b>	<p>Los estudiantes realizan la partición de un dulce intentando hacer un reparto equitativo, representando la cuarta parte de la cantidad inicial desde lo concreto, pero al representarlo de manera pictórica se presenta un obstáculo el cual está ligado al manejo del espacio y proporcionalidad de los pictogramas.</p>
<b>ESTUDIANTES P1, P2, P3, S1, S2 y S3.</b>	<p>Los estudiantes realizan la partición de un dulce intentando hacer un reparto equitativo, representando la cuarta parte de la cantidad inicial desde lo concreto para luego representarlo de manera pictórica. Se evidencia conocimiento del concepto de cuarta parte, a través de experiencias propias del contexto y uso del lenguaje cotidiano.</p>
<p><b>EVIDENCIA</b></p> <div style="text-align: center;">  </div>	

**Tabla 34: Análisis prueba diagnóstica tipo entrevista 6. Pregunta 6**

Las actividades 4 , 5 y 6 están enfocadas en la misma línea pues facilitan la realización de la actividad matemática donde ya la unidad no está compuesta por varios dulces como en las primeras, sino que se ubica netamente en fracción continua que requiere de parte del estudiante una aproximación a la comprensión de las fracciones realizando repartos, teniendo que hacer equiparticiones, probablemente aunque pueda parecer más complejo realizar la aproximación a la equipartición y si bien está puede no quedar exacta como la fracción lo requiere, da la claridad sobre la idea de que los estudiantes tiene las nociones innatas al ser humano, como es la acción de repartir y estos con la exigencia para los niños que estos sean iguales son de relevante importancia.

Siendo una actividad de exploración permite la orientación guiada que conduce al estudiante a las metas de comprensión pensadas y permite que estos al tener una experiencia vivencial alcancen metas de comprensión propuestas y realicen el tránsito a la representación pictórica y gráfica, con la mirada puesta en EpC, Stone (1999) la actividad deja ver que muestra elementos de los tópicos generativos, que son accesibles y de interés para los estudiantes y permite direccionar al estudiante hacia las metas de comprensión donde considera la parte explícita y publica desde sus cuatro dimensiones: ideas, procesos, relaciones y preguntas.

Según NCTM los estudiantes de kínder al grado segundo conocerán con las  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$ , en los términos mitad , cuarto , incluso dos tercios evidencia ya los estudiantes tienen la noción de estas representaciones y que tienen la intuición y experiencia en el manejo de pues lo emplean a en su vida diaria.

## **CAPITULO 5 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

La investigación acerca de la aproximación para la comprensión de las fracciones desde los primeros grados de escolaridad, arrojó resultados que reafirman algunos elementos expuestos por Fandiño (2009) en su libro “Las Fracciones: Aspectos conceptuales y didácticos”, los cuales validan las conclusiones que se obtuvieron en esta investigación.

### **5.1 Conclusiones para el grado transición**

- El lenguaje utilizado para el trabajo con estudiantes de transición debe estar acorde a su nivel de comprensión y a su vez que esté relacionado con elementos del contexto; esto con el fin de que no haya lugar a ambigüedades en la interpretación. Se debe tener presente el lenguaje cotidiano y aprovechar todas las ocasiones reales en las cuales aparecen las fracciones, se trata de mostrarle que la fracción está presente de forma significativa en la vida real, para dar sentido a aquello que se estudia.
- Se deben establecer pautas claras de trabajo, dado que en este grado los estudiantes aun no tienen interiorizado los procesos de lectura convencional de textos, por lo cual es necesario la creación de un contrato didáctico (pautas de clase o normas para el desarrollo de las actividades). Así mismo como hacer uso de modelos concretos; dejando claridad que el modelo es solo algo concreto, mientras que lo que se está aprendiendo es teórico y abstracto.
- Las herramientas que se aborden sin ayuda de material concreto, como fichas, deben estar basados en pictogramas claros para el estudiante, relacionados con su contexto y acompañado de un lenguaje verbal lo suficiente explícito, proporcionado por el docente o quien orienta la

actividad, de modo que le permita al estudiante comprender la instrucción dada.

- El proceso de conversión del registro de representación verbal al pictórico no es nada sencillo de lograr en este nivel, por lo tanto en el grado transición el procedimiento debe estar siempre acompañado de recursos materiales que sean de interés del niño, como: crayones, tijeras, papel, lápiz, hojas, etc.
- Se hace necesario abordar las fracciones desde la representación de las equiparticiones, haciendo uso de fracciones como  $\frac{1}{2}$  y  $\frac{1}{4}$ .
- El trabajo con los niños en estos grados, se articula con lo establecido en los NCTM (2008), en los cuales expone que al nivel pre kínder la expectativa es que los estudiantes de las etapas Pre K a 2º grado comprendan y representen fracciones comúnmente usadas como  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{3}$  y  $\frac{1}{2}$ .

## **5.2 Conclusiones para el grado primero**

- El reconocimiento de los números y su cardinalidad previamente por parte de los estudiantes proporciona herramientas que les da confianza en el manejo de la noción de los repartos.
- En este nivel el trabajo con fracciones permite articular otros conceptos matemáticos tales como: simetría, congruencia, medidas, entre otros.
- Los estudiantes mostraron evidencia en la prueba diagnóstica (anexo 4) de estar en la posibilidad de acercarse a nociones de fracción, desde las representaciones de fracción como medida, equiparticiones, como reparto y

la representación verbal a partir de su lenguaje cotidiano, usándolas en actividades de la vida diaria.

- En relación a las diferentes representaciones de la fracción, estas se pueden abordar con los estudiantes de forma gradual, usando situaciones problemas orientadas a las discusiones en el aula, que tiendan hacia la construcción de la competencia conceptual, existiendo la posibilidad de acercarse a un desempeño de comprensión.
- Se debe tener especial cuidado con elementos del contexto discreto, ya que podría representar para el estudiante un obstáculo didáctico, como por ejemplo; el caso de fracciones que no parecen ser significativos dentro de un contexto, como los  $\frac{2}{3}$  de 4 objetos; los  $\frac{3}{3}$  de 4 objetos si es la unidad.

### **5.3 Conclusiones para el grado segundo**

- La inclusión en este nivel de un lenguaje dentro del contexto de las fracciones es primordial, para realizar la articulación de las vivencias del estudiante y la actividad matemática, adicionalmente tener una apropiación de los números y reconocer su cardinalidad, lo acerca a la aritmética informal y deja explorar el nivel intuitivo y deductivo innato de los estudiantes, que puede conducir a un lenguaje más amplio y de mayor claridad, favoreciendo el nivel escrito y simbólico del cálculo en comparación con los dos grados anteriores.
- La conversión del lenguaje escrito al lenguaje simbólico, se dificulta en los estudiantes, por ello es necesario disponer de un referente simbólico para realizar con más probabilidades de éxito la conversión, adicionalmente si aún no habían tenido un acercamiento directo a la representación de fracciones, les resultaba difícil realizarlo de manera pictórica o abstracta, sin haber pasado por una exploración con material concreto.

- Para acercarse de una conversión pictórica a una numérica, puede ser de gran ayuda, realizarlo con figuras geométricas planas que estén cercanas a su cotidianidad, como por ejemplo: una pizza, un pastel, etc.
- Desarrollar y aplicar actividades relacionadas con las fracciones a partir del lenguaje cotidiano, propias del contexto de los estudiantes, favorece que haya un aprendizaje de forma tal que los estudiantes aprenden a través de la utilización de múltiples sentidos y formas de inteligencia.
- Es necesario que los estudiantes encuentren fracciones de enteros tanto en el caso de figuras continuas como discretas, pero variando las formas y modalidades de cómo son abordadas, propiciando a la comprensión desde diferentes perspectivas.
- Se reafirma en este grado la introducción de las diferentes representaciones de la fracción se pueden abordar con los estudiantes de forma gradual.
- Al igual que en el grado primero se debe tener presente los posibles obstáculos didácticos a los cuales se hizo referencia en la conclusión final del grado primero.

#### **5.4 Conclusiones generales**

- El lenguaje de las fracciones, en la fase fundamental, debe convertirse en algo presente en la cotidianidad, hasta hacerlo natural. Ningún simbolismo debería entrar a interferir con la construcción lingüística. No esperar hasta el grado tercero de primaria para tomar en consideración las fracciones; esto debería suceder tanto en transición, primero y segundo pero sin

simbolismos. Se debe referirse a las fracciones dentro de distintos contextos de actuación del estudiante.

- La aproximación a las fracciones para los estudiantes de los primeros grados de escolaridad, debe considerar como estrategia el uso de material concreto, que le permita hacer la manipulación del mismo, con el fin de que puedan observar la representación de manera tangible y realizar los repartos y las particiones cuando sea necesario.
- En todo el proceso de la enseñanza de las fracciones, se hace necesario una actividad de acompañamiento por parte del docente que posibilite y favorezca la posterior representación de manera tangible, al guiar a los estudiantes para que fomenten la transformación de una representación desde lo vivencial a lo pictórico.
- Se debe potenciar el trabajo en el área de matemáticas con niños de transición, primero y segundo sin descuidar la planeación y el diseño de las actividades prácticas, teniendo en cuenta las vivencias cotidianas de su entorno y el grado de comprensión al que podrían llegar los estudiantes.
- Para los niños en los primeros grados de escolaridad es necesario que el maestro tenga expresiones de realimentación positiva de motivación al logro, con el fin de estimular el interés por el aprendizaje y brindar seguridad acerca de los procedimientos realizados.

## **5.5 Recomendaciones**

- Es necesario hacer que el estudiante encuentre fracciones de enteros tanto en el caso de figuras continuas como discreta, pero variando con frecuencia las formas y las modalidades; las cuales se deben abordar a través de la

utilización del lenguaje cotidiano usado por los escolares en situaciones de la vida real.

- El lenguaje utilizado para el trabajo con estudiantes de los grados transición, primero y segundo debe ser muy preciso y explícito para que los niños tengan la claridad de lo que se les está solicitando.
- Frente a una situación problema determinada, los niños interactúan de manera espontánea sin utilizar los algoritmos que se aprenden en la escuela, por eso para afianzar el conocimiento y mejorar los aprendizajes se debe partir del contexto en el que éstos se desenvuelven; así mismo se debe iniciar con el uso de material concreto, luego hacer representaciones pictóricas y finalmente pensar en algoritmos o representaciones que lo conecten con otras disciplinas, para realizar la modelación del contenido.
- Para abordar nuevos contenidos en el aula es fundamental que el estudiante tenga una etapa de exploración, que posibilite al maestro identificar los conocimientos previos que tienen los niños y los intereses que los motivan al aprendizaje.
- La aproximación a la fracción puede ser abordado desde los primeros grados de escolaridad tales como transición, primero y segundo, siempre y cuando el docente utilice un lenguaje verbal apropiado y el niño reciba una orientación guiada pertinente para su edad y desarrollo.

A continuación se presenta una tabla donde se muestra las temáticas y recursos didácticos que pueden ser abordados para el trabajo con fracciones en los estudiantes de los grados transición, primero y segundo.

GRADO	FRACCIONES	ACTIVIDADES / RECURSOS
Transición	$\frac{1}{2}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Material concreto y manipulable.</li> <li>• Relación contexto, fracciones en el hogar.</li> <li>• Recetas.</li> <li>• Particiones.</li> <li>• Relación legos y regletas de cuisenaire.</li> <li>• Rompecabezas.</li> </ul>
Primero	$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Material concreto y manipulable.</li> <li>• Relación contexto, fracciones en el hogar.</li> <li>• Recetas.</li> <li>• Particiones.</li> <li>• Torta fraccionaria.</li> <li>• Relación legos y regletas de cuisenaire.</li> <li>• Rompecabezas.</li> </ul>
Segundo	$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Material concreto y manipulable.</li> <li>• Relación contexto, fracciones en el hogar.</li> <li>• Recetas.</li> <li>• Particiones.</li> <li>• Torta fraccionaria.</li> <li>• Relación legos y regletas de cuisenaire.</li> <li>• Rompecabezas.</li> <li>• Relación representación pictórica con representación simbólica.</li> <li>• Lotería fraccionaria.</li> <li>• Parqués fraccionario.</li> <li>• Tienda fraccionaria.</li> </ul>

**Tabla 35: Fracciones para trabajar en los grados objeto de investigación.**

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Angulo Ramos, L. D., Reyes García , A. E., Triana Bernal, K. X., & Aristizábal, A. (2016). ANÁLISIS Y RECOMENDACIONES PARA EL CAMBIO DE CURRÍCULO EN LA ESCUELA: El programa PISA, Los estándares básicos de competencias y los planes de estudio de matemáticas. *Revista Colombiana de Matemática Educativa.*, 1(1b).
- Brousseau, Guy. (1994) “Los diferentes roles del maestro” en Parra Cecilia y Saiz, Irma (Comps.) *Didáctica de las matemáticas. Aportes y reflexiones.* Buenos Aires: Paidós.
- Campolucci, L., Fandiño Pinilla, M.I., MAori, D., Sbaragli, S. (2006). “Cambi di convinzione sulla pratica didattica concernente le frazioni”. *La matematica e la sua didattica.* 3, 353-400.
- Cortina, J. L. (2014). Investigar las fracciones: experiencias inspiradas metodología de los experimentos de diseño. *Educación Matemática*, 270-287.
- De Leon, H., & Fuenlabrada, I. (Julio-Diciembre de 1996). Procedimiento de solución de niños de primaria en problemas de reparto. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 1(2), 268-282.
- Fandiño Pinilla , M. I. (2009). *Las Fracciones: Aspectos Conceptuales y Didácticos* . Madrid: Magisterio.
- Fazio, L., & Siegler, R. (2011). *Enseñanza de las fracciones.* Versión en español Quito, Ecuador: UNESCO (IBE).
- Gerván, H. (2013). Las fracciones unitarias en la matemática del Antiguo Egipto. *Epistemología e Historia de la Ciencia. Selección de trabajos de las XXIII Jornadas*, 19, 165-175.
- Giordan, Andre. (1995). Los orígenes del saber: de las concepciones personales a los conceptos científicos. Sevilla: Diada Editores.
- Godino J. D. y Batanero C. (2002), *Matemáticas y didáctica para maestros.* Madrid. Síntesis.
- Graeber, A.O., Tanenhaus, E. (1993). “Multiplication and división: from whole numbers to rational numbers”. En: Douglas, T.O. (ed.) (1993). *Research Ideas for the classroom. Middle Grades Mathematics.* New York: MAcMillan. 99-117.
- Hart, K. (1980). “From whole numbers to fractions and decimals”. *Recherches en didactique des mathematiques.* 1, 1, 61-75.
- Hernández Sampieri , R., Fernández Collado , C., & Baptista Lucio, P. (2010). *Metodología de la Investigación.* México: Mc Graw Hill.

- Kieren, T.E. (1993). "Rational and fractional numbers: from quotient fields to recursive understanding". En Carpenter, T.P., Fennema, E. Y Romberg, T.P.: Rational numbers. An integration of research. Hillsdale (New Jersey): Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- Llinares, Salvador y Sánchez, María Victoria (1988). Matemáticas: Cultura y Aprendizaje 4. Madrid: síntesis.
- Llinares Ciscar, Salvador y Sánchez García, María Victoria (1992). Matemáticas: cultura y aprendizaje. Fracciones, N°4. Madrid: Editorial Síntesis.
- Llinares, S. (2003). Fracciones, decimales y razón. Desde la relación parte-todo al razonamiento proporcional. En C. Chamorro (Ed.) Didáctica de las matemáticas. (pp.187-220). Madrid. Pearson-Prentice Hall. Recuperado el 28 de junio de 2015 de <https://es.scribd.com/doc/174666335/Didactica-de-las-Matematicas-pdf>
- Llinares, S. (2005). Relación entre teorías sobre el aprendizaje del profesor de matemáticas y diseño de entornos de aprendizaje. Recuperado el 08 de marzo de 2015 de <http://hdl.handle.net/10045/854>
- López Carretero, A. (s.f.). *¿Por qué y cómo enseñar fracciones?* Mathematics Sillabus. Ministry of Education Singapore. 2012
- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (1998). *Matemáticas Lineamientos Curriculares*. Santa Fe de Bogotá: Magisterio.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Ministerio de Educación Nacional. (2015). *Derechos Básicos de aprendizaje*.
- NCTM. (2008). *National Council of Teachers of Mathematics*. Salt Lake City.
- NCTM, Estándares Curriculares y de Evaluación para la Educación Matemática, edición en castellano: Sociedad Andaluza de Educación Matemática "THALES", Sevilla, 1989, pág. 39.
- Oicata, L. Castro, Luis. (2013). *Secuencias Didácticas en Matemáticas para Educación Básica Primaria*. Ministerio de Educación Nacional. Bogotá, Sanmartín Obregón & Cía. Ltda. Recuperado el 08 de marzo de 2015 de [http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-329722\\_archivo\\_pdf\\_matematicas\\_primaria.pdf](http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-329722_archivo_pdf_matematicas_primaria.pdf)
- Perera, P. y Valdemoros M. (2007). Propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones en cuarto grado de educación primaria. Pp. 209-218. Recuperado el 05 de agosto de 2015 [file:///C:/Users/USER/Downloads/Documat-PropuestaDidacticaParaLaEnsenanzaDeLasFraccionesEn-2697033%20\(1\).pdf](file:///C:/Users/USER/Downloads/Documat-PropuestaDidacticaParaLaEnsenanzaDeLasFraccionesEn-2697033%20(1).pdf)
- Piaget. *Madrid: Aprendizaje Visor. 2000.*

- Pruzzo de Di pego, V. (2012). Las Fracciones: ¿problemas de aprendizaje o problemas de la enseñanza? *Pilquen sección psicopedagógica* (8).
- Rojas, C. A. (2013) How a change in mathematics curriculum might affect the way Colombian society evolves in education
- Shepard, L. (2006). *Classroom Assesment*. México: Westport CT.
- Steffe, L.P., Olive, (1990). "Constructing fractions in computer microworlds". En: Boker G., Cobb, P., De Mendicuti, T.N. (eds.)
- Stewart, Ian (2007). Historia de las matemáticas en los últimos 10.000 años. Barcelona. Drakontos
- Tamayo Bermúdez, C. A. (2008). *El Juego: Un pretexto para el aprendizaje de las matemáticas*. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/995/1/35Taller.pdf>.
- Valdemoros, M. (1993). La construcción del lenguaje de las fracciones y de los conceptos involucrados en él. Tesis de Doctorado. Departamento de Matemática Educativa. Cinvestav. México.
- Vasco U., C.E (1994) un enfoque para la didáctica de las matemáticas. 2 volúmenes. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional de la República de Colombia.

## ANEXOS

### *Anexo 1: Entrevista a expertos*

**APROXIMACIONES AL CONCEPTO DE FRACCIÓN EN LOS GRADOS  
TRANSICIÓN, PRIMERO Y SEGUNDO  
UNIVERSIDAD DE MEDELLIN  
MAESTRIA EN EDUCACION MATEMATICA**

#### **Entrevista**

1. ¿Considera usted que es posible mediante diversas actividades que los niños de los primeros grados de escolaridad tengan aproximaciones al concepto de fracción?
2. ¿Considera usted que los mitos o las concepciones de los maestros respecto al concepto de fracción pueden también afectar o influenciar en la manera como se enseña?
3. Ha tenido usted la experiencia de propiciar aproximaciones al concepto de fracción en estudiantes de los primeros grados de escolaridad. Si ha tenido la experiencia y desea compartírnosla, hágalo en el siguiente espacio.
4. Considera usted que es necesario profundizar en que los estudiantes se familiaricen con este concepto y lo apliquen en su vida diaria ¿
5. Desde su experiencia como docente considera que determinadas actividades pueden favorecer la familiarización con el concepto de fracción, la aproximación al concepto? (ejemplo)

## **Anexo 2: Entrevista Doctor Guillermo de Jesús Bernaza Rodríguez**

Categorización		Texto
	<p>1</p> <p>2</p> <p>3</p> <p>4</p> <p>5</p> <p>6</p> <p>7</p> <p>8</p> <p>9</p> <p>10</p> <p>11</p> <p>12</p> <p>13</p> <p>14</p> <p>15</p> <p>16</p> <p>17</p> <p>18</p> <p>19</p> <p>20</p> <p>21</p> <p>22</p> <p>23</p> <p>24</p> <p>25</p> <p>26</p>	<p>B: ¿DESDE QUÉ GRADO USTED CONSIDERA O USTED CONSIDERA QUE EN EL GRADO PREESCOLAR, HABLANDO DE NIÑOS DE 5 O DE 6 AÑOS, PUEDAN REALIZARSE APROXIMACIONES AL CONCEPTO DE FRACCIÓN?</p> <p>G: Mira, hay una limitante desde el punto de vista psicológico planteada por las teorías relacionados con los trabajos de investigación de Piaget que dice que en la construcción de concepto es necesario el desarrollo precisamente de ese pensamiento previamente antes de aprender el concepto de fracción. Esta posición es correcta, sin embargo, hay estudios que demuestran que los niños a una edad de escolares, de estos años primeros, pueden adelantar, adelantarse en su desarrollo a través del propio aprendizaje de las matemáticas y del español.</p> <p>Entonces, plantear si sí o no dependerá sobre todo del que el maestro esté preparado para dar una buena enseñanza que desarrolle a través del aprendizaje estas funciones cíclicas, este pensamiento en los escolares para que interpreten lo que es las fracciones y las comprendan.</p> <p>Entonces, respuesta: si o no dependerá precisamente de estas condiciones para poder implementarlo</p> <p>Potencialmente se puede, por la potencialidad del ser humano ya está demostrado que se puede lograr ese desarrollo.</p> <p>¿Ya? tenemos que irnos. Bueno, nada... nos estamos viendo aquí en estos días y... Está bien</p>

### **Anexo 3: Entrevista Doctora Marcela Parraguez González**

Las preguntas que se le hicieron a la Doctora Parraguez son las que aparecen en el anexo 1.

Categorización		Texto	Pág. 1
	1 2 3 4 5 6 7 8	C: Se sacó un dulce, se partió por la mitad el dulce y entonces quedaron estos dulces en la bolsa, ¿Cuánto quedó en la bolsa? Y entonces dijo: uno, dos –y se las ingenian para decir- y este pedacito. En el fondo no puede escribir, está bien no puede escribir, por eso te puede decir “un pedacito”, pero un “pedacito” que es la mitad de “esto”. Yo lo vi, lo vi en un video, por eso con propiedad te lo cuento.	
	9 10	B: ¿Considera usted que los mitos o las concepciones de los maestros pueden también afectar o influenciar negativamente en la manera como se enseña?	
	11 12 13	C: Hay cosas que para ellos son familiares, entonces la niña dijo: un dulce, dos dulces e hizo así “y un pedacito”.	
	14 15 16 17 18 19	Mira que fantástico, por eso la situación, se tiene que invitar a que el niño se motive y eso lo puedo hacer invitándolo a resolver problemas, resolviendo problemas, y él los resuelve con lo que tiene a su alcance obviamente, aunque no conozca las fracciones él le puede dar un resultado que no es entero	
	20 21	C: Lo que usted nos está diciendo, apunta a la iniciativa por donde nosotros queremos encaminarlo	
	22 23 24 25 26	Claro, porque la situación que usted diseñe es vital, o le abre la puerta a la construcción del concepto o se la cierra. Entonces usted le dice: definición: los números racionales son aquellos que se escriben $a/b$ y se suman de la siguiente manera.	
	27 28 29 30 31	Que si algo le entiende de lo puro analítico, de aquello que te permite calcular, también tiene obliga a mirarlo desde lo geométrico, desde la estructura y verás cómo te puedes mover. Entonces uno dice “ah, es que yo no conocía esto” pues ahora lo conoces, hazlo así a ver cómo te resulta.	

	32	B: Conoce usted a otras personas que se hayan interesado como investigadores o docentes que hayan profundizado en las aproximaciones al concepto de fracción desde los primeros grados de escolaridad.
	33	
	34	
	35	
	36	

## ***Anexo 4: Prueba Diagnóstica***

### **PROTOCOLO DE EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA**

#### **APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FRACCIÓN EN ESCOLARES DE LOS GRADOS TRANSICIÓN, PRIMERO Y SEGUNDO**

##### **INTRODUCCIÓN.**

Las matemáticas han sido estigmatizadas por muchas personas de diferentes edades como un área con un alto grado de complejidad. Por unos contenidos se siente más apatía que por otros. El caso concreto de las fracciones, es un contenido que en muchas ocasiones es omitido a causa de las dificultades que se tiene en cuanto a su comprensión, ya que muchas veces se aplican erróneamente propiedades de números enteros a este tipo de números. Todo esto debido a que los estudiantes vienen manejando un estilo, un código numérico y al aparecer las fracciones cambian el estilo, la forma y las propiedades ya aprehendidas convirtiéndose en una pesadilla tanto para docentes como para estudiantes.

Nuestra preocupación frente a esta situación es que si el mundo no es entero, nos empeñamos en enseñar a los niños sólo cantidades enteras desconociendo otro tipo de cantidades con los que los niños se enfrentan constantemente en su cotidianidad y que están siendo omitidos.

Por esta razón hemos decidido diseñar una prueba diagnóstica dirigida a niños en edades de 5 a 8 años, quienes estarían cursando los grados transición, primero y segundo de educación básica primaria en la que nos podrán indicar el grado de conocimiento que tienen frente a la aproximación del concepto de fracción.

Para tal fin se presentan unos anexos que consisten en desarrollar unos ejercicios matemáticos propuestos como prueba diagnóstica, la cual estará dividida en dos momentos; el primer momento es vivencial, donde el maestro a través de la observación directa podrá consignar en una rejilla el comportamiento de los estudiantes. El segundo momento los estudiantes desarrollarán una prueba escrita con actividades donde los escolares puedan reconocer la fracción desde diferentes formas de representación.

##### **OBJETIVO**

Identificar en los estudiantes de preescolar, primero y segundo elementos que proporcionen datos sobre el estado de reconocimiento de objetos fraccionados y su respectiva representación.

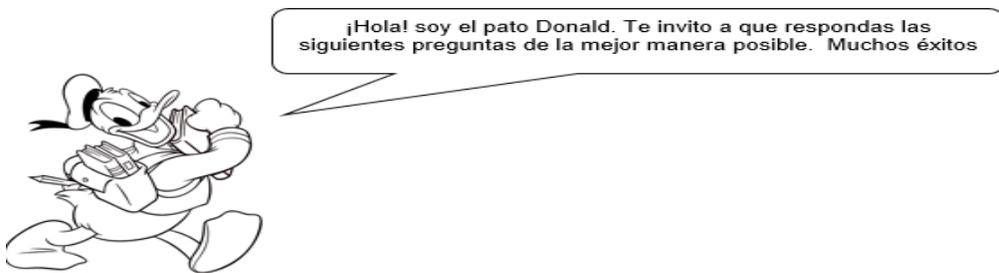
## PRUEBA DIAGNÓSTICA

### APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FRACCIÓN EN ESCOLARES DE LOS GRADOS TRANSICIÓN, PRIMERO Y SEGUNDO PRUEBA DE NIVEL 1

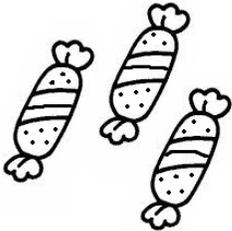
(Observación competencias, habilidades y destrezas.)

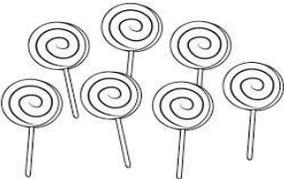
1. Actividad vivencial: (esta actividad será grabada con el fin de obtener información pedagógica que apoye el proceso de investigación.)

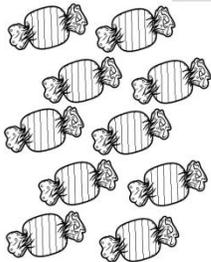
Los estudiantes se dividen en equipos, cada equipo recibe unos dulces blandos de manera que pueda repartirlos por mitad, cuarto, según la necesidad y el número de estudiantes, de manera que en cada reparto los estudiantes todos los reciban partes iguales.



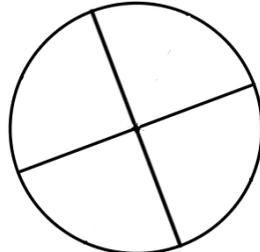
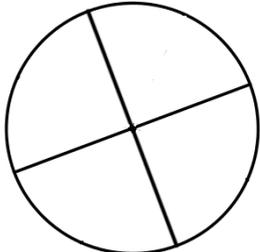
2. Reparte los siguientes dulces y representa de a cuántos dulces le corresponde a cada uno.

Repartir entre 2	Para mí	Para mi amigo
		

Repartir entre 3	Para mí	Amigo 1	Amigo 2
 <a href="http://www.imagui.com/a/paleta-de-dulce-para-colorear-TKdAejzn5">http://www.imagui.com/a/paleta-de-dulce-para-colorear-TKdAejzn5</a>			

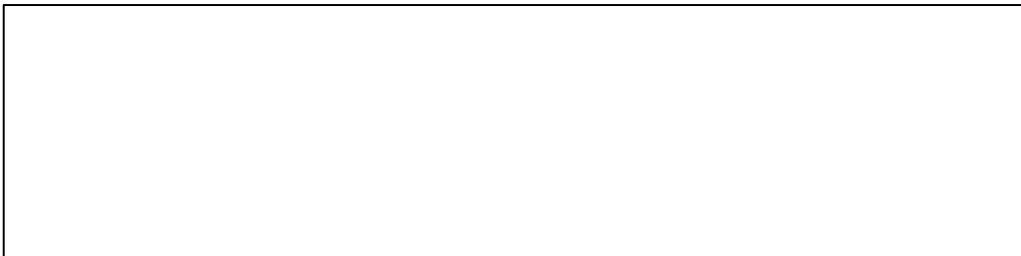
Repartir entre 4	Para mí	Amigo 1	Amigo 2	Amigo 3
				

3. Colorea el círculo según se indica

Colorea de rojo la mitad	Colorea de verde la cuarta parte
	

4. ¿Cómo representarías una cantidad nombrada como un medio?

5. Divide el rectángulo en tres partes iguales y colorea dos de ellas.



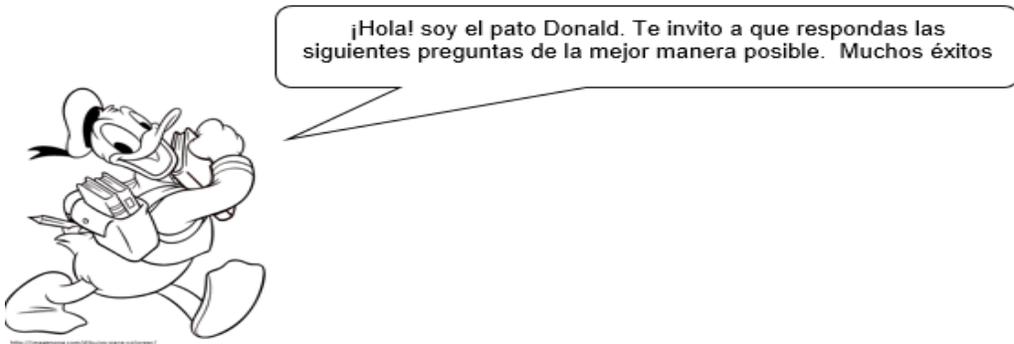
## PRUEBA DIAGNÓSTICA

### APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FRACCIÓN EN ESCOLARES DE LOS GRADOS TRANSICIÓN, PRIMERO Y SEGUNDO PRUEBA DE NIVEL 2

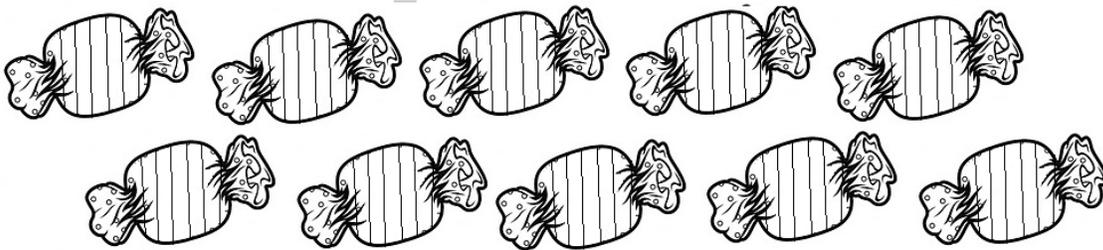
(Observación competencias, habilidades y destrezas.)

1. Actividad vivencial: (esta actividad será grabada con el fin de obtener información pedagógica que apoye el proceso de investigación.)

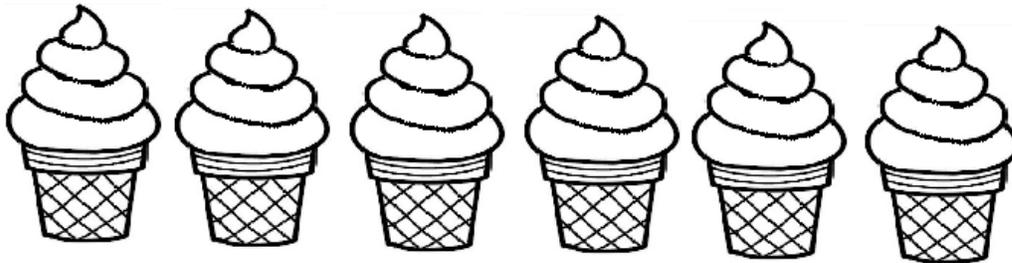
Los estudiantes se dividen en equipos, cada equipo recibe unos dulces blandos de manera que pueda repartirlos por mitad, cuarto, según la necesidad y el número de estudiantes, de manera que en cada reparto los estudiantes todos los reciban partes iguales.



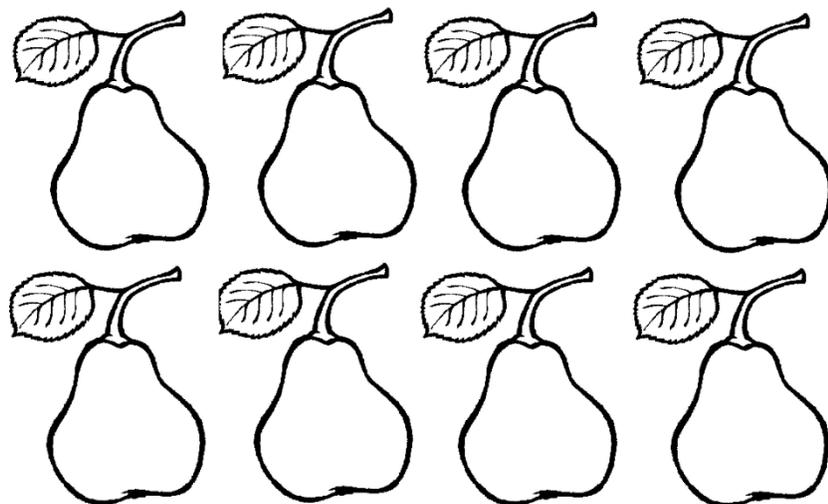
2. Colorea la mitad de los dulces



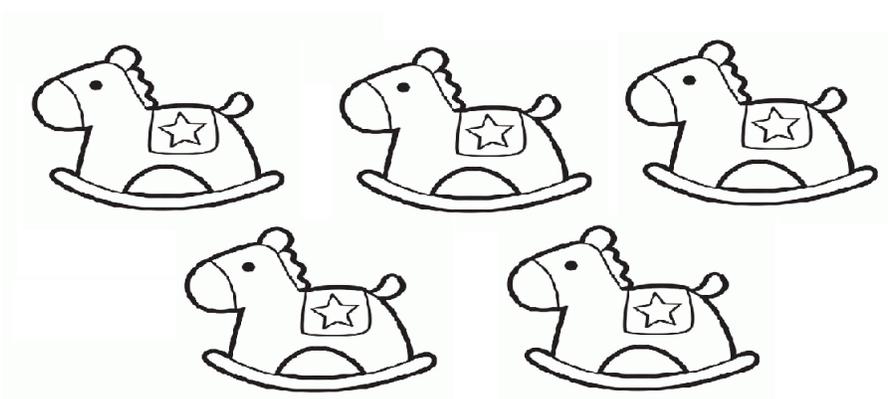
3. Colorea la tercera parte de los helados



4. Colorea la cuarta parte de las peras



5. Colorea la quinta parte de los caballitos



[www.dibujos y juegos.com](http://www.dibujos y juegos.com)

## PRUEBA DIAGNÓSTICA

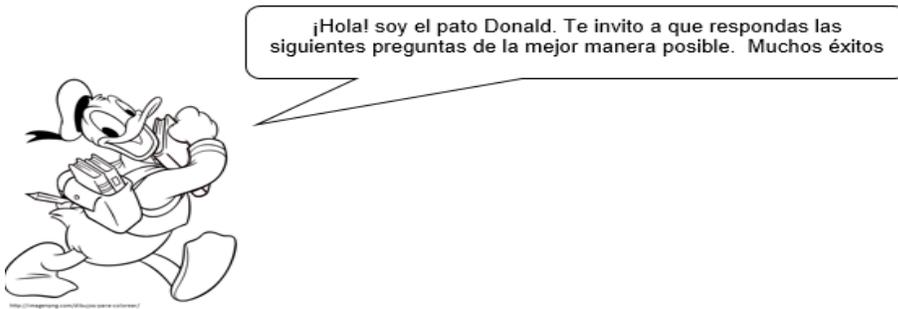
### APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE FRACCIÓN EN ESCOLARES DE LOS GRADOS TRANSICIÓN, PRIMERO Y SEGUNDO

#### PRUEBA DE NIVEL 3

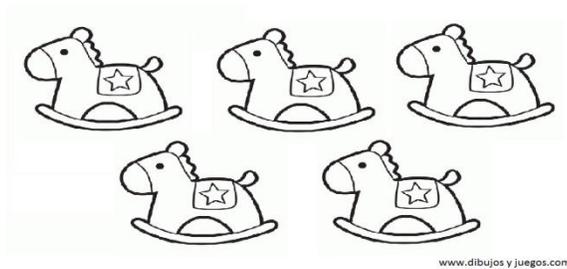
(Observación competencias, habilidades y destrezas.)

1. Actividad vivencial: (esta actividad será grabada con el fin de obtener información pedagógica que apoye el proceso de investigación.)

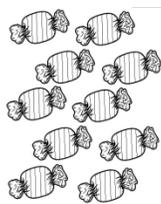
Los estudiantes se dividen en equipos, cada equipo recibe unos dulces blandos de manera que pueda repartirlos por mitad, cuarto, según la necesidad y el número de estudiantes, de manera que en cada reparto los estudiantes todos los reciban partes iguales.



2. Colorea la quinta parte de los caballitos



3. ¿Cómo repartirías estos dulces entre cuatro amigos?

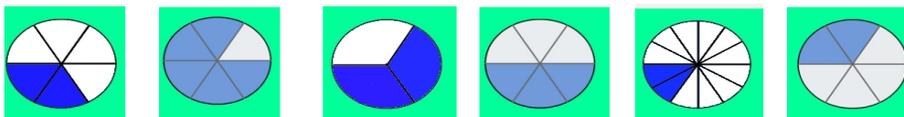


4. ¿Cómo representarías una cantidad nombrada como un medio?

¿Cómo representarías una cantidad nombrada como un cuarto?

¿Cómo representarías una cantidad nombrada como dos tercios?

5. Relaciona la cantidad gráfica con la expresión numérica



$$\frac{3}{6}$$

$$\frac{2}{6}$$

$$\frac{5}{6}$$

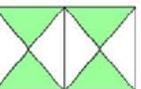
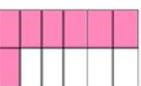
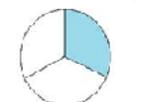
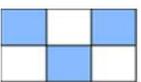
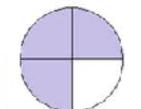
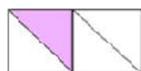
$$\frac{2}{6}$$

$$\frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{12}$$

<https://matelucia.files.wordpress.com/2011/09/fracciones-heterogc3a9neas.png>

6. Relaciona la cantidad expresada con la representación gráfica correspondiente



1 de 3

4 de 8

7 de 12

3 de 4

1 de 4

3 de 6

3 de 6

4 de 8

<http://www.monografias.com/trabajos88/fracciones-y-numeros-mixtos/fracciones-y-numeros-mixtos.shtml>

## **Anexo 5: Prueba Diagnóstica Tipo Entrevista**

La prueba se realizó tipo entrevista, donde una muestra de estudiantes de instituciones educativas ubicadas en diferentes contextos, darán solución a las situaciones que en las que se aproximen a equiparticiones.

### **PRUEBA DIAGNÓSTICA**

#### **APROXIMACIÓN PARA LA ENSEÑANZA DE FRACCIONES EN LOS GRADOS TRANSICIÓN, PRIMERO Y SEGUNDO**

#### **TIPO ENTREVISTA**

Hola. Mi nombre es \_\_\_\_\_ y quiero hacerte unas preguntas. Las respuestas las voy a registrar en esta hoja y vamos a tomar algunas fotografías.  
¿Estás de acuerdo?

Si \_\_\_\_\_ No \_\_\_\_\_

¿Cómo te llamas? \_\_\_\_\_

¿Cuántos años tienes? (puede mostrar en sus manos) \_\_\_\_\_

¿Qué grado cursas? \_\_\_\_\_

¿Cómo se llama tu profesor(a)? \_\_\_\_\_

¿Conoces algunos números? \_\_\_\_\_ ¿Cuáles? \_\_\_\_\_

¿Podrías decirme cuántos dulces hay aquí? (6 dulces) \_\_\_\_\_

1. Si tuvieras que compartir la mitad con un amiguito, ¿Cuántos le darías a él y cuántos para ti?  
Vamos a dibujarlo
2. Ahora vamos a compartir la misma cantidad de dulces con dos amiguitos más. o sea para 3 personas ¿Cómo lo harías?  
Vamos a dibujarlo
3. Ahora vamos a compartir la misma cantidad de dulces con tres amiguitos más, o sea para cuatro personas. ¿Cómo lo harías?  
Vamos a dibujarlo
4. Ahora vamos a hacer el mismo ejercicio pero con un sólo dulce (un barrilete) Vamos a partirlo a la mitad para compartirlo con un amiguito  
Vamos a dibujarlo
5. Vamos a partir este dulce para tres personas. ¿Cómo lo harías?  
Dibujémoslo
6. Ahora vamos a repartir este dulce para cuatro personas. ¿Cómo lo harías?  
Dibujémoslo.

Hemos terminado. Muchas Gracias.

ACTIVIDAD DIAGNÓSTICA  
INSTITUCIÓN EDUCATIVA PIO XI – LA UNIÓN  
I.E.R LUIS EDUARDO POSADA RESTREPO – EL RETIRO

Nombre estudiante: \_\_\_\_\_ Edad \_\_\_\_\_ Grado \_\_\_\_\_

1. la mitad de 6 dulces	2. Reparte 6 dulces entre 3 personas
3. Reparte 6 dulces entre 4 personas	4. Reparte un dulce para dos personas
5. Reparte un dulce para tres personas	6. Reparte un dulce para cuatro personas

## **Anexo 6: Permiso de consentimiento.**

Fecha: \_\_\_\_\_

SEÑORES  
PADRES, MADRES DE FAMILIA Y/O ACUDIENTES

Asunto: SOLICITUD DE PERMISO

Cordial saludo,

Las matemáticas son estigmatizadas como un área con alto grado de complejidad y en el caso de contenidos como **las fracciones**, se ha evidenciado que estudiantes de nivel universitario aún presentan dificultades para su comprensión.

Estudiantes de Maestría en Educación Matemática de la Universidad de Medellín\* estamos realizando una investigación en la que pretendemos verificar si los estudiantes de transición, primero y segundo están en capacidad de tener aproximaciones a la comprensión de las fracciones ya que su enseñanza en Colombia se da a partir del tercer grado de educación básica, desconociendo que el niño en su cotidianidad se enfrenta a situaciones en las que las cantidades no son enteras y requieren otro tipo de representación simbólica, lo que nos hace suponer que haciendo el reconocimiento de fracciones desde el inicio de la etapa escolar, sería menos agresiva la aprehensión del concepto y generaría menos obstáculos epistemológicos.

Para tal fin nos dirigimos a ustedes solicitando respetuosamente autorización para hacer registros fotográficos y de video de su acudido durante la aplicación de una entrevista que obedece al proyecto “aproximación a la comprensión de la fracción en estudiantes de transición, primero y segundo”.

El material recolectado será de uso exclusivo para la investigación.

De antemano agradecemos su colaboración.

\_\_\_\_\_  
\*Gladys Cecilia Ocampo Osorio, Bibiana Andrea Arroyave Marín, y Yeison Andrés Ciro Gallego

Yo, \_\_\_\_\_ identificado con cédula de ciudadanía  
\_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ autorizo la toma de registros  
fotográficos y de video de mi acudido \_\_\_\_\_  
quien cursa el grado \_\_\_\_\_ en la Institución Educativa  
\_\_\_\_\_ del municipio de \_\_\_\_\_ Antioquia, que  
serán usados en el marco del trabajo de investigación “APROXIMACIÓN PARA LA ENSEÑANZA  
DE FRACCIONES EN LOS GRADOS TRANSICIÓN, PRIMERO Y SEGUNDO” de la Maestría en  
Educación Matemática de la Universidad de Medellín.

Firma acudiente

## ***Anexo 7: Propuesta de intervención en el aula***

### **OBJETIVO:**

Proponer actividades matemáticas desde lo vivencial para la aproximación a la noción de fracción en los estudiantes de los grados transición, primero y segundo.

### **Pensamiento numérico**

#### **Estándar Básico de Competencia:**

- Describo, comparo y cuantifico situaciones con números en diferentes contextos y con diversas representaciones.
- Describo situaciones de medición utilizando fracciones comunes.

### **INDICADORES DE LOGRO:**

- Identifico fracciones cotidianas.
- Reconozco el lenguaje de las fracciones en situaciones de la vida real.
- Reconoce la fracción como algo que se obtiene fraccionando.

**Grados:** Transición, Primero y Segundo.

### **DESCRIPCIÓN GENERAL**

Las matemáticas han sido estigmatizadas por muchas personas de diferentes edades como un área con un alto grado de complejidad. Por unos contenidos se siente más apatía que por otros. El caso concreto de las fracciones, es un contenido en el que se aplican erróneamente propiedades de números enteros y en el peor de los casos hay docentes que evitan su enseñanza debido a los obstáculos epistemológicos que tienen respecto al contenido. Hasta llegar a grado tercero de educación básica primaria, los estudiantes conocen un sistema numérico con unidades enteras y al aparecer, los números fraccionarios presentan confusiones respecto a su representación y significados. .

La preocupación frente a esta situación es que si en el contexto de los niños no todas las cantidades son enteras, por qué nos empeñamos en enseñarles únicamente cantidades enteras, desconociendo otro tipo de representaciones con los que estos se enfrentan constantemente y que solo hasta grado tercero los conocen.

Por lo anterior, se presenta una propuesta de intervención que surgió a partir de la investigación “Aproximación para la comprensión de las fracciones en estudiantes de transición, primero y segundo” dirigida a docentes que sirven a estos grados, donde a partir de ejercicios vivenciales, los niños podrán modelar la aproximación al concepto de fracción.

Las actividades están diseñadas para que se utilicen tanto en contextos urbanos como rurales, teniendo en cuenta que el manejo de material concreto aplica para niños de hasta más de 8 años de edad, lo que nos permitiría trabajarlo en aulas con metodología de escuela graduada y de escuela nueva; lo único que varía, son los anexos que van acordes al grado de escolaridad de los estudiantes.

Para el desarrollo de esta propuesta se presentan actividades en las que algunas de ellas estarán enmarcadas con la estrategia de trabajo cooperativo, con el fin de permitir en los estudiantes el desarrollo de habilidades de pensamiento y habilidades sociales.

Para finalizar, se hace necesario aclarar que el reconocimiento de fracciones para dar solución a situaciones de la vida cotidiana, a través del uso de material concreto, le posibilitará al estudiante acercarse más a la noción de fracción y además tendrá la oportunidad de experimentar, reconociendo algunas maneras de representarlas.

## **PARA TENER EN CUENTA, ACERCA DEL APRENDIZAJE COOPERATIVO**

(Tomado de protocolo PR\_PREA\_A\_4\_PTA\_PIONEROS\_APZ COOP II\_31052016, Ministerio de Educación Nacional)

El aprendizaje cooperativo es una estrategia donde a partir del trabajo en grupo los miembros se apoyan unos a otros con el fin de alcanzar un propósito.

Para que se pueda dar el desarrollo efectivo de esta estrategia se deben dar los siguientes elementos dentro del equipo:

- **Interdependencia Positiva**  
Si una sola pieza de este motor falla, el objetivo no se puede conseguir, por lo que sin esta interdependencia no hay verdadero compromiso por aprender.
- **Responsabilidad Individual**  
Cada estudiante es responsable, por su participación activa, del resultado final.
- **Interacción promotora cara a cara**

Favorece la relación con los demás, cooperando por conseguir el objetivo establecido.

- **Despliegue de habilidades sociales**

Las *habilidades sociales* se ponen en práctica con el fin de asumir valores necesarios en su vida futura.

**El Aprendizaje Cooperativo favorece el logro de objetivos académicos porque**

- ✓ Todos trabajan unidos para lograr un producto.
- ✓ Reconoce y fortalece las capacidades de cada uno de los miembros del grupo.
- ✓ Todos aportan.
- ✓ Si yo enseño a otros aprendo más.
- ✓ Cuando una persona logre el objetivo, todos pueden llegar al mismo objetivo.
- ✓ Si se desarrolla bien una actividad cooperativa o en grupo, la evaluación individual es exitosa.
- ✓ Se genera conflicto académico.

**El Aprendizaje Cooperativo favorece el desarrollo de habilidades sociales porque:**

- ✓ El aprendizaje exige que los estudiantes desarrollen habilidades sociales.
- ✓ En cuanto mayor sean las habilidades para el trabajo en equipo, superior será la calidad y cantidad de su aprendizaje.
- ✓ Cuando trabajamos en grupo:
  - Nos apoyamos
  - Nos respetamos
  - Nos mantenemos trabajando
  - Hablamos en voz baja

Nota: Durante el desarrollo de la unidad el docente formará grupos de 4 integrantes, los cuales trabajarán siempre juntos y cada uno de ellos se le asignará un rol:

- Vocero: Está pendiente de lo que hace el grupo para comprender el problema
- Relojero: Controla el tiempo
- Dinamizador: Se encarga de que todos participen
- Secretario: Recoge los materiales

Así mismo entre los integrantes del grupo deben seleccionar un nombre y dibujar un logo que los represente. Los roles dentro del grupo podrían variar en cada sesión.

## INTRUDUCCIÓN A LAS FRACCIONES

**Duración:** 120 minutos

**Grados:** Transición, primero y segundo

### **Materiales:**

- Materiales que se puedan dividir fácilmente en dos (pan, frutas, galletas, chokolatina, etc.)
- Barras de dulce blando por equipo (una por equipo)
- Dulces pequeños blandos (6 por equipo)
- Tijeras punta roma (una por equipo)
- Marcadores (uno por equipo)
- Hojas de block (dos por equipo)
- Cinta de enmascarar

<b>Desarrollo de actividad:</b>	<b>Duración</b>
<p>El docente selecciona un objeto, por ejemplo una galleta, y pregunta a los niños qué podrían hacer si quisieran repartirla entre dos de ellos.</p> <p>El docente escucha las propuestas de los estudiantes, dentro de las que muy posiblemente saldrá “partirla en dos”.</p> <p>Se elige a dos estudiantes y se le dice a uno de ellos: “Vas a partir la galleta en dos partes y tu compañero va a escoger con qué parte se queda. ¿Cómo vas a partirlo?” Utilizando su respuesta como punto de partida, el docente debe generar una discusión en grupo sobre cómo hacer para que las dos partes queden del mismo tamaño. Una vez los niños estén conformes con la estrategia, se permite al niño partir el objeto en dos mitades.</p>	<p>25 minutos</p>

<p>Durante el desarrollo de la actividad el docente debe asegurarse de enfatizar los siguientes tres conceptos fundamentales, que se pretenden transmitir y reforzar con las actividades y son necesarios para preparar adecuadamente el trabajo con fracciones en los grados transición, primero y segundo</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Las dos mitades juntas completan una unidad</li> <li>2. Las dos partes deben ser iguales</li> <li>3. Cada mitad es menos que la unidad completa</li> </ol>	
<p>El <b>secretario</b> de cada equipo recoge una barra de dulce blanda, dos hojas de block, tijeras y marcadores.</p> <p>Al tener el material, los estudiantes reciben la siguiente instrucción: “Cada equipo recibió una barra de dulce, la vamos a repartir de manera equitativa entre los integrantes del grupo”</p> <p>Los estudiantes deben discutir la situación y determinar cuál sería la mejor opción para hacer el reparto.</p> <p>En cada momento de la sesión, el docente debe informar el tiempo que toma cada actividad y el <b>relojero</b> será el encargado de estar pendiente de que las actividades se desarrollen en el tiempo establecido, para esto el docente debe estar preguntando cuánto tiempo queda.</p>	15 minutos
<p>En una hoja de block el <b>dinamizador</b> dibuja la manera como repartieron el dulce y la cantidad que le correspondió a cada integrante. El <b>secretario</b> reclama un pedazo de cinta y pegan la hoja en la pared.</p>	10 minutos
<p><b>Marcha silenciosa:</b> cada grupo, en silencio, observa los trabajos de sus compañeros, que están pegados en la pared.</p>	10 minutos
<p>Los <b>voceros</b> serán los encargados de contar en este espacio cuál fue el procedimiento para hallar la solución. (4 intervenciones)</p>	10 minutos
<p>Los estudiantes vuelven a sus lugares. El <b>secretario</b> de cada equipo recoge 6 dulces y reciben la siguiente instrucción: “cada equipo recibió 6 dulces, ahora los van a repartir de manera que cada integrante quede con la misma cantidad.</p>	10 minutos
<p>En una hoja de block el <b>dinamizador</b> dibuja la manera como repartieron los dulces y la cantidad que le correspondió a cada integrante. El <b>secretario</b> reclama un pedazo de cinta y pegan la hoja en la pared.</p>	5 minutos
<p><b>Marcha silenciosa:</b> cada grupo, en silencio, observa los trabajos de sus compañeros, que están pegados en la pared.</p>	10 minutos
<p>Los <b>voceros</b> de cada equipo cuentan cómo fue la experiencia para repartir los dulces, si tuvieron alguna dificultad y cómo la resolvieron. También se da la opción de que los estudiantes participen dando la apreciación de los observado en los trabajos de sus compañeros y si están en acuerdo o en desacuerdo con la respuesta, y la razón de dicha apreciación.</p>	15 minutos
<p>Para cerrar la sesión, se hace una lluvia de ideas contando ¿qué</p>	

aprendí en la clase de hoy? Y ¿en qué momentos de mi vida he utilizado expresiones fraccionarias? Se agradece a los integrantes del equipo por la colaboración.	10 minutos
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------

## HAGAMOS MAZAPANES

**Duración:** 60 minutos

**Grados:** Transición, Primero y Segundo

### **Materiales:**

- Azúcar pulverizada (1 taza por cada dos equipos)
- Leche condensada de 395 gr (1 por cada 4 equipos)
- Leche en polvo (1 taza por cada 2 equipos)
- Esencia de almendras (1 cucharada por cada 2 equipos)
- Colorantes vegetales
- Tablas para amasar por grupo
- Recipiente hondo por grupo
- Anexo GD 1 por grupo
- Vasos desechables

Se propone elaborar mazapanes con el fin de familiarizar a los estudiantes con el lenguaje fraccionario; la receta se le distribuirá impresa a cada estudiante y las cantidades de los ingredientes estarán expresadas en términos de fracciones.

Para esta sesión se hará aproximaciones a la fracción con cantidades continuas

<b>Desarrollo de actividad:</b>	<b>Duración</b>
El docente lleva los ingredientes acorde al número de grupos que va a conformar. Pide a los secretarios que entreguen la receta a los compañeros del equipo, se realiza un conversatorio donde se pregunta a los estudiantes cómo creen que se leen las expresiones dadas en la receta, como se podría medir, si alguna vez habían visto esas expresiones numéricas, donde las han visto, para qué las podemos emplear	15 minutos
Entre todos verifican que se entreguen las cantidades correspondientes, las cuales serán depositadas en vasos desechables. El docente debe ir representando las cantidades en el tablero a medida que las va depositando en los recipientes.	15 minutos
Ya con los ingredientes listos, los estudiantes los mezclan siguiendo las instrucciones de la receta. (teniendo en cuenta que la mayoría de los estudiantes aún no manejan el código escrito convencional, la docente hace una lectura guiada) y finalmente arman los mazapanes	10 minutos

<p>En los grupos de trabajo, los estudiantes van a partir los mazapanes siguiendo la instrucción del docente así:  Grado transición: partir los mazapanes en mitades  Grado primero: partir los mazapanes en mitades y en cuartos.  Grado segundo: partir los mazapanes en mitades, cuartos y tercios.</p>	<p>10 minutos</p>
<p>En los cuadernos los estudiantes consignan las representaciones, acorde a lo trabajado en clase:  Transición: mazapán en mitades  Primero: mazapán en mitades y cuartos  Segundo: mazapán en mitades, cuartos y tercios</p>	<p>10 minutos</p>

## ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE

Materiales:

- Plastilina
- Juego de 10 rectángulos en cartulina por equipo
- Tijeras
- Bases de torta en icopor
- Anexo GD 2
- Anexo GD 3

Duración: 60 minutos

<b>Desarrollo de actividad:</b>	<b>Duración</b>
Para iniciar esta sesión se propone un conversatorio donde el docente pida a los estudiantes que recuerden lo trabajado en la sesión anterior	10 minutos
Teniendo en cuenta las respuestas de los estudiantes, el docente explica la noción de fracción (apoyarse en anexo GD 2, puede ser el de este documento a modo de cartel o en diapositivas) Utilizando figuras geométricas como como enteros, el docente divide las figuras en partes iguales y escribe la fracción que representa. Para esto se utiliza las bases para tortas en icopor. Se sugiere hacer comparaciones entre las fracciones	15 minutos
Por equipos, se entrega a los estudiantes un juego de rectángulos y tijeras, los cuales deben partir en partes aproximadamente iguales acorde a la instrucción del docente: Transición: Mitades Primero: Mitades y cuartos Segundo: Mitades, cuartos y tercios	10 minutos
El docente entrega la plastilina a los niños para que formen bolitas, rollos, y otras formas. También, para que la aplanen y corten círculos con un vaso. Luego se les pide que partan sus objetos por la mitad. Recomendación: al igual que en la actividad anterior, no se espera que las mitades les queden exactamente iguales. Se pretende que intenten aproximarse lo mejor posible a dividir por la mitad. Transición: Mitades Primero: Mitades y cuartos Segundo: Mitades, cuartos y tercios	10 minutos
Para finalizar las sesiones se entrega a cada estudiante el Anexo GD 3 acorde a su grado de escolaridad, para que lo resuelva de manera individual	15

## ACTIVIDADES DE PROFUNDIZACIÓN (trabajo individual)

### **Identificar partes iguales**

**Grado:** Transición, primero y segundo

**Materiales:**

- Figuras en papel

El docente presenta a los niños figuras divididas en dos partes, algunas en partes iguales y otras divididas en dos partes, pero no iguales, con el fin de que ellos determinen si las dos partes son iguales o no.

### **Colorear la mitad y recortar**

**Grado:** Transición, primero y segundo

**Materiales:**

- Figuras divididas a la mitad
- Tijeras
- Lápices de colores

El docente presenta a los niños figuras divididas en partes iguales para que ellos colorean la mitad.

Luego se entrega tijeras a cada estudiante para que recorten las figuras y comprueben que son congruentes.

Es importante mostrarles a los niños que, una vez recortadas las mitades, se puede poner una mitad sobre la otra de forma que la cubra e invitarlos a hacerlo. También, que se puede volver a armar la figura juntando las dos mitades. Esto refuerza los tres conceptos fundamentales mencionados arriba. (Las dos mitades juntas completan una unidad, las dos partes deben ser iguales y cada mitad es menos que la unidad completa).

Una vez terminada la actividad, se elabora un afiche para decorar el salón, pegando las mitades. Este debe incluir la palabra mitades.

### **Dividir en mitades doblando**

**Grado:** Transición, primero, segundo

**Materiales:**

- Fichas con figuras
- Tijeras

El docente presenta a los niños figuras que no están divididas, entrega las tijeras y les pide que las recorten por el borde y luego que las doblen por la mitad.

Con esta actividad mostramos a los niños que doblar es una forma de dividir en partes iguales y que sobreponer las partes nos ayuda a determinar si son iguales.

**Dividir trazando una línea por la mitad**

**Grado:** Primero

**Materiales:**

- Figuras de papel

El docente presenta a los niños figuras que no están divididas y les pide que las dividan en mitades trazando una línea.

Esta actividad tiene un alto grado de dificultad para los niños y no se espera que las mitades les queden exactamente iguales. Se pretende que estos intenten aproximarse lo mejor posible a dividir las figuras en mitades.

**Identificación de mitades**

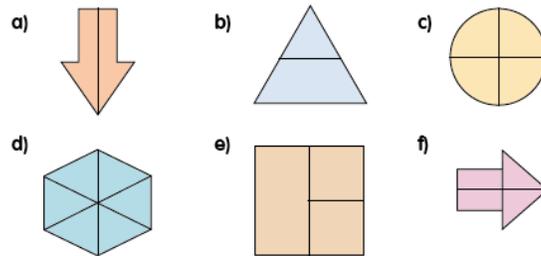
**Grado:** Primero y Segundo

**Materiales:**

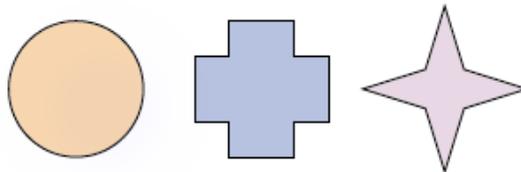
- Cuadrado de papel.
- Representaciones pictóricas, algunas divididas en partes iguales y otras no.
- Representaciones pictóricas que se puedan dividir en partes iguales.

Para este momento se propone al maestro desarrollar tres actividades:

1. El docente debe entregar a los niños un cuadrado de papel; luego pedirles que lo doblen por la mitad y preguntarles qué observan al desdoblarlo. Pídales que hagan un segundo dobléz y que describan sus observaciones al desdoblar la hoja.
2. El docente debe presentar a los estudiantes representaciones pictóricas con el fin de que los niños indiquen cuáles figuras están divididas en partes iguales, se sugieren representaciones como las siguientes.



3. El docente pide a los estudiantes que dividan figuras concretas o representaciones pictóricas en dos partes iguales, tres partes iguales, cuatro partes iguales. Finalmente, se invita a los niños a que realicen el ejercicio de formas diferentes con figuras como las siguientes:

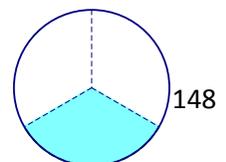


### Discos fraccionarios

**Grado:** Segundo

**Materiales:**

- Discos de papel (Anexo GD 4)



El docente presenta a los niños un disco de papel como el del dibujo, dividido en tres partes iguales, con una de ellas coloreada.

Acto seguido se sugiere que el docente exprese la siguiente afirmación:

“Una de tres partes o un tercio del círculo está coloreado”.

Así mismo, se debe introducir el símbolo  $\frac{1}{3}$ .

Debe explicar que el número 3 en la parte inferior (el denominador) indica la cantidad de partes iguales en las que se divide la unidad y el número 1 en la parte superior (el numerador) indica la cantidad de partes iguales coloreadas.

El docente debe repetir la actividad con otras fracciones unitarias.

### **Representación pictórica**

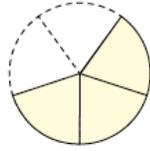
El docente entrega a los niños representaciones pictóricas y les pide que señalen una fracción determinada.

Es importante tener en cuenta que en estas primeras actividades, las representaciones dadas deben estar divididas en partes iguales, ya que en esta etapa es probable que el niño no tenga la habilidad para hacerlo.



El docente le debe mostrar varias representaciones de fracciones y pedirles que describan la región coloreada. También se deben guiar de modo que respondan usando el vocabulario apropiado.

Para finalizar se sugiere usar las tarjetas de fracciones (anexo GD 4) y pedirle a los niños que formen grupos de tarjetas que representen la misma fracción. Estas tarjetas incluyen representaciones verbales y pictóricas. Los niños deben procurar nombrar las fracciones en voz alta.

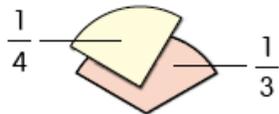


## Comparar y ordenar fracciones

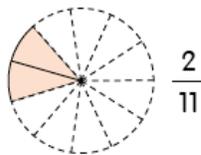
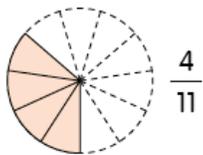
Para determinar cuándo una fracción es mayor que otra requiere atender tanto a los valores en el numerador como en el denominador de las fracciones.

A continuación se presentan unas actividades que sirven como ejemplos de la manera como se puede facilitar el proceso utilizando material concreto o pictórico antes de abordar el reto simbólico.

1. Se pide a los niños que tomen la fracción de disco que representa  $\frac{1}{4}$  y que la pongan sobre la fracción que representa  $\frac{1}{3}$  para comparar los tamaños. Luego el docente pregunta: ¿Qué fracción es mayor?, ¿Qué fracción es menor? ¿Cómo lo sabes?



2. El docente muestra a los niños dos discos (Anexo GD 4) que representan fracciones como las siguientes y pregúnteles: ¿cuál es mayor o menor?



3. Se entrega a los niños representaciones pictóricas de fracciones homogéneas (que tienen el mismo denominador) y se les pide que las organicen de menor a mayor o de mayor a menor.

4. Se escribe en el tablero fracciones homogéneas como:  $\frac{5}{10}, \frac{3}{10}, \frac{7}{10}$  y se le pide a los niños que las organicen de menor a mayor o de mayor a menor sin utilizar los discos de fracciones. Finalmente se animan a que expliquen sus estrategias.

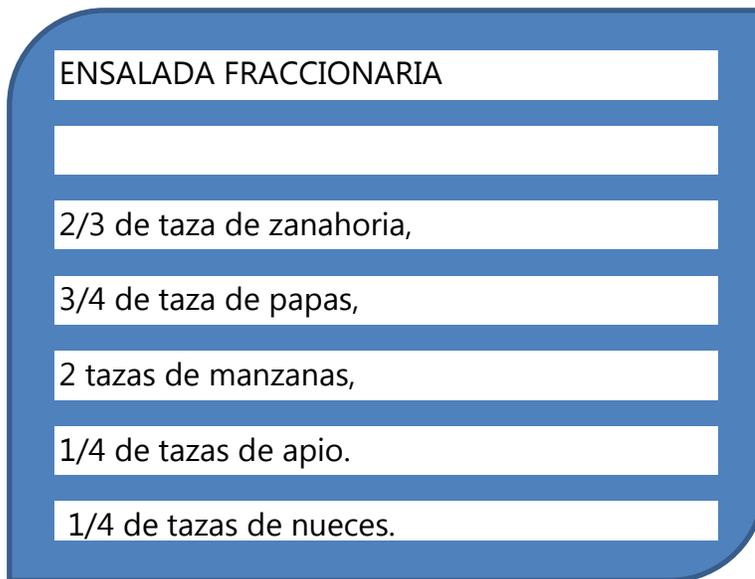
## ENSALADA FRACCIONARIA

**Grado:** Segundo

### **Materiales:**

- Zanahorias
- Papas
- Manzanas
- Apio
- Nueces
- Cartel con receta
- Recipientes plásticos transparentes
- Pinzas para ensalada
- Cartel con interrogantes

Se fijara en el tablero un cartel con la siguiente receta de ensalada.



ENSALADA FRACCIONARIA

2/3 de taza de zanahoria,

3/4 de taza de papas,

2 tazas de manzanas,

1/4 de tazas de apio.

1/4 de tazas de nueces.

En un escritorio se dispondrán recipientes plásticos transparentes equivalentes a la taza y se orientara a algunos alumnos para que hagan las mediciones, para esto saldrán al frente, leerán la fracción del ingrediente y la medirán, con la supervisión del docente y la aprobación de sus compañeros.

Posteriormente el docente realiza preguntas como:

-¿Qué ingredientes se depositaron en la misma cantidad?

-¿Que ingrediente hay en mayor y menor cantidad?

Luego, en los equipos en los que se ha venido trabajando, se solicita a los estudiantes analicen y respondan los siguientes interrogantes (presentar un cartel):

-¿Qué parte menos de nueces que de pasas se necesitan para la receta?

-¿Qué parte más de manzana que de pasas se requiere?

-¿Cuánto más aderezo que apio se requiere?

-¿Cuántas tazas de ingredientes se usan en total?

-¿si se requiere preparar dos ensaladas ¿cuántas tazas menos de pasas que de manzanas se usarán?

-Realiza una ilustración representando todos los ingredientes en cada caso

## ANEXOS

### ANEXO 5.1

<p><b>RECETA MAZAPANES</b></p> <p><b>Ingredientes</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• <math>\frac{1}{2}</math> Taza de azúcar pulverizada</li><li>• <math>\frac{1}{4}</math> lata de leche condensada</li><li>• <math>\frac{1}{2}</math> Taza de leche en polvo</li><li>• <math>\frac{1}{2}</math> cucharada de esencia de almendras</li><li>• Colorantes vegetales</li></ul> <p><b>Preparación</b></p> <p>En un tazón mezcla la leche en polvo con el azúcar pulverizada. Verter la leche condensada y la esencia de almendras revolviendo hasta obtener una masa consistente y gruesa. Para terminar agregar el colorante que se desee.</p> <p>Y ahora puedes armar tus mazapanes.</p>	<p><b>RECETA MAZAPANES</b></p> <p><b>Ingredientes</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• <math>\frac{1}{2}</math> Taza de azúcar pulverizada</li><li>• <math>\frac{1}{4}</math> lata de leche condensada</li><li>• <math>\frac{1}{2}</math> Taza de leche en polvo</li><li>• <math>\frac{1}{2}</math> cucharada de esencia de almendras</li><li>• Colorantes vegetales</li></ul> <p><b>Preparación</b></p> <p>En un tazón mezcla la leche en polvo con el azúcar pulverizada. Verter la leche condensada y la esencia de almendras revolviendo hasta obtener una masa consistente y gruesa. Para terminar agregar el colorante que se desee.</p> <p>Y ahora puedes armar tus mazapanes.</p>
<p><b>RECETA MAZAPANES</b></p> <p><b>Ingredientes</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• <math>\frac{1}{2}</math> Taza de azúcar pulverizada</li><li>• <math>\frac{1}{4}</math> lata de leche condensada</li><li>• <math>\frac{1}{2}</math> Taza de leche en polvo</li><li>• <math>\frac{1}{2}</math> cucharada de esencia de almendras</li><li>• Colorantes vegetales</li></ul> <p><b>Preparación</b></p> <p>En un tazón mezcla la leche en polvo con el azúcar pulverizada. Verter la leche condensada y la esencia de almendras revolviendo hasta obtener una masa consistente y gruesa. Para terminar agregar el colorante que se desee.</p> <p>Y ahora puedes armar tus mazapanes.</p>	<p><b>RECETA MAZAPANES</b></p> <p><b>Ingredientes</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• <math>\frac{1}{2}</math> Taza de azúcar pulverizada</li><li>• <math>\frac{1}{4}</math> lata de leche condensada</li><li>• <math>\frac{1}{2}</math> Taza de leche en polvo</li><li>• <math>\frac{1}{2}</math> cucharada de esencia de almendras</li><li>• Colorantes vegetales</li></ul> <p><b>Preparación</b></p> <p>En un tazón mezcla la leche en polvo con el azúcar pulverizada. Verter la leche condensada y la esencia de almendras revolviendo hasta obtener una masa consistente y gruesa. Para terminar agregar el colorante que se desee.</p> <p>Y ahora puedes armar tus mazapanes.</p>

## ANEXO 5.2

Para transición

**Una fracción es un número que representa cantidades que dividimos en partes iguales**



1



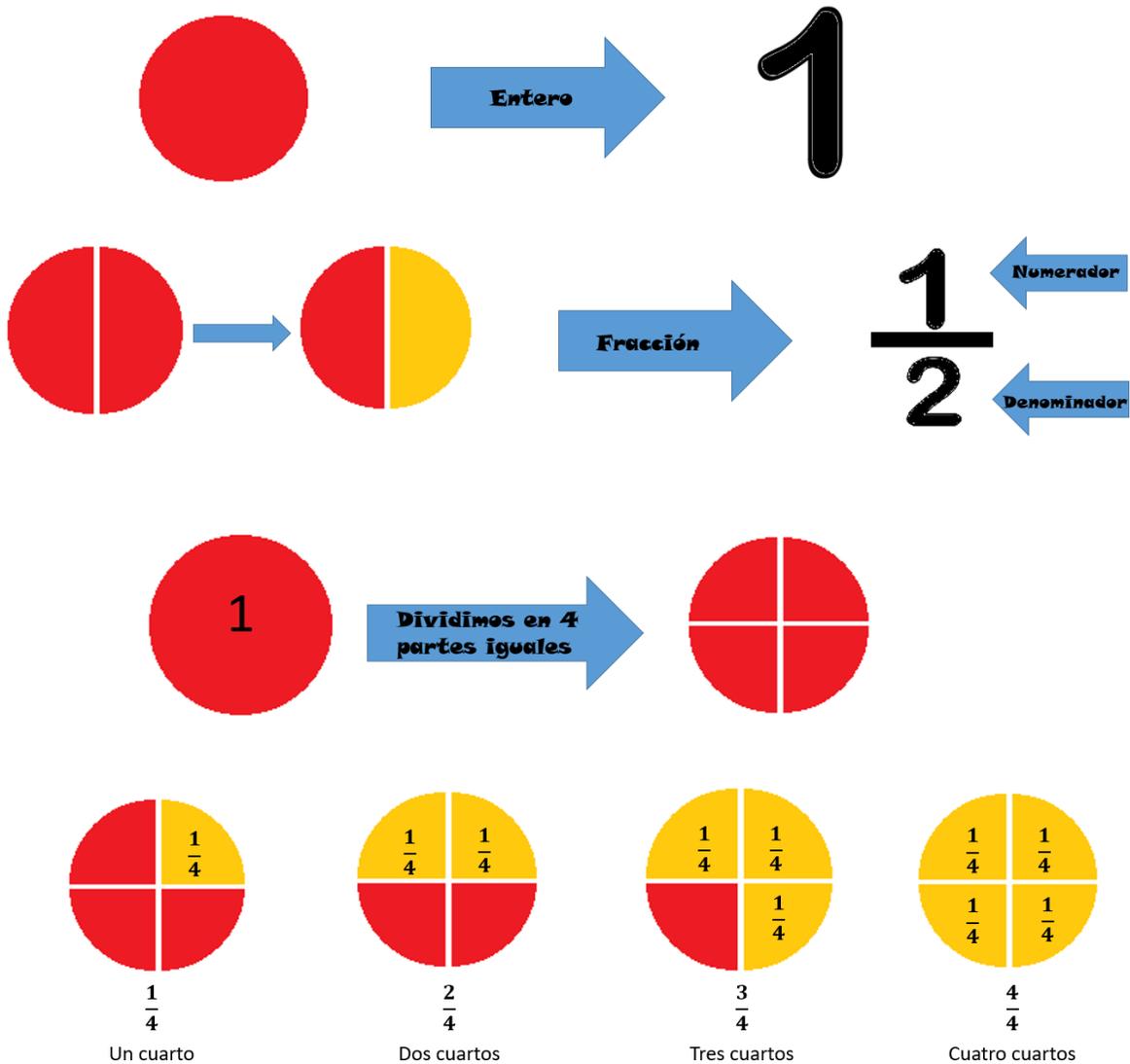
$\frac{1}{2}$

Numerador

Denominador

Para primero y segundo

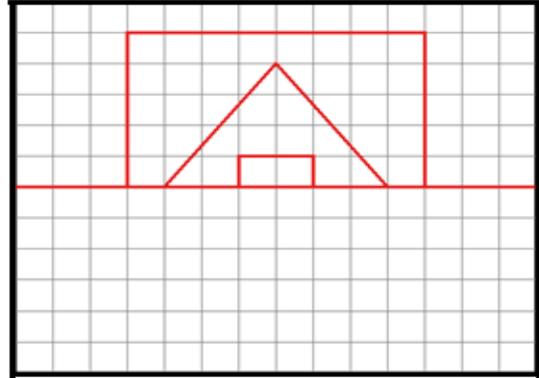
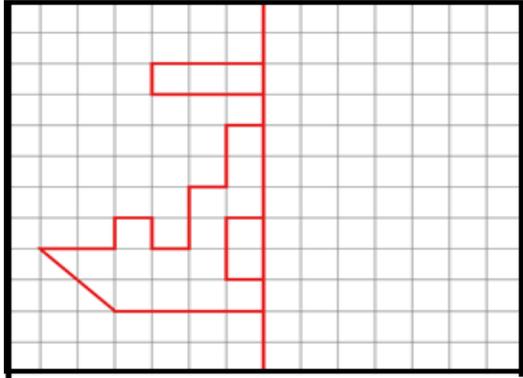
**Una fracción es un número que expresa una o mas partes iguales de una unidad.**



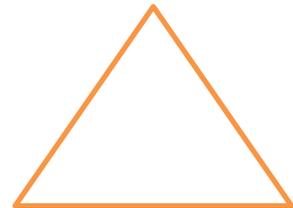
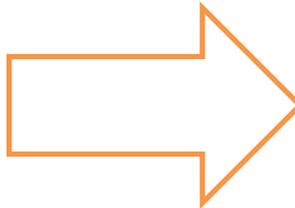
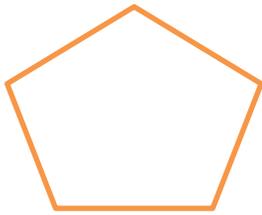


**Anexo 5.3 para primero**

Dibuja la mitad faltante en las figuras



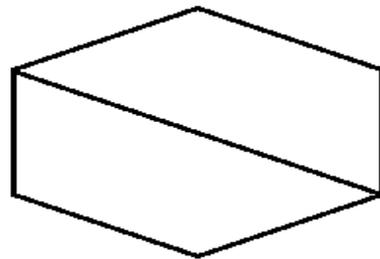
Colorea un medio de los siguientes elementos



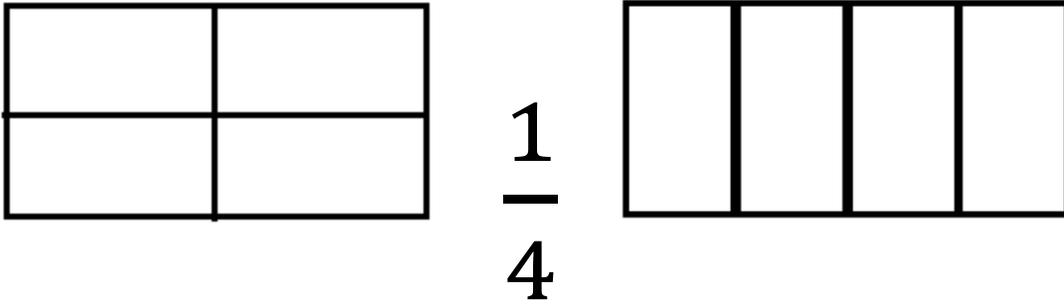
Colorea un medio de cada figura



$\frac{1}{2}$

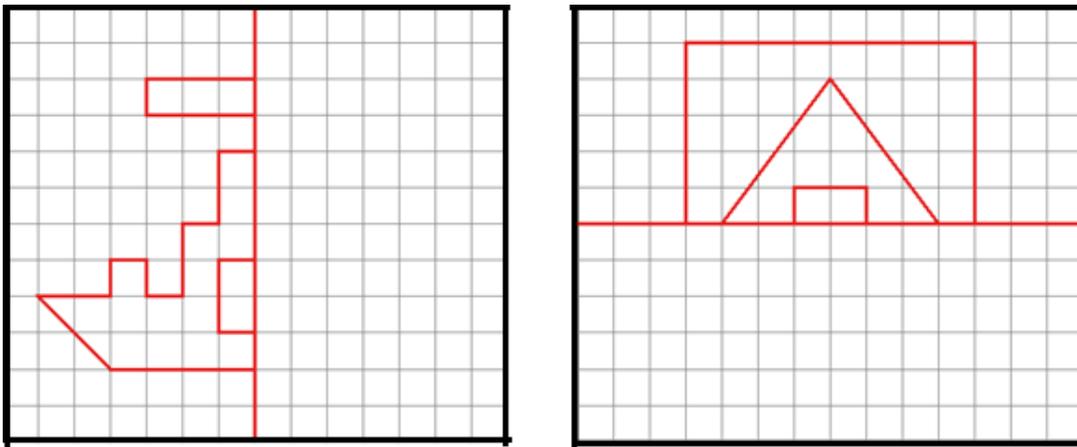


Colorea un cuarto de cada figura

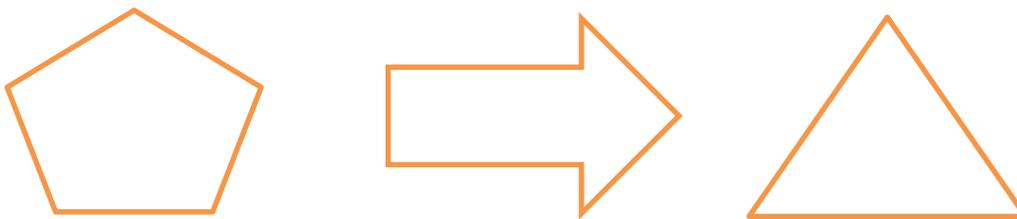


**Anexo GD 3 para segundo**

Dibuja la mitad faltante en las figuras



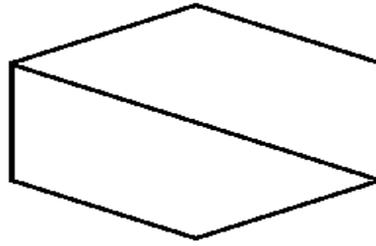
Colorea un medio de los siguientes elementos



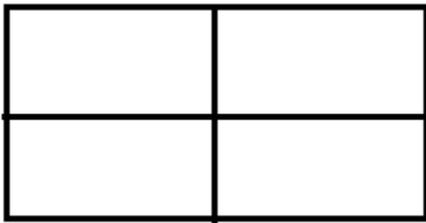
Colorea un medio de cada figura



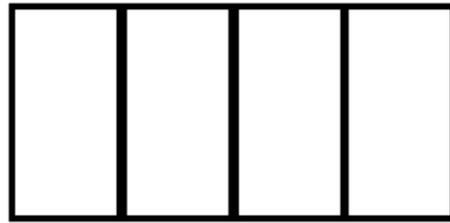
$$\frac{1}{2}$$



Colorea un cuarto de cada figura



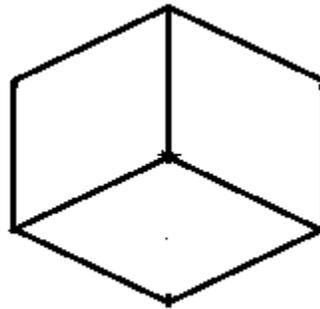
$$\frac{1}{4}$$



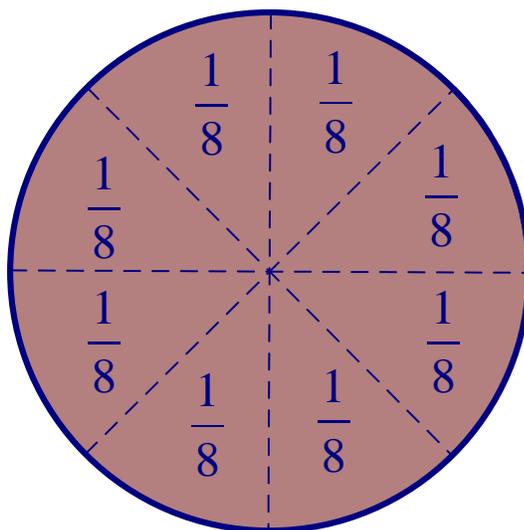
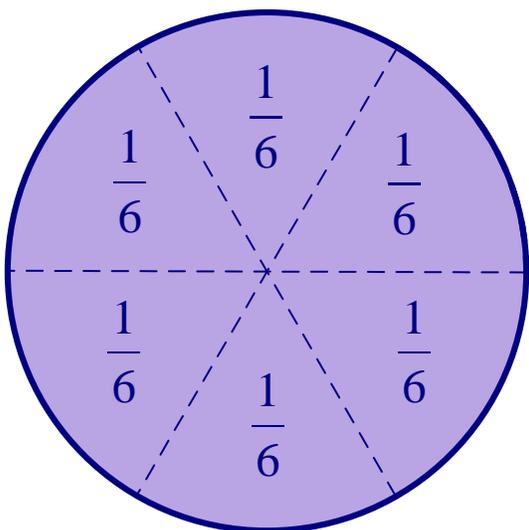
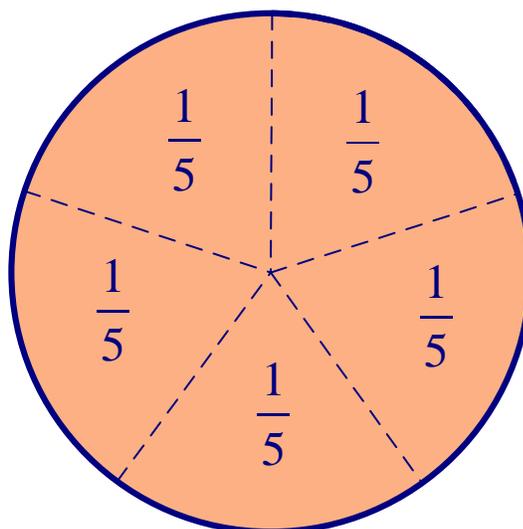
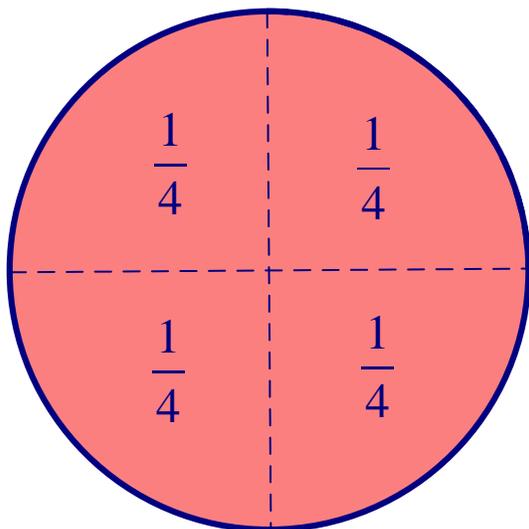
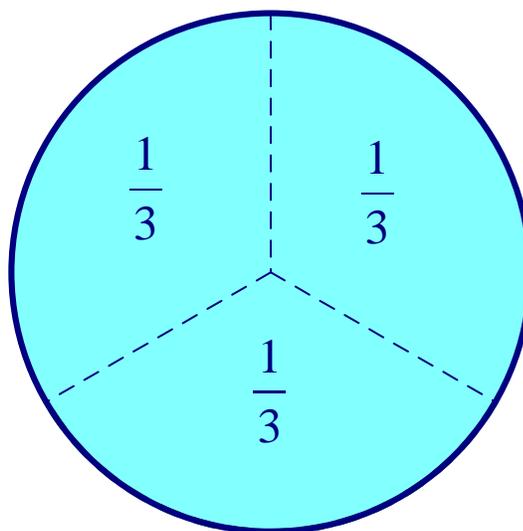
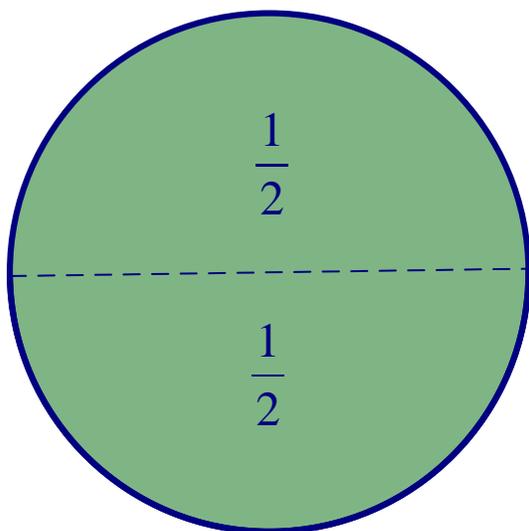
Colorea un tercio de cada figura

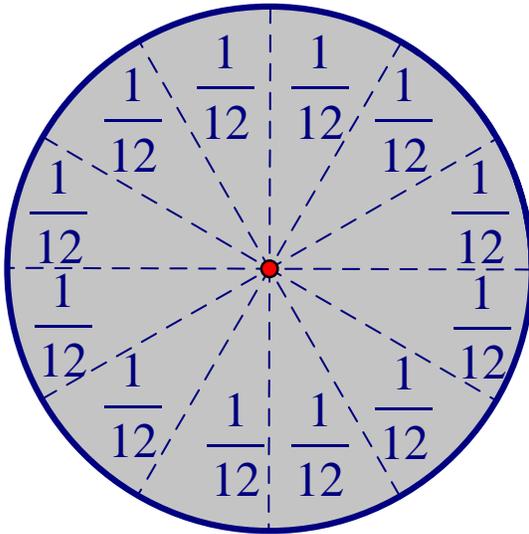
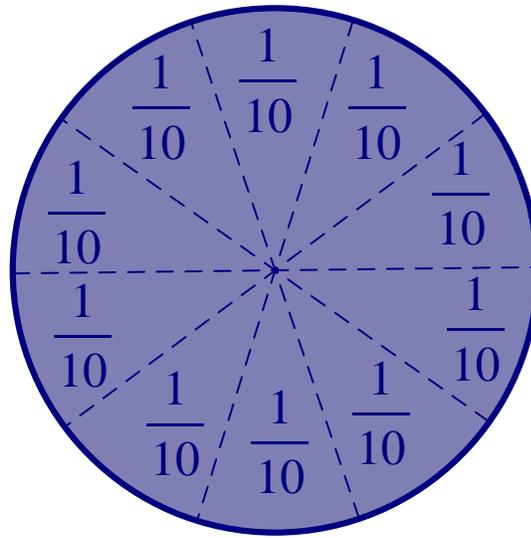
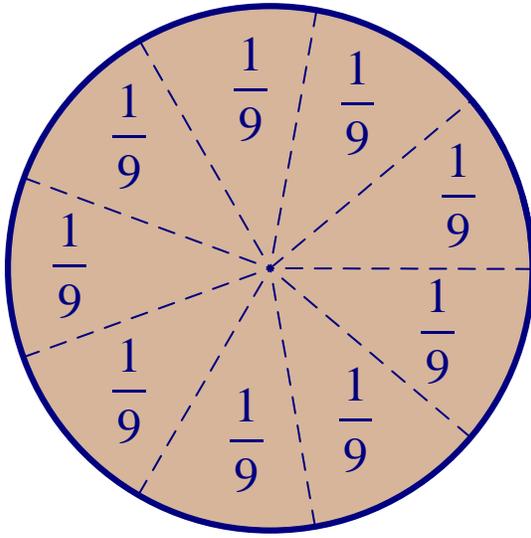


$$\frac{1}{3}$$

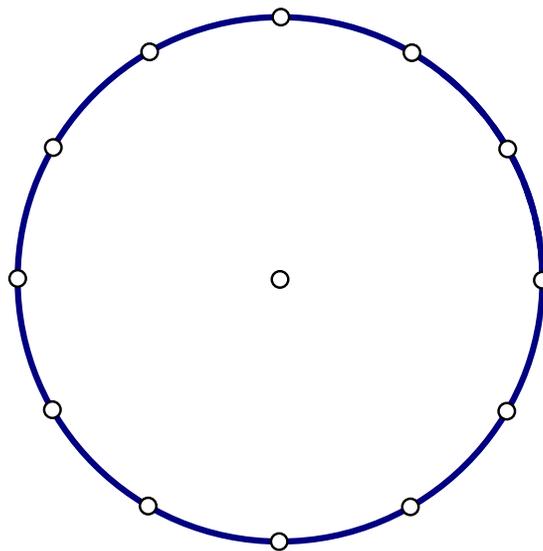


Anexo 5.4



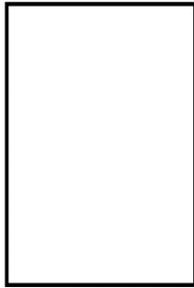


Una Unidad



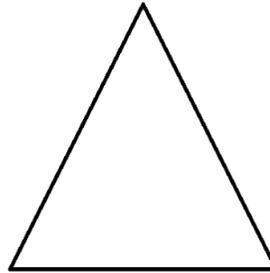
## ANEXO 5.5

Observa con atención las figuras geométricas. Divídelas según la instrucción del recuadro y ten en cuenta cómo llamaremos cada parte



3 partes iguales del  
rectángulo,

TERCIOS



2 partes iguales del  
triángulo,

MEDIOS



4 partes iguales  
del rectángulo,

CUARTOS

Colorea las partes que necesitas hasta que quede coloreada la parte entera



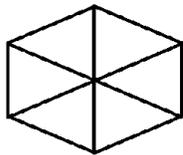
¿Cuántos **medios** forman la parte entera? \_\_\_\_ Medios



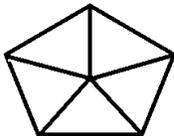
¿Cuántos **cuartos** forman la parte entera? \_\_\_\_ Cuartos



¿Cuántos **tercios** forman la parte entera? \_\_\_\_ Tercios



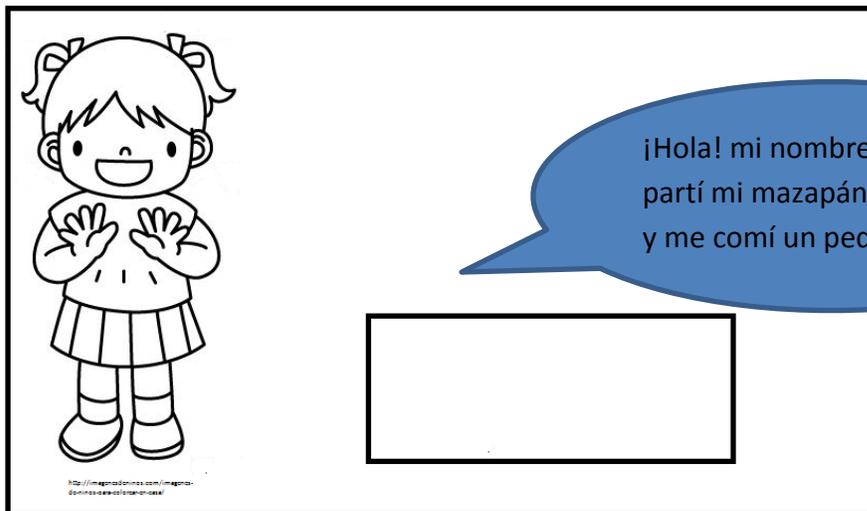
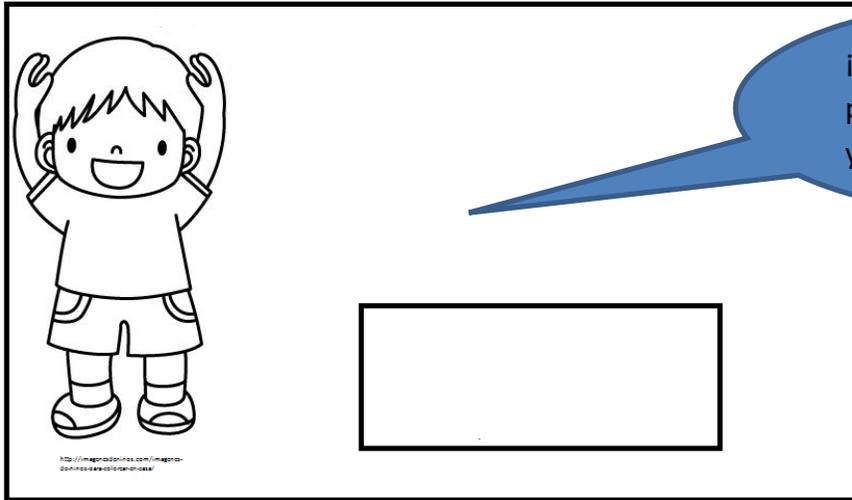
¿Cuántos **sextos** forman la parte entera? \_\_\_\_\_ Sextos



¿Cuántos **quintos** forman la parte entera? \_\_\_\_\_ Quintos

## ANEXO 5.6

Parte los mazapanes en el dibujo de acuerdo a lo que dicen Pedro y Laura y luego responde las preguntas.



¿Cuánto comió Laura? \_\_\_\_\_

¿Cuánto comió Pedro? \_\_\_\_\_

¿Quién Comió Más? \_\_\_\_\_ ¿Por qué? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

## Bibliografía

- Ministerio de Educación Nacional, PR\_PREA\_A\_4\_PTA\_PIONEROS\_APZ COOP II\_31052016
- Ministerio de Educación Nacional, STS PI II 3D-Protocolo taller Fracciones