

DISEÑO DE UN PORTAFOLIO DE INVERSIÓN DE RENTA VARIABLE CON  
INSTRUMENTOS FINANCIEROS COLOMBIANOS BAJO LA METODOLOGÍA DE  
CARTERA EFICIENTE DE HARRY MARKOWITZ

JORGE MARIO VALENCIA MONSALVE  
GUSTAVO ALEXANDER GALLEGO ALVAREZ

UNIVERSIDAD DE MEDELLÍN  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
ESPECIALIZACIÓN EN FINANZAS Y MERCADO DE CAPITALES  
COHORTE 25  
MEDELLÍN  
2014

DISEÑO DE UN PORTAFOLIO DE INVERSIÓN DE RENTA VARIABLE CON  
INSTRUMENTOS FINANCIEROS COLOMBIANOS BAJO LA METODOLOGÍA DE  
CARTERA EFICIENTE DE HARRY MARKOWITZ

JORGE MARIO VALENCIA MONSALVE  
GUSTAVO ALEXANDER GALLEGO ALVAREZ

Trabajo de grado para optar al título de Especialistas en Finanzas y Mercados de  
Capitales

Asesor Metodológico  
FELIPE ISAZA CUERVO Ph.D(c)

Asesor Temático  
ANDRES FELIPE MUÑOZ ARBELAEZ  
Especialista en Gestión Financiera Empresarial y Mercadeo Gerencial

UNIVERSIDAD DE MEDELLÍN  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
ESPECIALIZACIÓN EN FINANZAS Y MERCADO DE CAPITALS  
COHORTE 25  
MEDELLÍN  
2014

## Contenido

<b>1.</b>	<b>LISTA DE FIGURAS</b> .....	<b>4</b>
<b>2.</b>	<b>LISTA DE TABLAS</b> .....	<b>5</b>
<b>3.</b>	<b>RESUMEN</b> .....	<b>6</b>
<b>4.</b>	<b>ABSTRACT</b> .....	<b>7</b>
<b>5.</b>	<b>GLOSARIO</b> .....	<b>9</b>
<b>6.</b>	<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	<b>11</b>
<b>7.</b>	<b>ANTECEDENTES</b> .....	<b>12</b>
<b>8.</b>	<b>REFERENTE TEÓRICO</b> .....	<b>12</b>
<b>9.</b>	<b>OBJETIVOS</b> .....	<b>19</b>
9.1	OBJETIVO GENERAL .....	19
9.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	19
<b>10.</b>	<b>ALCANCE DEL PROYECTO</b> .....	<b>20</b>
<b>11.</b>	<b>CAPITULOS DEL TRABAJO</b> .....	<b>20</b>
11.1	DEFINICIÓN PERFIL DE RIESGO .....	20
11.2	MERCADO DE RENTA VARIABLE COLOMBIANO .....	21
11.3	SELECCIÓN, APLICACIÓN Y DISEÑO DEL PORTAFOLIO DE INVERSIÓN BAJO EL ENFOQUE DE HARRY MARKOWITZ.....	25
11.3.1	SELECCIÓN DE ACTIVOS FINANCIEROS .....	25
11.3.2	APLICACIÓN DEL MODELO TEORÍA DE MEDIA VARIANZA EN EL LARGO PLAZO .....	31
11.3.3	APLICACIÓN DEL MODELO TEORÍA DE MEDIA VARIANZA EN EL MEDIANO PLAZO.....	41
11.3.4	APLICACIÓN DEL MODELO TEORÍA DE MEDIA VARIANZA EN EL CORTO PLAZO.....	50
<b>12.</b>	<b>CONCLUSIONES</b> .....	<b>61</b>
<b>13.</b>	<b>BIBLIOGRAFIA</b> .....	<b>63</b>
<b>14.</b>	<b>CIBERGRAFIA</b> .....	<b>65</b>

## 1. LISTA DE FIGURAS

Ilustración 1, Gráfico frontera eficiente .....	18
Ilustración 2, descarga de serie histórica de datos.....	31
Ilustración 3, organización de serie de datos .....	32
Ilustración 4, Rentabilidad vs volatilidad últimos 5 años.....	33
Ilustración 5, cálculo de coeficiente de correlación .....	34
Ilustración 6, cálculo de varianza del portafolio.....	36
Ilustración 7, composición del portafolio óptimo con la varianza mínima global horizonte largo plazo.....	37
Ilustración 8, frontera eficiente información de 5 años.....	38
Ilustración 9, varianza mínima global del portafolio óptimo VS benchmark horizonte de largo plazo.....	39
Ilustración 10, ejemplo práctico horizonte largo plazo .....	40
Ilustración 11, descarga de serie histórica de datos .....	41
Ilustración 12, Organización de serie de datos .....	42
Ilustración 13, Rentabilidad vs volatilidad últimos 3 años.....	43
Ilustración 14, cálculo de coeficiente de correlación .....	44
Ilustración 15, cálculo de varianza del portafolio .....	46
Ilustración 16, composición del portafolio óptimo con la varianza mínima global horizonte mediano plazo.....	47
Ilustración 17, frontera eficiente información de 3 años .....	48
Ilustración 18, varianza mínima VS benchmark horizonte de mediano plazo.....	49
Ilustración 19, ejemplo práctico horizonte mediano plazo.....	50
Ilustración 20, descarga de serie histórica de datos .....	51
Ilustración 21, organización de serie de datos .....	52
Ilustración 22, rentabilidad vs volatilidad último año .....	53
Ilustración 23, cálculo de coeficiente de correlación .....	54
Ilustración 24, cálculo de varianza del portafolio .....	56
Ilustración 25, composición del portafolio óptimo con la varianza mínima global horizonte corto plazo.....	57
Ilustración 26, frontera eficiente información de 1 año .....	58
Ilustración 27, varianza mínima global del portafolio óptimo VS benchmark horizonte de corto plazo.....	59
Ilustración 28, ejemplo práctico horizonte corto plazo .....	60

## 2. LISTA DE TABLAS

Tabla 1, tipos de acciones .....	23
Tabla 2, acciones del mercado de renta variable colombiano .....	24
Tabla 3, Acciones del mercado de renta variable que harán parte del portafolio de inversión .....	26
Tabla 4, coeficientes de correlación de activos financieros vs benchmark en el largo plazo .....	27
Tabla 5, coeficientes de correlación de activos financieros vs benchmark en el mediano plazo .....	28
Tabla 6, coeficientes de correlación de activos financieros vs benchmark en el corto plazo .....	30
Tabla 7, rendimiento, volatilidad y varianza de los activos financieros en los últimos 5 años.....	32
Tabla 8, coeficiente de correlación de acciones información de 5 años .....	35
Tabla 9, frontera eficiente del portafolio información de 5 años .....	37
Tabla 10, Rendimiento, volatilidad y varianza de los activos financieros en los últimos 3 años.....	42
Tabla 11, coeficiente de correlación de acciones información de 3 años.....	45
Tabla 12, frontera eficiente del portafolio información de 3 años.....	47
Tabla 13, rendimiento, volatilidad y varianza de los activos financieros en el último año. 52	
Tabla 14, coeficiente de correlación de acciones información de 1 año.....	55
Tabla 15, frontera eficiente del portafolio información de 1 año.....	57

### 3. RESUMEN

Este trabajo tiene como objetivo diseñar un portafolio de inversión de renta variable con instrumentos financieros colombianos bajo la metodología de cartera eficiente de Harry Markowitz. Esta teoría es el primer acercamiento fundamentado en la matemática y la estadística a la administración eficiente de portafolios y su idea central es que a través de la diversificación el riesgo puede reducirse sin cambiar el rendimiento esperado; en otros términos se puede maximizar el rendimiento de las inversiones diversificando el riesgo de la forma más eficiente posible.

La metodología que se utilizará para el desarrollo de este trabajo es:

Como primera instancia se desarrollará el referente teórico del trabajo el cual contiene las fórmulas matemáticas que se requieren para aplicar la teoría de media varianza de Markowitz y poder con esta hallar la frontera eficiente del portafolio de inversión.

Como segundo paso se planteará el objetivo general y objetivos específicos del trabajo así como el alcance de los mismos.

Como tercer punto, se identificará los elementos básicos que debe tener una inversión, el perfil de riesgo y tipos de riesgos existentes en el mercado, se definirá de manera general ¿qué es el mercado de renta variable colombiano?, clase de instrumentos financieros que lo componen, nombre y nemotécnico de las acciones que se tranzan actualmente logrando obtener una identificación de los instrumentos que se tranzan en el mercado Colombiano. Posterior a esto se procederá a seleccionar (10) activos financieros de renta variable del mercado los cuales harán parte del portafolio de inversión.

Como cuarta medida se recolectará la información histórica de los últimos 5 años (del 31 de marzo de 2009 hasta el 28 de febrero del 2014) con el fin de hallar la rentabilidad promedio, volatilidad promedio, coeficiente de correlación y varianza de las acciones, obteniendo las variables necesarias para aplicar la metodología de media varianza descritas en el referente teórico en tres escenarios corto plazo (12 meses), mediano plazo (36 meses) y largo plazo (60 meses) obteniendo la frontera eficiente de estos.

Como quinto paso, se verificará que la frontera eficiente de los 3 escenarios cumplan con el objetivo que tiene todo gestor de portafolios que es superar el benchmark, en este caso el COLCAP; y por último se finalizará con tres conclusiones sobre los hallazgos de la aplicación de la metodología propuesta por Harry Markowitz.

### **Palabras claves**

Frontera eficiente, rendimiento, volatilidad, coeficiente de correlación, varianza.

### **4. ABSTRACT**

This work aims to design an equity investment portfolio with Colombian financial instruments under the methodology of efficient portfolio of Harry Markowitz. This theory is based on the first approach of mathematics and statistics to efficient portfolio management and its central idea is that by diversifying, the risk can be reduced without changing the expected yield; In other words you can maximize the yield on investment by diversifying the risk the most efficient way possible.

The methodology used for the development of this work is:

As a first instance, we will develop the theoretical work which contains mathematical formulas that are required to apply the theory of average variance of

Markowitz and be able with this to find efficient frontier of portfolio investment.

As a second step, expose the overall objective and specific objectives of the work as well as the scope of the same.

As a third point, identify the basic elements that an investment must have, profile risk and types of risks existing in the market, we will define on a general matter “what is Colombian equity market? Types of Financial instruments that compose it, name and mnemonic of the shares that are traded currently managing to obtain an identification of the instruments that are traded in the Colombian market. Following this we will proceed to select (10) financial equities of the market which will be part of the investment portfolio.

As a fourth measure, recollect the historical data of the last 5 years (from March 31, 2009 until February 28, 2014) in order to find the average yield, average volatility, correlation coefficient and variance actions, obtaining the necessary variables to implement average variance methodology described in the theory in three scenarios concerning short-term (12 months), medium term (36 months) and long term (60 months) obtaining the efficient front of these variables.

As a fifth step, verify that the efficient frontier of the 3 scenarios will meet the objective that has every portfolio manager that is to overcome the benchmark, in this case the COLCAP; and finally end with three conclusions about the findings of the application of the methodology proposed by Harry Markowitz.

### **Keys words**

Efficient frontier, yield, volatility, correlation coefficient, variance.

## 5. GLOSARIO

**Acciones:** Son instrumentos que representan parte de la propiedad del patrimonio de una compañía.

**Análisis cuantitativo:** Es la aplicación de modelos matemáticos y estadísticos a las finanzas buscando cuantificar todas las variantes relevantes al estudio en cuestión asignándoles valores numéricos y así intentar “modelar la realidad” utilizando esta información para obtener una ventaja en la operatoria.

**Análisis financiero:** Es un conjunto de principios técnicos y procedimientos que se utilizan para transformar la información reflejada en los estados financieros en información procesada utilizable para la toma de decisiones económicas, tales como análisis de ventas, resultados operacionales, resultados netos, EBITDA, márgenes, rentabilidad, endeudamiento, entre otros.

**Análisis fundamental:** Enfoque de análisis del mercado accionario, en el que se estudian todos los factores relevantes que pueden influir sobre el comportamiento futuro de las utilidades y dividendos de las empresas y, por tanto, del precio de sus acciones. Bajo esta teoría el factor determinante es el "valor de la empresa" y el precio de la acción siempre se ajustará a dicho valor.

**Análisis técnico:** Estudio e interpretación de precios, volúmenes de valores negociados, series históricas de datos y análisis gráficos, con el objetivo de evaluar tendencias para tomar decisiones de inversión o desinversión. El análisis técnico busca patrones e indicadores que determinen el valor futuro de los instrumentos financieros.

**Comisionista de bolsa:** Es la entidad legalmente autorizada por la Superintendencia Financiera de Colombia para realizar las transacciones de compra y venta de valores que se realizan en la rueda de la BBVA y debe estar inscrito en el Registro Nacional de Valores e Intermediarios.

**COLCAP:** Es un indicador de referencia que refleja las variaciones que se presentan diariamente en los precios de las 20 acciones que conforman la canasta de referencia la cual es ponderada por capitalización bursátil ajustada de cada compañía haciendo uso de una función de liquidez y cuyo rebalanceo es trimestral.

**Instrumento financiero:** Es un activo o producto financiero que representará la obligación de los emisores con los inversores medido en unidades monetarias, y que representa la obligación del emisor con un inversionista.

**Mercado de acciones:** Es el mercado público donde se negocian las acciones emitidas por las compañías debidamente inscritas y que son sujetos a negociación.

**Portafolio de inversión:** Esta conformado por un conjunto de instrumentos financieros que pueden ser, del mercado de renta fija, divisas, renta variable, derivados y otros, que buscan generar una rentabilidad futura bajo un nivel de riesgo determinado.

**Rentabilidad:** Es la ganancia, rendimiento, beneficio, retorno entre otros que genera una inversión en un período de tiempo determinado.

**Riesgo financiero:** Esta relacionado con la probabilidad que tiene un inversionista de perder dinero o de no obtener el rendimiento esperado como consecuencia de variaciones adversas en los riesgos de mercados, de crédito, operacionales entre otros en un período de tiempo.

## 6. INTRODUCCIÓN

Para gestionar portafolios de inversión existen diversos autores que proponen métodos, modelos, estrategias entre otros, las cuales son utilizadas como referencia por los inversionistas en la búsqueda de generar rendimiento con los recursos invertidos.

Dentro de las diferentes estrategias que utiliza los inversionistas se encuentra el modelo de gestión de cartera eficiente “teoría media varianza”, el cual sintetizo matemáticamente la mejor forma de optimizar un portafolio de inversión minimizando la varianza.

Esta teoría desarrollado por Harry M. Markowitz es un modelo matemático y estadístico que ha servido como base para que muchos inversionistas administrarán sus portafolio de forma eficiente; y a pesar de llevar más de 60 años de publicación sigue siendo utilizado por administradores de inversiones para la conformación de sus portafolios, es por esto que para el desarrollo de este trabajo seleccionaremos 10 activos financieros de renta variable local que conformaran un portafolio de inversión y bajo esta teoría buscaremos las mejores combinaciones posibles que permiten la menor varianza y la máxima rentabilidad, para posteriormente confrontar el modelo VS el benchmark y lograr demostrar que el modelo cumple con el objetivo de todo gestor de portafolio el cual es superar al mercado.

## **7. ANTECEDENTES**

En la actualidad existen inversionistas individuales o corporativos que gestionan portafolios como estrategia para maximizar su rentabilidad con sus excesos de liquidez. Para ambos existen varias opciones como recurrir a firmas especializadas (Comisionistas de bolsa) que gestionen sus portafolios, otra opción es gestionar sus portafolios de inversión directamente a través de las diferentes plataformas tecnológicas que permiten esta administración en tiempo real; cualquiera que sea opción que se tomé se debe tener vocación a la inversión, debido a que cualquiera de estos u otros caminos llevan asociados riesgos financieros.

A medida que avanzan las asignaturas en la especialización de finanzas y mercados de capitales, llegamos a la conclusión que la mejor forma de aplicar todos los conceptos desarrollados durante la especialización es través del diseño de un portafolio de inversiones, pues esto nos permite conjugar todos los elementos trabajados.

Lo expuesto anteriormente nos motivó a buscar las metodologías existentes que nos permitan la conformación de portafolios de inversión técnicamente más adecuados; de todas las teorías consultadas seleccionamos está debido a que nos posibilitará diseñar un portafolio de inversión de renta variable eficiente el cual podrá ser utilizado para obtener un rendimiento esperado bajo un nivel de riesgo determinado.

## **8. REFERENTE TEÓRICO**

Existen diferentes análisis y metodologías que permiten determinar cuál es el instrumento financiero más adecuado para un portafolio dependiendo del perfil de riesgo del inversionista, entre algunas de estas están: método de valoración de compañías, análisis de múltiplos comparables, método de Black-Scholes, teoría de media varianza, Método CAPM, entre otras.

Este trabajo se realizará bajo modelo de gestión de cartera eficiente “teoría media varianza” desarrollado por Harry M. Markowitz, que 1952 publicó en la revista *Journal of Finance*, un artículo basado en su tesis doctoral y titulado “Portfolio Selection” – Selección de Portafolio. En dicho artículo planteó un modelo de conducta racional para la selección de carteras de títulos-valores con liquidez inmediata. Posteriormente en 1959, publicó su libro “Portfolio Selection, Efficient Diversification of Investments”, en el que expone y desarrolla con mayor detalle su teoría, cabe anotar que este modelo es considerado como la primera formalización matemática de la idea de la diversificación de inversiones, es decir, el riesgo puede reducirse sin cambiar el rendimiento esperado de la cartera; este trabajo llevó a que en el año de 1990 ganara el premio Nobel de economía.

Esta teoría nos indica que para la creación de un portafolio financiero óptimo es necesario maximizar la media de rendimientos continuos de una cesta de activos financieros de forma conjunta, que posibilite la reducción de los riesgos combinados a través de la misma, en términos sencillos el modelo Markowitz nos permitirá establecer cuánto invertir en cada opción de renta variable considerando el nivel de riesgo y rentabilidad accionaria, conociendo que esta combinación posibilitará diversificar el riesgo al mismo tiempo, la maximización conjunta de la rentabilidad del portafolio, a esta teoría se le conoce como el método de cartera eficiente.

Para aplicar el modelo de cartera eficiente propuesto por Markowitz, es necesario tener el comportamiento de precios históricos de los instrumentos financieros y, a estos aplicar el siguiente modelo matemático:

Rendimiento histórico de los activos, este nos permitirá determinar cuál ha sido la variación porcentual (%) en los precios de los activos, para posteriormente determinar la tasa esperada del rendimiento del portafolio, la cual se define por la fórmula:

$$E(r_p) = \bar{r}_p = \sum_{i=1}^n W_i \bar{r}_i$$

Dónde:

$\bar{r}_i = E(r_i)$  Es la tasa esperada del rendimiento del activo i, esta variable también se conoce como la media.

$W_i$  Es la ponderación que el activo i tiene en el portafolio

$\bar{r}_p = E(r_p)$  Es la tasa esperada del rendimiento del portafolio compuesta por n activos, es un promedio ponderado de los rendimientos de todos sus componentes.

Una restricción de suma importancia que debe considerarse en el modelo de Markowitz es que las ponderaciones deben ser igual a la unidad, esto debido a que es un solo portafolio de inversión, el cual debe recoger la sumatoria de todas las ponderaciones y esta debe dar 1. Su fórmula se determina así:

$$\sum_{i=1}^n W_i = 1$$

Dónde:

$W_i$  = Es la ponderación que el activo i tiene en el portafolio

n = Cantidad de datos

Debemos tener en cuenta que el riesgo del portafolio debe ser menor que la rentabilidad del activo y esta a su vez debe ser menor a 1, por lo cual otra restricción del portafolio será:

$$\sigma < W_i < 1$$

$W_i$  = Es la rentabilidad que el activo i tiene en el portafolio

$\sigma$  = Es el riesgo que tiene el portafolio

El modelo de Markowitz tiene como objetivo principal encontrar las mejores combinaciones posibles de rendimiento del portafolio con la mínima varianza, la cual nos permite medir la dispersión de la media, su fórmula se determina así:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n W_i W_k \sigma_{ik}$$

Dónde:

$\sigma_p^2$  = Varianza del portafolio

$W_i$  = Es la ponderación que el activo i tiene en el portafolio

$W_k$  = Es la ponderación que el activo k tiene en el portafolio

$\sigma_{ik}$  = Desviación estándar de los activos ik

Matricialmente esta puede representarse como:

$$\sigma_p^2 = [W_1 \quad W_2 \quad W_n] \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \dots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \dots & \sigma_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \end{bmatrix}$$

Con el fin de medir la intensidad de los cambios en los precios de los activos que conforman el portafolio “volatilidad”, debe hallarse la desviación estándar la cual se representa por la fórmula:

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n W_i W_k \sigma_{ik}} = \sqrt{\sigma_p^2}$$

Dónde:

$\sigma_p^2$  = Varianza del portafolio

$W_i$  = Es la ponderación que el activo i tiene en el portafolio

$W_k$  = Es la ponderación que el activo k tiene en el portafolio

$\sigma_p$  = Desviación estándar del portafolio

$\sigma_{ik}$  = Desviación estándar de los activos ik

La covarianza entre dos activos, nos permite determinar el grado de variación conjunta de los activos financieros y determinar si existe una dependencia entre estas, para hallarla se utiliza la fórmula:

$$\sigma^2 = P_{ik} \sigma_i \sigma_k$$

Dónde:

$P_{ik}$  = Coeficiente de correlación de los rendimientos de ambos activos, de manera que la desviación estándar del rendimiento del portafolio admite una expresión en términos del coeficiente de correlación la cual se determina así:

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n W_i W_k \sigma P_{ik} \sigma_i \sigma_k}$$

El coeficiente de correlación es una medida de cómo se comportan los rendimientos de activos ante diferentes circunstancias que los afectan, cuando  $P_{ik} = 1$ , los rendimientos de ambos activos se mueven en el mismo sentido y de manera proporcional, por lo cual decimos que existe correlación positiva perfecta.

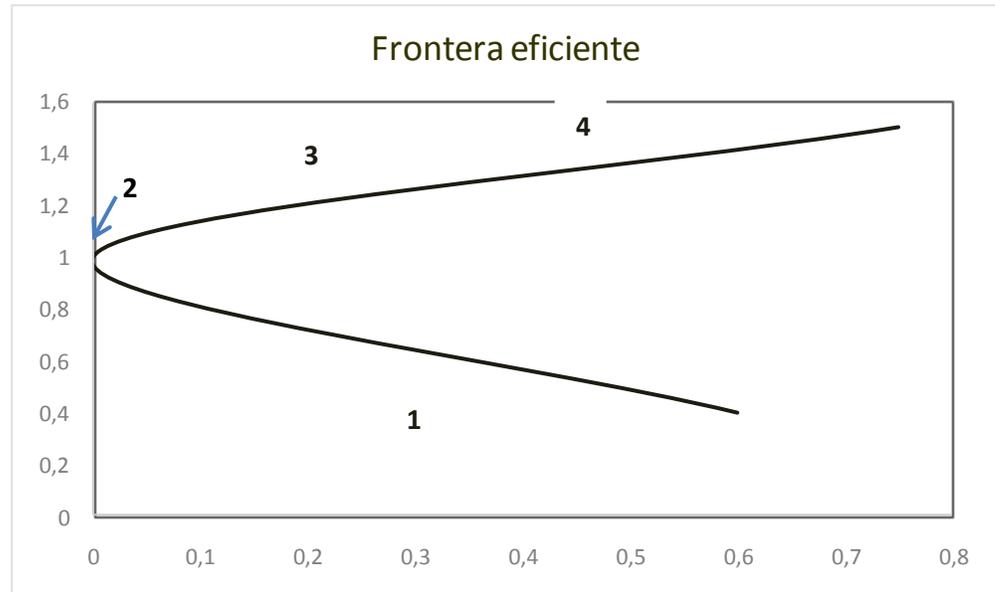
Cuando  $P_{ik} = -1$ , los rendimientos se mueven en sentidos opuestos, de tal manera que el movimiento ascendente del rendimiento de un activo genera un movimiento descendente del rendimiento de otro activo, cuando esto ocurre de manera proporcional decimos que existe correlación negativa perfecta.

Cuando  $P_{ik} = 0$ , decimos que los rendimientos de los activos no tienen relación alguna porque se mueven de manera independiente.

### **Frontera eficiente**

El objetivo del modelo de gestión de cartera eficiente “teoría media varianza”, es encontrar las mejores combinaciones posibles entre rendimiento y volatilidad con menor varianza; para esto se aplica las fórmulas matemáticas que se trabajaron anteriormente y sus resultados se plasman en el plano cartesiano cuadrante I y II. Si unimos con una línea todos los puntos encontrados con la aplicación del modelo representaremos gráficamente este y estaremos más cerca de encontrar la frontera eficiente de portafolio, este se puede apreciar en la gráfica a continuación.

Ilustración 1, Gráfico frontera eficiente



Fuente: Casos prácticos de inversión y financiación en la empresa

Si observamos la gráfica encontremos la línea 1-2-3-4 la cual llamaremos curva de riesgo o desviación estándar mínima porque los puntos que la componen son aquellas combinaciones de activos que producen la varianza mínima para cada tasa de rendimiento dada. El punto 2 es la combinación que tiene mínima varianza de todas las combinaciones posibles por lo cual llamaremos a esto varianza mínima global. Apreciamos que los puntos 1-2 son combinaciones que no serían escogidas bajo ninguna circunstancias por los inversionistas que utilizan el modelo de cartera eficiente, porque cualquier combinación del segmento 2-4 ofrece para cada nivel de riesgo una expectativa de rendimiento superior, es decir que en este segmento se encuentran las mejores combinaciones posibles y por ello se denomina la **frontera eficiente** de oportunidades de inversión. Es por esto que el inversionista podrá escoger entre estas combinaciones según su preferencia por el riesgo o el rendimiento, pero en ningún caso bajo esta teoría se escogerían combinaciones del tramo 1-2 o las que se encuentran en el interior del conjunto

de oportunidades de inversión, porque cualquiera de ellas tiene una opción en la frontera eficiente que es superior en términos de riesgo y/o rendimiento.

Una de las ventajas de este modelo es que es de fácil aplicación, pues solo se debe poseer la información histórica de los precios de los activos para su desarrollo. Otra ventaja es que le inversionista con la ejecución del modelo conocerá cuál debe ser las participaciones (%) que debe tener cada activo dentro del portafolio para lograr que esté dentro de la frontera eficiente.

Dentro de las desventajas que tiene este modelo es que el portafolio eficiente resultante con su aplicación es compuesto por activo de alta rentabilidad, reducida varianza y baja correlación con otros activos lo que genera que el portafolio eficiente posea alta concentración, lo cual puede corregirse con restricciones adicionales para disminuir esta concentración.

## **9. OBJETIVOS**

### **9.1 OBJETIVO GENERAL**

- Diseñar un portafolio de inversión de renta variable con instrumentos financieros colombianos bajo la metodología de cartera eficiente de Harry Markowitz.

### **9.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Identificar el comportamiento de algunos instrumentos financieros de Renta Variable en Colombia durante los últimos 5 años.
- Calcular el rendimiento promedio, desviación estándar promedio, varianza, coeficiente de correlación de los activos financieros que conformaran el portafolio de inversión.

- Aplicar el modelo de cartera eficiente en un período de tiempo de 12, 36 y 60 meses.
- Seleccionar los instrumentos financieros más adecuados (10) que permitan que el modelo propuesto supere el benchmark en este caso el COLCAP para corroborar su validez en los tres escenarios.

## 10. ALCANCE DEL PROYECTO

Este trabajo finalizará cuando se entregue documento escrito que contenga el diseño del portafolio de inversión de renta variable con los instrumentos financieros colombianos más adecuados que permitan que este supere el benchmark bajo la metodología de cartera eficiente de Harry Markowitz a la Universidad de Medellín, cumpliendo las normas de trabajo escrito.

## 11. CAPITULOS DEL TRABAJO

### 11.1 DEFINICIÓN PERFIL DE RIESGO

La teoría de la cartera eficiente de Markowitz se basa el supuesto teórico en el que el comportamiento de un inversor se caracteriza por el grado de aversión al riesgo que tenga y el grado de maximización de utilidades que espera, por lo cual existen tres posiciones hacía el riesgo que deben tenerse en cuenta para el desarrollo del modelo:

**Aversión al Riesgo:** Hace referencia cuando el inversor elegiría una inversión con el menor grado de riesgo frente a dos alternativas con el mismo nivel de rentabilidad esperada.

**Propenso al Riesgo:** El inversor elegiría la inversión con el mayor grado de riesgo frente a dos alternativas con el mismo nivel de rentabilidad esperada.

**Neutral al riesgo:** En esta situación, el inversor se mantendría indiferente si tuviera que elegir entre dos alternativas con el mismo nivel de rentabilidad esperada.

## 11.2 MERCADO DE RENTA VARIABLE COLOMBIANO

Para el desarrollo del modelo de media varianza, es necesario poseer la información histórica de los activos financieros. Como este trabajo se realizará con instrumentos financieros de renta variable del mercado local es necesario conocer cuál es el funcionamiento y que instrumentos financieros lo componen para una mejor contextualización.

El Mercado de renta variable es aquel en que los valores que se transan no tienen preestablecido el rendimiento, siendo las acciones el título característico de este mercado. La rentabilidad tiene una correlación importante con los resultados obtenidos por la empresa en la cual se invierte más otros factores, incluidos las posibles variaciones en los precios y los dividendos y otras condiciones que se pueden presentar en el mercado.

La Bolsa de Valores de Colombia- BVC administra el sistema transaccional para la negociación de Acciones, soportada en la plataforma de negociación X-Stream de Nasdaq-OMX.

En cuanto a la intermediación de este tipo de productos, las únicas compañías autorizadas en Colombia para la negociación de títulos de Renta Variable son las Sociedades Comisionistas de Bolsa.

Como fue mencionada al inicio de este capítulo las acciones son título característico del mercado de renta variable, estas se definen como títulos de propiedad de carácter negociable representativo de una parte alícuota del

patrimonio de una sociedad o empresa. Otorga a sus titulares derechos que pueden ser ejercicios colectivamente y/o individualmente.

Existen diferentes clases acciones las cuales se deben definir, pues dependiendo de la clase, nos permite obtener una visión general de cuál debería ser la rentabilidad o su riesgo frente a otras acciones; los tipos de acciones son:

- **Acciones Ordinarias:** Confiere a los accionistas el derecho de recibir dividendos y votar en la Asamblea.
- **Acciones Preferenciales:** Da a su poseedor prioridad en el pago de dividendos y no da derecho a voto.
- **Acciones Privilegiadas:** Otorga a su titular derecho a recibir dividendos, votar en la Asamblea y derecho preferencial en caso de liquidación.

Para comprender mejor la diferencia de los tipos acciones ver cuadro a continuación

Tabla 1, tipos de acciones

Tipo	Derecho	Tipos de acción		
		Ordinaria	Preferencial	Privilegiada
Derechos económicos	Dividendos decretados por la asamblea de accionistas	Si	Si. Prelación para recibir el pago antes que a los demás accionistas.	Si. Recibe un dividendo superior a los demás accionistas durante un periodo que determina el emisor. Una vez finalizado, se convierten en acciones ordinarias.
	Suscribir nuevas acciones ante el emisor o negociar este derecho	Si.	Si.	Si.
	Recibir una parte proporcional de los activos sociales una vez pagado el pasivo externo	Si. En condiciones de igualdad con los demás accionistas.	Si. De manera prioritaria frente a los demás accionistas.	Si. De manera prioritaria frente a los demás accionistas.
Derechos políticos	Voto en asamblea de accionistas	Si.	No.	Si.
	Revisión los libros del emisor dentro de los tiempos establecidos para ellos	Si.	Si.	Si.

Fuente: Elaboración propia

A continuación observaremos que cuales son las acciones que hacen parte del mercado de renta variable colombiano con su nemotécnico, el cual se puede definir como el código con el cual se reconoce esta acción en el mercado.

Tabla 2, acciones del mercado de renta variable colombiano

<b>NOMBRE DE LA COMPAÑÍA</b>	<b>NEMOTÉCNICO</b>
BANCOLOMBIA S.A.	PFBCOLOM
ECOPETROL S.A	ECOPETROL
CEMEX LATAM HOLDINGS	CLH
GRUPO ARGOS S.A	GRUPOARGOS
COLTEJER S.A.	COLTEJER
ENKA DE COLOMBIA S.A.	ENKA
CARVAJAL EMPAQUES S.A	PFCARPAK
CONSTRUCTORA CONCRETO S.A.	CONCRET
FABRICATO S.A	FABRICATO
ACERIAS PAZ DEL RIO S.A	PAZRIO
VALORES SIMESA S.A	VALSIMESA
HELM BANK S.A.	PFHELMBANK
VALOREM S.A.	VALOREM
GRUPO AVAL ACCIONES Y VALORES S.A.	GRUPOAVAL
ORGANIZACION DE INGENIERIA INTERNACIONAL S.A.	ODINSA
CEMENTOS ARGOS S.A.	CEMARGOS
ALMACENES ÉXITO	ÉXITO
GRUPO DE INVERSIONES SURAMERICANA	GRUPO SURA
FONDO BURSATIL ISHARES COLCAP	ICOLCAP
GRUPO NUTRESA S.A.	NUTRESA
PACIFIC RUBIALES ENERGY CORP	PREC
GRUPO DE INVERSIONES SURAMERICANA S.A.	PFGROUPSURA
CORPORACION FINANCIERA COLOMBIANA CORFICOLOMBIANA	CORFICOLCF
BANCO DAVIVIENDA S.A	PFDVVNDA
CELSIA S.A E.S.P ANTES COLINVERS	CELSIA
GRUPO AVAL ACCIONES Y VALORES S.A.	PFAVAL
INTERCONEXION ELECTRICA S.A. E.S.P.	ISA
EMPRESA DE ENERGIA DE BOGOTA S.A. E.S.P.	EEB
BANCOLOMBIA S.A.	BCOLOMBIA
CANACOL ENERGY LTD	CNEC
ISAGEN S.A. E.S.P.	ISAGEN
GRUPO ARGOS S.A.	PFGROUPARG
AVIANCA HOLDINGS S.A.	PFAVH
CEMENTOS ARGOS S.A.	PFCEMARGOS
BANCO DE BOGOTA S.A.	BOGOTA

CONSTRUCCIONES EL CONDOR S.A.	ELCONDOR
EMPRESA DE TELECOMUNICACIONES DE BOGOTA S.A. E.S.P.	ETB
CORPORACION FINANCIERA COLOMBIANA CORFICOLOMBIANA	PFCORFICOL
MINEROS S.A.	MINEROS
BOLSA DE VALORES DE COLOMBIA S.A.	BVC

Fuente: Elaboración propia

### 11.3 SELECCIÓN, APLICACIÓN Y DISEÑO DEL PORTAFOLIO DE INVERSIÓN BAJO EL ENFOQUE DE HARRY MARKOWITZ

#### 11.3.1 Selección de activos financieros

En los capítulos anteriores definimos que son los riesgos y clases de riesgos, esbozamos a grandes rasgos que es el mercado de renta variable colombiano, elementos que lo conforman; comprendimos que es la frontera eficiente del modelo de Harry Markowitz y cuáles la finalidad de este modelo; ahora seleccionaremos los activos financieros y comprobaremos si estos activos nos permiten superar el benchmark que para el caso es el COLCAP.

Los activos financieros seleccionados son:

Tabla 3, Acciones del mercado de renta variable que harán parte del portafolio de inversión

<b>NOMBRE DE LA COMPAÑÍA</b>	<b>NEMOTÉCNICO</b>
ECOPETROL S.A	ECOPETROL
GRUPO ARGOS S.A	GRUPOARGOS
HELM BANK S.A.	PFHELMBANK
ALMACENES ÉXITO	ÉXITO
GRUPO DE INVERSIONES SURAMERICANA	GRUPO SURA
GRUPO NUTRESA S.A.	NUTRESA
CELSIA S.A E.S.P ANTES COLINVERS	CELSIA
BANCOLOMBIA S.A.	BCOLOMBIA
ISAGEN S.A. E.S.P.	ISAGEN
BANCO DE BOGOTA S.A.	BOGOTA

Fuente: Elaboración propia

Para realizar una mejor optimización un portafolio inversión bajo el escenario de Markowitz es necesario tomar acciones con correlaciones bajas, las cuales nos permitan disminuir el riesgo de pérdida en el portafolio, por lo cual es necesario el cálculo de los coeficiente de correlación de los activos financieros que conformaran el portafolio y el COLCAP en los tres escenarios de que se correrá el modelo.

A continuación vamos a presentar el resultado de coeficientes de correlación obtenido después de correr el modelo para el período de tiempo del 31 de marzo de 2009 al 28 de febrero de 2014.

Tabla 4, coeficientes de correlación de activos financieros vs benchmark en el largo plazo

	BCOLOMBIA	BOGOTA	ISAGEN	GRUPOARGOS	EXITO	ECOPETROL	GRUPO SURA	NUTRESA	PFHELMBANK	CELSIA	COLCAP
BCOLOMBIA	1.000	0.510	0.319	0.671	0.438	0.392	0.714	0.571	0.266	0.510	0.272
BOGOTA	0.510	1.000	0.425	0.376	0.236	0.291	0.559	0.582	0.315	0.275	0.031
ISAGEN	0.319	0.425	1.000	0.378	0.334	0.320	0.504	0.518	0.382	0.393	0.008
GRUPOARGOS	0.671	0.376	0.378	1.000	0.303	0.413	0.657	0.597	0.315	0.681	0.207
ÉXITO	0.438	0.236	0.334	0.303	1.000	0.381	0.494	0.344	0.322	0.197	0.210
ECOPETROL	0.392	0.291	0.320	0.413	0.381	1.000	0.531	0.438	0.376	0.373	0.147
GRUPO SURA	0.714	0.559	0.504	0.657	0.494	0.531	1.000	0.729	0.329	0.502	0.104
NUTRESA	0.571	0.582	0.518	0.597	0.344	0.438	0.729	1.000	0.256	0.520	-0.006
PFHELMBANK	0.266	0.315	0.382	0.315	0.322	0.376	0.329	0.256	1.000	0.362	0.005
CELSIA	0.510	0.275	0.393	0.681	0.197	0.373	0.502	0.520	0.362	1.000	0.131
COLCAP	0.272	0.031	0.008	0.207	0.210	0.147	0.104	-0.006	0.005	0.131	1.000

Fuente: Elaboración propia

Cuando confrontamos los coeficientes de correlación en el largo plazo (tabla 4) entre sí observamos que estos activos están muy correlacionados, pues la mayoría de los coeficientes de correlación están por encima de 0.5, lo que nos indica que las fluctuaciones positivas o negativas que sufran los rendimientos de los activos pueden significar que los demás se comportaran con la misma tendencia.

Esta situación pudo estar originada por la crisis económica del 2008, motivo por el cual continuaremos con el diseño del portafolio de inversión con estos activos y observaremos los coeficientes de correlación del mediano y corto plazo con el fin de verificar si la optimización del portafolio es posible con estos instrumentos financieros.

Si comparamos los coeficientes de correlación de los instrumentos financieros VS el benchmark en este caso el COLCAP encontramos que estos poseen correlaciones bajas no superan el 0.272, lo que nos indica que las variaciones en los rendimientos de los activos VS su benchmark son independientes y no se explican entre sí.

A continuación vamos a presentar el resultado de los coeficientes de correlación obtenidos después de correr el modelo para el período de tiempo del 31 de marzo de 2011 al 28 de febrero de 2014.

Tabla 5, coeficientes de correlación de activos financieros vs benchmark en el mediano plazo

	BCOLOMBIA	BOGOTA	ISAGEN	GRUPOARGOS	EXITO	ECOPETROL	GRUPO SURA	NUTRESA	PFHELMBANK	CELSIA	COLCAP
BCOLOMBIA	1.000	0.199	0.106	0.546	0.278	0.308	0.643	0.398	0.131	0.365	0.043
BOGOTA	0.199	1.000	0.414	0.215	0.220	0.237	0.397	0.454	0.115	0.100	0.237
ISAGEN	0.106	0.414	1.000	0.336	0.421	0.255	0.530	0.657	0.445	0.422	0.305
GRUPOARGOS	0.546	0.215	0.336	1.000	0.276	0.518	0.588	0.569	0.183	0.670	0.108
ÉXITO	0.278	0.220	0.421	0.276	1.000	0.292	0.525	0.523	0.410	0.271	0.046
ECOPETROL	0.308	0.237	0.255	0.518	0.292	1.000	0.346	0.326	0.334	0.549	0.214
GRUPO SURA	0.643	0.397	0.530	0.588	0.525	0.346	1.000	0.763	0.218	0.467	0.139
NUTRESA	0.398	0.454	0.657	0.569	0.523	0.326	0.763	1.000	0.159	0.458	0.111
PFHELMBANK	0.131	0.115	0.445	0.183	0.410	0.334	0.218	0.159	1.000	0.370	0.073
CELSIA	0.365	0.100	0.422	0.670	0.271	0.549	0.467	0.458	0.370	1.000	0.037
COLCAP	0.043	0.237	0.305	0.108	0.046	0.214	0.139	0.111	0.073	0.037	1.000

Fuente: Elaboración propia

Si comparamos los coeficientes de correlaciones de cada activo financiero en el mediano plazo entre sí (tabla 5), observamos que estos disminuyen con relación al largo plazo, pues la mayor correlación no supera 0.670 y la gran mayoría se concentra entre el rango -0.237 y 0.588, lo cual nos permite una mejor optimización en el portafolio de inversión.

Comparando los instrumentos financieros frente al benchmark de mediano plazo, podemos determinar que los activos financieros en este período de tiempo se correlacionan muy poco con el benchmark, pues el activo con mayor correlación es de 0.214, lo cual nos permite determinar que los hechos económicos que ocurran en el mercado ya sean positivos o negativos hacen que estos activos se muevan de forma independiente y no en el mismo sentido del COLCAP, lo que permite que una mejor optimización del portafolio.

A continuación vamos a presentar el resultado obtenido después de correr el modelo para el período de tiempo del 31 de marzo de 2013 al 28 de febrero de 2014.

Tabla 6, coeficientes de correlación de activos financieros vs benchmark en el corto plazo

	BCOLOMBIA	BOGOTA	ISAGEN	GRUPOARGOS	ÉXITO	ECOPETROL	GRUPO SURA	NUTRESA	PFHELMBANK	CELSIA	COLCAP
BCOLOMBIA	1.000	0.116	0.085	0.494	0.173	0.263	0.721	0.393	0.536	0.579	0.007
BOGOTA	0.116	1.000	0.436	0.064	0.150	0.420	0.331	0.405	0.091	0.050	0.389
ISAGEN	0.085	0.436	1.000	0.440	0.478	0.127	0.422	0.847	0.246	0.368	0.269
GRUPOARGOS	0.494	0.064	0.440	1.000	0.426	0.740	0.701	0.818	0.116	0.930	0.171
ÉXITO	0.173	0.150	0.478	0.426	1.000	0.337	0.288	0.490	0.513	0.394	0.008
ECOPETROL	0.263	0.420	0.127	0.740	0.337	1.000	0.384	0.400	0.225	0.685	0.209
GRUPO SURA	0.721	0.331	0.422	0.701	0.288	0.384	1.000	0.699	0.121	0.577	0.105
NUTRESA	0.393	0.405	0.847	0.818	0.490	0.400	0.699	1.000	0.160	0.752	0.190
PFHELMBANK	0.536	0.091	0.246	0.116	0.513	0.225	0.121	0.160	1.000	-0.148	0.068
CELSIA	0.579	0.050	0.368	0.930	0.394	0.685	0.577	0.752	0.148	1.000	0.115
COLCAP	0.007	0.389	0.269	0.171	0.008	0.209	0.105	0.190	0.068	0.115	1.000

Fuente: Elaboración propia

Si comparamos los coeficientes de correlaciones de cada activo financiero que conforma el portafolio de inversión en el corto plazo entre sí (tabla 6), observamos que estos disminuyen con relación al mediano plazo, pues se puede apreciar que existen mayor cantidad de correlaciones negativas en este período de tiempo, situación que nos permite una mejor optimización en el portafolio de inversión.

Comparando los instrumentos financieros frente al benchmark de corto plazo, podemos determinar que los activos financieros en este período de tiempo se correlacionan muy poco con el benchmark, pues el activo con mayor correlación es de 0.171, lo cual nos permite determinar que los hechos económicos que

ocurran en el mercado ya sean positivos o negativos hacen que estos activos se muevan de forma independiente y no en el mismo sentido del COLCAP.

### 11.3.2 Aplicación del modelo teoría de media varianza en el largo plazo

La aplicación del modelo de teoría de media varianza en el largo plazo, se desarrollará con un paso a paso, el cual será importante pues permitirá al lector la mejor comprensión en la aplicación del modelo y de sus hallazgos.

#### Paso 1, Selección de datos históricos

Como primera paso ingresamos a la página de la BVC y bajamos los datos históricos de las acciones del 31 de marzo de 2009 al 28 de febrero de 2014.

Ilustración 2, descarga de serie histórica de datos

The screenshot shows the BVC website interface. The main content area displays the 'Mercado de Renta Variable' section. It includes a search bar with filters for 'Tipo de operación' (Acciones Compraventas), 'Fecha de negociación' (31/03/2009), and 'Filtrar por' (Las mas negociadas). Below the search bar, there is a table titled 'Mercado de Renta Variable' with columns for 'Tipo de operación', 'Volumen (COP)', 'Participación %', and 'Cerrar'. The table lists various market operations and their corresponding volumes and participation percentages. Below this, there is another table listing individual actions with columns for 'Acción', 'Cantidad', 'Volumen', 'Precio Cierre', and 'Variación'.

Tipo de operación	Volumen (COP)	Participación %	Cerrar
Acciones - Compraventas	48.966.485.773,20	87,26%	
Acciones - Repos	7.152.288.227,91	12,74%	
Transferencia Temporal de Valores (TTV)	0,00	0%	
BOCEAs - Compraventas	0,00	0%	
BOCEAs - Simultáneas	0,00	0%	
<b>Total</b>	<b>56.118.754.001,11</b>	<b>100%</b>	

Acción	Cantidad	Volumen	Precio Cierre	Variación
PFBCOLOM	306.141	9.046.939.180,00	29.780,00	2,06% ▲
ECOPETROL	1.233.618	4.028.280.840,00	3.285,00	1,39% ▲
PREC	48.527	1.699.104.400,00	35.000,00	2,04% ▲
NUTRESA	49.690	1.341.884.940,00	27.040,00	0,07% ▲
BVC	43.057.900	1.054.991.794,20	24,60	2,50% ▲
HCOLSEL	60.000	939.780.000,00	15.663,00	0,86% ▲
ISA	98.432	904.418.990,00	9.200,00	0,55% ▲
PFDAVVNDA	27.312	867.897.220,00	31.700,00	2,26% ▲
CPUBCUBIA	17.793	714.338.600,00	40.300,00	0,60% ▲

Fuente: Bolsa de Valores de Colombia (BVC). Portal Mercado Local Renta Variable

Esta información se organiza de forma cronológica para poder realizar los cálculos que requiere el modelo más fácilmente.

### Ilustración 3, organización de serie de datos

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
		BCOLOMBIA	BOGOTA	ISAGEN	GRUPOARGOS	ÉXITO	ECOPETROL	GRUPO SURA	NUTRESA	HELM BANK (P)	CELSIA	COLCAP
1												
2	27/02/2009	11,600.0	23,500.0	1,815.0	9,350.0	9,500.0	2,105.0	15,600.0	15,300.0	306.0	2,360.0	852.2
3	31/03/2009	12,220.0	22,980.0	1,870.0	9,480.0	10,880.0	2,140.0	15,900.0	15,100.0	305.0	2,360.0	874.2
4	30/04/2009	13,380.0	24,660.0	2,025.0	10,220.0	11,200.0	2,120.0	17,220.0	16,200.0	319.0	2,626.0	931.9
5	29/05/2009	15,500.0	27,500.0	2,160.0	11,480.0	12,500.0	2,385.0	19,200.0	16,800.0	353.0	3,030.0	1,031.5
6	30/06/2009	16,400.0	29,300.0	2,340.0	12,200.0	14,100.0	2,580.0	20,080.0	18,040.0	375.0	3,210.0	1,102.7
7	31/07/2009	16,400.0	29,300.0	2,185.0	12,660.0	16,040.0	2,775.0	21,580.0	18,240.0	407.0	3,102.0	1,156.2
8	31/08/2009	18,220.0	30,120.0	2,290.0	13,320.0	16,440.0	2,680.0	22,400.0	18,880.0	411.0	3,400.0	1,209.1
9	30/09/2009	20,400.0	33,000.0	2,245.0	16,000.0	15,700.0	2,705.0	25,000.0	22,840.0	450.0	4,350.0	1,328.9
10	30/10/2009	19,500.0	32,000.0	2,095.0	15,180.0	15,540.0	2,550.0	22,500.0	20,840.0	432.0	4,850.0	1,257.2
11	30/11/2009	21,600.0	33,000.0	2,210.0	17,300.0	18,680.0	2,505.0	23,700.0	22,000.0	438.0	5,390.0	1,318.1
12	30/12/2009	23,140.0	33,800.0	2,200.0	19,000.0	19,500.0	2,485.0	24,540.0	21,000.0	440.0	5,120.0	1,366.9
13	29/01/2010	22,200.0	34,000.0	2,230.0	19,980.0	18,500.0	2,455.0	25,240.0	20,200.0	440.0	5,200.0	1,363.7
14	26/02/2010	22,300.0	37,700.0	2,225.0	19,300.0	17,800.0	2,560.0	26,560.0	20,520.0	442.0	5,240.0	1,391.0
15	31/03/2010	22,280.0	37,300.0	2,280.0	19,800.0	17,380.0	2,700.0	28,280.0	21,420.0	435.0	5,900.0	1,440.6
16	30/04/2010	23,020.0	39,800.0	2,335.0	19,400.0	17,680.0	2,765.0	29,720.0	21,820.0	440.0	6,180.0	1,467.3
17	31/05/2010	23,500.0	38,800.0	2,155.0	19,200.0	17,900.0	2,700.0	29,480.0	20,960.0	441.0	6,060.0	1,444.5
18	30/06/2010	23,760.0	38,500.0	2,265.0	19,400.0	18,000.0	2,755.0	29,960.0	20,700.0	425.0	6,240.0	1,466.8
19	30/07/2010	26,300.0	42,300.0	2,255.0	20,260.0	20,080.0	3,105.0	32,780.0	25,000.0	415.0	6,450.0	1,571.6
20	31/08/2010	28,420.0	49,600.0	2,285.0	20,800.0	22,500.0	3,485.0	36,200.0	25,280.0	466.0	6,520.0	1,664.2

Fuente: Elaboración propia

Con la información ya organizada, se halla el rendimiento promedio, volatilidad promedio y la varianza de las acciones que harán parte de portafolio de inversión.

Tabla 7, rendimiento, volatilidad y varianza de los activos financieros en los últimos 5 años.

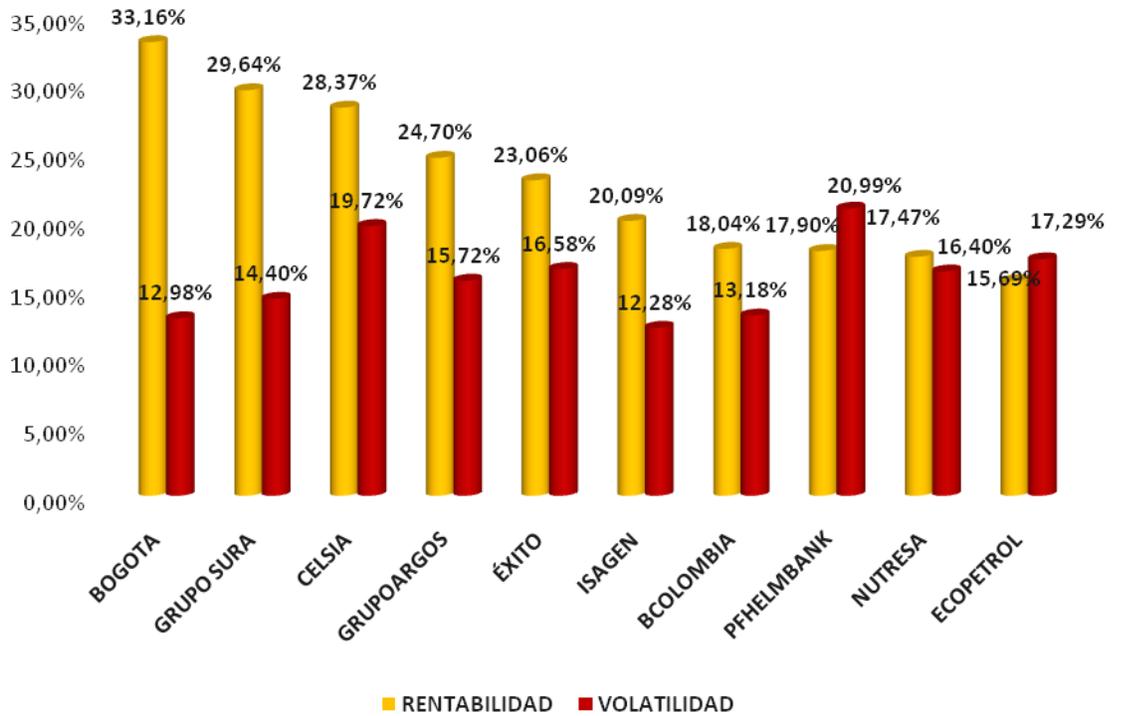
FECHA	BCOLOMBIA	BOGOTA	ISAGEN	GRUPOARGOS	EXITO	ECOPETROL	GRUPO SURA	NUTRESA	PFHELMBANK	CELSIA
<b>RENTABILIDAD</b>	18.04%	33.16%	20.09%	24.70%	23.06%	15.69%	29.64%	17.47%	17.90%	28.37%
<b>VOLATILIDAD</b>	13.18%	12.98%	12.28%	15.72%	16.58%	17.29%	14.40%	16.40%	20.99%	19.72%
<b>VARIANZA</b>	1.74%	1.68%	1.51%	2.47%	2.75%	2.99%	2.07%	2.69%	4.41%	3.89%

Fuente: Elaboración propia

Podemos encontrar que en este período de tiempo la acción con mayor rentabilidad fue BOGOTA con 33.16% y la acción con menor rentabilidad es

ECOPETROL con 15.59%. En cuanto a la volatilidad la acción más volátil es PFHELMBANK CON 20.99% y menos volátil fue ISAGEN con 12.28%

Ilustración 4, Rentabilidad vs volatilidad últimos 5 años



Fuente: Elaboración propia

**Paso 2, determinación de los coeficientes de correlación**

Como segunda medida determinamos los coeficientes de correlación de las acciones que conforman el portafolio de inversión.

Ilustración 5, cálculo de coeficiente de correlación

	A	COEF.DE.CORREL(matriz1,matriz2)		D	E	F	G	H	I	J	K	L
	FECHA	BANCOLOMBIA	BOGOTÁ	ISAGEN	GRUPO ARGOS	ÉXITO	ECOPETROL	GRUPO SURA	NUTRESA	HELM BANK (P)	CELSIA	COLCAP
44	28/09/2012	2.30%	1.51%	-0.61%	12.18%	-1.01%	0.57%	0.39%	2.50%	1.27%	3.58%	7.39%
45	31/10/2012	8.21%	7.19%	4.78%	5.19%	16.87%	2.79%	16.11%	15.32%	2.28%	9.12%	-2.82%
46	30/11/2012	-3.33%	-2.23%	-0.39%	-9.30%	3.05%	-2.98%	-1.52%	2.02%	-0.62%	-3.36%	4.08%
47	28/12/2012	7.90%	2.23%	-2.17%	9.59%	-1.40%	3.16%	7.60%	1.67%	-0.62%	1.32%	1.81%
48	31/01/2013	1.65%	2.39%	-0.40%	8.05%	-2.97%	2.89%	-1.43%	-0.16%	0.83%	8.26%	-1.17%
49	28/02/2013	-5.74%	4.86%	2.38%	-0.18%	1.55%	-7.58%	3.15%	5.29%	2.24%	2.89%	-3.85%
50	27/03/2013	0.00%	-1.03%	-0.59%	-4.32%	-5.88%	-3.12%	0.88%	-2.88%	3.17%	-6.40%	-5.20%
51	30/04/2013	4.08%	8.27%	0.00%	-6.85%	-9.80%	-14.01%	-1.29%	-3.28%	-6.25%	-6.07%	-1.11%
52	31/05/2013	-8.70%	10.54%	3.10%	-0.79%	3.42%	-7.32%	0.78%	1.34%	6.05%	-4.26%	-3.07%
53	28/06/2013	-4.08%	-1.44%	-1.73%	-4.88%	3.30%	0.00%	-3.67%	-6.15%	1.75%	-4.04%	3.94%
54	31/07/2013	1.50%	2.83%	5.48%	8.48%	-2.72%	6.06%	-0.05%	6.15%	-1.16%	13.12%	2.87%
55	30/08/2013	-1.58%	-1.42%	11.94%	4.40%	2.66%	0.00%	2.38%	7.55%	4.00%	3.03%	1.30%
56	30/09/2013	1.95%	-3.46%	-4.85%	3.15%	1.98%	1.03%	-0.42%	-1.02%	-1.32%	8.57%	-0.53%
57	31/10/2013	-3.02%	-0.86%	3.37%	-2.70%	-2.86%	2.70%	-1.64%	-0.81%	0.75%	-2.12%	-6.69%
58	29/11/2013	-7.15%	1.22%	3.10%	-9.26%	-2.43%	-13.42%	-7.47%	-3.77%	0.19%	-7.33%	-1.47%
59	30/12/2013	-2.00%	5.25%	4.24%	-2.84%	-3.09%	-6.16%	-3.21%	1.68%	0.00%	0.53%	-9.55%
60	31/01/2014	-7.95%	-7.40%	-10.02%	-7.70%	-12.41%	-4.99%	-9.32%	-11.36%	0.93%	-10.58%	4.07%
61	28/02/2014	9.12%	2.35%	0.68%	3.71%	-4.95%	-0.57%	7.77%	2.35%	0.00%	5.52%	0.00%
62	Rentabilidad promedio	107.76%	189.28%	63.09%	99.79%	165.47%	66.27%	112.69%	57.91%	75.82%	128.81%	0.92%
63	Riesgo la acción	34.80%	31.84%	29.77%	38.92%	41.04%	40.80%	35.75%	38.30%	50.62%	48.98%	4.27%
64		B2:B61,										

Fuente: Elaboración propia

Una vez encontrados los coeficientes de correlación trasladamos estos a la tabla 8, con el fin de obtener una mejor visualización de los datos. Se debe tener en cuenta que el modelo de media varianza tiene como objetivo la optimización de los portafolios por lo cual este paso sería un error omitirse pues se debe conocer cómo se comportan las variaciones de los rendimientos en acciones con respecto a otros, y poder diversificar el riesgo adecuadamente.

Tabla 8, coeficiente de correlación de acciones información de 5 años

	BCOLOMBIA	BOGOTA	ISAGEN	GRUPOARGOS	ÉXITO	ECOPETROL	GRUPO SURA	NUTRESA	PFHELMBANK	CELSIA
BCOLOMBIA	1.000	0.510	0.319	0.671	0.438	0.392	0.714	0.571	0.266	0.510
BOGOTA	0.510	1.000	0.425	0.376	0.236	0.291	0.559	0.582	0.315	0.275
ISAGEN	0.319	0.425	1.000	0.378	0.334	0.320	0.504	0.518	0.382	0.393
GRUPOARGOS	0.671	0.376	0.378	1.000	0.303	0.413	0.657	0.597	0.315	0.681
ÉXITO	0.438	0.236	0.334	0.303	1.000	0.381	0.494	0.344	0.322	0.197
ECOPETROL	0.392	0.291	0.320	0.413	0.381	1.000	0.531	0.438	0.376	0.373
GRUPO SURA	0.714	0.559	0.504	0.657	0.494	0.531	1.000	0.729	0.329	0.502
NUTRESA	0.571	0.582	0.518	0.597	0.344	0.438	0.729	1.000	0.256	0.520
PFHELMBANK	0.266	0.315	0.382	0.315	0.322	0.376	0.329	0.256	1.000	0.362
CELSIA	0.510	0.275	0.393	0.681	0.197	0.373	0.502	0.520	0.362	1.000

Fuente: Elaboración propia

En la tabla anterior encontramos como se relacionan entre sí las acciones que conformaran el portafolio de inversión. Cómo podemos observar en el período de tiempo de 5 años, las acciones se correlacionan entre sí, lo que nos indica que las fluctuaciones positivas o negativas que se generaron en estas, tuvieron un comportamiento similar en el mismo sentido, pero no afectándolos en la misma proporción.

La mayor correlación la posee GRUPO SURA y BCOLOMBIA con 0.714 y la menor correlación la posee CELSIA y ÉXITO con 0.197

### Paso 3, varianza y covarianza

El paso siguiente es determinar la varianza y covarianza de las acciones, y multiplicar estas por las participaciones (%) de los activos financieros que conforman el portafolio de inversión con el fin de encontrar la varianza del portafolio.

Ilustración 6, cálculo de varianza del portafolio

EJERCICIO FINAL 5 AÑOS VS COLCAP - Excel

Gustavo Alexander Gallego Alvarez

ARCHIVO INICIO INSERTAR DISEÑO DE PÁGINA FÓRMULAS DATOS REVISAR VISTA

Portapapeles Fuente Alineación Número Celdas

BUSCARV =HMMULT(C88:L88,MMULT(C67:L76,TRANSPONER(C88:L88)))

	FECHA	BANCOLOMBIA	BOGOTÁ	ISAGEN	GRUPO ARGOS	ÉXITO	ECOPETROL	GRUPO SURA	NUTRESA	HELM BANK (P)	CELSIA	COLCAP
61	RENTABILIDAD	18.04%	33.16%	20.09%	24.70%	23.06%	15.69%	29.64%	17.47%	17.90%	28.37%	12.56%
63	VOLATILIDAD	13.18%	12.98%	12.28%	15.72%	16.58%	17.29%	14.40%	16.40%	20.99%	19.72%	10.73%
64	VARIANZA	1.74%	1.68%	1.51%	2.47%	2.75%	2.99%	2.07%	2.69%	4.41%	3.89%	1.15%
66		BANCOLOMBIA	BOGOTÁ	ISAGEN	GRUPO ARGOS	ÉXITO	ECOPETROL	GRUPO SURA	NUTRESA	HELM BANK (P)	CELSIA	COLCAP
67		1	0.510429931	0.319053659	0.671171315	0.437973072	0.391893706	0.713873855	0.57131792	0.265738631	0.510490004	0.27210912
68		0.510429931	1	0.424544683	0.376307889	0.235843192	0.291477084	0.558630615	0.58246319	0.314885466	0.274982565	0.0312765
69		0.319053659	0.424544683	1	0.378083825	0.334362239	0.32033056	0.503927979	0.51802255	0.382398707	0.392771062	0.00779576
70		0.671171315	0.376307889	0.378083825	1	0.302881152	0.413458239	0.656544877	0.59706316	0.3150955	0.681431824	0.20706816
71		0.437973072	0.235843192	0.334362239	0.302881152	1	0.381021106	0.494937942	0.34368162	0.322376552	0.197399933	0.21017167
72		0.391893706	0.291477084	0.32033056	0.413458239	0.381021106	1	0.531465536	0.48832271	0.375834062	0.37233247	0.14711788
73		0.713873855	0.558630615	0.503927979	0.656544877	0.494937942	0.531465536	1	0.72896427	0.328643022	0.502457513	0.1041184
74		0.571317919	0.582463187	0.518022548	0.597063161	0.343681621	0.438322712	0.728964272	1	0.25551494	0.520434958	-0.006239
75		0.265738631	0.314885466	0.382398707	0.3150955	0.322376552	0.375834062	0.328643022	0.25551494	1	0.361804361	0.00491004
76		0.510490004	0.274982565	0.392771062	0.681431824	0.197399933	0.372733247	0.502457513	0.52043496	0.361804361	1	0.13129613
77		0.272109117	0.031276498	0.007795755	0.207068155	0.210171671	0.147117876	0.104119397	-0.006239	0.004910042	0.131296134	1
84		BANCOLOMBIA	BOGOTÁ	ISAGEN	GRUPO ARGOS	ÉXITO	ECOPETROL	GRUPO SURA	NUTRESA	HELM BANK (P)	CELSIA	

Modelo Markowitz

Fuente: Elaboración propia

Debemos recordar que la teoría de media varianza trabajada por Markowitz indica que debemos encontrar la varianza mínima a cada tasa de rendimiento lo cual nos permitirá encontrar la frontera eficiente del portafolio.

En la tabla 9, encontraremos cual debe ser la participación (%) de cada activo financiero en el portafolio para lograr las mejores combinaciones entre riesgo y rendimiento con mínima varianza, es decir encontramos la frontera eficiente de nuestro portafolio de inversión para un horizonte de largo plazo.

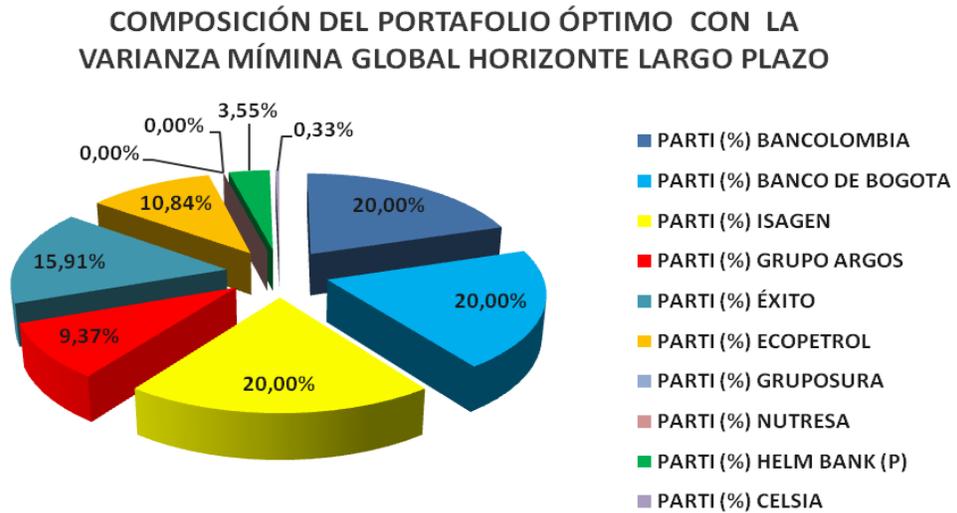
Tabla 9, frontera eficiente del portafolio información de 5 años

FRONTERA EFICIENTE DEL PORTAFOLIO												
	RENDIMIENTO DESEADO	RIESGO DEL PORTAFOLIO	PARTI (%) BCOLOMBIA	PARTI (%) BOGOTA	PARTI (%) ISAGEN	PARTI (%) GRUPO ARGOS	PARTI (%) EXITO	PARTI (%) ECOPETROL	PARTI (%) GRUPOSURA	PARTI (%) NUTRESA	PARTI (%) PFHELMBANK	PARTI (%) CELSIA
1	22.67%	9.97%	20.00%	20.00%	20.00%	9.37%	15.91%	10.84%	0.00%	0.00%	3.55%	0.33%
2	23.37%	10.02%	19.50%	20.00%	20.00%	9.13%	17.34%	6.64%	1.80%	0.00%	2.04%	3.54%
3	24.00%	10.10%	15.97%	20.00%	20.00%	9.28%	17.72%	5.10%	5.83%	0.00%	1.62%	4.48%
4	24.70%	10.21%	12.07%	20.00%	20.00%	9.43%	18.20%	3.35%	10.25%	0.00%	1.15%	5.55%
5	25.40%	10.34%	8.14%	20.00%	20.00%	9.68%	18.63%	1.58%	14.71%	0.00%	0.71%	6.55%
6	26.10%	10.50%	4.17%	20.00%	20.00%	9.70%	19.10%	0.00%	19.17%	0.00%	0.15%	7.71%
7	26.80%	10.76%	0.00%	20.00%	18.83%	6.79%	18.37%	0.00%	20.00%	0.00%	0.00%	16.02%
8	27.20%	11.05%	0.00%	20.00%	12.81%	7.39%	19.81%	0.00%	20.00%	0.00%	0.00%	20.00%
9	27.79%	11.69%	0.00%	20.00%	0.00%	20.00%	20.00%	0.00%	20.00%	0.00%	0.00%	20.00%

Fuente: Elaboración propia

A continuación observaremos gráficamente como debe distribuirse el portafolio con varianza mínima global punto 1 de la tabla 9.

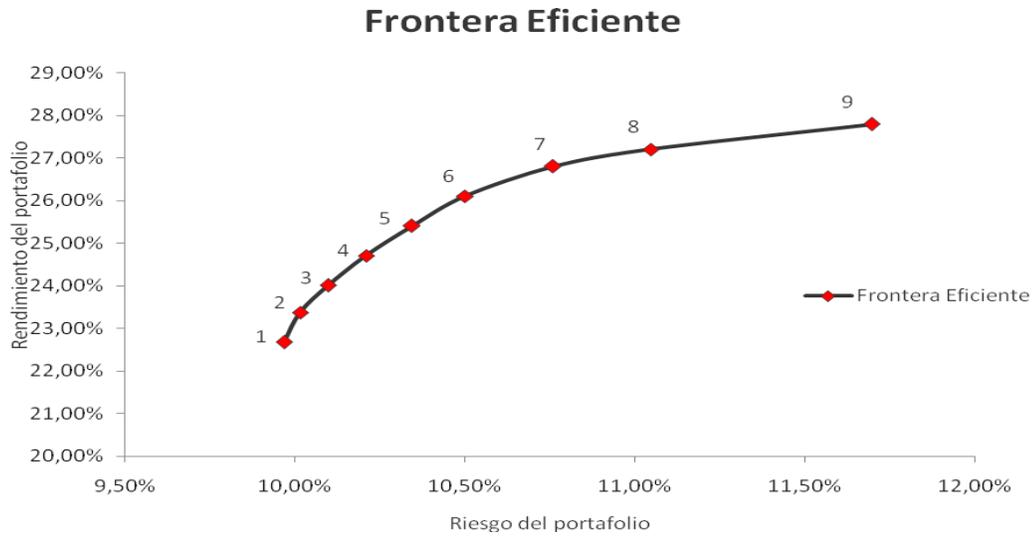
Ilustración 7, composición del portafolio óptimo con la varianza mínima global horizonte largo plazo



Fuente: Elaboración propia

Si ilustramos en el eje Y el rendimiento promedio esperado del portafolio y en el eje X el nivel de riesgo de todas las combinaciones posibles que se encuentran dentro de la frontera eficiente, encontraremos la representación gráfica de está.

Ilustración 8, frontera eficiente información de 5 años



Fuente: Elaboración propia

En la Ilustración 8, observamos que el punto 1 representa la varianza mínima global del portafolio, debido a que este punto tiene la combinación mínima de todas las varianzas. Esto quiere decir que un inversionista que aplique la metodología de Markowitz como estrategia para conformar las participaciones de los activos financieros de su portafolio de inversión, optará por tomar aquellos puntos que se encuentren dentro de la frontera eficiente del portafolio (punto 1 a punto 9). La decisión de en cual punto invertir dependerá del nivel de riesgo que desee asumir el inversionista, pues este puede ser averso al riesgo, neutral al riesgo o propenso al riesgo.

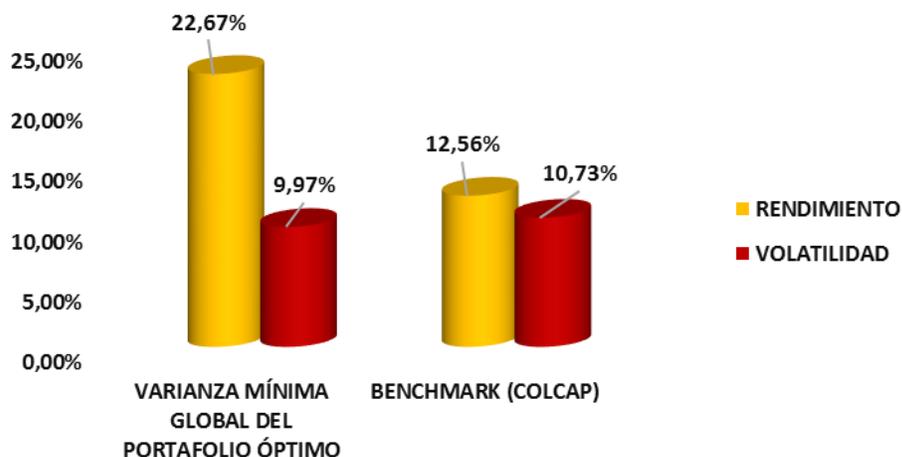
#### Paso 4, comparativo contra el benchmark

El éxito de un portafolio de inversión independientemente del modelo que se utilice es generar un alfa, este se obtiene comparando los rendimientos obtenido del modelo frente a su benchmark. Es por esto que como último paso compararemos el rendimiento obtenido en la varianza mínima global del portafolio óptimo y compararemos este resultado frente al COLCAP, y como el modelo de media varianza se trabaja bajo el supuesto que el comportamiento futuro de los activos financieros continuaran bajo la misma tendencia que su información histórica podremos concluir si el modelo es viable o no.

Esta confrontación debe hacerse pues el objetivo de todo gestor de portafolio es superar el benchmark. En el caso que el modelo se debe correr nuevamente el modelo.

Ilustración 9, varianza mínima global del portafolio óptimo VS benchmark horizonte de largo plazo

#### VARIANZA MÍNIMA GLOBAL DEL PORTAFOLIO ÓPTIMO VS BENCHMARK HORIZONTE DE LARGO PLAZO



Fuente: Elaboración propia

Podemos observar en la ilustración 8, que la varianza mínima global del portafolio óptimo VS el COLCAP, genera un alfa positivo de 10,11%, lo que nos permite concluir que el portafolio de inversión para un horizonte de largo plazo supera el benchmark por lo cual el modelo de media varianza cumple el objetivo de los portafolio de inversión.

Si, trasladáramos a un ejemplo práctico la ilustración 9 y supusiéramos que un gestor de portafolio deseará invertir la suma de \$10.000.000 con nuestro modelo, y partiendo que el inversionista sea averso al riesgo y seleccionará la varianza mínima Global del portafolio arrojaría que el inversionista obtendría un beneficio de \$2.267.275, mientras que si el inversionista siguiera la estrategia pasiva del benchmark obtendría un rendimiento de \$1.256.165, dejando de ganar \$1.011.110 (ilustración 9)

Ilustración 10, ejemplo práctico horizonte largo plazo



Fuente: Elaboración propia

### 11.3.3 Aplicación del modelo teoría de media varianza en el mediano plazo

La aplicación del modelo de teoría de media varianza en el mediano plazo, se desarrollará con un paso a paso, el cual será importante pues permitirá obtener una mejor comprensión de los hallazgos del modelo.

#### Paso 1, Selección de datos históricos

Como primera paso ingresamos a la página de la BVC y bajamos los datos históricos de las acciones del 31 de marzo de 2011 al 28 de febrero de 2014.

Ilustración 11, descarga de serie histórica de datos

The screenshot shows the BVC website interface for the 'Mercado de Renta Variable'. The page title is 'No hay operaciones del mercado de Acciones'. The navigation menu includes 'Home / Mercado Local / En Línea / Renta Variable'. The main content area is titled 'Mercado de Renta Variable' and includes a table with the following data:

Tipo de operación	Volumen (COP)	Participación %	Cerrar
Acciones - Compraventas	0,00	0%	
Acciones - Repos	0,00	0%	
Transferencia Temporal de Valores (TTV)	0,00	0%	
BOCEAs - Compraventas	0,00	0%	
BOCEAs - Simultáneas	0,00	0%	
<b>Total</b>	<b>0,00</b>	<b>100%</b>	

At the bottom of the table, there is a button labeled 'Descargar información de negociación'.

Fuente: Bolsa de Valores de Colombia (BVC). Portal Mercado Local Renta Variable

Esta información se organiza de forma cronológica para poder realizar los cálculos que requiere el modelo más fácilmente.

## Ilustración 12, Organización de serie de datos

The screenshot shows an Excel spreadsheet titled 'EJERCICIO FINAL 3 AÑOS VS COLCAP - Microsoft Excel'. The data table has columns labeled A through X. Column A contains dates from 31/01/2012 to 30/06/2013. Column B is labeled 'ENKA', C 'FABRICATO', D 'GRUPO ARGOS', E 'GRUPO AVAL', F 'GRUPO SURA', G 'GRUPO SURA (P)', H 'ISA', I 'ISAGEN', J 'MINEROS', K 'NUTRESA', and L 'OD'. The cells contain numerical values representing stock prices or indices over time.

Fuente: Elaboración propia

Con la información ya organizada, se halla el rendimiento promedio, volatilidad promedio y la varianza de las acciones que harán parte de portafolio de inversión.

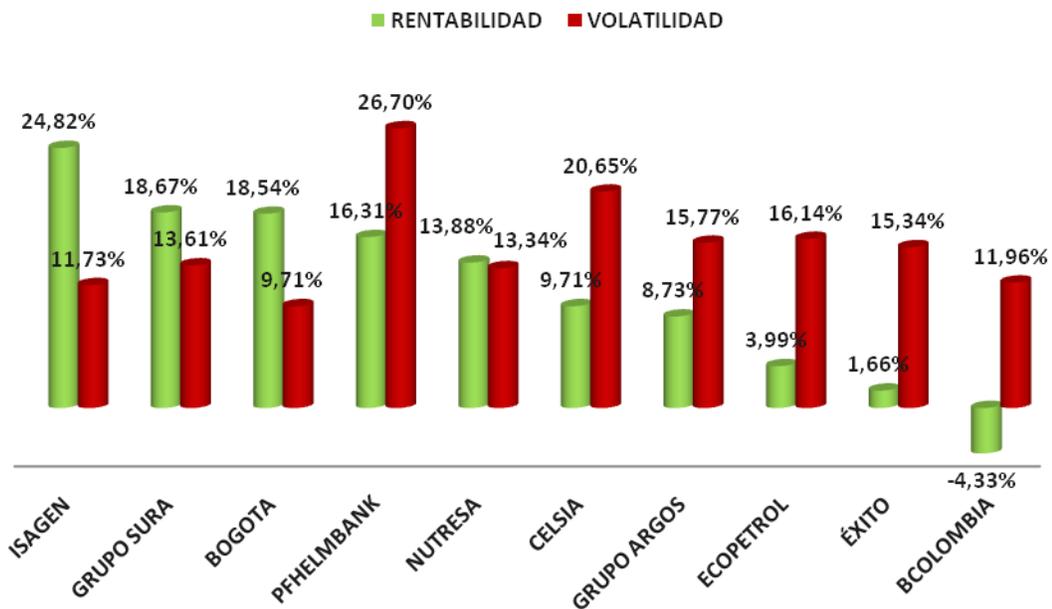
Tabla 10, Rendimiento, volatilidad y varianza de los activos financieros en los últimos 3 años

FECHA	BCOLOMBIA	BOGOTA	ISAGEN	GRUPO ARGOS	EXITO	ECOPETROL	GRUPO SURA	NUTRESA	PFHELMBANK	CELSIA
<b>RENTABILIDAD</b>	-4.33%	18.54%	24.82%	8.73%	1.66%	3.99%	18.67%	13.88%	16.31%	9.71%
<b>VOLATILIDAD</b>	11.96%	9.71%	11.73%	15.77%	15.34%	16.14%	13.61%	13.34%	26.70%	20.65%
<b>VARIANZA</b>	1.43%	0.94%	1.38%	2.49%	2.35%	2.61%	1.85%	1.78%	7.13%	4.27%

Fuente: Elaboración propia

Podemos encontrar que en este período de tiempo la acción con mayor rentabilidad fue ISAGEN con 24.82% y la acción con menor rentabilidad es BCOLOMBIA con -4.33%. En cuanto a la volatilidad la acción más volátil es PFHELMBANK con 26.70 % y la menos volátil fue BOGOTA con 9.71%

Ilustración 13, Rentabilidad vs volatilidad últimos 3 años



Fuente: Elaboración propia

## Paso 2, determinación de los coeficientes de correlación

Como segunda medida determinamos los coeficientes de correlación de las acciones que conforman el portafolio de inversión.

Ilustración 14, cálculo de coeficiente de correlación

	A	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
1	FECHA	ISAGEN	GRUPO ARGOS	ÉXITO	ECOPETROL	GRUPO SURA	NUTRESA	HELM BANK (P)	CELSIA	COLCAP					MATRI
43	31/08/2012	-0,81%	2,18%	-2,98%	2,30%	-1,25%	-1,93%	-8,17%	2,53%	0,75%	9,17%	5,68%	13,25%	11,03%	12,20%
44	28/09/2012	-0,61%	12,18%	-1,01%	0,57%	0,39%	2,50%	1,27%	3,58%	7,39%	9,50%	5,45%	12,70%	14,48%	11,94%
45	31/10/2012	4,78%	5,19%	16,87%	2,79%	16,11%	15,32%	2,28%	9,12%	-2,82%	11,84%	7,97%	13,04%	14,82%	17,19%
46	30/11/2012	-0,39%	-9,30%	3,05%	-2,98%	-1,52%	2,02%	-0,62%	-3,36%	4,08%	11,41%	7,27%	10,92%	14,86%	16,56%
47	28/12/2012	-2,17%	9,59%	-1,40%	3,16%	7,60%	1,67%	-0,62%	1,32%	1,81%	12,99%	7,20%	11,42%	16,38%	16,53%
48	31/01/2013	-0,40%	8,05%	-2,97%	2,89%	-1,43%	-0,16%	0,83%	8,26%	-1,17%	12,86%	7,24%	11,49%	17,01%	16,40%
49	28/02/2013	2,38%	-0,18%	1,55%	-7,58%	-3,15%	5,29%	2,24%	2,89%	-3,85%	13,94%	7,75%	9,21%	17,05%	16,43%
50	27/03/2013	-0,59%	-4,32%	-5,88%	-3,12%	0,88%	-2,88%	3,17%	-6,40%	-5,20%	13,94%	7,66%	9,27%	17,99%	17,94%
51	30/04/2013	0,00%	-6,85%	-9,80%	-14,01%	-1,29%	-3,28%	-6,25%	-6,07%	-1,11%	14,16%	9,59%	6,97%	19,42%	18,94%
52	31/05/2013	3,10%	-0,79%	3,42%	-7,32%	0,78%	1,34%	6,05%	-4,26%	-3,07%	15,20%	11,87%	6,88%	19,50%	18,99%
53	28/06/2013	-1,73%	-4,88%	3,30%	0,00%	-3,67%	-6,15%	1,75%	-4,04%	3,94%	15,59%	12,16%	6,02%	19,78%	19,14%
54	31/07/2013	5,48%	8,48%	-2,72%	6,06%	-0,05%	6,15%	-1,16%	13,12%	2,87%	15,64%	11,99%	7,35%	20,57%	19,09%
55	30/08/2013	11,94%	4,40%	2,66%	0,00%	2,38%	7,55%	4,00%	3,03%	1,30%	15,02%	12,08%	11,72%	20,70%	18,98%
56	30/09/2013	-4,85%	3,15%	1,98%	1,03%	-0,42%	-1,02%	-1,32%	8,57%	-0,53%	14,98%	13,16%	12,87%	18,50%	18,95%
57	31/10/2013	3,37%	-2,70%	-2,86%	2,70%	-1,64%	-0,81%	0,75%	-2,12%	-6,69%	13,21%	12,63%	12,64%	18,33%	12,19%
58	29/11/2013	3,10%	-9,26%	-2,43%	-13,42%	-7,47%	-3,77%	0,19%	-7,33%	-1,47%	14,13%	12,13%	12,62%	18,31%	11,72%
59	30/12/2013	4,24%	-2,84%	-3,09%	-6,16%	-3,21%	1,68%	0,00%	0,53%	-9,55%	11,50%	12,43%	12,27%	16,40%	11,82%
60	31/01/2014	-10,02%	-7,70%	-12,41%	-4,99%	-9,32%	-11,36%	0,93%	-10,58%	4,07%	12,01%	14,82%	15,92%	15,28%	14,99%
61	28/02/2014	0,68%	3,71%	-4,95%	-0,57%	-7,77%	2,35%	0,00%	5,52%	0,00%	15,18%	14,52%	15,90%	15,95%	14,73%
62	Rentabilidad promedio	63,09%	99,79%	165,47%	66,27%	112,69%	57,91%	75,82%	128,81%	0,92%					
63	Riesgo la acción	29,77%	38,92%	41,04%	40,80%	35,75%	38,30%	50,62%	48,98%	4,27%	11,96%	9,71%	11,73%	15,77%	15,34%
64	+COEF.DE.CORREL(H1:H61)														

Fuente: Elaboración propia

Una vez encontrados los coeficientes de correlación trasladamos estos a la tabla 11, con el fin de obtener una mejor visualización de los datos. Se debe tener en cuenta que el modelo de media varianza tiene como objetivo la optimización de los portafolios por lo cual este paso sería un error omitirse pues se debe conocer cómo se comportan las variaciones de los rendimientos en acciones con respecto a otros, y poder diversificar el riesgo adecuadamente.

Tabla 11, coeficiente de correlación de acciones información de 3 años

	BCOLOMBIA	BOGOTA	ISAGEN	GRUPOARGOS	EXITO	ECOPETROL	GRUPO SURA	NUTRESA	PFHELMBANK	CELSIA
BCOLOMBIA	1.000	0.199	0.106	0.546	0.278	0.308	0.643	0.398	0.131	0.365
BOGOTA	0.199	1.000	0.414	0.215	0.220	-0.237	0.397	0.454	0.115	0.100
ISAGEN	0.106	0.414	1.000	0.336	0.421	0.255	0.530	0.657	0.445	0.422
GRUPOARGOS	0.546	0.215	0.336	1.000	0.276	0.518	0.588	0.569	0.183	0.670
ÉXITO	0.278	0.220	0.421	0.276	1.000	0.292	0.525	0.523	0.410	0.271
ECOPETROL	0.308	-0.237	0.255	0.518	0.292	1.000	0.346	0.326	0.334	0.549
GRUPO SURA	0.643	0.397	0.530	0.588	0.525	0.346	1.000	0.763	0.218	0.467
NUTRESA	0.398	0.454	0.657	0.569	0.523	0.326	0.763	1.000	0.159	0.458
PFHELMBANK	0.131	0.115	0.445	0.183	0.410	0.334	0.218	0.159	1.000	0.370
CELSIA	0.365	0.100	0.422	0.670	0.271	0.549	0.467	0.458	0.370	1.000

Fuente: Elaboración propia

En la tabla anterior encontramos como se relacionan entre sí las acciones que conformaran el portafolio de inversión. Cómo podemos observar en el período de tiempo de 3 años, el nivel de correlación de las acciones es bajo lo que nos permite una buena optimización del portafolio pues las fluctuaciones positivas o negativas que se generaron en estas, no explican los movimientos de las otras.

Las acciones con mayor correlación entre sí son NUTRESA y GRUPO SURA con 0.763 y las de menor correlación son ECOPETROL y BOGOTA con -0.237

### Paso 3, varianza y covarianza

El paso siguiente es determinar la varianza y covarianza de las acciones, y multiplicar estas por las participaciones (%) de los activos financieros que

conforman el portafolio de inversión con el fin de encontrar la varianza del portafolio.

Ilustración 15, cálculo de varianza del portafolio

	FECHA	BOGOTÁ	ISAGEN	GRUPO ARGOS	ÉXITO	ECOPETROL	GRUPO SURA	NUTRESA	HELM BANK (P)	CELSIA	COLCAP	
62	RENTABILIDAD	18.04%	33.16%	20.09%	24.70%	23.06%	15.69%	29.64%	17.47%	17.90%	28.37%	12.56%
63	VOLATILIDAD	13.18%	12.98%	12.28%	15.72%	16.58%	17.29%	14.40%	16.40%	20.99%	19.72%	10.73%
64	VARIANZA	1.74%	1.68%	1.51%	2.47%	2.75%	2.99%	2.07%	2.69%	4.41%	3.89%	1.15%
65												
66		BANCOLOMBIA	BOGOTÁ	ISAGEN	GRUPO ARGOS	ÉXITO	ECOPETROL	GRUPO SURA	NUTRESA	HELM BANK (P)	CELSIA	COLCAP
67	BANCOLOMBIA	1	0.510429931	0.319053659	0.671171315	0.437973072	0.391893706	0.713873855	0.57131792	0.265738631	0.510490004	0.27210912
68	BOGOTÁ	0.510429931	1	0.424534683	0.376307889	0.235843192	0.291477084	0.558630615	0.58246519	0.314885466	0.274982565	0.0312765
69	ISAGEN	0.319053659	0.424534683	1	0.378083825	0.334362239	0.32033056	0.503927979	0.51802255	0.382398707	0.392771062	0.00779576
70	GRUPO ARGOS	0.671171315	0.376307889	0.378083825	1	0.302881152	0.413458239	0.656544877	0.59706316	0.3150935	0.681431824	0.20706816
71	ÉXITO	0.437973072	0.235843192	0.334362239	0.302881152	1	0.381021106	0.49437342	0.343681621	0.322376552	0.19739933	0.21017167
72	ECOPETROL	0.391893706	0.291477084	0.32033056	0.413458239	0.381021106	1	0.531465536	0.43832271	0.375634062	0.372733247	0.14711788
73	GRUPO SURA	0.713873855	0.558630615	0.503927979	0.656544877	0.49437342	0.531465536	1	0.72896427	0.328643022	0.502457513	0.1041194
74	NUTRESA	0.571317919	0.582465187	0.518022548	0.597063161	0.343681621	0.438322712	0.728964272	1	0.25551494	0.520434958	-0.006239
75	HELM BANK (P)	0.265738631	0.314885466	0.382398707	0.3150935	0.322376552	0.375634062	0.328643022	0.25551494	1	0.361804361	0.00491004
76	CELSIA	0.510490004	0.274982565	0.392771062	0.681431824	0.19739933	0.372733247	0.502457513	0.520434958	0.361804361	1	0.13129613
77	COLCAP	0.272109117	0.031276498	0.007795755	0.207068155	0.210171671	0.147117876	0.104119397	-0.006239	0.004910042	0.131296134	1

Fuente: Elaboración propia

Debemos recordar que la teoría de media varianza trabajada por Markowitz indica que debemos encontrar la varianza mínima a cada tasa de rendimiento lo cual nos permitirá encontrar la frontera eficiente del portafolio.

A continuación en la tabla 12, encontraremos cual debe ser la participación (%) de cada activo financiero en el portafolio para lograr las mejores combinaciones entre riesgo y rendimiento con mínima varianza, es decir encontramos la frontera eficiente de nuestro portafolio de inversión para un horizonte de mediano plazo.

Tabla 12, frontera eficiente del portafolio información de 3 años

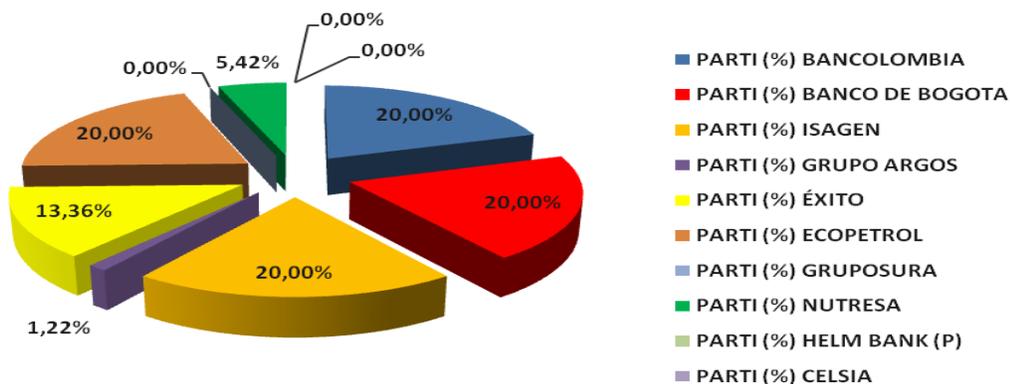
	RENDIMIENTO DESEADO	RIESGO DEL PORTAFOLIO	PARTI (%) BCOLOMBIA	PARTI (%) BOGOTA	PARTI (%) ISAGEN	PARTI (%) GRUPO ARGOS	PARTI (%) EXITO	PARTI (%) ECOPETROL	PARTI (%) GRUPOSURA	PARTI (%) NUTRESA	PARTI (%) PFHELMBANK	PARTI (%) CELSIA
1	9.68%	8.06%	20.00%	20.00%	20.00%	1.22%	13.36%	20.00%	0.00%	5.42%	0.00%	0.00%
2	10.68%	8.12%	20.00%	20.00%	20.00%	0.00%	7.86%	19.61%	4.63%	7.90%	0.00%	0.00%
3	11.68%	8.24%	20.00%	20.00%	20.00%	0.00%	3.56%	17.58%	9.86%	8.03%	0.97%	0.00%
4	12.68%	8.41%	17.52%	20.00%	20.00%	0.00%	1.43%	17.01%	14.39%	7.99%	1.65%	0.00%
5	13.68%	8.60%	14.23%	20.00%	20.00%	0.00%	0.00%	16.96%	18.75%	7.94%	2.11%	0.00%
6	14.68%	8.82%	9.44%	20.00%	20.00%	0.00%	0.00%	16.47%	20.00%	11.20%	2.90%	0.00%
7	15.68%	9.09%	4.40%	20.00%	20.00%	0.00%	0.00%	15.88%	20.00%	15.87%	3.85%	0.00%
8	17.00%	9.54%	0.00%	20.00%	20.00%	2.71%	0.00%	10.05%	20.00%	20.00%	7.24%	0.00%
9	18.44%	10.75%	0.00%	20.00%	20.00%	0.00%	0.00%	0.00%	20.00%	20.00%	20.00%	0.00%

Fuente: Elaboración propia

A continuación observaremos gráficamente como debe distribuirse el portafolio con varianza mínima global punto 1 de la tabla 12.

Ilustración 16, composición del portafolio óptimo con la varianza mínima global horizonte mediano plazo

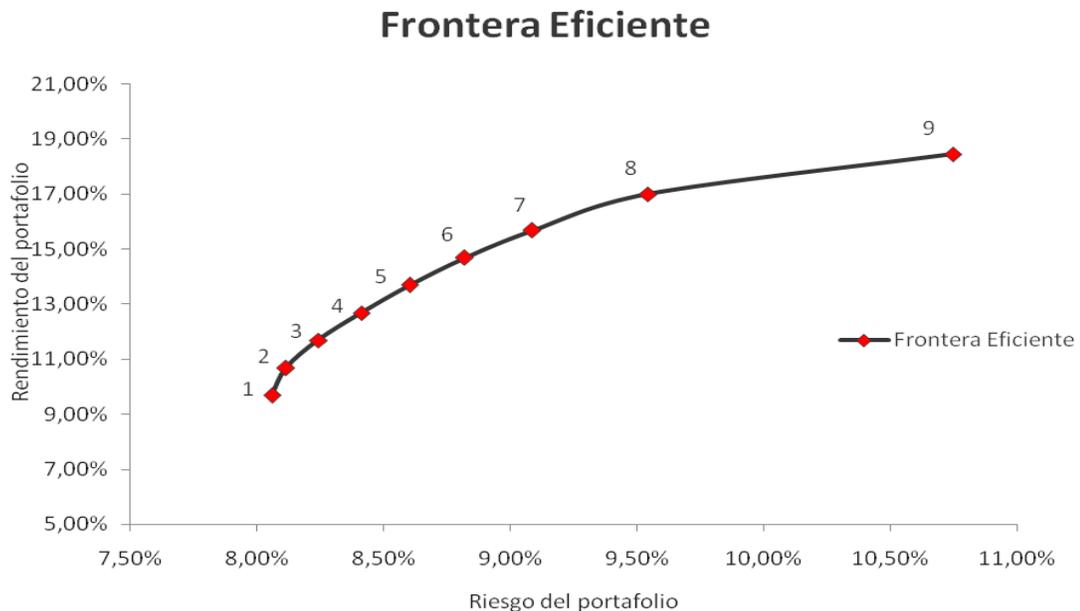
#### COMPOSICIÓN DEL PORTAFOLIO ÓPTIMO CON LA VARIANZA MÍNIMA GLOBAL HORIZONTE MEDIANO PLAZO



Fuente: Elaboración propia

Si ilustramos en el eje Y el rendimiento promedio esperado del portafolio y en el eje X el nivel de riesgo de todas las combinaciones posibles que se encuentran dentro de la frontera eficiente, encontraremos la representación gráfica de frontera eficiente.

Ilustración 17, frontera eficiente información de 3 años



Fuente: Elaboración propia

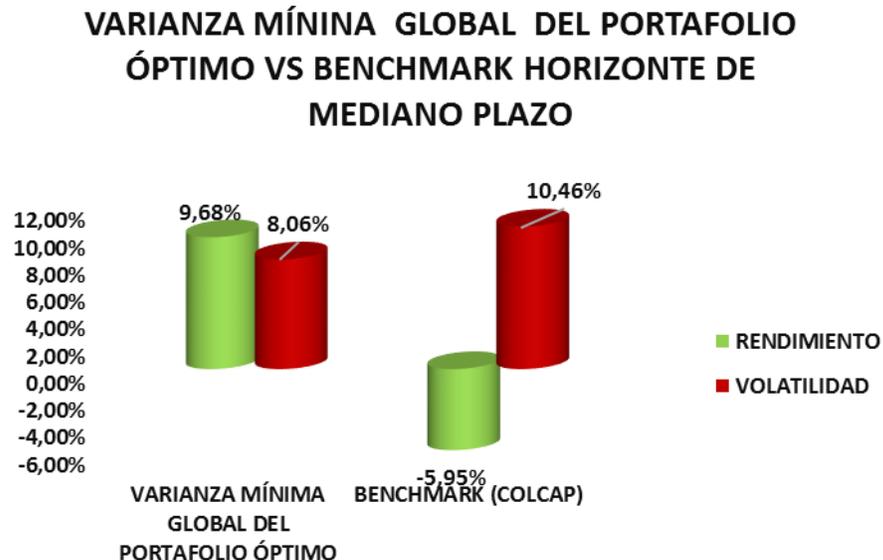
En la Ilustración 17, observamos que el punto 1 representa la varianza mínima global del portafolio, debido a que este punto tiene la combinación mínima de todas las varianzas. Esto quiere decir que un inversionista que aplique la metodología de Markowitz como estrategia para conformar las participaciones de los activos financieros de su portafolio de inversión, optará por tomar aquellos puntos que se encuentren dentro de la frontera eficiente del portafolio (punto 1 a punto 9). La decisión de en cual punto invertir dependerá del nivel de riesgo que desee asumir el inversionista, pues este puede ser averso al riesgo, neutral al riesgo o propenso al riesgo.

#### Paso 4, comparativo contra el benchmark

El éxito de un portafolio de inversión independientemente del modelo que se utilice es generar un alfa, este se obtiene comparando los rendimientos obtenido del modelo frente a su benchmark. Es por esto que como último paso compararemos el rendimiento obtenido en la varianza mínima del portafolio de inversión y compararemos este resultado frente al COLCAP, y como el modelo de media varianza se trabaja bajo el supuesto que el comportamiento futuro de los activos financieros continuaran bajo la misma tendencia que su información histórica podremos concluir si el modelo es viable o no.

Esta confrontación debe hacerse pues el objetivo de todo gestor de portafolio es superar el benchmark. En el caso que el modelo no lo supere se debe desarrollar de nuevo el modelo con otros activos financieros.

Ilustración 18, varianza mínima VS benchmark horizonte de mediano plazo

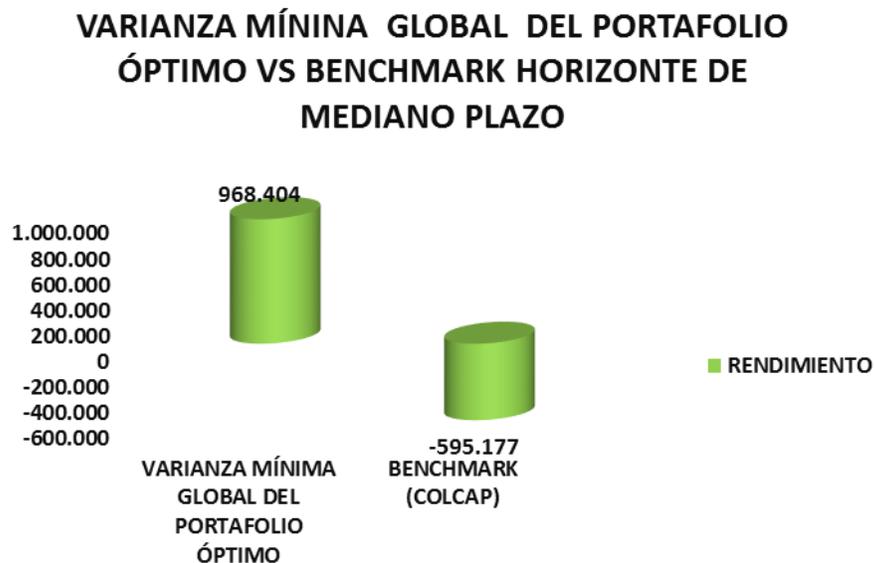


Fuente: Elaboración propia

Podemos observar en la ilustración 18, que la varianza mínima VS el COLCAP, genera un alfa positivo de 15.63%, lo que nos permite concluir que el portafolio de inversión para un horizonte de mediano plazo supera el benchmark por lo cual el modelo de media varianza cumple el objetivo de los portafolio de inversión.

Si, trasladáramos a un ejemplo práctico la ilustración 18 y supusiéramos que un gestor de portafolio deseará invertir la suma de \$10.000.000 con nuestro modelo, y partiendo que el inversionista sea averso al riesgo y seleccionará la varianza mínima Global del portafolio arrojaría que el inversionista obtendría un beneficio de \$968.404, mientras que si el inversionista siguiera la estrategia pasiva del benchmark obtendría una pérdida de \$-595.177, dejando de ganar \$1.563.581 (ilustración 19)

Ilustración 19, ejemplo práctico horizonte mediano plazo



Fuente: Elaboración propia

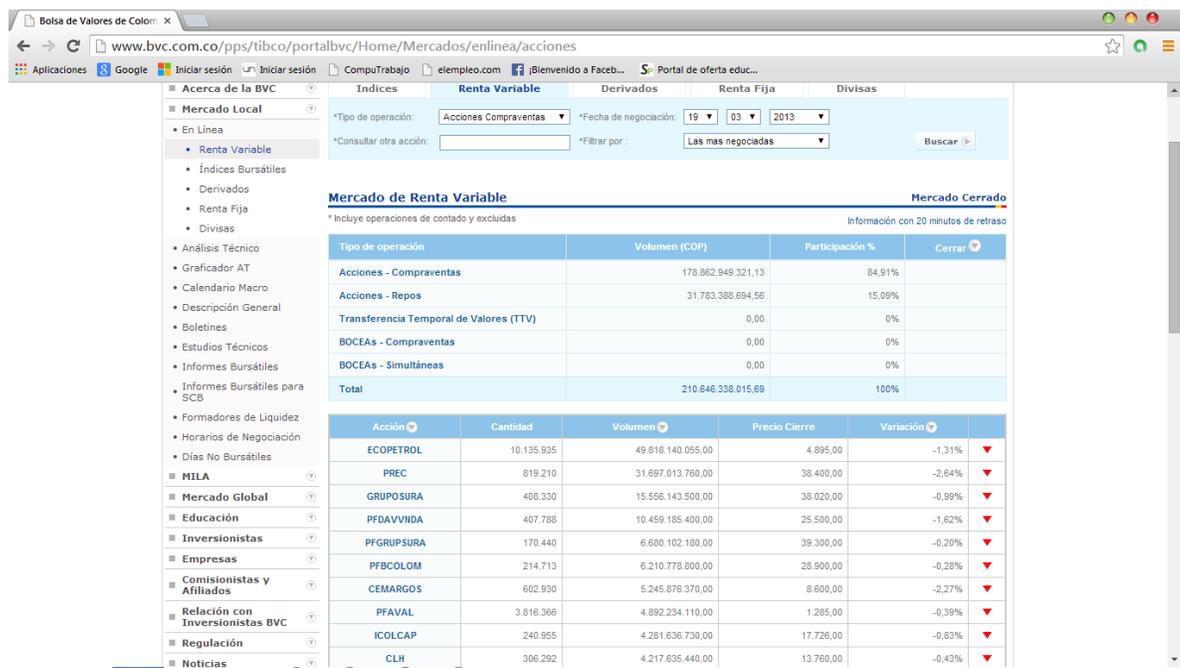
#### 11.3.4 Aplicación del modelo teoría de media varianza en el corto plazo

La aplicación del modelo de teoría de media varianza en el corto plazo, se desarrollará con un paso a paso, el cual será importante pues permitirá obtener una mejor comprensión de los hallazgos del modelo.

## Paso 1, Selección de datos históricos

Como primera paso ingresamos a la página de la BVC y bajamos los datos históricos de las acciones del 31 de marzo de 2013 al 28 de febrero de 2014.

Ilustración 20, descarga de serie histórica de datos



The screenshot shows the 'Mercado de Renta Variable' section of the BVC website. It includes a search bar with filters for 'Tipo de operación' (set to 'Acciones Compraventas'), 'Fecha de negociación' (19/03/2013), and 'Filtrar por' (set to 'Las mas negociadas'). Below the search bar is a table titled 'Mercado de Renta Variable' with columns for 'Tipo de operación', 'Volumen (COP)', and 'Participación %'. A second table below shows a list of stocks with columns for 'Acción', 'Cantidad', 'Volumen', 'Precio Cierre', and 'Variación'.

Tipo de operación	Volumen (COP)	Participación %	Cerrar
Acciones - Compraventas	178.862.949.321,13	84,91%	
Acciones - Repos	31.783.388.694,56	15,09%	
Transferencia Temporal de Valores (TTV)	0,00	0%	
BOCEAs - Compraventas	0,00	0%	
BOCEAs - Simultáneas	0,00	0%	
<b>Total</b>	<b>210.646.338.015,69</b>	<b>100%</b>	

Acción	Cantidad	Volumen	Precio Cierre	Variación
ECOPETROL	10.135.935	49.818.140.055,00	4.895,00	-1,31%
PREC	819.210	31.697.013.760,00	38.490,00	-2,64%
GRUPOSURA	408.330	15.556.143.500,00	38.020,00	-0,99%
PFDVVINDA	407.788	10.459.185.400,00	25.500,00	-1,62%
PFRUPURA	170.440	6.680.102.180,00	39.300,00	-0,20%
PFBLOM	214.713	6.210.778.800,00	28.900,00	-0,28%
CEMARGOS	602.930	5.245.876.370,00	8.600,00	-2,27%
PFAVAL	3.816.366	4.892.234.110,00	1.285,00	-0,39%
ICOLCAP	240.955	4.281.636.730,00	17.726,00	-0,83%
CLH	306.292	4.217.635.440,00	13.760,00	-0,43%

Fuente: Bolsa de Valores de Colombia (BVC). Portal Mercado Local Renta Variable

Esta información se organiza de forma cronológica para poder realizar los cálculos que requiere el modelo más fácilmente.

Ilustración 21, organización de serie de datos

	A	F	G	H	I	J	K	L	M
1		BANCOLOMBIA (P)	BOLSA DE VALORES DE COLOMBIA	CELSIA	COLTEJER	CONCRETO	CORFICOL CF	ECOPETROL	EMPRESA DE ENERGIA DE BOGOTA EM
40	30/04/2012	29.900,0	34,1	4.770,0	6.900,00	1.315,0	34.300,0	5.700,0	1.025,0
41	31/05/2012	27.500,0	32,5	4.700,0	6.010,0	1.280,0	32.600,0	5.450,0	1.000,0
42	29/06/2012	27.800,0	28,2	4.255,0	,76	1.070,0	30.300,0	4.985,0	995,0
43	31/07/2012	27.860,0	29,2	4.680,0	5.400,0	1.060,0	33.000,0	5.150,0	1.095,0
44	31/08/2012	26.320,0	28,2	4.800,0	5.400,00	1.220,0	33.000,0	5.270,0	1.180,0
45	28/09/2012	26.660,0	29,5	4.975,0	4.705,00	1.275,00	34.000,0	5.300,0	1.220,0
46	31/10/2012	29.220,0	32,2	5.450,0	3.535,00	1.320,0	34.800,0	5.450,0	1.310,0
47	30/11/2012	28.700,0	29,2	5.270,0	3.535,00	1.290,0	33.480,0	5.290,0	1.275,0
48	28/12/2012	29.820,0	29,7	5.340,0	3.535,00	1.350,0	36.480,0	5.460,0	1.270,0
49	31/01/2013	30.820,0	30,2	5.800,0	3.535,0	1.365,0	35.000,0	5.620,0	1.385,0
50	28/02/2013	29.800,0	31,1	5.970,0	1.100,0	1.470,0	35.480,0	5.210,0	1.410,0
51	27/03/2013	29.000,0	30,3	5.600,0	1.300,00	1.405,0	35.260,0	5.050,0	1.400,0
52	30/04/2013	29.900,0	28,5	5.270,0	1.300,00	1.355,0	35.300,0	4.390,0	1.365,0
53	31/05/2013	28.000,0	29,5	5.050,0	1.300,0	1.315,0	36.540,0	4.080,0	1.360,0
54	28/06/2013	27.000,0	28,4	4.850,0	1.300,00	1.260,00	36.000,0	4.080,0	1.370,0
55	31/07/2013	27.200,0	25,0	5.530,0	1.400,0	1.170,0	37.000,0	4.335,0	1.450,0
56	30/08/2013	26.880,0	25,1	5.700,0	1.400,00	1.290,0	38.580,0	4.335,0	1.560,0
57	30/09/2013	27.420,0	23,3	6.210,0	1.400,00	1.390,0	39.160,0	4.380,0	1.540,0
58	31/10/2013	26.500,0	24,1	6.080,0	2.100,00	1.400,0	39.380,0	4.500,0	1.590,0
59	29/11/2013	24.760,0	23,9	5.650,0	2.100,00	1.290,0	39.180,0	3.935,0	1.525,0
60	30/12/2013	23.440,0	22,4	5.680,0	2.100,0	1.335,0	39.600,0	3.700,0	1.535,0

Fuente: Elaboración propia

Con la información ya organizada, se halla el rendimiento promedio, volatilidad promedio y la varianza de las acciones que harán parte de portafolio de inversión.

Tabla 13, rendimiento, volatilidad y varianza de los activos financieros en el último año

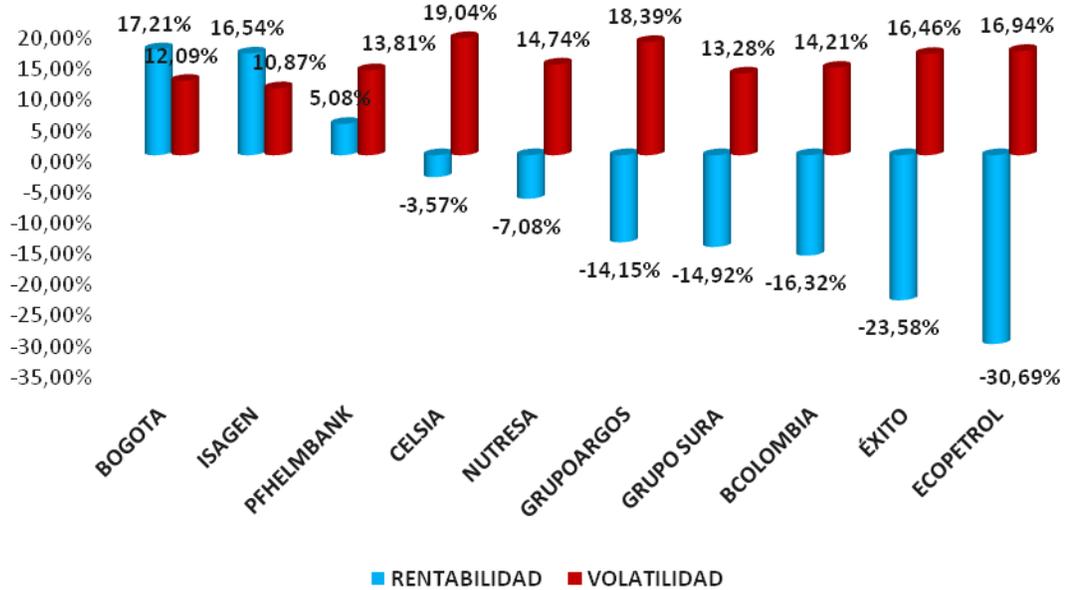
FECHA	BCOLOMBIA	BOGOTA	ISAGEN	GRUPOARGOS	EXITO	ECOPETROL	GRUPO SURA	NUTRESA	PFHELMBANK	CELSIA
<b>RENTABILIDAD</b>	-16.32%	17.21%	16.54%	-14.15%	-23.58%	-30.69%	-14.92%	-7.08%	5.08%	-3.57%
<b>VOLATILIDAD</b>	14.21%	12.09%	10.87%	18.39%	16.46%	16.94%	13.28%	14.74%	13.81%	19.04%
<b>VARIANZA</b>	2.02%	1.46%	1.18%	3.38%	2.71%	2.87%	1.76%	2.17%	1.91%	3.63%

Fuente: Elaboración propia

Podemos encontrar que en este período de tiempo la acción con mayor rentabilidad fue BOGOTA con 17.21% y la acción con menor rentabilidad es

ECOPETROL con -39.69%. En cuanto a la volatilidad la acción más volátil es CELSIA con 19.04% y la menos volátil fue ISAGEN con 10.87%

Ilustración 22, rentabilidad vs volatilidad último año



Fuente: Elaboración propia

**Paso 2, determinación de los coeficientes de correlación**

Como segunda medida determinamos los coeficientes de correlación de las acciones que conforman el portafolio de inversión.

Ilustración 23, cálculo de coeficiente de correlación

FECHA	GRUPO ARGOS	ÉXITO	ECOPETROL	GRUPO SURA	NUTRESA	HELM BANK (P)	CELSIA	COLCAP	MATRIZ DE VOLATILIDAD										
28/02/2013	-0,18%	1,55%	-7,58%	3,15%	5,29%	2,24%	2,89%	-3,85%											
27/03/2013	-4,32%	-5,88%	-3,12%	0,88%	-2,88%	3,17%	-6,40%	-5,20%	13,94%	7,66%	9,27%	17,99%	17,94%	13,46%	15,25%				
30/04/2013	-6,85%	-9,80%	-14,01%	-1,29%	-3,28%	-6,25%	-6,07%	-1,11%	14,16%	9,59%	6,97%	19,42%	18,94%	16,52%	15,46%				
31/05/2013	-0,79%	3,42%	-7,32%	0,78%	1,34%	6,05%	-4,26%	-3,07%	15,20%	11,87%	6,88%	19,50%	18,99%	16,99%	15,23%				
28/06/2013	-4,88%	3,30%	0,00%	-3,67%	-6,15%	1,75%	-4,04%	3,94%	15,59%	12,16%	6,02%	19,78%	19,14%	15,99%	15,63%				
31/07/2013	8,48%	-2,72%	6,06%	-0,05%	6,15%	-1,16%	13,12%	2,87%	15,64%	11,99%	7,35%	20,57%	19,09%	16,80%	15,57%				
30/08/2013	4,40%	2,66%	0,00%	2,38%	7,55%	4,00%	3,03%	1,30%	15,02%	12,08%	11,72%	20,70%	18,98%	16,52%	15,35%				
30/09/2013	3,15%	1,98%	1,03%	-0,42%	-1,02%	-1,32%	8,57%	-0,53%	14,98%	13,16%	12,87%	18,50%	18,95%	16,57%	15,43%				
31/10/2013	-2,70%	-2,86%	2,70%	-1,64%	-0,81%	0,75%	-2,12%	-6,69%	13,21%	12,63%	12,64%	18,33%	12,19%	16,55%	8,53%				
29/11/2013	-9,26%	-2,43%	-13,42%	-7,47%	-3,77%	0,19%	-7,33%	-1,47%	14,13%	12,13%	12,62%	18,31%	11,72%	19,29%	10,72%				
30/12/2013	-2,84%	-3,09%	-6,16%	-3,21%	1,68%	0,00%	0,53%	-9,55%	11,50%	12,43%	12,27%	16,40%	11,82%	18,79%	8,34%				
31/01/2014	-7,70%	-12,41%	-4,99%	-9,32%	-11,36%	0,93%	-10,58%	4,07%	12,01%	14,82%	15,92%	15,28%	14,99%	17,96%	10,88%				
28/02/2014	3,71%	-4,95%	-0,57%	7,77%	2,35%	0,00%	5,52%	0,00%	15,18%	14,52%	15,90%	15,95%	14,73%	17,82%	12,93%				
<b>Rentabilidad promedio</b>	99,79%	165,47%	66,27%	112,69%	57,91%	75,82%	128,81%	78,46%											
<b>Riesgo la acción</b>	38,92%	41,04%	40,80%	35,75%	38,30%	50,62%	48,98%	27,66%	14,21%	12,09%	10,87%	18,39%	16,46%	16,94%	13,28%				
<b>+COEF.DE.CORREL(H49:H63)</b>																			
<b>RENDIMIENTO REND AÑO 1 PROMEDIO</b>	<b>GRUPO ARGOS</b>	<b>ÉXITO</b>	<b>ECOPETROL</b>	<b>COEF.DE.CORREL(matriz1, matriz2)</b>	<b>ELM BANK (P)</b>	<b>CELSIA</b>	<b>COLCAP</b>												
	-14,15%	-23,58%	-30,69%	-14,92%	-7,08%	5,08%	-3,57%	-14,32%											
<b>VOLATILIDAD PROMEDIO</b>	18,39%	16,46%	16,94%	13,28%	14,74%	13,81%	19,04%	10,85%											

Fuente: Elaboración propia

Una vez encontrados los coeficientes de correlación trasladamos estos a la tabla 14, con el fin de obtener una mejor visualización de los datos. Se debe tener en cuenta que el modelo de media varianza tiene como objetivo la optimización de los portafolios por lo cual este paso sería un error omitirse pues se debe conocer cómo se comportan las variaciones de los rendimientos en acciones con respecto a otros, y poder diversificar el riesgo adecuadamente.

Tabla 14, coeficiente de correlación de acciones información de 1 año

	BCOLOMBIA	BOGOTA	ISAGEN	GRUPOARGOS	EXITO	ECOPETROL	GRUPO SURA	NUTRESA	PFHELMBANK	CELSIA
BCOLOMBIA	1.000	0.116	0.085	0.494	0.173	0.263	0.721	0.393	0.536	0.579
BOGOTA	0.116	1.000	0.436	0.064	0.150	0.420	0.331	0.405	0.091	0.050
ISAGEN	0.085	0.436	1.000	0.440	0.478	0.127	0.422	0.847	0.246	0.368
GRUPOARGOS	0.494	0.064	0.440	1.000	0.426	0.740	0.701	0.818	0.116	0.930
ÉXITO	0.173	0.150	0.478	0.426	1.000	0.337	0.288	0.490	0.513	0.394
ECOPETROL	0.263	0.420	0.127	0.740	0.337	1.000	0.384	0.400	0.225	0.685
GRUPO SURA	0.721	0.331	0.422	0.701	0.288	0.384	1.000	0.699	0.121	0.577
NUTRESA	0.393	0.405	0.847	0.818	0.490	0.400	0.699	1.000	0.160	0.752
PFHELMBANK	0.536	0.091	0.246	0.116	0.513	0.225	0.121	0.160	1.000	-0.148
CELSIA	0.579	0.050	0.368	0.930	0.394	0.685	0.577	0.752	0.148	1.000

Fuente: Elaboración propia

En la tabla anterior encontramos como se relacionan entre sí las acciones que conformaran el portafolio de inversión. Como podemos observar en el período de tiempo de un año, el nivel de correlación de las acciones baja considerablemente con relación al horizonte de corto plazo lo que nos permite ser más una optimización del portafolio aún mayor pues las fluctuaciones positivas o negativas que se generaron en estas, no explican los movimientos de las demás.

Las acciones con mayor correlación entre sí, son NUTRESA e ISAGEN con 0.847 y las de menor correlación son BCOLOMBIA y PFHELMBANK con -0.536

### Paso 3, varianza y covarianza

El paso siguiente es determinar la varianza y covarianza de las acciones, y multiplicar estas por las participaciones (%) de los activos financieros que

conforman el portafolio de inversión con el fin de encontrar la varianza del portafolio.

Ilustración 24, cálculo de varianza del portafolio

	FECHA	BOGOTÁ	ISAGEN	GRUPO ARGOS	ÉXITO	ECOPETROL	GRUPO SURA	NUTRESA	HELM BANK (P)	CELSIA	COLCAP
RENTABILIDAD	18.04%	33.16%	20.09%	24.70%	23.06%	15.69%	29.64%	17.47%	17.90%	28.37%	12.56%
VOLATILIDAD	13.18%	12.98%	12.28%	15.72%	16.58%	17.29%	14.40%	16.40%	20.99%	19.72%	10.73%
VARIANZA	1.74%	1.68%	1.51%	2.47%	2.75%	2.99%	2.07%	2.69%	4.41%	3.89%	1.15%

	BANCOLOMBIA	BOGOTÁ	ISAGEN	GRUPO ARGOS	ÉXITO	ECOPETROL	GRUPO SURA	NUTRESA	HELM BANK (P)	CELSIA	COLCAP
BANCOLOMBIA	1	0.510429931	0.319053659	0.671171315	0.437973072	0.391893706	0.713873855	0.57131792	0.265738631	0.510490004	0.27210912
BOGOTÁ	0.510429931	1	0.424534683	0.376307889	0.235843192	0.291477084	0.558630615	0.58246519	0.314885466	0.274982565	0.0312765
ISAGEN	0.319053659	0.424534683	1	0.378083825	0.334362239	0.32033056	0.503927979	0.51802255	0.382398707	0.392771062	0.00779576
GRUPO ARGOS	0.671171315	0.376307889	0.378083825	1	0.302881152	0.413458239	0.656544877	0.59706316	0.3150935	0.681431824	0.20706816
ÉXITO	0.437973072	0.235843192	0.334362239	0.302881152	1	0.381021106	0.49437342	0.343681621	0.322376552	0.19739933	0.21017167
ECOPETROL	0.391893706	0.291477084	0.32033056	0.413458239	0.381021106	1	0.531465536	0.43832271	0.375634062	0.372733247	0.14711788
GRUPO SURA	0.713873855	0.558630615	0.503927979	0.656544877	0.49437342	0.531465536	1	0.72896427	0.328643022	0.502457513	0.1041194
NUTRESA	0.571317919	0.582465187	0.518022548	0.597063161	0.343681621	0.438322712	0.728964272	1	0.25551494	0.520434958	-0.006239
HELM BANK (P)	0.265738631	0.314885466	0.382398707	0.3150935	0.322376552	0.375634062	0.328643022	0.25551494	1	0.361804361	0.00491004
CELSIA	0.510490004	0.274982565	0.392771062	0.681431824	0.19739933	0.372733247	0.502457513	0.52043496	0.361804361	1	0.13129613
COLCAP	0.272109117	0.031276498	0.007795755	0.207068155	0.210171671	0.147117876	0.104119397	-0.006239	0.004910042	0.131296134	1

Fuente: Elaboración propia

Debemos recordar que la teoría de media varianza trabajada por Markowitz indica que debemos encontrar la varianza mínima a cada tasa de rendimiento lo cual nos permitirá encontrar la frontera eficiente del portafolio.

En la próxima tabla (15), encontraremos cual debe ser la participación (%) de cada activo financiero en el portafolio para lograr las mejores combinaciones entre riesgo y rendimiento con mínima varianza, es decir encontramos la frontera eficiente de nuestro portafolio de inversión para un horizonte de corto plazo

Tabla 15, frontera eficiente del portafolio información de 1 año

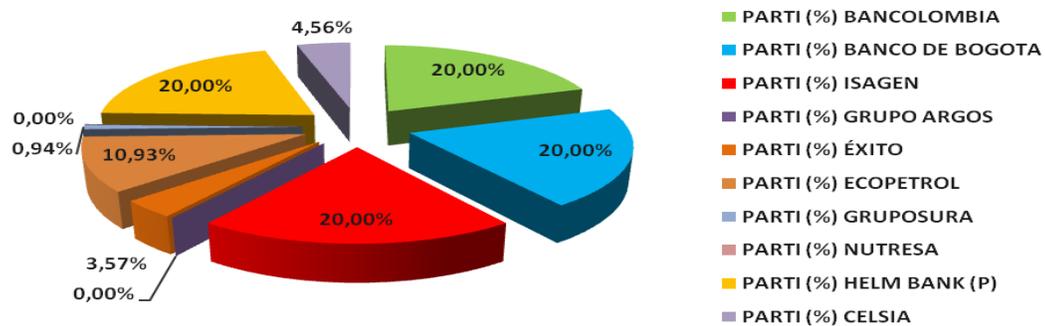
	RENDIMIENTO DESEADO	RIESGO DEL PORTAFOLIO	PARTI (%) BCOLOMBIA	PARTI (%) BOGOTA	PARTI (%) ISAGEN	PARTI (%) GRUPO ARGOS	PARTI (%) EXITO	PARTI (%) ECOPETROL	PARTI (%) GRUPOSURA	PARTI (%) NUTRESA	PARTI (%) PFHELMBANK	PARTI (%) CELSIA
1	0.00%	6.70%	20.00%	20.00%	20.00%	0.00%	3.57%	10.93%	0.94%	0.00%	20.00%	4.56%
2	0.80%	6.85%	20.00%	20.00%	20.00%	0.00%	3.16%	8.22%	1.09%	0.00%	20.00%	7.53%
3	1.60%	7.02%	20.00%	20.00%	20.00%	0.00%	2.75%	5.51%	1.25%	0.00%	20.00%	10.50%
4	2.40%	7.21%	20.00%	20.00%	20.00%	0.00%	2.34%	2.80%	1.39%	0.00%	20.00%	13.47%
5	3.20%	7.42%	20.00%	20.00%	20.00%	0.00%	1.92%	0.09%	1.55%	0.00%	20.00%	16.43%
6	4.00%	7.76%	17.68%	20.00%	20.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	2.32%	20.00%	20.00%
7	4.80%	8.47%	9.03%	20.00%	20.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	10.97%	20.00%	20.00%
8	5.20%	8.88%	4.70%	20.00%	20.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	15.30%	20.00%	20.00%
9	5.63%	9.37%	0.00%	20.00%	20.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	20.00%	20.00%	20.00%

Fuente: Elaboración propia

A continuación observaremos gráficamente como debe distribuirse el portafolio con varianza mínima global punto 1 de la tabla 15.

Ilustración 25, composición del portafolio óptimo con la varianza mínima global horizonte corto plazo

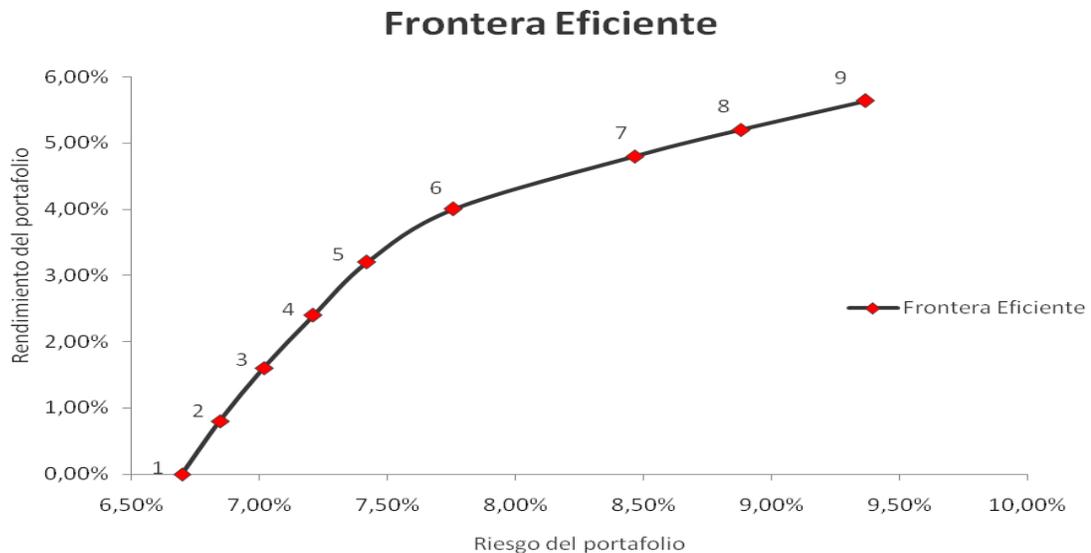
#### COMPOSICIÓN DEL PORTAFOLIO ÓPTIMO CON LA VARIANZA MÍNIMA GLOBAL HORIZONTE CORTO PLAZO



Fuente: Elaboración propia

Si ilustramos en el eje Y el rendimiento promedio esperado del portafolio y en el eje X el nivel de riesgo de todas las combinaciones posibles que se encuentran dentro de la frontera eficiente, encontraremos la representación gráfica de frontera eficiente.

Ilustración 26, frontera eficiente información de 1 año



Fuente: Elaboración propia

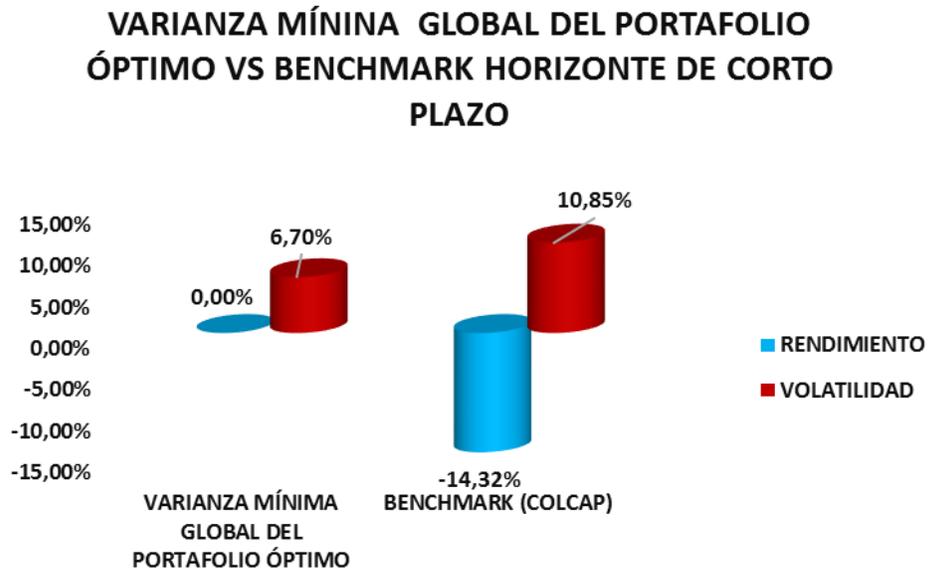
En la Ilustración 26, observamos que el punto 1 representa la varianza mínima global del portafolio, debido a que este punto tiene la combinación mínima de todas las varianzas. Esto quiere decir que un inversionista que aplique la metodología de Markowitz como estrategia para conformar las participaciones de los activos financieros de su portafolio de inversión, optará por tomar aquellos puntos que se encuentren dentro de la frontera eficiente del portafolio (punto 1 a punto 9). La decisión de en cual punto invertir dependerá del nivel de riesgo que desee asumir el inversionista, pues este puede ser averso al riesgo, neutral al riesgo o propenso al riesgo.

#### Paso 4, comparativo contra el benchmark

El éxito de un portafolio de inversión independientemente del modelo que se utilice es generar un alfa, este se obtiene comparando los rendimientos obtenido del modelo frente a su benchmark. Es por esto que como último paso compararemos el rendimiento obtenido en la varianza mínima del portafolio de inversión y compararemos este resultado frente al COLCAP, y como el modelo de media varianza se trabaja bajo el supuesto que el comportamiento futuro de los activos financieros continuaran bajo la misma tendencia que su información histórica podremos concluir si el modelo es viable o no.

Esta confrontación debe hacerse pues el objetivo de todo gestor de portafolio es superar el benchmark. En el caso que el modelo no lo supere se debe correr nuevamente el modelo seleccionando otras acciones.

Ilustración 27, varianza mínima global del portafolio óptimo VS benchmark horizonte de corto plazo



Fuente: Elaboración propia

Podemos observar en la ilustración 27, que la varianza mínima global del portafolio óptimo VS el COLCAP, genera un alfa positivo de 14.32%, lo que nos permite concluir que el portafolio de inversión para un horizonte de mediano plazo supera el benchmark por lo cual el modelo de media varianza cumple el objetivo de los portafolio de inversión.

Si, trasladáramos a un ejemplo práctico la ilustración 27 y supusiéramos que un gestor de portafolio deseará invertir la suma de \$10.000.000 con nuestro modelo, y partiendo que el inversionista sea averso al riesgo y seleccionará la varianza mínima Global del portafolio arrojaría que el inversionista no obtendría ni perdida ni ganancia, mientras que si el inversionista siguiera la estrategia pasiva del benchmark obtendría una pérdida de -\$1.431.775 (ilustración 28)

Ilustración 28, ejemplo práctico horizonte corto plazo



Fuente: Elaboración propia

## 12. CONCLUSIONES

- Para desarrollar el modelo de cartera eficiente la base es tener la información histórica de los instrumentos financieros, por lo cual hizo que este portafolio de inversión sea altamente concentrado, esto debido a que después de la aplicación del modelo el escenario de largo plazo, se encontró que los activos financieros con mayor participación en el portafolio son aquellos que poseen alta rentabilidad entre 18.04% y 33.16%, reducida varianza entre 1.74% y 2.07% y baja correlación con otros activos lo cual puede apreciarse en las ilustraciones 7, 16 y 25, esta situación se corrige anexando restricciones adicionales al modelo que limiten el % máximo a invertir por acción, para el caso la participación del portafolio no podía exceder del 20%.
- Observamos que en el horizonte de mediano y largo plazo este portafolio de inversión le permitirá obtener rentabilidades importantes (9.68% y 22.67% respectivamente) al inversionistas que sea averso al riesgo y seleccione la combinación de varianza mínima global; pero se debe dejar la anotación que al correr el modelo y utilizar datos históricos (análisis cuantitativo) se trabaja bajo el supuesto que el mercado en el futuro se comportará de manera similar que el pasado, motivo por el cual se recomienda al inversionista combinar este método con análisis fundamental que permite determinar el grado de sobrevaloración o subvaloración que puede tener la acción.
- La frontera eficiente encontrada en los tres escenarios, largo, mediano y corto plazo cumple con el objetivo primordial que tienen los Administradores de portafolio de inversión y es que sus portafolios generen alfa VS benchmark, para el caso el COLCAP, para el largo plazo genera un alfa de 10.11%, para el mediano plazo genera un alfa de 15.63% y para el corto

plazo genere un alfa de 14.32%; por lo cual se concluye que la aplicación de este modelo es viable para cualquier inversionista que desee su utilización bajo el modelo media varianza propuesto por Harry Markowitz.

### 13. BIBLIOGRAFIA

ARCILA, Augusto; ARENAS, Diana; HIDALGO, Martha y MARTINEZ, Sanderson. Diseño de un portafolio de inversión para los excedentes de tesorería de Repostería Astor LTDA. [Monografía en CD-ROM] [citado 29 septiembre, 2013]. Disponible en Biblioteca de Facultades Eduardo Fernández Botero.

GARCÍA GUTIÉRREZ FERNÁNDEZ, C., & MASCAREÑAS PÉREZ IÑIGO, J. y. (1998). Casos prácticos de inversión y financiación en la empresa. Madrid: Pirámide.

GIRALDO YEPES, Luz Maria. Una revisión del modelo de selección de portafolios y su aplicación al caso colombiano. [Monografía en CD-ROM] [citado 3 abril, 2014]. Disponible en Biblioteca de Facultades Eduardo Fernández Botero.

GRAJALES, Paola; RUIZ, Sergio; PALACIOS, Isabel y ZULUAGA, Maria. Desarrollo de la metodología de frontera eficiente para la construcción de un portafolio de inversiones. [Monografía en CD-ROM] [citado 13 octubre, 2013]. Disponible en Biblioteca de Facultades Eduardo Fernández Botero.

GUERRA, Juan; CORTES, Paola y MORENO, Sandra. Criterios para conformar un portafolio óptimo de inversiones de renta variable en Colombia. [Monografía en CD-ROM] [citado 5 octubre, 2013]. Disponible en Biblioteca de Facultades Eduardo Fernández Botero.

GUZMÁN, Liliana y CARDONA, Javier. La importancia de la diversificación en conformación de un portafolio de inversión en Colombia a partir del año 2009. [Monografía en CD-ROM] [citado 20 octubre, 2013]. Disponible en Biblioteca de Facultades Eduardo Fernández Botero.

JARAMILLO, Pilar y GOMEZ, Marianella. Criterios para el análisis y estructuración de un portafolio de inversiones en el mercado colombiano. [Monografía en CD-ROM] [citado 12 octubre, 2013]. Disponible en Biblioteca de Facultades Eduardo Fernández Botero.

MARKOWITZ, H. (1952). Portfolio Selection. The Journal of Finance, N° 7, p. 77-91.

MASCAREÑAS, J., & LOPEZ, J. y. (1997). Acciones, bonos y fondos de inversión. Madrid: Pirámide.

RODRIGUEZ ORTIZ, John Jairo y MONTES CARDENAS, Roger David. Aplicación del Modelo de diversificación de portafolio de Markowitz en el mercado accionario colombiano. [Monografía en CD-ROM] [citado 6 abril, 2014]. Disponible en Biblioteca de Facultades Eduardo Fernández Botero.

## 14. CIBERGRAFIA

Bolsa de Valores de Colombia (BVC). Portal Mercado Local Renta Variable: [www.bvc.com.co/pps/tibco/portalbvc/Home/Mercados/enlinea/acciones?action=du](http://www.bvc.com.co/pps/tibco/portalbvc/Home/Mercados/enlinea/acciones?action=du)  
[mmywww.bvc.com.co/pps/tibco/portalbv](http://mmywww.bvc.com.co/pps/tibco/portalbv). [Fecha 4 marzo 2014]

Grupo Aval. Portal Renta Variable Acciones Bolsa de Colombia: [www.grupoaval.com/portal/page?\\_pageid=33,115460184&\\_dad=portal&\\_schema=PORTAL](http://www.grupoaval.com/portal/page?_pageid=33,115460184&_dad=portal&_schema=PORTAL). [Fecha 1 marzo 2014]

Grupo Bancolombia. Portal Investigaciones Económicas: [investigaciones.bancolombia.com/InvEconomicas/home/homeinfo.aspx](http://investigaciones.bancolombia.com/InvEconomicas/home/homeinfo.aspx). [Fecha 15 enero 2014]

Departamento Nacional de Planeación: [www.dnp.gov.co/Portals/0/archivos/documentos/DEE/Archivos\\_Economia/280.pdf&rct=j&frm=1&q=&esrc=s&sa=U&ei=A3ukU\\_vjCKjjsATPx4G4Bw&ved=0CCQQFjAD&usg=AFQjCNFNghCwtXu6N9vKX4SoIUDiTkTYGg](http://www.dnp.gov.co/Portals/0/archivos/documentos/DEE/Archivos_Economia/280.pdf&rct=j&frm=1&q=&esrc=s&sa=U&ei=A3ukU_vjCKjjsATPx4G4Bw&ved=0CCQQFjAD&usg=AFQjCNFNghCwtXu6N9vKX4SoIUDiTkTYGg). [Fecha 10 junio 2014]

FRANCO ARBELÁEZ, Luis C.; AVENDAÑO RÚA, Claudia T.; BARBUTÍN DÍAZ, Haroldo. Modelo de Markowitz y Modelo de Black-Litterman en la Optimización de Portafolios de Inversión. [En línea]. Junio, 2011 [citado 14 abril 2014]. Disponible en internet <[itmojs.itm.edu.co/index.php/tecnologicas/article/download/166/168](http://itmojs.itm.edu.co/index.php/tecnologicas/article/download/166/168)>

PEREZ HERNANDEZ, Francisco. Finanzas de empresas turísticas. [En línea]. [citado 15 marzo 2014]. Disponible en internet <[http://www.uam.es/personal\\_pdi/economicas/fphernan/FET.TIX.A.pdf](http://www.uam.es/personal_pdi/economicas/fphernan/FET.TIX.A.pdf)>

DUBOVA, Irina. La Validación y Aplicabilidad de la Teoría de Portafolio en el Caso Colombiano. [En línea]. Julio, 2005.no.30 [citado 10 octubre 2013]. Disponible en internet <<http://www.redalyc.org/>>