ANÁLISIS DE LAS DIFICULTADES QUE PRESENTAN LOS ESTUDIANTES EN LA INTERPRETACIÓN DE LOS ENUNCIADOS VERBALES DONDE INTERVIENEN ESTRUCTURAS ADITIVAS.

AUTORES

MÓNICA LUCÍA URIBE MIRANDA

CLAUDIA PATRICIA SIERRA OSPINA

LUZ MARINA PALACIOS IBARGUEN

TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR EL TÍTULO DE MAGISTER EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

UNIVERSIDAD DE MEDELLÍN

FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS

MEDELLÍN

2017

ANÁLISIS DE LASDIFICULTADES QUE PRESENTAN LOS ESTUDIANTES EN LA INTERPRETACIÓN DE LOS ENUNCIADOS VERBALES DONDE INTERVIENEN ESTRUCTURAS ADITIVAS

AUTORES

MÓNICA LUCÍA URIBE MIRANDA

CLAUDIA PATRICIA SIERRA OSPINA

LUZ MARINA PALACIOS IBARGUEN

Asesor

JAVIER SANTOS SUAREZ ALFONZO

TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR EL TÍTULO DE MAGISTER EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

UNIVERSIDAD DE MEDELLÍN

FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS

MEDELLÍN

2017

DEDICATORIA

Dedicamos este trabajo a:

Dios por ser quien nos da la sabiduría para realizar este trabajo, a los docentes que nos enseñaron y a nuestras familias que siempre nos apoyaron.

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar damos gracias a Dios por toda su iluminación y sabiduría, al Municipio de Medellín que a través de la agencia para la educación superior Sapiencia, promueve la formación avanzada de maestros con el apoyo de créditos condenables, al Departamento de Antioquia por el programa de becas para docentes, a la Universidad de Medellín, a todos los maestros que hicieron parte de este proceso de formación, a la coordinadora de la Maestría Ana Celi Tamayo por su colaboración, a nuestras familias, esposos, e hijos que siempre contamos con su apoyo y un agradecimiento muy especial al profesor Javier Santos Suárez Alfonzo por toda su entrega, enseñanzas, colaboración y por regalarnos generosamente su conocimiento y su tiempo en el desarrollo de este trabajo.

TABLA DE CONTENIDO

Contenido

TABLA DE ILUSTRACIONES

RESUMEN

Autoras:

Claudia Patricia Sierra
Luz Marina Palacios
Mónica Lucía Uribe

El presente trabajo se desarrolla aplicando la investigación exploratoria de tipo cualitativa, desde la teoría del pensamiento numérico y las estructuras aditivas según Castro, Rico y Castro (1995)

La importancia de analizar las dificultades que presentan los estudiantes en el trabajo con las estructuras aditivas en tres Instituciones Educativas, está orientada en la aplicación de tres guías de trabajo individual donde los estudiantes dan cuenta de los conocimientos previos que poseen frente a problemas de cálculo donde intervienen estructuras aditivas.

El objetivo de esta propuesta es identificar cuáles son las dificultades que presentan los estudiantes en la interpretación de enunciados verbales que impliquen problemas de estructuras aditivas, estableciendo el nivel de comprensión de los estudiantes del grado segundo de la básica primaria con un rango de edades entre 7 a 9 años y realizar una intervención desde los principios y fundamentos del pensamiento numérico y las estructuras aditivas para los niveles de conteo y las estrategias de cálculo.

La investigación se trabajó con estudiantes de grado segundo de la básica primaria de las Instituciones Educativas: Fe y Alegría La Cima, Guillermo Aguilar y José Antonio Galán de los municipios de: Medellín, Yolombó y La Estrella respectivamente del Departamento de Antioquia.

El trabajo del análisis de los contextos de conteo, los niveles de secuencia, el proceso de conteo, los principios lógicos y las categorías en los problemas verbales, permiten identificar e intervenir las dificultades que presentan los estudiantes para realizar un trabajo planeado, guiado y estructurado para el docente y que pueda intervenir el currículo.

Palabras claves:

Estructuras Aditivas, Dificultades, Enunciados Verbales, Nivel, Comprensión.

INTRODUCCIÓN

En el presente trabajo se realizó un análisis de las dificultades de los estudiantes del grado segundo de la básica primaria de las Instituciones Educativas: Fe y Alegría La Cima, Guillermo Aguilar y José Antonio Galán de los Municipios de Medellín, Yolombó y La Estrella respectivamente en cuanto a la interpretación de los enunciados verbales donde intervienen estructuras aditivas, partiendo inicialmente de los resultados que presentan en las pruebas saber, esto se logró mediante un análisis de los temas tratados en dichas pruebas.

En el primer capítulo de este trabajo se encuentran los antecedentes y problemas de investigación, se realiza una justificación apoyadas en las pruebas SABER, Lineamientos Curriculares para el área de matemáticas planteados por el Ministerio de Educación Nacional (MEN), Los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA), Los Principios y Estándares para la Educación Matemática (NCTM) y se plantea la pregunta que direcciona todo el contenido de la investigación, así como los objetivos que fueron trazados para dar respuesta a esta.

En el segundo capítulo se aborda el marco referencial en el que se apoyó este trabajo de investigación, para esto se presenta un marco contextual desde Los Principios, Estándares y Los Lineamientos Curriculares, del mismo modo se aborda un marco conceptual desde el pensamiento numérico, contexto numérico, secuencia numérica, aspecto cardinal de un número, el proceso de contar y puntos de vista sobre la acción de contar dentro de un marco teórico desde las estructuras aditivas, la resolución de problemas verbales aditivos y clasificación de los problemas aditivos simples (Castro, Rico y Castro, 1995). Se tuvieron en cuenta los elementos más relevantes del marco referencial para poner en contexto, del mismo modo se abordan algunos aspectos relevantes de las pruebas SABER; en articulación con la aplicación del pensamiento numérico desde de los Estándares de matemáticas del MEN y finalmente se hace una descripción de los hallazgos a partir de un estudio de casos (Stake, 1998), como parte de la metodología empleada.

Esta interacción entre las teorías del pensamiento numérico y las estructuras aditivas Castro, Rico y Castro (1995), donde se trabaja con el pensamiento numérico y las estructuras aditivas en combinación con la técnica de estudio de casos, permitió la construcción de tres instrumentos de intervención al cual llamamos Guías, proporcionando elementos para un análisis de las dificultades de los estudiantes en cuanto a conceptos de estructuras aditivas.

El trabajo de campo es desarrollado directamente en el aula de clases con la aplicación de instrumentos por parte de los investigadores, como insumo para realizar los análisis y reflexiones; estas son descritas en la metodología y el análisis de resultados.

El tercer capítulo está dedicado a la metodología, para lo cual, se hace inicialmente una descripción de la metodología empleada a lo largo del trabajo de grado, con el fin de orientar el proceso de indagación y, por lo tanto, darle una orientación a cada una de las dificultades observadas en una muestra de estudiantes tomadas por conveniencia, desde el diseño, unidades de análisis y el análisis de la información.

En el capítulo cuatro se trabajó el análisis de resultados donde se analizan los casos de las Instituciones Educativas: Fe y Alegría La Cima, Guillermo Aguilar, José Antonio Galán.

En el último capítulo se dan las conclusiones y recomendaciones que surgieron de la investigación, las cuales se enumeran y se articulan de acuerdo al objetivo general y los específicos. Finalmente se encuentran los referentes bibliográficos que se emplearon para el desarrollo y sustentación del trabajo y se muestran los anexos que sirvieron para la recolección de información en varios momentos a lo largo de la investigación.

CAPÍTULO 1: ANTECEDENTES Y PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

En este capítulo se contextualizó el problema de investigación partiendo de la situación que inicialmente motivó a realizar esta indagación. Se proporcionó una breve descripción de aquellos trabajos de investigación que sirvió como antecedentes y que dejaron ver la importancia, y pertinencia del objeto matemático de estudio en coherencia con una justificación que se adapta a una realidad existente y los estudios preliminares que se relacionan con el presente trabajo. En la parte final se presenta la pregunta, y los objetivos que son los que precisan los problemas de indagación.

1.1. Descripción del problema

La propuesta de investigación surgió a partir de la observación, de los bajos resultados encontrados en las pruebas SABER 2014, 2015, 2106, presentadas por los estudiantes de las Instituciones Educativas: Fe y Alegría La Cima, José Antonio Galán, y Guillermo Aguilar. Esta situación llevó a las docentes del grado segundo de la básica primaria a realizar un trabajo diagnóstico para indagar las posibles razones por las cuales no se obtenía un buen desempeño al abordar este tipo de exámenes.

1.2. Planteamiento y justificación del problema

Durante el trabajo que se desarrolló en las Instituciones Educativas José Antonio Galán Municipio de la Estrella, Fe y Alegría la Cima el Municipio de Medellín y Guillermo Aguilar del Municipio de Yolombó, se observó que el proceso realizado en la comprensión de los enunciados verbales que involucran estructuras aditivas, era deficiente y no constituía el desarrollo de una competencia en sí misma, debido a que se trabajó más la mecanización de operaciones y el desarrollo de algoritmos, tal como lo señala Castro y Martínez (1995). Tradicionalmente en los programas de cálculo elemental los problemas se introducen después del estudio de las operaciones y los algoritmos a aplicar para resolver dichos problemas, debido a que se piensa en los problemas como ejercicios sobre los que se aplican técnicas de cálculo.

A continuación se muestran los resultados de las tres instituciones donde se evidencia los niveles de desempeño en los resultados de la prueba SABER del grado tercero correspondiente a los años 2014, 2015 y 2016. (Ver Ilustraciones 1, 2, 3)

Establecimiento educativo: Fe y Alegría la Cima.

Resultados de tercer grado del área de matemáticas

Año	Número de estudiantes evaluados
2014	98
2015	86
2016	104

Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño. Matemáticas - grado tercero

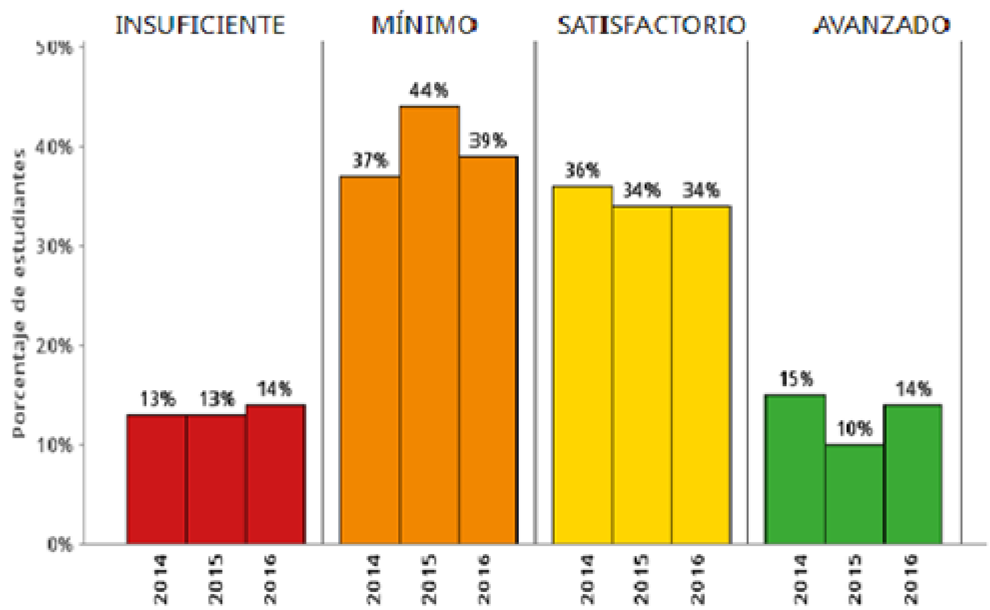


Ilustración 1. I.E Fe y Alegría comparación.

Establecimiento educativo: Guillermo Aguilar

Resultados de tercer grado del área de matemáticas

1. Número de estudiantes evaluados. Matemáticas - grado tercero

Año	Número de estudiantes evaluados
2013	4
2014	4

2. Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño. Matemáticas - grado tercero

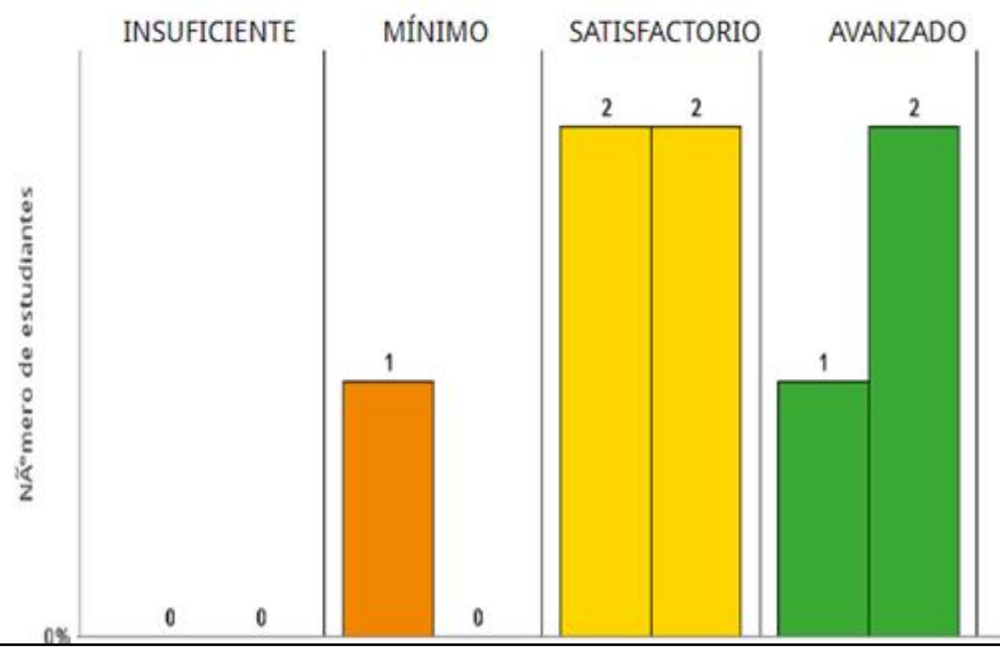


Ilustración 2. I. E Guillermo Aguilar comparación.

Establecimiento educativo: I. E. JOSE ANTONIO GALAN

Código DANE: 205380000165

Fecha actualización de datos: 25-10-2017 05:32:09

Reporte historico de comparacion entre los años 2014 - 2015 - 2016

Resultados de tercer grado en el área de matemáticas

1. Número de estudiantes evaluados por año en matemáticas, tercer grado

Año	Número de estudiantes evaluados
2014	83
2015	96
2016	79

2. Comparación de porcentajes según niveles de desempeño por año en matemáticas, tercer

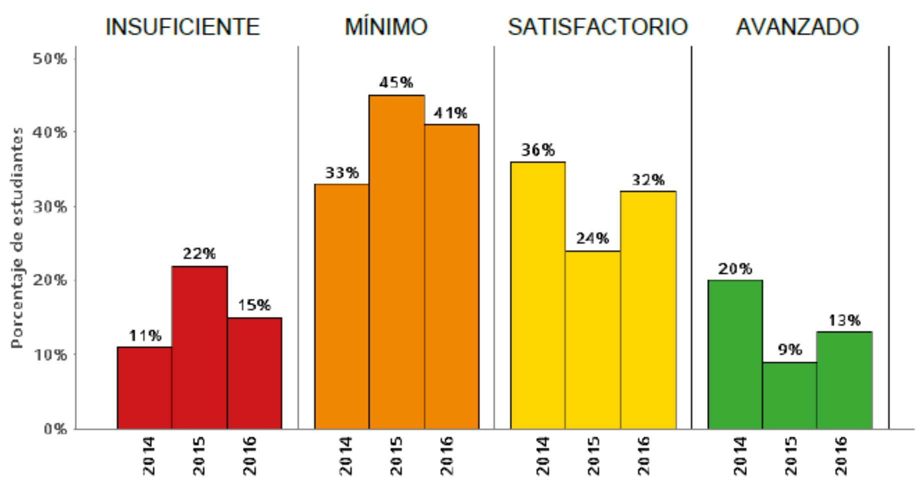


Ilustración 3. I.E José Antonio Galán comparación.

Es así como se articuló esta investigación que permitió a las docentes del grado segundo de la básica primaria realizar un trabajo guiado donde se involucran diversas competencias del pensamiento matemático donde están presentes las estructuras aditivas, tomando como referente el análisis del pensamiento numérico y las estructuras aditivas desde Castro, Rico y Castro (1995).

De este modo, se trabajó teniendo en cuenta los diferentes niveles de comprensión y el proceso lógico de conteo que plantea Castro, Rico y Castro (1995), donde se le permite al docente realizar un seguimiento mediante las guías aplicadas y poder ir categorizando las observaciones que se hacen de las actividades aplicadas, cuando se trabajan las estructuras aditivas; para ello se debe tener en cuenta la forma como el estudiante aborda un proceso ordenado y lógico, que le permite comprender el enunciado y los conceptos involucrados.

Tanto en las pruebas internas de la institución como en las pruebas externas, se han mostrado bajos resultados en el área de matemáticas, situación que permitió un diálogo con los docentes del área sobre las posibles razones que incidieron en el bajo rendimiento académico en dichas pruebas, entre las cuales ellos comentaron: la poca ejercitación, el bajo nivel de comprensión lectora, el incipiente trabajo con material concreto y la linealidad con la que se aborda las clases, entre otros.

En este sentido se intervino en lo que compete a la comprensión de los enunciados verbales, desde la dificultades que se presenta en el trabajo con estructuras aditivas, en la cual hacen énfasis la gran mayoría de docentes que se encargan de impartir la clase de matemáticas en los primeros grados de escolaridad, al observar la poca comprensión mostrada frente a las instrucciones que se les orienta.

1.3. Antecedentes

En la época actual es indispensable en cuanto al trabajo con el pensamiento numérico, la conceptualización Verschaffel (1992), debido a que se requiere recalcar la manera como se produce el conteo de los números, las reglas que se originan en la manipulación numérica, la comprensión de las representaciones simbólicas, el trabajo con estructuras aditivas, ampliación de los elementos conceptuales, el trabajo con situaciones problema, y el desarrollo del sentido numérico.

En la revisión de la literatura, se encontraron trabajos como el de Pineda Quintero (2013), donde se tratan los temas de estructuras aditivas en la básica primaria y la revisión de estudios de autores que analizan los problemas verbales asociados con las operaciones de suma y resta. Busca como objetivo mostrar una unidad didáctica, diseñar una herramienta didáctica para la enseñanza y el aprendizaje de las estructuras aditivas, favoreciendo la metacognición y la mejora en las prácticas en el aula. Este trabajo resaltó el cambio de creencias y paradigmas por parte de los integrantes de la comunidad de aprendizaje; puesto que, reconocieron la importancia de construir conocimiento disciplinar y didáctico a través de la interacción entre pares, de la reflexión y de la toma de conciencia sobre sus prácticas de aula.

Por otro lado se revisó la propuesta metodológica de Ordoñez Marquinez (2014), donde se busca la aplicación de estrategias didácticas que permitan una mejor comprensión de las estructuras aditivas con números enteros y que los estudiantes logren identificar la posición de la incógnita en Problemas Aritméticos en un Enunciado Verbal (PAEV). Proponen tres estrategias en tres grupos diferentes G1, G2 y G3 de séptimo grado de la Institución Educativa Santo Tomás ubicada en Cali. La estrategia 1, Metodología Redactar se aplicó al grupo G1, donde los estudiantes redactaron sus propias historias con diferentes estructuras y contextos, identificaron la incógnita y resolvieron los problemas, la estrategia 2 se implementó al G2 con la metodología tradicional y el uso del libro texto y la estrategia 3 al G3 la metodología resolver donde los estudiantes resuelven problemas presentados por el profesor, variando el grado de dificultad de diferentes estructuras y contextos.

Al analizar los resultados, se observó que ninguna de las tres estrategias tuvo diferencias significativas entre los grupos con sus diferentes metodologías, ni entre hombres y mujeres en la calificación final, pero si una variación entre la prueba inicial y la prueba final en la identificación de la incógnita y en la resolución de los PAEV. También se identificó problemas en la comprensión de lectura y en fundamentos conceptuales en las operaciones básicas de suma y resta.

Se revisó el trabajo de estructuras aritméticas, de Castro, Rico, Castro (1995) donde se observó un análisis cuidadoso de las expresiones numéricas que encierran múltiples conceptos en los diferentes ámbitos numéricos. Además los procesos que siguen los niños en la adquisición del concepto de número, partiendo de un aprendizaje informal, sobre los cuales posteriormente se apoya la aritmética, tomando conceptos formales.

Teniendo en cuenta que el trabajo de investigación se ha elaborado para los estudiantes del grado segundo de la básica primaria, se tuvo en cuenta la trascendencia que tiene la etapa infantil en la educación matemática, donde se forman los conceptos primarios y los primeros esquemas sobre los cuales se formará el aprendizaje. Siendo precisamente en la escuela donde los niños evolucionan hacia procesos más abstractos de pensamiento.

En conclusión, los antecedentes investigativos ofrecen un panorama acerca de las propuestas afines a esta investigación que han realizado otros estudiosos y que de alguna manera comparten postulados que han fortalecido la presente investigación. Por otro lado, el marco teórico amplía conceptos y enfoques relacionados estrechamente con el foco de esta indagación. Finalmente, los fundamentos legales sustentan la propuesta, convirtiéndose en punto de apoyo para no alejarnos de la normatividad educativa nacional en el campo de las matemáticas, área por la que está permeada esta investigación.

1.4. Pregunta de Investigación

¿Cuáles son las dificultades que presentan los estudiantes en la interpretación de los enunciados verbales donde intervienen estructuras aditivas en el grado segundo de la básica primaria?

1.5. Objetivos

1.5.1. General

Analizar las dificultades presentadas por los estudiantes del grado segundo de la básica primaria en la interpretación de los enunciados verbales, donde se involucran las estructuras aditivas.

1.5.2. Específicos

- Identificar cuáles son las dificultades que presentan los estudiantes en la interpretación de enunciados verbales que impliquen problemas de estructuras aditivas.
- Establecer el nivel de comprensión de las estructuras aditivas planteadas desde Castro, Rico y Castro (1995) de los estudiantes del grado segundo de la básica primaria.
- Diferenciar a partir de los principios y fundamentos de los niveles de pensamiento numérico y las estructuras aditivas desde Castro, Rico y Castro (1995), los niveles de conteo y las estrategias de cálculo que utilizan los estudiantes.

CAPÍTULO 2: MARCO REFERENCIAL

El presente capítulo está constituido por los Marcos: Contextual, Conceptual y Teórico.

2.1. Marco Contextual

Para la construcción de este trabajo, se hizo la observación en las Instituciones Educativas Fe y Alegría la Cima del municipio de Medellín, ubicado en el Barrio Manrique, que cuenta 2700 estudiantes desde los grados de preescolar hasta once, dividida en dos jornadas con modalidad de bachillerato media técnica. Se tomó como unidades de análisis los estudiantes del grado segundo, de la jornada de la tarde que son 37 estudiantes en total, desde donde se extrae un grupo muestral de 5 estudiantes.

La Institución Educativa José Antonio Galán del municipio de la Estrella, ubicada en el corregimiento de la Tablaza, cuenta con 1.500 estudiantes desde los grados de preescolar hasta el grado once, con modalidad media técnica, se tomó como unidades de análisis los estudiantes del grado segundo, que son 31, tomando un grupo muestral de 5 estudiantes.

La Institución Educativa Guillermo Aguilar, sede Piedras Blancas del municipio de Yolombó, ubicada en la vereda de Barro Blanco, que cuenta con 270 estudiantes desde los grados de preescolar hasta el grado once, con modalidad de técnica agropecuaria, se tomó como unidades de análisis los estudiantes del grado segundo, que son 27 estudiantes, tomando una muestra de 5 estudiantes.

Las muestras que se tomaron fueron por conveniencia, debido a las diferentes categorías de análisis que se quieren establecer. Los estudiantes participaron libremente asistiendo 5 horas a la semana después de su jornada académica, donde se aplicó la guía diagnóstica y los elementos de intervención, como son las guías de conteo y de estrategias de cálculo para las estructuras aditivas.

Las edades de los niños oscilan entre los 7 y 9 años, son estudiantes de estratos socio – económicos 1 y 2, con un nivel académico bajo, debido a las condiciones económicas y al bajo nivel de escolaridad de los padres.

No se observaron en los tres grupos muestrales diferencias significativas en cuanto al nivel cognitivo y proceso de aprehensión del conocimiento.

2.1.1. Principios y Estándares para la Educación Matemática.

Desde las directrices de los Principios y Estándares para la Educación Matemática, se trata de dar respuesta a la pregunta ¿Qué contenidos y procesos matemáticos deberían los estudiantes aprender a conocer y a ser capaces de usar cuando avancen en su educación?. Es así como se observa una estructuran en estándares de contenido y de proceso. Los cinco estándares de contenido, se organizan sobre la base de áreas de contenido matemático, y son: Números y Operaciones, Álgebra, Geometría, Medida y Análisis de datos y Probabilidad. Los otros cinco estándares son de procesos y mediante ellos se presentan modos destacados de adquirir y usar el conocimiento: Resolución de Problemas, Razonamiento y Demostración, Comunicación, Conexiones y Representación.

El currículo se estructura sobre la base de dos pilares: principios y estándares. Los principios orientan la acción educativa. Forman parte de las grandes decisiones subyacentes en los ámbitos políticos, sociales y económicos.

Principios curriculares que propone el NCTM (2001):

Igualdad. La buena educación matemática requiere igualdad, es decir, altas expectativas y una base potente para todos los estudiantes.

Curriculum. Un currículo es más que una colección de actividades, debe ser coherente, centrado en todas las competencias, y bien articulado en grados.

El énfasis en seleccionar matemáticas relevantes para los objetivos marcados es muy notable. Por ejemplo, dentro del campo numérico, cita la proporcionalidad y las razones; cita las destrezas de razonar y deducir, la capacidad de predicción a través de las matemáticas o incrementar conocimientos en recursión, iteración, comparación de algoritmos.

Enseñanza. La enseñanza efectiva de las matemáticas requiere comprender lo que los estudiantes saben y necesitan aprender porque retándolos y desafiándolos aprenderán bien.

Aprendizaje. Los estudiantes deben aprender matemáticas, comprendiéndolas, construyendo activamente nuevo conocimiento desde la experiencia y el conocimiento previo.

Evaluación: La evaluación debería apoyar el aprendizaje de las matemáticas importantes y aprovechar esta información poderosa para ambos, alumnos y profesores.

Tecnología. La tecnología es esencial en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas; influye en la manera como se enseñan y refuerza el aprendizaje de los estudiantes.

En los Principios y Estándares, se establecen unos ejes que marcan unas pautas generales para cada uno de los Estándares, y que deberían darse para todos los niveles educativos.

Comprender los números, se refiere a las diferentes formas de representarlos, las relaciones entre ellos y los conjuntos numéricos; comprender los significados de las operaciones y cómo se relacionan unas con otras; calcular con fluidez y hacer estimaciones razonables, usar el lenguaje matemático con precisión para expresar ideas matemáticas, organizar y consolidar su pensamiento matemático a través de la comunicación; comunicar su pensamiento matemático con coherencia y claridad a los compañeros, profesores y otras personas; analizar y evaluar las estrategias y el pensamiento matemáticos de los demás. Además de incluir sistemáticamente una reflexión acerca de la enseñanza de algunos estándares en cada nivel, también se basan en investigaciones y referencias constantes a experiencias de aula que muestran cómo hacer matemáticas en aula.

Los Principios y Estándares suministran pautas para que cada persona y cada colectivo lleve a cabo su papel en esa enseñanza de calidad (Graham y Fennell, 2001).

La NCTM (2001), suministra numerosos recursos electrónicos que se actualizan periódicamente, para iluminar los Principios y Estándares. Estos recursos están organizados por niveles educativos, y para cada uno de ellos se describe cómo se usa, qué nociones matemáticas se trabajan y qué tareas se pueden afrontar. En ellas se promueve que los estudiantes descubran, conjeturen y analicen, favoreciendo la interacción con el ordenador y entre los estudiantes.

2.1.2. Lineamientos Curriculares

Se plantean lineamientos curriculares, como un trabajo de investigación que procura aportar a los procesos matemáticos que se implementan en las Instituciones Educativas. Por tanto, es importante hacer una revisión de la política pública nacional que ha generado el Ministerio de Educación y que todo docente que orienta el área de matemáticas debe conocer, como base para el desarrollo del pensamiento matemático de los niños y jóvenes de Colombia.

Uno de los aportes del Ministerio de Educación Nacional (MEN) a los procesos de enseñanza, son los *Lineamientos Curriculares de matemáticas (1998)*, en este documento se expresa claramente que: "con los lineamientos se pretende atender esa necesidad de orientaciones y criterios nacionales sobre los currículos, sobre la función de las áreas y sobre nuevos enfoques para comprenderlas y enseñarlas". (MEN, 1998, p.11)

Teniendo en cuenta la definición anterior, se puede afirmar que los Lineamientos Curriculares en el área de matemáticas (1998), se constituyen en un documento de fundamentación epistemológica, pedagógica, didáctica y teórica, para la orientación de las actividades en la escuela para el área de matemáticas.

Cabe resaltar que en los *lineamientos curriculares*:

> Las matemáticas se conciben desde enfoque orientado a la conceptualización por parte de los estudiantes, a la comprensión de sus posibilidades y al desarrollo de competencias que les permitan afrontar los retos actuales como son la complejidad de la vida y del trabajo, el tratamiento de conflictos, el manejo de la incertidumbre y el tratamiento de la cultura para conseguir una vida sana. (MEN, 1998 p.7).

Las competencias matemáticas no se alcanzan por generación espontánea, sino que requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problema significativas y comprensivas, que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más complejos, por tal motivo se han realizado algunos cambios en las argumentaciones sobre la importancia de la formación matemática y su relación con las nuevas visiones de la naturaleza de las matemáticas (MEN, 1998).

Fundamentos como este, se presentan minuciosamente para dar herramientas a los docentes, permitiendo comprender el proceso matemático y a su vez orientar las acciones pedagógicas, teniendo presente los ejercicios de resolución de problemas relacionadas con el contexto con el propósito de hacer de las matemáticas, un elemento de significación y uso social y cultural; para lo cual es fundamental la escuela.

Los estándares para el área de matemáticas, están organizados en cinco tipos de pensamientos, ellos son: el pensamiento numérico y el sistema numérico, pensamiento espacial y sistemas geométricos, pensamiento métrico y sistemas de medidas, pensamiento aleatorio y sistemas de datos y el pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos. En el caso concreto del pensamiento que aborda los enunciados verbales que involucren estructuras aditivas, para el grado segundo, tenemos el pensamiento numérico y el sistema numérico.

Los procesos generales que se contemplaron en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas, son cinco los cuales son: formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar, y formular comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos. De esta manera están establecidos los estándares de matemáticas. Al mismo tiempo deben contemplar tres aspecto en la actividad matemática: Planteamiento y resolución de problemas, Razonamiento matemático (formulación, argumentación, demostración), Comunicación matemática. Consolidación de la manera de pensar (coherente, clara, precisa).

Lo anterior demuestra que existen referentes de calidad para la educación en Colombia, especialmente los que rigen la enseñanza, particularmente en el área de matemáticas; y a su vez criterios específicos en lo que respecta el desarrollo del pensamiento numérico en la escuela. Referentes útiles y pertinentes para guiar la práctica pedagógica del docente de la matemática.

2.2. Marco conceptual

2.2.1. Pensamiento numérico

Cuando expresamos situaciones con números, pareciera ser algo muy sencillo, pero la verdad es que nos referimos a conceptos complejos que contienen diversos elementos. Se hace necesario identificar los diferentes contextos de los números y la manera como los niños adquieren el concepto de número.

Baroody (como se citó en Castro, Rico y Castro, 1995) expresa que la base del aprendizaje del número es informal, y con estos elementos, se construyen los conceptos y esquemas de la aritmética formal, que se fundamentan en la escuela con el objetivo de comprender y aprender matemáticas. Este proceso sucede en la etapa infantil y se va afianzando en las diferentes etapas de crecimiento del niño. Dichos conceptos deben ser muy bien cimentados, porque de lo contrario se puede dificultar el aprendizaje.

Es en la escuela donde se orienta al niño hacia la abstracción en el pensamiento, debido a que los niños desde temprana edad, tienen la capacidad de desarrollar procesos habilidosos para resolver problemas.

Montessori (como se citó en Castro, Rico y Castro, 1995) plantea que:

> "Se ha repetido siempre que la Aritmética y en general la ciencia matemática, tiene en la educación el oficio importante de ordenar la mente juvenil, preparándola, con rigurosa disciplina, para ascender a las alturas de la abstracción". Más adelante añade: "El cálculo, después, no es sino una ulterior abreviación de la operación de contar" (p.2).

2.2.2. Contextos numéricos

Las expresiones numéricas se emplean en diversos contextos, tales como: uso en la secuencia convencional numérica, empleo de dicha secuencia para contar, asociación de cada palabra con un símbolo, utilización para indicar la numerosidad de un conjunto, utilidad para indicar la posición relativa de los objetos, función de código, y en contexto de medida (Castro, Rico y Castro, 1995).

De acuerdo al contexto donde se empleen las palabras numéricas, se darán diferentes significados de secuencia y de recuento.

Secuencia. Las expresiones numéricas se utilizan en la secuencia numérica y de conteo, la asociación de una palabra con el símbolo, la numerosidad de un conjunto, para indicar la posición relativa de los objetos, de los códigos, y las medidas. Se emplean en el orden normal, sin asociarlo a un objeto como al cronometrar el tiempo en un juego, dar un compás de espera, para ubicar, ordenar, medir, sumar, restar, multiplicar, y dividir.

Recuento. Se asocia cada número con un elemento de un conjunto. Es importante esta relación en el mundo real debido a la relación uno a uno que se establece. La acción de contar cuando no hay un punto fijo, se puede hacer trasladando el objeto al grupo de los elementos no contados.

Contexto Cardinal. Es donde se cuenta los objetos de un grupo. Se emplean las palabras tales como: dúo, trío, cuarteto, etc. (en música); gemelos, trillizos, cuatrillizos, etc.; doble, triple, cuádruple, etc.; par, terna, cuaterna, entre otras. Este proceso de encontrar el cardinal, se puede realizar preguntando para que se responda, también individualmente. Es importante conocer la dimensión del grupo para proceder bien sea: por subitización, por conteo, por estimación, o empleando las operaciones básicas (Castro, Rico y Castro, 1995).

La *subitización*, se presenta cuando es posible apreciar fácilmente el tamaño instantáneamente.

El *conteo*, se utiliza en conjuntos más grandes, donde el último número con el que terminamos es el cardinal.

La *estimación*, se da en el caso en el que es suficiente la aproximación.

Empleando operaciones básicas, se puede hallar el cardinal empleando las propiedades de las cuatro operaciones básica.

Cuando se trata de comparar el tamaño de dos conjuntos, se puede decidir si son iguales o cuál es mayor que el otro, de manera perceptual, relacionando los elementos de manera biunívoca o contando y después comparando el cardinal.

Contexto de medida. Describe unidades como longitud, superficie, volumen, capacidad, peso, tiempo, entre otras. La magnitud se divide en múltiplos de la unidad a la que corresponde. En este caso si no está hecha la división, se debe realizar según la medida que se utilice, puede ser empleando técnicas conocidas o más complejas como llenar la unidad, recubrir, y reiterar.

En un principio, el niño aprende términos numéricos como palabras asociadas a diferentes contextos, luego se da origen a un bloque, que contiene diferentes significados. Este proceso puede tardar cinco o seis años. Es entonces, en la educación inicial cuando de manera pausada se va ampliando el conocimiento de número, siendo la escuela un lugar de gran importancia para el niño y es allí donde los educadores, deben estar bien preparados para acompañar un aprendizaje significativo (Castro, Rico y Castro, 1995).

2.2.3. Secuencia numérica.

Fuson y Hall (como se citó en Castro, Rico y Castro, 1995) expresa que el acercamiento inicial que los niños tienen con los números, es al emplear palabras numéricas en una sucesión convencional que no es utilizada para contar. Por edad cronológica, se puede situar al niño de la siguiente forma en el nivel de conteo:

Domina la sucesión hasta 100, incorporando diferentes tramos, entre 6 y 7 años. Un primer tramo se consigue a los años, contando “uno, dos, tres, cuatro, cinco”, presentando otros tramos no convencionales. Para dominar la secuencia recorre cinco niveles:

> **Nivel Cuerda**. La sucesión empieza en uno y los términos no están diferenciados.
> **Nivel Cadena Irrompible**. La sucesión comienza en uno y los términos están diferenciados.
> **Nivel Cadena Rompible**. La sucesión puede comenzar en un término cualquiera.
> **Nivel Cadena Numerable**. Contar n términos desde a hasta b.

Nivel Cadena Bidimensional. Desde un término cualquiera$a$, se puederecorrer la sucesión en ambas direcciones (p.7).

Cuando se alcanza el último nivel, se pueden establecer relaciones tales como: “después de $a,$ sigue b”, “delante de $c,$ está d”. En Este dominio de la secuencia posibilita el manejo de los números diversos contextos (Castro, Rico y Castro, 1995).

2.2.4. Aspecto cardinal de un número.

El contexto es cardinal cuando se indica la cantidad de elementos de un conjunto. Éste acercamiento temprano se da por etapas, por ejemplo:

Para el número dos, el niño tiene aproximación cuando le repiten que tiene “dos años” y señala con los dos dedos, además puede tener otras experiencias. Es importante cuando el niño descubre que el último número que expresa al contar, es el cardinal. Y puede comprender: ¿Qué cantidad existe?, saber ¿Cuál es el último elemento de un conjunto?, hacer un recuento. Si al preguntarle ¿Cuántos hay? y empieza a contar desde el principio, se supone que no ha adquirido el concepto de cardinalidad. Existen 3 fases en la regla de cardinación:

- **Transición de contar a cardinal**, en donde el último término que se cuenta, es el apropiado para el cardinal.
- **Comprensión de asociar el cardinal a un recuento**.
- **Integración** de ambos significados que llevan a la cardinación (Castro, Rico y Castro, 1995).

2.2.5. El proceso de contar.

Se refiere a la asignación de un nombre a los elementos de la secuencia del conjunto. Primero se señala término a objeto, para empezar a contar, esto sucede a los tres años. A los 5 años, señala al inicio con los dedos y luego con la mirada. En este proceso se dan tres clases de correspondencia.

• Un apareamiento temporal del término con la acción de señalar.
• Un apareamiento entre la acción de señalar y un objeto concreto.
• Un apareamiento entre el término y el objeto. (Castro, Rico y Castro, 1995).

Por lo tanto se da una unión entre el espacio y el tiempo, que permite una conexión del objeto con la palabra. Gelman y Gallistel (como se citó en Castro, Rico y Castro, 1995) determinan cinco principios lógicos implícitos cuando se está iniciando con el conteo:

De orden estable. Recitándolos en orden.
De correspondencia. Señalando los elementos del conjunto.
De biunivocidad. A cada elemento del conjunto se le asignará una palabra numérica y viceversa.
De cardinalidad. Es el último término que resulta luego de contar todos los elementos de una colección.
De irrelevancia del orden. No importa el orden de los elementos para hallar el cardinal.
De abstracción. Todos los conjuntos se pueden contar, sin importar si son iguales o diferentes.

2.2.6. Puntos de vista sobre la acción de contar.

Se presentan diferentes nociones acerca de la acción de contar y la importancia en el desarrollo del concepto de número.

Para Piaget (como se citó en Castro, Rico y Castro, 1995) el acto de contar no es tan relevante debido a que cuando se está contando, se hace relación con un estadio avanzado como es la seriación y la clasificación. Se llega al concepto de número mediante la relación que el niño establece entre los objetos por abstracción reflexiva: el orden y la inclusión jerárquica de clases.

En esta postura, se trata de conocer el número cuando evoluciona el pensamiento lógico. Contar de manera significativa se refiere a la ejecución de actividades tales como: la conservación de cantidades y las equivalencias entre conjuntos establecidas mediante correspondencias biunívocas.

Para Gelman (como se citó en Castro, Rico y Castro, 1995) es necesario saber contar para comprender el concepto de número y el niño no sabe hacerlo.

Es así como para enseñar a contar, se tiene en cuenta la postura a la que se inscriba quien dirige el proceso, debido a que se puede enfocar en el desarrollo del pensamiento lógico o iniciar el conteo de manera informal.

Piaget (como se citó en Castro, Rico y Castro, 1995) toma como base en su investigación, las comparaciones que los niños realizaron entre conjuntos, estableciendo correspondencia y equivalencia. Aquí se observaron los siguientes estadios:

Uno. Para edades entre 3,6 y 5,6 años. Compara de manera general el conjunto, sin distinguir la correspondencia biunívoca, ni la equivalencia.

Dos. Para edades entre 4,6 a 6 años. Realiza una correspondencia biunívoca, la equivalencia no es perpetua. Realiza un conjunto igual al que le proponen pero no comprende el cambio de tamaño y de forma.

Tres. Para edades entre 4,11 y 5,6 años. Construyen colecciones de acuerdo a un modelo planteado, y comprenden la equivalencia, así se cambie de posición.

En este sentido se concluye a partir de la hipótesis de que el número se construye mediante las estructuras de agrupamiento y de la inclusión de clases, debido a que se elabora el proceso cardinal y ordinal del número conjuntamente.

Van de Valle (como se citó en Castro, Rico y Castro, 1995) expresa que en un estudio realizado con niños de 4 años, se llegó a la conclusión que las actividades de contar debidamente estructuradas llevan al niño a mejorar su formación tanto en habilidades numéricas como en operaciones lógicas. Donde se observó:

Cuando los niños se entrenan en proceso lógicos, obtienen mejor desempeño lógico y quienes se entrenan en conteo, comprenden criterios numéricos. Por lo tanto la actividad de contar, es un proceso lógico. En este mismo concepto se inscribe Gelman y Schaeffer (como se citó en Castro, Rico y Castro, 1995) mostrando cuatro estadios en el proceso de adquisición del número:

Primero. Edad de los niños, de 2 a 5 años. Los niños solo cuentan hasta 5 objetos. Perceptualmente, encuentran diferencias entre los elementos de dos conjuntos. Para Gelman (como se citó en Castro, Rico y Castro, 1995) los niños saben contar colecciones pequeñas, lo que se les dificulta darle un nombre a los elementos en conjuntos más grandes. Las tareas que ejecutan son: reconocer el cardinal de colecciones menores que cinco, comparar tamaño cuando los elementos están alineados.

Segundo. Niños de 3,9 años. Los niños cuentan hasta cinco correctamente, no aplican cardinalidad, en números mayores a cinco, cometen errores de relación entre el objeto y la palabra, no conectan el cardinal con el último elemento del conjunto, para dar el resultado, siempre recuentan. Gelman (como se citó en Castro, Rico y Castro, 1995) plantea que el niño no hace con Ilustraciones de grupos debido a la falta de comprensión de los números.

Tercero. Niños de edad entre 3,3 y 5,3 años. Los niños saben aplicar la regla de cardinalidad pero no comparan, utilizan el recuento para la cardinalidad, reconocen colecciones pequeñas sin contarlas.

Cuarto. Niños de 5 a 5,11 años. Muestran capacidad para: comparar dos números y colecciones, contar sin errores hasta 10 números.

Fuson y Hall (como se citó en Castro, Rico y Castro, 1995) plantean que el conteo es automático y el niño puede centrar su atención en el recuento y el tamaño de una colección, por tomar un ejemplo. Dickson (como se citó en Castro, Rico y Castro, 1995) expresa que la comparación de dos colecciones, no se da a temprana edad. De acuerdo con los estudios anteriores, se puede decir que la acción de contar tiene diferentes posturas:

Piaget (como se citó en Castro, Rico y Castro, 1995) plantea que contar se relaciona con el proceso de seriación y clasificación, por lo tanto contar se refiere a la correspondencia de elementos de un conjunto de manera biunívoca, donde se observan tres estadios entre los 3 y 11 años.

Se observa que todas las consideraciones que se plantean anteriormente, se relacionan con el acto de contar como un proceso lógico, estructurado, relacional, secuencial, en donde no se aíslan los procedimientos sino que por el contrario hacen parte de todo un conjunto de acciones que van adquiriendo significado.

2.3. Marco teórico

2.3.1. Estructuras Aditivas

El desarrollo de las estructuras aditivas, ocupan largo periodo de tiempo, debido a que se trabajan desde transición hasta la construcción de algoritmos formales de la adición y la sustracción. Ésta etapa de construcción es crucial debido a que las dificultades que se dan en este periodo dan origen a posteriores dificultades.

> Según Piaget (como se citó en Castro, Rico y Castro, 1995) los conceptos más elementales del número no están completamente desarrollados en los niños antes de los 7 años de edad (aproximadamente) aun cuando los conceptos de adición y sustracción, que suponen conocimientos de conceptos numéricos básicos empiecen a la edad de 6 años. (p.33)

Los procesos de secuencialidad se dan a temprana edad, operando situaciones tipo $n + 1$ y $n - 1$, luego de la forma $n + 2$ y $n - 2$ para continuar con las del tipo $n + m$ (Castro, Rico y Castro, 1995).

El acto de sumar y restar números naturales, se asocia al sentido de juntar para aumentar y quitar para disminuir. Sin embargo para Piaget (como se citó en Castro, Rico y Castro, 1995) esta operación, requiere de la identificación de que el todo permanece constante y lo hace mediante los siguientes estadios:

Primer estadio. Incomprensión por parte de los niños en un conjunto de ocho objetos repartidos en dos secciones de cuatro, sea igual a un conjunto de ocho objetos dividido en dos secciones de uno y siete objetos.

Segundo estadio. La solución es correcta, luego de haberlo hecho de forma práctica.

Tercer estadio. Inspecciona que la estructura de los conjuntos no altera al conjunto resultante.

Finalmente, se han encontrado las siguientes dificultades con las operaciones de sumar y restar:

Entre mayor sea el número, más dificultades se presentan, es más fácil sumar cuando el primer sumando es mayor que el segundo, son más sencillas las sumas en las cuales los sumandos son pares, se presenta gran facilidad al sumar cuando los dos sumandos son pares.

Según Castro, Rico y Castro (1995), algunas estrategias importantes para sumar y restar son:

Modelo con dedos y objetos. Se cuenta solo hasta llegar a una colección o se juntan dos o más colecciones.

Secuencias de recuento. Se trata de reunir sin manipular elementos. Es estudiante señala los objetos a partir de un número dado, hasta llegar al total de la colección.

Datos numéricos recordados. Se repasan sumas ya conocidas.

Modelos directos con objetos. Se puede hacer quitando objetos a un conjunto, agregando objetos a un conjunto hasta llegar a un determinado valor, también igualando dos cantidades.

Podemos encontrar diversos modelos para sumar:

Gráfico. Realizando la suma y la resta simultáneamente para hacer diferentes situaciones que representen el mismo número.

La línea recta. Se utiliza para comparar cantidades. Los modelos de líneas rectas son: plantillas, reglas numeradas.

Modelos cardinales. Como los diagramas de la teoría de conjuntos.

Modelos con medidas. Como las regletas de Cuisenaire con las que se puede hacer operaciones como construcción de trenes con dos o más regletas y medir luego su totalidad con solo una regleta, comparar cual es mayor de dos regletas. También medidas de pesos entre dos balanzas.

Modelos funcionales. Determinan la transformación de los elementos de la resta, tal como si se tratara de una máquina.

Cuando se estudia un número, se debe identificar su descomposición y estructura aditiva, hasta llegar a su composición inicial de manera simbólica. Con este mismo proceso se trabajan las restas.

Las relaciones que se establecen entre los números, se estudian en el nivel más alto de abstracción que es el simbólico.

Entre los números se establecen relaciones que se estudia en el nivel más alto de abstracción que es el simbólico. Por lo tanto se hace necesario hacer dibujos y representaciones de situaciones propuestas y situaciones reales que se presentan en la resolución de problemas, tales como identificar el antecesor y sucesor de un número.

Tanto para la suma como para la resta, existen tablas que van desde el dígito 0 hasta el 9 y se encuentra el resultado en el cruce de la fila y la columna. Este sistema es sencillo para trabajar. Carpenter (como se citó en Castro, Rico y Castro, 1995) cita al respecto que la dificultad se encuentra es en la enseñanza. Esto se puede evidenciar debido a que el grado de dificultad aumenta cuando se trabaja con números más grandes.

Se hacen más sencillas las operaciones cuando: el primer término a sumar, es mayor que el segundo, si los dos son pares, cuando los dos sumandos son iguales. Por lo tanto no se necesita reforzar la memoria, sino tener un buen entrenamiento.

2.3.2. Resolución De Problemas Verbales Aditivos

Toda situación que contenga una meta a lograr, donde se evidencie una dificultad para solucionarlo, se considera problema matemático. Por lo general es necesario conocer algún algoritmo para solucionarlo y es de tipo cuantitativo. Normalmente se enseña la resolución de problemas, después de las operaciones aritméticas para poder aplicar técnicas. Kamii (como se citó en Castro, Rico y Castro, 1995) considera que se debe enseñar los dos temas al mismo tiempo debido a que se construye conocimiento aritmético a partir de la realidad y por la capacidad que muchos poseen para solucionar problemas planteados.

Para que facilite la solución de problemas en los niños, es pertinente trabajarlos desde la oralidad, sin llegar a la formalidad, teniendo en cuenta su contexto.

Debido a que no es necesario llevarlos primero a las operaciones y luego al mundo real.

2.3.3. Clasificación de los problemas aditivos simples

Problemas de estructura aditiva son aquellos que se resuelven con una operación de suma o de resta. De ellos podemos hacer varias clasificaciones dependiendo del tipo de variable que consideremos. Los problemas simbólicos de estructura aditiva variarán según la sentencia abierta dada en el problema. Cambiando la incógnita se generan sentencias abiertas para la suma y otras para la diferencia. El estudio sobre la dificultad que presentan las diferentes sentencias ha dado las siguientes conclusiones:

Las sentencias canónicas de adición y sustracción $(a + b = ?, a - b = ?)$ presentan menos dificultad que las no canónicas, las sentencias de sustracción son generalmente más difíciles que las de adición, la sentencia minuendo desconocido $? - b = c$, es significativamente más difícil que las demás. Se observa que la falta de comprensión de las operaciones aritméticas, y de las variadas situaciones en las que se realizan las operaciones, impide que un niño no comprenda los enunciados verbales (Castro, Rico y Castro, 1995).

Nesher (como se citó en Castro, Rico y Castro, 1995) clasifica en cuatro categorías los problemas verbales de la adición y la sustracción:

Categoría de cambio. Los problemas implican un incremento o disminución de una cantidad inicial hasta crear una serie final. Interviniendo una cantidad inicial, una de cambio y una final. La cantidad desconocida puede ser cualquiera de ellas. Se pueden dar cambios de: aumento (cambio-unión) o de disminución (cambio-separación) por lo que hay dos modalidades para cada uno de los casos anteriores lo que hace un total de doce el número de problemas de cambio que se pueden formular.

Problemas de combinación o parte todo. Es otra categoría que hace referencia con la relación que existe entre una colección y dos subcolecciones disjuntas de la misma. La diferencia fundamental entre estas dos categorías de problemas es que la combinación no implica acción. Un problema de combinación tiene tres cantidades relacionadas lo que da lugar a dos tipos de problemas.

La tercera categoría, de comparación, implica una comparación entre dos colecciones. La relación entre las cantidades se establece utilizando los términos “más que”, “menos que”. Cada problema de comparación tiene tres cantidades expresadas: Una cantidad de referencia, una cantidad comparativa y otra de diferencia.

La cantidad desconocida puede ser la cantidad de referencia, la comparativa o la diferencia, para cada una de estas posibilidades la comparación puede hacerse de dos formas: la cantidad comparada (más grande) es más que la cantidad de referencia (más pequeña), la cantidad comparada es menos que la de referencia.

Una cuarta categoría llamada de igualación puede considerarse “a caballo” entre las de cambio y comparación ya que se produce alguna acción relacionada con la comparación entre dos colecciones disjuntas. Hay que responder qué hacer con una de colecciones para que presente el mismo número de elementos que la otra.

CAPÍTULO 3: METODOLÓGÍA

La realización de la investigación, adoptó como diseño metodológico, elementos definidos por el enfoque cualitativo de la investigación, desde los conceptos de Stake (1999), donde se orienta hacia la comprensión y profundización de los fenómenos, explorándolos desde la perspectiva de los participantes en un ambiente natural y en relación con el contexto.

Se pretende comprender la mirada de los participantes en los procesos que desarrollan, profundizando en sus experiencias, opiniones y significados acerca de la percepción individual de su realidad.

Por lo tanto se inició un trabajo de diagnóstico donde se indagó por varios aspectos que llevaron a los estudiantes a utilizar la suma y la resta desde una representación simbólica, un algoritmo o una expresión oral, y así identificar las situaciones en las cuales se presentan dificultades.

Las guías tanto diagnóstica como de aplicación (Ver Anexos 1,2 y 3), muestran una estructura guiada donde los estudiantes del grado segundo de la educación básica primaria, justificaron la respuesta dada a cada enunciado presentado, y de esta manera se evidenció la aplicación del pensamiento numérico. Castro, Rico y Castro (1995). Es allí donde se identifican los ritmos de trabajo, los insumos que utilizan, el lenguaje, y su propia estrategia que es aplicada en el momento de hacer un planteamiento de los enunciados verbales que se dan cuando se está trabajando con estructuras aditivas.

El estudio de caso de acuerdo a Stake (1999), es una metodología de investigación que se utiliza para conocer un caso en particular.

Es más fácil analizar un caso cuando es muy específico, este a su vez puede ser cuantitativo o cualitativo.

Es importante identificar varios tipos de estudio de caso para analizar la aplicación en cada situación.

El estudio de caso intrínseco, se realiza cuando se quiere comprender bien un caso en particular. Se presenta un caso y surge el interés o la necesidad de conocerlo más a fondo.

En el estudio de caso instrumental, se revisa un caso en particular con un objetivo diferente al de simplemente conocer el caso elegido. En otros procesos, se encontrará un asunto que se debe investigar, una situación incompatible, una necesidad de comprensión general, y se considerara que se puede entender el asunto mediante el estudio de un caso particular.

En el estudio de caso colectivo, se realiza el estudio de varios casos, buscando una comprensión teórica. En ocasiones se toman varios elementos de análisis y no uno solo. Cada estudio de casos es un instrumento para aprender sobre los efectos de caso en general, pero deberá existir una buena coordinación entre cada uno de los estudios individuales. Se deben conocer los diferentes estudios de caso para aplicar el que tenga mayor relación con el objeto de estudio, situación que nos permitirá ser más específicos y centrados.

En el estudio caso para aprendizaje, se hace para mostrar y dar un ejemplo de alguna teoría que se pretende enseñar.

La biografía, se toma como un estudio de la historia de vida de una persona.

Los aspectos importantes que se deben tener en cuenta en un estudio de caso.

- La naturaleza del caso.
- El contexto histórico.
- Otros contextos relevantes (económicos, políticos, legal).
- Los informantes relevantes para comprender el caso.

En el estudio de caso, la primera observación es mirar las generalidades, además se deben evitar las comparaciones. Debido a que el objetivo no es representar que pasa en la totalidad del mundo, sino que ocurre en un caso particular. Sin embargo la mirada que se le hace a una generalidad, tiene como fundamento el análisis de procesos complejos para no tipificar un evento por un solo elemento.

La triangulación en un estudio de caso es una técnica para garantizar la veracidad de lo que se investiga. Mediante la relación de: informante clave, información cuantitativa y revisión bibliográfica. Debido a que se deben utilizar varias fuentes de información para clarificar los resultados de la investigación y comprobar que la información es real.

Todos los estudios de evaluación son estudios de casos. El programa, la persona o el organismo evaluados constituyen el caso. Algunas veces los estudios de caso se emplean en los estudios de evaluación. La mayor parte de estudios de casos no son estudios de evaluación, pero algunas de las interpretaciones que hacen los investigadores son de carácter evaluativo, así que en este sentido el investigador de un caso es siempre un evaluador (Stake, 1986).

En esta investigación, el estudio de caso apunta su objetivo al análisis de tres Instituciones Educativas: Fe y Alegría La Cima, Guillermo Aguilar y José Antonio Galán de los Municipios de Medellín, Yolombó y La Estrella respectivamente, del Departamento de Antioquia.

En el estudio de caso la primera observación se orienta hacia las generalidades, evitando comparaciones, debido a que el objetivo no es representar que pasa en la totalidad del mundo, sino que ocurre en un caso particular. Sin embargo la mirada que se le hace a una generalidad, tiene como fundamento el análisis de procesos complejos para no tipificar un evento por un solo elemento. Por lo tanto en esta investigación no se trata de comparar las instituciones, sino de Identificar cuáles son las dificultades que presentan los estudiantes en la interpretación de enunciados verbales que impliquen problemas de estructuras aditivas, además establecer el nivel de comprensión de los estudiantes y realizar una intervención desde los principios y fundamentos del pensamiento numérico y las estructuras aditivas para los niveles de conteo y las estrategias de cálculo.

Instrumentos y técnicas para la recolección de la información

La técnica para analizar los instrumentos aplicados, se hizo a través de la triangulación, que para un estudio de caso, se trata de una técnica para garantizar la veracidad de lo que se investiga. Para ello, se aplicaron tres guías:

Encuesta Diagnóstica para Estudiantes

El cuestionario consta de 10 preguntas, tiene como objetivo identificar las fortalezas y debilidades que presentan los estudiantes con relación a las estructuras aditivas, partiendo de enunciados verbales. (Ver Anexo 1)

Guía de Aplicación No. 1.

Consta de 8 preguntas donde se trabaja problemas de combinación o parte-todo, haciendo referencia a las relaciones que existen entre colecciones y subcolecciones disjuntas. (Ver Anexo 2)

Guía de aplicación No.2.

Consta de 5 preguntas donde se trabaja problemas que impliquen categoría de cambio, combinación parte – todo y comparación entre colecciones. Nesher (como se citó en Castro, Rico y Castro, 1995). (Ver Anexo 3)

Las tres guías se desarrollaron con una muestra 5 estudiantes por Institución, nombrados para el análisis como: E_{1M}, E_{2M}, $E_{3M}, E_{4M,}$ E_{5M}, E_{1C}, E_{2C}, E_{3C}, E_{4C} E_{5C}, E_{1L}, E_{2L}, $E_{3L}, E_{4L,}$ E_{5L}, para las Instituciones Educativas: Fe y Alegría La Cima, Guillermo Aguilar y José Antonio, respectivamente. La población escogida fueron los estudiantes del grado segundo de la básica primaria con edades que oscilan entre 7 y 9 años, eligiéndose de allí una muestra por conveniencia de 15 estudiantes en total para las tres Instituciones investigadas.

3.1. Diseño.

El trabajo se orientó bajo los parámetros del Diseño estudio de casos, según Stake (1998), la construcción teórica que se realiza, surge de los datos que se han recolectado. Se trata de una codificación abierta y desde aquí se forman las categorías de análisis, teniendo en cuenta la observación donde se compara constantemente para ir estableciendo relaciones.

Una vez terminado el proceso de observación y comparación, se organizaron las categorías y se explicaron las relaciones entre ellas. Por lo tanto se mantiene particular cuidado en mostrar detalles que den cuenta de la evolución, el manejo de los conceptos y el sentido de las relaciones categóricas.

3.2. Unidades de análisis.

Se establecen las unidades de análisis a través de la observación que se hace entre las relaciones, los conceptos, las actividades, los productos y las particulares que se presentan en torno a los enunciados verbales donde se trabajan estructuras aditivas. Desde allí se pudo observar en las guías aplicadas:

Los contextos de conteo, los niveles de secuencia de conteo, las fases de cardinalidad, el apareamiento en el proceso de conteo, los estadios de Piaget (como se citó en Castro, Rico y Castro, 1995) para establecer correspondencia y equivalencia, las categoría de plantea Nesher (como se citó en Castro, Rico y Castro, 1995) en los problemas verbales de la adición y la sustracción. Todos los fundamentos anteriores, se trabajaron desde el pensamiento numérico y las estructuras aditivas que plante Castro, Rico y Castro (1995).

Esta clasificación se hizo con estudiantes voluntarios que permitieron ser observados y participar activamente de las actividades que se desarrollaron. En palabras de Hernández Sampieri, Fernández Collado, Baptista Lucio (2010), se trata de una población autoseleccionada.

El trabajo se hizo en un ambiente de clase donde se realizaron trabajos individuales y cooperativos, tomando datos y clasificando las relaciones existentes entre el trabajo que regularmente se hacía solo con la clase magistral dirigida y el proceso guiado por los diferentes procesos planteados en el pensamiento numérico.

3.3. El análisis de la información

Se hizo por medio de la triangulación del análisis de datos obtenidos a través de las guías aplicadas a los estudiantes y las teorías investigadas desde las posturas Castro, Rico y Castro (1995) en cuando al pensamiento numérico y las estructuras aditivas, aplicado a tres instituciones educativas, analizadas en diferentes contextos, poblaciones y muestras.

CAPÍTULO 4: ANÁLISIS DE RESULTADOS

En este capítulo se analiza el caso de tres Instituciones Educativas, donde se aplicaron tres guías de intervención. A continuación, se describe el trabajo desarrollado en cada una.

4.1. Caso 1: Institución Educativa Fe y Alegría La Cima

Se trabajan tres guías: la guía diagnóstica y dos guías de aplicación para 5 estudiantes del grado segundo de la básica primaria.

Análisis de la Guía Diagnóstica.

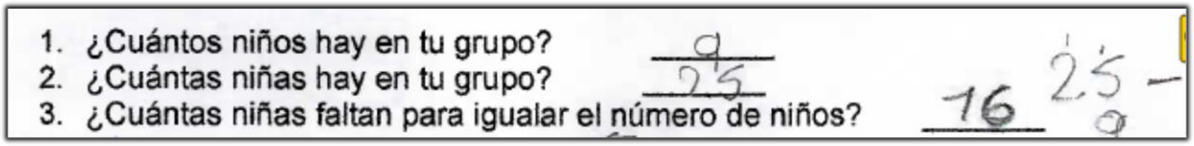
La presente guía presenta 10 preguntas, el objetivo de aplicación es identificar el nivel de manejo de las estructuras aditivas en que se encuentran los estudiantes del grado segundo de la básica primaria, iniciando desde los enunciados verbales.

Pregunta 1, 2 y 3.

1. ¿Cuántos niños hay en tu grupo?
2. ¿Cuántas niñas hay en tu grupo?
3. ¿Cuántas niñas faltan para igualar el número de niños?

Análisis:
Esta pregunta tuvo un nivel de desempeño satisfactorio, utilizando el conteo de elementos uno a uno. Nivel Cadena Bidimensional. Desde un término cualquiera a, se puede recorrer la sucesión en ambas direcciones Fuson y Hall (como se citó en Castro, Rico y Castro, 1995).

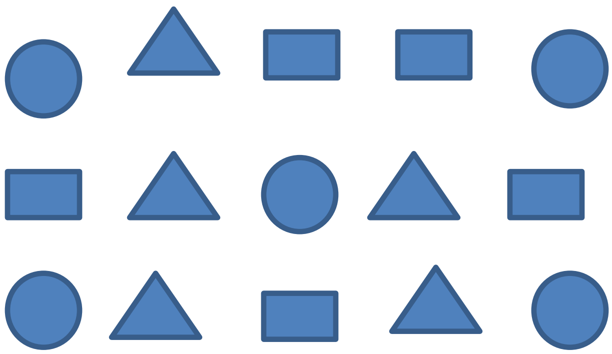
Al analizar la justificación de las repuestas dadas, se puedo observar que los 5 estudiantes encuestados, respondieron correctamente, debido a que no presentaron dificultades para hacer estimaciones simples. (Ver Ilustración 4)



1. ¿Cuántos niños hay en tu grupo? 9
2. ¿Cuántas niñas hay en tu grupo? 25
3. ¿Cuántas niñas faltan para igualar el número de niños? 16 25 - 9

Ilustración 4. Nivel de cadena bidimensional.

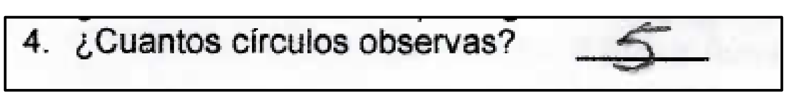
Pregunta 4. ¿Cuantos círculos observas?



Análisis:

Esta pregunta tuvo un nivel de desempeño avanzado. Todos los estudiantes respondieron correctamente. Se resaltó la actividad de clasificación y agrupación, se realizó constantemente para que se diera la familiaridad con dicho proceso. Mostró un nivel de cardinalidad. Es el último término que resulta luego de contar todos los elementos de una colección.

El contacto con el material concreto, permitió el avance en los niveles de conteo, iniciando con el acto de señalar uno a uno, hasta adquirir la cardinalidad.
(Ver Ilustración 5)

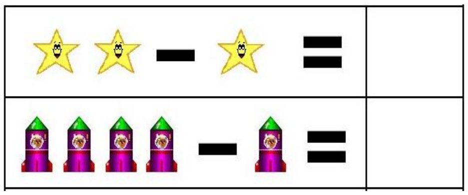


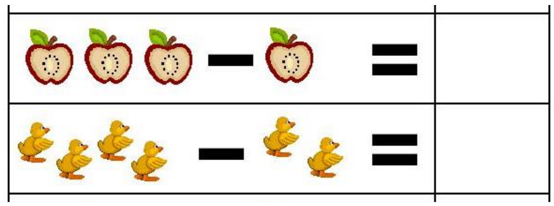
4. ¿Cuantos círculos observas? 5

Ilustración 5. Nivel de Cardinalidad.

Pregunta 5, 6.

Pregunta 5. Dibuja en cada recuadro la cantidad de dibujos que te da como resultado.





Pregunta 6. ¿Cuál es el número que completa la serie?

2 4 6 ☐ 10 12 14 ☐ 18 20 ☐

Análisis:

En las preguntas 5 y 6, mostró un nivel de desempeño avanzado. Se hizo referencia a la seriación y la clasificación, según Piaget Para los estudiantes, fue familiar el registro de representaciones pictóricas, donde se evidencia el manejo de elementos desde lo cotidiano, donde pudieron hacer colecciones y seriaciones desde un contexto familiar y social.

Todos los estudiantes encuestados, respondieron correctamente al relacionar los elementos gráficos y las secuencias con números pares.

Según el tercer estadio de Piaget (como se citó en Castro, Rico y Castro, 1995).

> Entre mayor sea el número, más dificultades se presentan, es más fácil sumar cuando el primer sumando es mayor que el segundo, son más sencillas las sumas en las cuales los sumandos son pares, se presenta gran facilidad al sumar cuando los dos sumandos son pares (p.28).

Cuando se propusieron situaciones donde se involucrarán secuencias y conteo con los pares, se evidenció claridad tanto para realizar las operaciones como para comprender el concepto que se está trabajando. (Ver Ilustración 6)

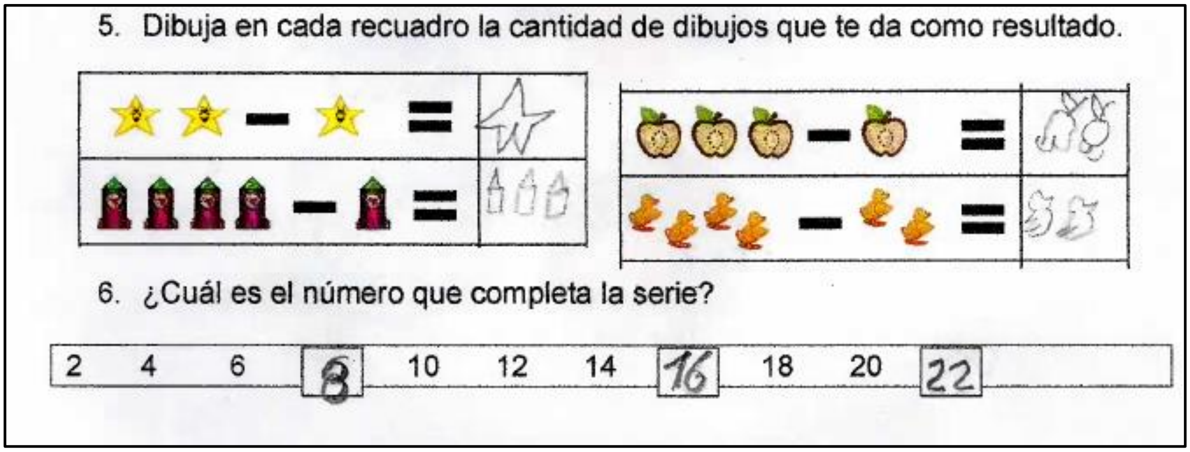


Ilustración 6. Seriación y Clasificación.

Pregunta 7. ¿Cuál es mayor de las dos cantidades?

- 5 montones de 5 libros
- 1 montón de 15 libros

Análisis:

Esta pregunta, tuvo un nivel de desempeño mínimo, de 5 estudiantes, 4 estudiantes, respondieron de forma incorrecta. Mostraron dificultad en la conservación de cantidades y las equivalencias entre conjuntos. Según Piaget (como se citó en Castro, Rico y Castro, 1995).

Nesher (como se citó en Castro, Rico y Castro, 1995), refiere que existen cuatro categorías para la solución de los problemas verbales de la adición y la sustracción. En esta pregunta, se hizo referencia a la tercera categoría de comparación, donde se implicó un paralelo entre dos colecciones. La relación entre las cantidades se estableció utilizando los términos “más que”, “menos que”. Cada problema de comparación tuvo tres cantidades expresadas: Una cantidad de referencia, una cantidad comparativa y otra de diferencia.

Es de anotar que los estudiantes cuando no representan con material concreto los elementos del problema que se está planteando, muestran dificultad en la abstracción de dicha representación. En cuanto al estudiante E_{3M}, se observó que tiene un acercamiento a la noción de multiplicación. (Ver Ilustración 7).

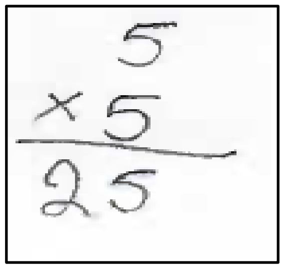


Ilustración 7. Tercera categoría de comparación.

Pregunta 8. ¿Cuál de las operaciones da mayor resultado?

9 + 10 =

20 – 5 =

Análisis:

Esta pregunta mostró un nivel medio. El 60% de los estudiantes calcularon correctamente, mostrando un Nivel Cadena Bidimensional Castro, Rico y Castro (1995). El otro 40%, mostraron dificultades en el valor posicional y por lo tanto los resultados fueron erróneos.

En el grado segundo, el manejo del algoritmo de la suma de manera vertical, se convirtió en un tema a tratar en la mayoría de las clases de matemáticas, debido a la dificultad que se presenta con el concepto del valor posicional.

En algunos estudiantes, solo identificaron los algoritmos con números pequeños, debido a que:

> Las sentencias canónicas de adición y sustracción $(a + b =?,\ a - b =?)$ presentan menos dificultad que las no canónicas, las sentencias de sustracción son generalmente más difíciles que las de adición, la sentencia minuendo desconocido $? - b = c$, es significativamente más difícil que las demás. Se observó que la falta de comprensión de las operaciones aritméticas, y de las variadas situaciones en las que se realizaron las operaciones, impidieron que los niños no comprendieran los enunciados verbales Castro, Rico y Castro (1995). (Ver Ilustraciones 8 y 9)

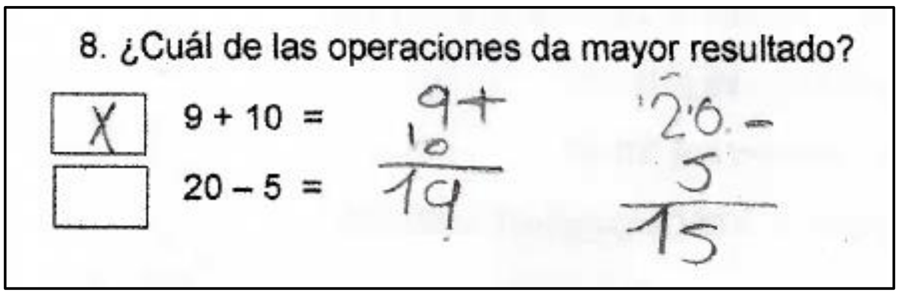


Ilustración 8. Nivel de cadena bidimensional.

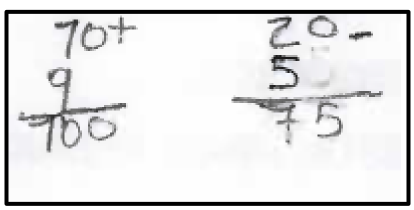


Ilustración 9. Nivel de cadena bidimensional.

.

Preguntas 9 y 10.

Pregunta 9. ¿Si compro todos los productos que hay en la tabla, cuánto dinero me gasto?

PRODUCTO	VALOR
Bombon	$ 200
Chicles	$ 100
Chocolatina	$ 300
Galletas	$ 1.000
Kumis	$ 1.800
TOTAL	

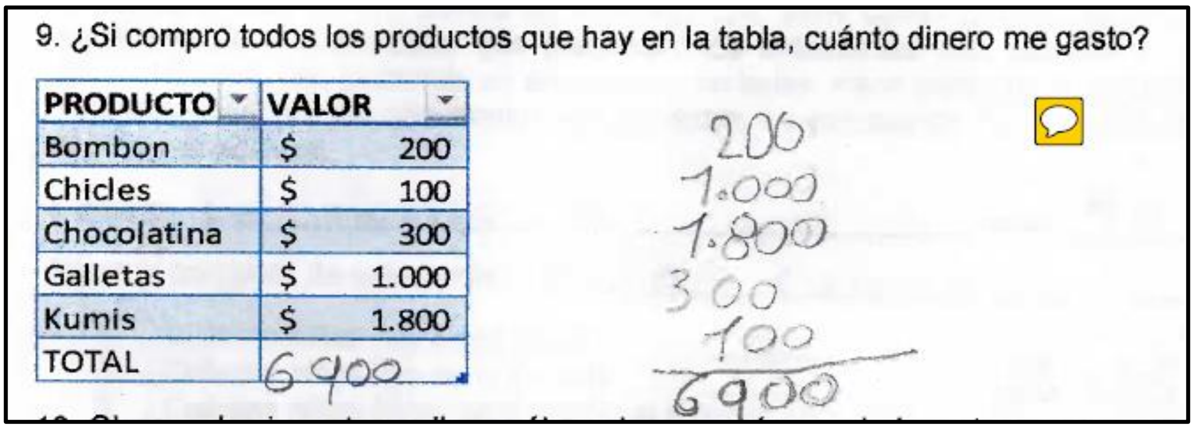
Pregunta 10. Observe los juguetes y diga cuál es el mayor número de juguetes que compra con $20.000.

Análisis:

Esta pregunta mostró un nivel mínimo. No se aplicaron los cálculos correctamente en las preguntas 9 y 10. El manejo del valor posicional y la aplicación de un algoritmo para resolver una situación problema, no se logró. No alcanzaron el nivel de abstracción Castro, Rico y Castro (1995).

Aunque esta actividad se hizo con material concreto utilizando fichas asociadas a los objetos, los estudiantes no relacionaron el valor mínimo con respecto al valor total y por lo tanto basaron su respuesta en el gusto por los juguetes, se sintieron más motivados por sus propios intereses y emociones que la relación que pudieran tener estos objetos con el contexto de la situación o actividad matemática que se planteó.

En la tabla, no organizaron las cifras de acuerdo con el valor posicional, escribieron los números en cualquier orden y de esta manera los cálculos resultaron erróneos. (Ver Ilustraciones 10, 11,12)


9. ¿Si compro todos los productos que hay en la tabla, cuánto dinero me gasto?

PRODUCTO	VALOR
Bombon	$ 200
Chicles	$ 100
Chocolatina	$ 300
Galletas	$ 1.000
Kumis	$ 1.800
TOTAL	6900

Ilustración 10. Valor Posicional.

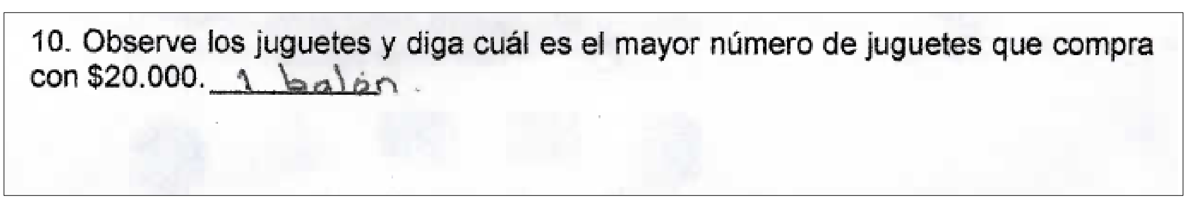

10. Observe los juguetes y diga cuál es el mayor número de juguetes que compra con $20.000. 1 balón.

Ilustración 11. Valor posicional.

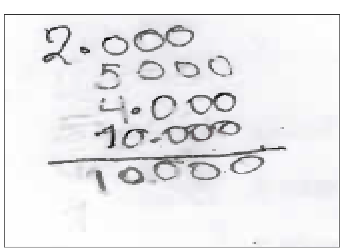
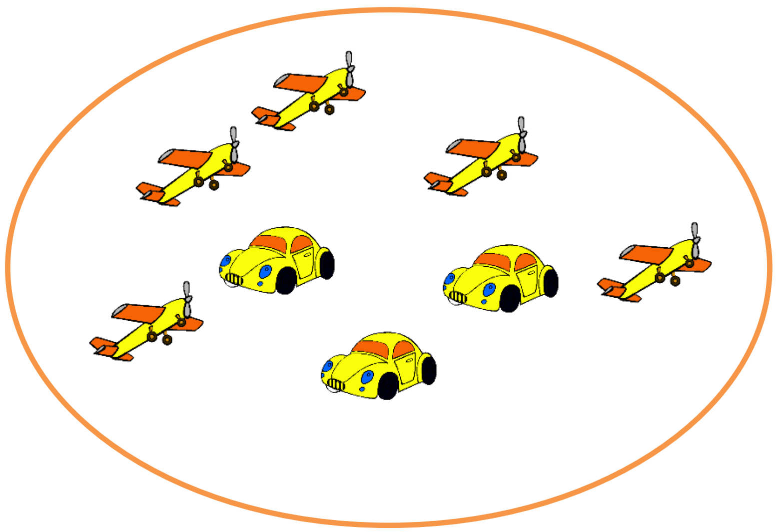


Ilustración 12. Valor posicional.

Análisis de la Guía No. 1

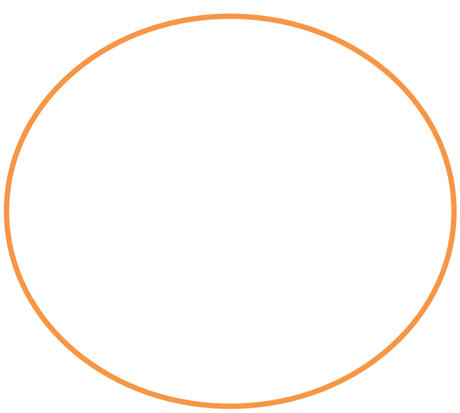
La presente guía, contiene 8 preguntas donde se trabajaron problemas de combinación o parte-parte todo con el objetivo de identificar la relación que los estudiantes pueden establecer entre uno o varios conjuntos que contengan la misma cantidad de elementos o diferente. Además poder realizar diferentes operaciones de unión y diferencia de los elementos.

Pregunta 1. El conjunto muestra 8 juguetes. Hay 5 aviones, y el resto son carritos.

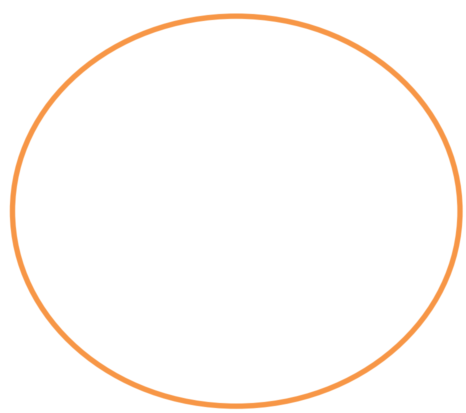


Represente cada conjunto de aviones y de carritos por separado.

A



C



Análisis:

Esta pregunta mostró un nivel avanzado. Los 5 estudiantes encuestados, respondieron correctamente.

De acuerdo al contexto donde se empleen las palabras numéricas, se darán diferentes significados de secuencia y de recuento, en este caso se evidenció el empleo del recuento, donde se asoció cada número con un elemento de un conjunto. Es importante esta relación en el mundo real debido a la relación uno a uno que se establece. La acción de contar cuando no hay un punto fijo, se puede hacer trasladando el objeto al grupo de los elementos no contados (Castro, Rico y Castro, 1995).

El trabajo con el conteo de elementos de un conjunto, se ha realizado desde el grado de transición. Se evidenció entonces que la secuencia que ha tenido este proceso, permitió interiorizar en el estudiante el concepto de conteo, de agrupación y clasificación. (Ver Ilustración 13)

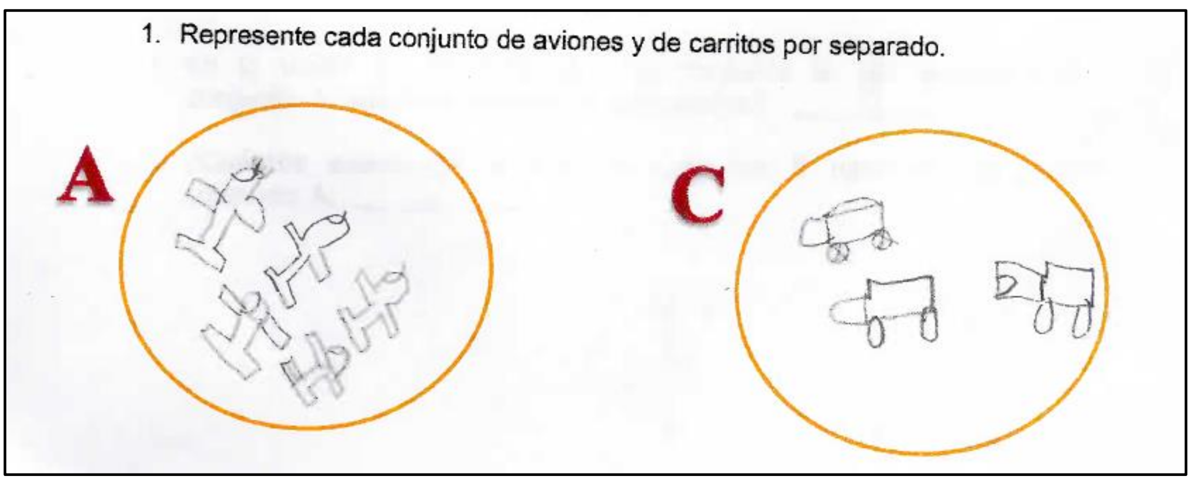
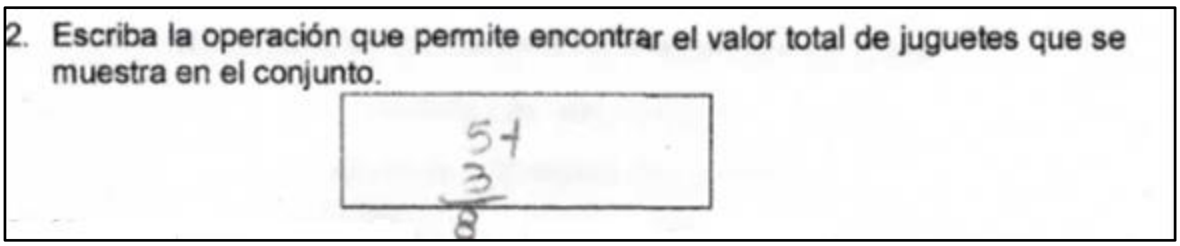


Ilustración 13. Secuencia de recuento.

Pregunta 2. Escriba la operación que permite encontrar el valor total de juguetes que se muestra en el conjunto.

Análisis:

Esta pregunta mostró un nivel avanzado. Todos los estudiantes respondieron correctamente debido a que el punto de partida para analizar la situación problema fue el material pictórico representado en los conjuntos y luego realizaron la abstracción para esquematizar la operación, utilizando pocos elementos. Esto se pudo evidenciar desde la postura de Castro,Rico y Castro (1995), que determina cinco principios lógicos implícitos cuando se está iniciando con el conteo y en este ejercicio, se hizo referencia al principio de abstracción, donde todos los conjuntos se pueden contar, sin importar si son iguales o diferentes. (Ver Ilustración 14)


2. Escriba la operación que permite encontrar el valor total de juguetes que se muestra en el conjunto.

5+
3
8

Ilustración 14. Abstracción de conjuntos

Preguntas 3, 4, 5.

3. Hay más ____________________ que _______________

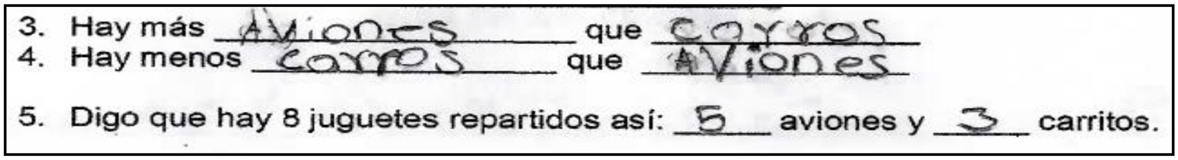
4. Hay menos _________________ que _______________

5. Digo que hay 8 juguetes repartidos así: _____ aviones y _____ carritos.

Análisis:

En este bloque de 3 preguntas, se pudo evidenciar un nivel avanzado. Continuando con la situación problema que involucra el material pictórico, se pudo observar que los estudiantes alcanzaron un Nivel Cadena Bidimensional, donde se cuenta desde un término cualquiera a, y se puede recorrer la sucesión en ambas direcciones.

Cuando se alcanza el último nivel, se pueden establecer relaciones tales como: “después de $a,$ sigue b”, “delante de $c,$ está d”. En Este dominio de la secuencia posibilita el manejo de los números diversos contextos Castro, Rico y Castro (1995). (Ver ilustración 15)

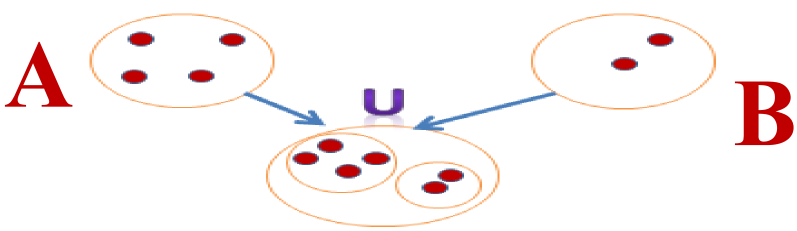

3. Hay más AViones que carros
4. Hay menos carros que AViones

5. Digo que hay 8 juguetes repartidos así: 5 aviones y 3 carritos.

Ilustración 15. Nivel de cadena bidimensional.

Preguntas 6,7 y 8.

- De acuerdo con el siguiente diagrama responda:



Pregunta 6. En la unión del conjunto A y el conjunto B. ¿Cuánto nos da el resultado en total?

Pregunta 7. En la unión del conjunto A y el conjunto B. ¿Si quitamos el conjunto A, cuantos elementos obtenemos?

Pregunta 8. ¿Cuántos elementos le faltan al conjunto B para ser igual al conjunto A?

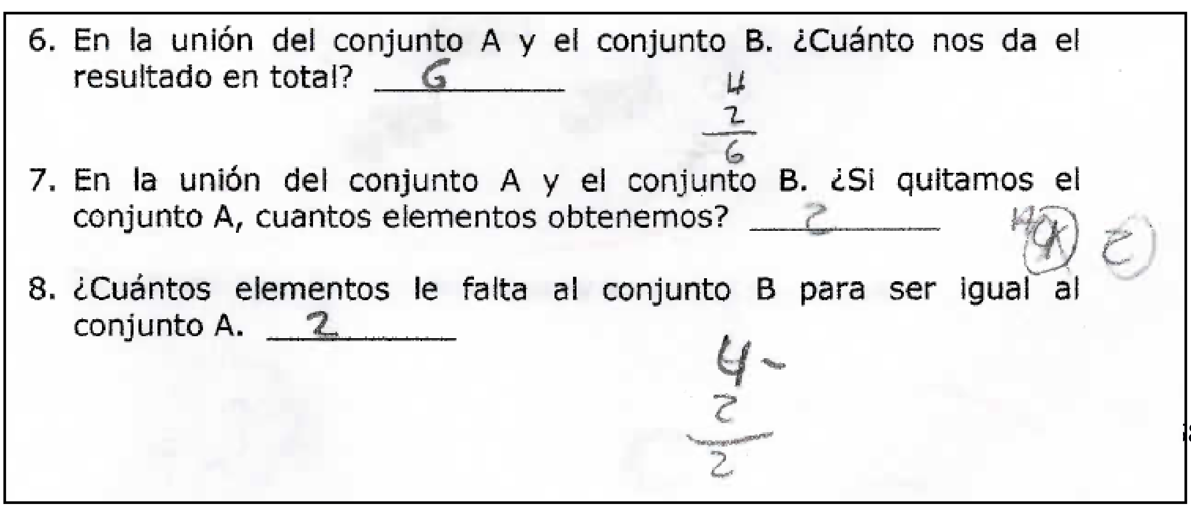
Análisis:

Las preguntas 6, 7 y 8, mostró un nivel de desempeño avanzado. Después que realizaron la actividad con la representación gráfica de los conjuntos, se construyó un taller de refuerzo, donde los estudiantes evidenciaron su comprensión frente a las operaciones de unión y diferencia. Al respecto plantea Nesher (como se citó en Castro, Rico y Castro, 1995) que existen cuatro categorías en los problemas verbales de la adición y la sustracción. En los estudiantes encuestados, se pudo observar que se encuentran dentro de las categorías de:

Categoría de cambio. Los problemas implican un incremento o disminución de una cantidad inicial hasta crear una serie final. Interviniendo una cantidad inicial, una de cambio y una final. La cantidad desconocida puede ser cualquiera de ellas. Se pueden dar cambios de: aumento (cambio-unión) o de disminución (cambio-separación).

Problemas de combinación o parte-parte-todo. Es otra categoría que hace referencia con la relación que existe entre una colección y dos subcolecciones disjuntas de la misma. La diferencia fundamental entre estas dos categorías de problemas es que la combinación no implica acción.

La tercera categoría, de comparación, implica una comparación entre dos colecciones. La relación entre las cantidades se establece utilizando los términos “más que”, “menos que”. Cada problema de comparación tiene tres cantidades expresadas: Una cantidad de referencia, una cantidad comparativa y otra de diferencia. (Ver Ilustración 16)


6. En la unión del conjunto A y el conjunto B. ¿Cuánto nos da el resultado en total? 6

4
2
6

7. En la unión del conjunto A y el conjunto B. ¿Si quitamos el conjunto A, cuantos elementos obtenemos? 2

8. ¿Cuántos elementos le falta al conjunto B para ser igual al conjunto A. 2

4 -
2
2

Ilustración 16. Nivel de categoría de comparación.

Análisis de la Guía No. 2

Preguntas 1 y 2.

La presente guía contiene 5 preguntas donde se analizaron diversas expresiones numéricas empleadas en varios contextos como: la secuencia, la asociación de cada palabra con un símbolo, la numerosidad de un conjunto, la posición relativa de los objetos, la función de código, y los contextos de medida.

Pregunta 1. Con un billete de $10.000 pagué: 2 bombones a $500 cada uno, 3 gaseosas a $1.500 cada una. Recibí de devuelta:

A. $5.000
B. $4.500
C. $4.000
D. $5.500

Pregunta 2. Conté 120 monedas de Brasil, 80 de Bolivia, 300 de Colombia, 100 de Perú. ¿Cuántas monedas conté en total?

A. 600
B. 700
C. 500
D. 400

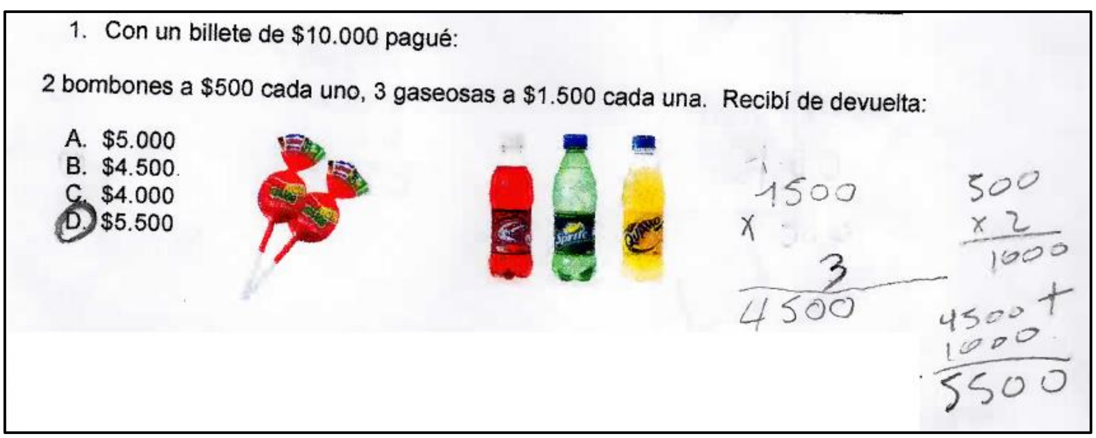
Análisis:

Estas respuestas tuvieron un nivel de respuesta avanzado para aquellos estudiantes que identificaron conceptos de sumas repetidas e incluso representaron el algoritmo de la multiplicación. Por otro lado, se realizaron actividades previas con el manejo de situaciones problema que involucraron como elementos de conteo los dulces y monedas.

Esta actividad se hizo amena para los estudiantes y se dio una gran participación en la que todos deseaban representar de diferentes maneras la situación planteada para dar respuesta al taller que inicialmente se planteó. (Ver Ilustración 17)

Ilustración 17. Situaciones problemas que involucran conteo.

Según Piaget (como se citó en Castro, Rico y Castro, 1995) Contar se relaciona con el proceso de seriación y clasificación, por lo tanto contar se refiere a la correspondencia de elementos de un conjunto de manera biunívoca, donde se observan tres estadios entre los 3 y 11 años. (Ver Ilustración 18 y 19)



1. Con un billete de $10.000 pagué:

2 bombones a $500 cada uno, 3 gaseosas a $1.500 cada una. Recibí de devuelta:

A. $5.000
B. $4.500.
C. $4.000
D. $5.500

$$\begin{array}{r} 1500 \\ \times\ 3 \\ \hline 4500 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 500 \\ \times\ 2 \\ \hline 1000 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4500\ + \\ 1000 \\ \hline 5500 \end{array}$$

Ilustración 18. Seriación y clasificación.

2. Conté 120 monedas de Brasil, 80 de Bolivia, 300 de Colombia, 100 de Perú.
¿Cuántas monedas conté en total?

A. 600
B. 700
C. 500
D. 400

$$\begin{array}{r} 120 \\ 300 \\ 100 \\ 80 \\ \hline 600 \end{array}$$

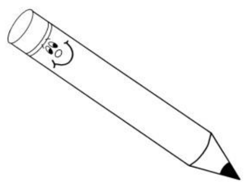
Ilustración 19. Seriación y clasificación.

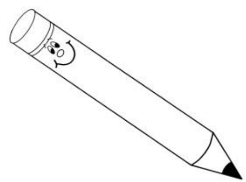
Preguntas 3,4 y 5.

3. En una papelería hay 2.000 lápices en total de color rojo y amarillo.

Si se sabe que hay 1.400 rojos, ¿Cuántos hay amarillos?

A. 500
B. 700
C. 600
D. 800

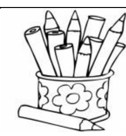




4. Compré la lista de útiles de la tabla por $20. 000, y no anoté el precio del cuaderno.

¿El precio del cuaderno es?

A. $3.000
B. $1.000
C. $7.000
D. $5.500

ÚTILES	VALOR
	$1.000
	$2.000
	$10.000
	

5. Para ingresar a un parque pagué $30.000, me devolvieron dinero y consumimos todos los servicios. ¿Cuánto dinero me sobró?

A. $15.000
B. $11.000
C. $13.000
D. $14.500

SERVICIOS	VALOR
Piscina	$5.000
Helado	$3.000
Hamburguesa	$4.000
Sauna	$7.000

Análisis:

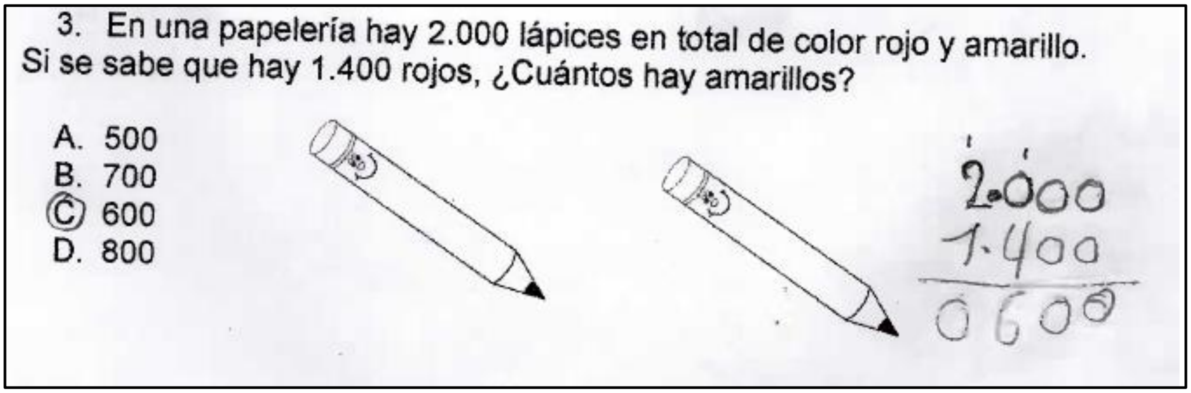
Las preguntas 3, 4 y 5. Mostraron un nivel de respuesta avanzado. Para esta actividad, los estudiantes demostraron mayor comprensión en cuanto al conteo y a la forma de realizar el algoritmo de suma y resta.

Al respecto plante Nesher (como se citó en Castro, Rico y Castro, 1995) que existen cuatro categorías en los problemas verbales de la adición y la sustracción. En los estudiantes encuestados, se pudo observar que se encontraron dentro de las categorías de:

Categoría de cambio. Los problemas implican un incremento o disminución de una cantidad inicial hasta crear una serie final. Interviniendo una cantidad inicial, una de cambio y una final. La cantidad desconocida puede ser cualquiera de ellas. Se pueden dar cambios de: aumento (cambio-unión) o de disminución (cambio-separación).

Problemas de combinación o parte-parte-todo. Es otra categoría que hace referencia con la relación que existe entre una colección y dos subcolecciones disjuntas de la misma. La diferencia fundamental entre estas dos categorías de problemas es que la combinación no implica acción.

La tercera categoría, de comparación, implica una comparación entre dos colecciones. La relación entre las cantidades se establece utilizando los términos “más que”, “menos que”. Cada problema de comparación tiene tres cantidades expresadas: Una cantidad de referencia, una cantidad comparativa y otra de diferencia. (Ver Ilustraciones 20, 21 y 22)

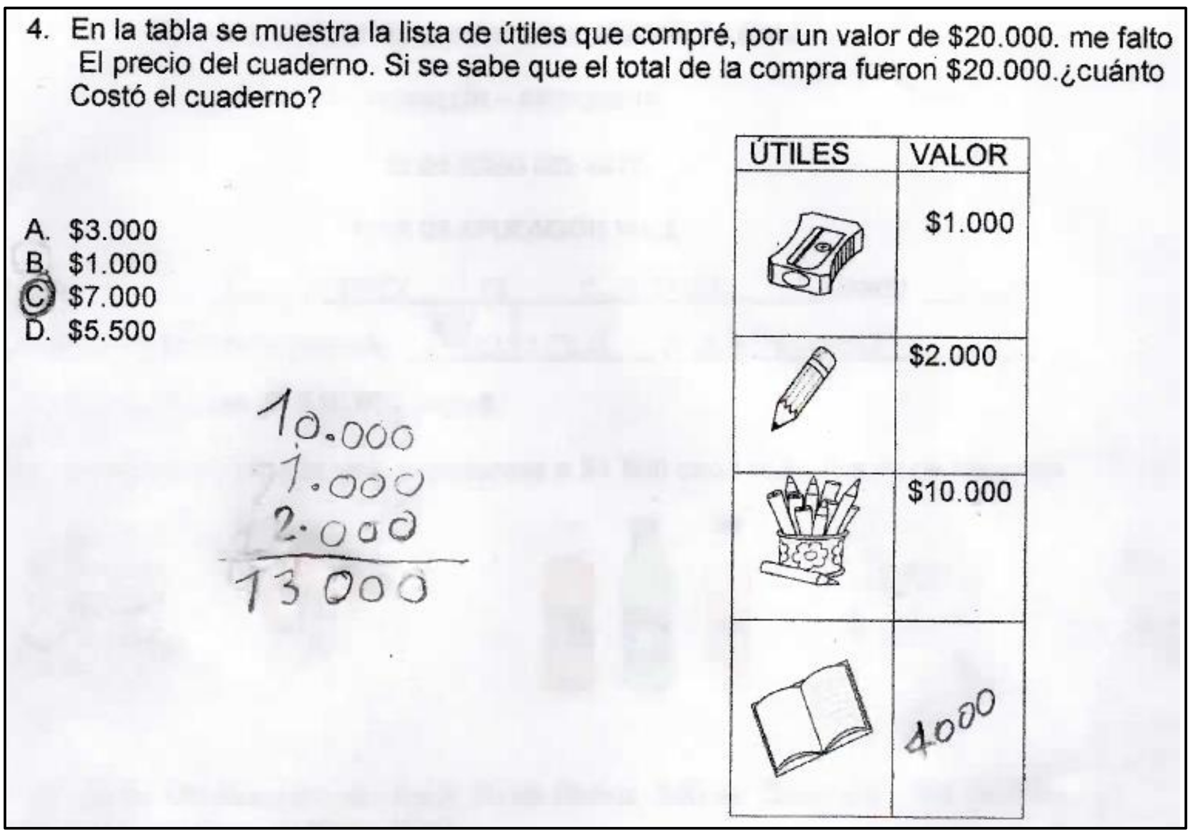


3. En una papelería hay 2.000 lápices en total de color rojo y amarillo. Si se sabe que hay 1.400 rojos, ¿Cuántos hay amarillos?

A. 500
B. 700
C. 600
D. 800

2.000
1.400
0600

Ilustración 20. Categoría de comparación.



4. En la tabla se muestra la lista de útiles que compré, por un valor de $20.000. me falto El precio del cuaderno. Si se sabe que el total de la compra fueron $20.000.¿cuánto Costó el cuaderno?

A. $3.000
B. $1.000
C. $7.000
D. $5.500

10.000
1.000
2.000
13 000

ÚTILES	VALOR
	$1.000
	$2.000
	$10.000
	4000

Ilustración 21. Categoría de comparación.

5. Al entrar a un parque recreativo con mi familia, pague individualmente con $20.000 Todos los servicios que me ofrecían en el parque y me sobro dinero.
¿Cuánto dinero me sobró?

A. $5.000
B. $1500
C. $1.000
D. $2000

SERVICIOS	VALOR
Piscina	$5.000
Helado	$3.000
Hamburguesa	$4.000
Sauna	$7.000

5.000
3.000
4.000
7.000
19000

Ilustración 22. Categoría de comparación.

4.2. Caso 2: Institución Educativa Guillermo Aguilar

Se trabajan tres guías: la guía diagnóstica y dos guías de aplicación para 5 estudiantes del grado segundo de la básica primaria.

Análisis de la Guía Diagnóstica.

La presente guía presenta 10 preguntas, el objetivo de aplicación es identificar el nivel de manejo de las estructuras aditivas en que se encontraban los estudiantes del grado segundo de la básica primaria, iniciando desde los enunciados verbales. Hace parte del proyecto de investigación sobre el análisis de las dificultades que presentaban los estudiantes en la interpretación de los enunciados verbales donde intervienen estructuras aditivas.

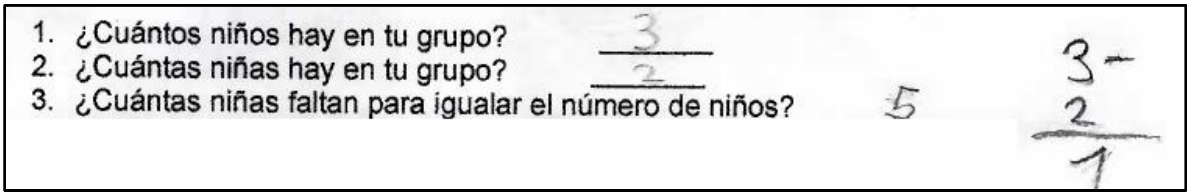
Pregunta 1, 2 y 3.

1. ¿Cuántos niños hay en tu grupo?
2. ¿Cuántas niñas hay en tu grupo?
3. ¿Cuántas niñas faltan para igualar el número de niños?

Análisis:
En esta pregunta se mostró un nivel de desempeño satisfactorio cuando se trabajó con pequeñas cantidades. Se puede decir que para estos estudiantes los cálculos pequeños no presentaban una dificultad.

Se observó un proceso de subitización, donde fue posible apreciar fácilmente el tamaño instantáneamente (Castro, Rico y Castro, 1995).

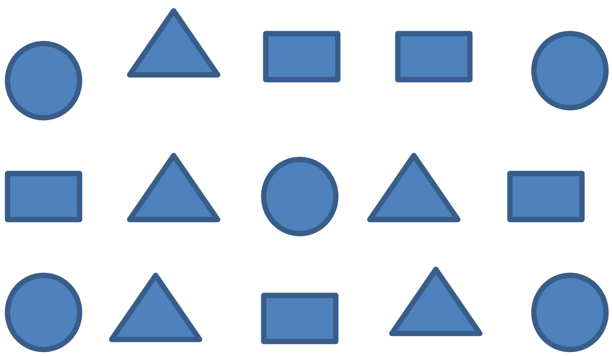
Es muy sencillo el cálculo que realizaron, por lo tanto aplicaron un Nivel Cadena Numerable, cuentan n términos desde a hasta b. (Ver Ilustración 23)


1. ¿Cuántos niños hay en tu grupo? 3
2. ¿Cuántas niñas hay en tu grupo? 2
3. ¿Cuántas niñas faltan para igualar el número de niños? 5

3 -
2
1

Ilustración 23. Nivel de cadena numerable.

Pregunta 4. ¿Cuantos círculos observas?



Análisis:

El nivel de desempeño de esta pregunta fue avanzado. El trabajo con bloques lógicos, regletas y otros elementos donde se involucran las figuras geométricas, diferencian muy bien las Ilustraciones según sus características y formas.

En cuanto a nivel de conteo, aplicaron un nivel de cardinalidad, donde es el último término que resulta luego de contar todos los elementos de una colección. .
(Ver Ilustración 24)

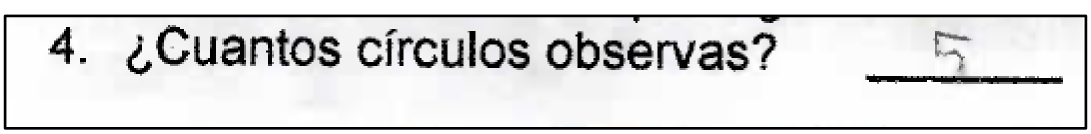
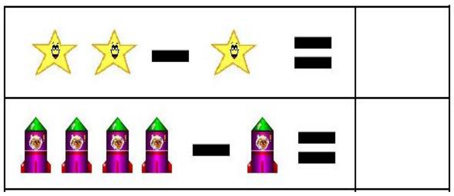
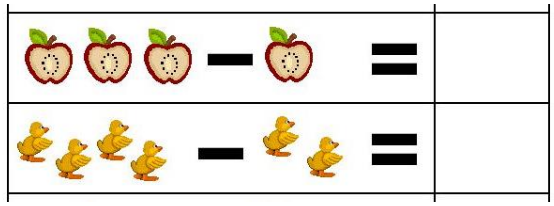

4. ¿Cuantos círculos observas? 5

Ilustración 24. Nivel de cardinalidad.

Pregunta 5, 6.

Pregunta 5. Dibuja en cada recuadro la cantidad de dibujos que te da como resultado.





Pregunta 6. ¿Cuál es el número que completa la serie?

2 4 6 ☐ 10 12 14 ☐ 18 20 ☐

Análisis:

En las preguntas 5 y 6, se observó un nivel de desempeño avanzado. Evidencian según (Castro, Rico y Castro, 1995). Se presentaron los siguientes niveles:

- Un apareamiento temporal del término con la acción de señalar.
- Un apareamiento entre la acción de señalar y un objeto concreto.
- Un apareamiento entre el término y el objeto.

Hay dos factores que favorecieron el desempeño de estas preguntas y fue lo referente al trabajo con dibujos y el conteo con los números pares. Esta relación la expresa Piaget (como se citó en Castro, Rico y Castro, 1995).

> Entre mayor sea el número, más dificultades se presentan, es más fácil sumar cuando el primer sumando es mayor que el segundo, son más sencillas las sumas en las cuales los sumandos son pares, se presenta gran facilidad al sumar cuando los dos sumandos son pares.

Las series y los gráficos, son situaciones de cotidianidad y del contexto que para el grado segundo de primaria manejan los estudiantes constantemente.

(Ver Ilustración 25)

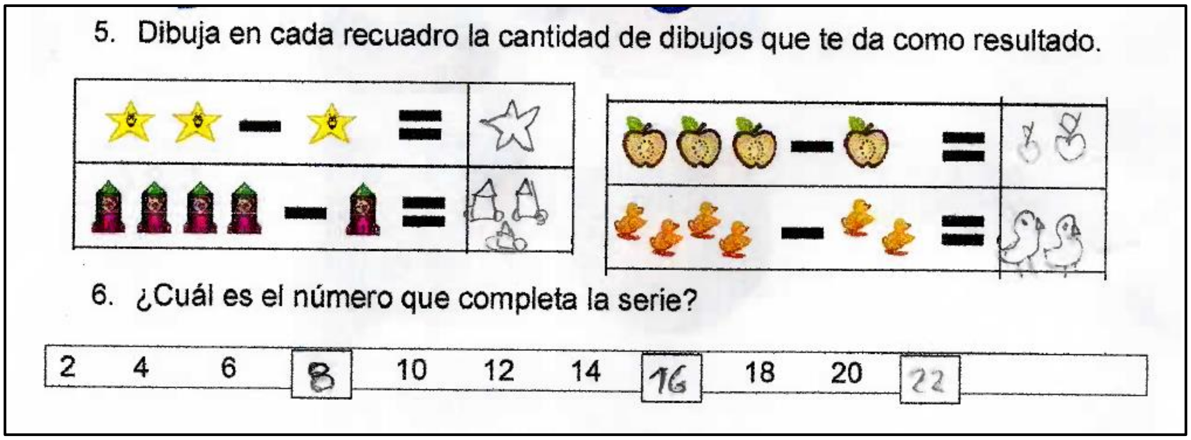


Ilustración 25. Nivel de conteo y seriación.

Pregunta 7. ¿Cuál es mayor de las dos cantidades?

- 6 montones de 5 libros
- 2 montón de 15 libros

Análisis:

Se observó en esta pregunta un nivel de desempeño mínimo. No graficaron la situación problema, ni se separó por conjuntos la colección de datos. De esta manera no fue posible comprender la diferencia entre las colecciones de elementos.

Se evidenció en los estudiantes la aplicación de una correspondencia biunívoca, la equivalencia no es perpetua. Realiza un conjunto igual al que le proponen pero no comprende el cambio de tamaño y de forma Piaget (como se citó en Castro, Rico y Castro, 1995). (Ver Ilustración 26)

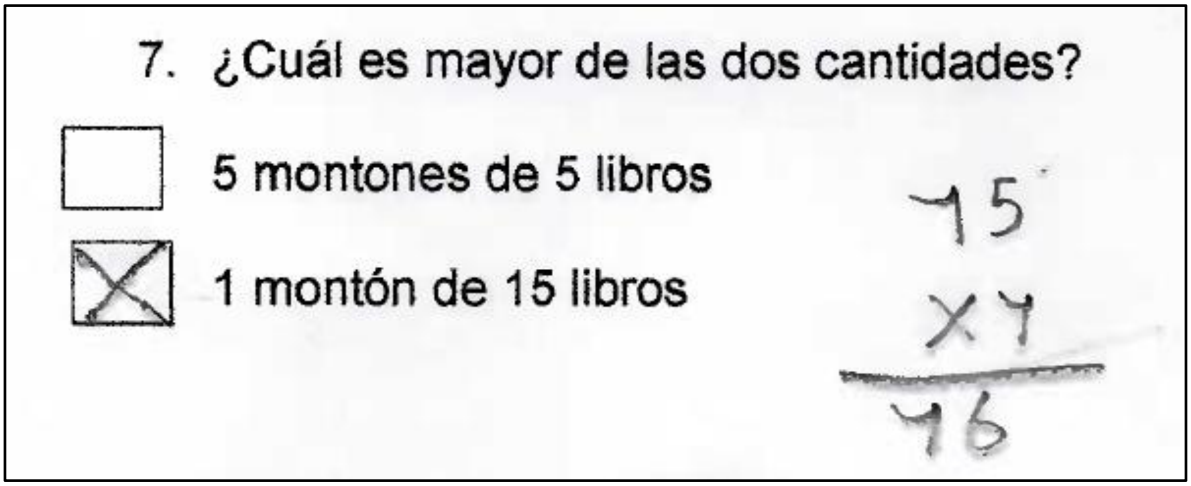


Ilustración 26. Nivel de correspondencia biunívoca.

Pregunta 8. ¿Cuál de las operaciones da mayor resultado?

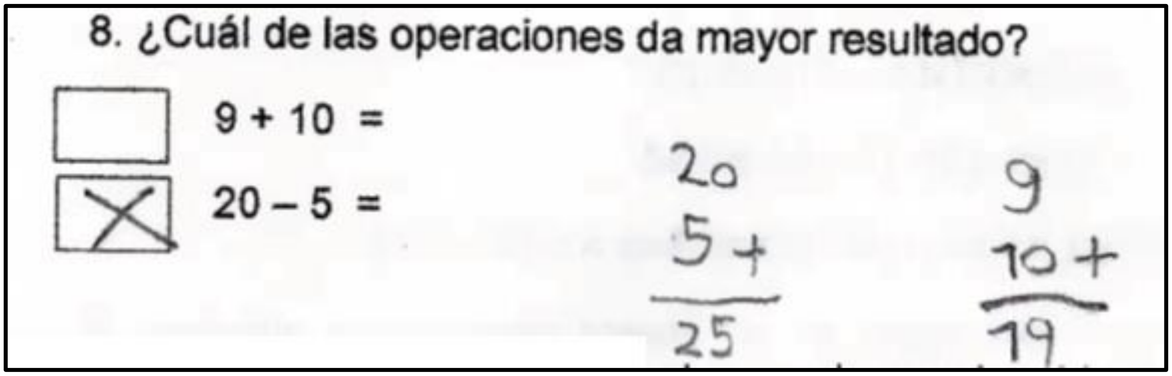
9 + 10 =

20 – 5 =

Análisis:

Se mostró un nivel mínimo. Como se analizó en el punto 1,2 y 3. Los estudiantes solo realizaron con facilidad aquellos algoritmos donde se muestran números pequeños o cantidades que pueden relacionar con facilidad. Por otro lado se observó la dificultad para ubicar las cifras de acuerdo con el valor posicional.

Al respecto se observó que el acto de sumar y restar números naturales, se asocia al sentido de juntar para aumentar y quitar para disminuir. Sin embargo para Piaget (como se citó en Castro, Rico y Castro, 1995) esta operación, requiere de la identificación de que el todo permanece constante. (Ver Ilustración 27)



8. ¿Cuál de las operaciones da mayor resultado?

9 + 10 =

20 – 5 =

$$\begin{array}{r} 20 \\ 5+ \\ \hline 25 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 9 \\ 10+ \\ \hline 19 \end{array}$$

Ilustración 27. Nivel valor posicional.

Preguntas 9 y 10.

Pregunta 9. ¿Si compro todos los productos que hay en la tabla, cuánto dinero me gasto?

PRODUCTO	VALOR
Bombon	$ 200
Chicles	$ 100
Chocolatina	$ 300
Galletas	$ 1.000
Kumis	$ 1.800
TOTAL	

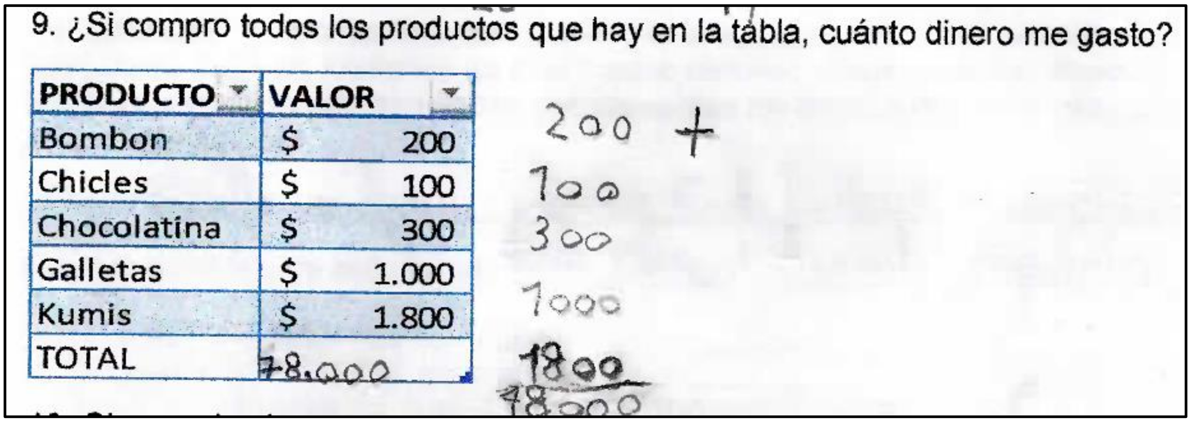
Pregunta 10. Observe los juguetes y diga cuál es el mayor número de juguetes que compra con $20.000.

Análisis:

Tanto la pregunta 9 como la pregunta 10, necesitaron como conocimientos previos el concepto de valor posicional de las cantidades numéricas involucradas. Los estudiantes respondieron erróneamente a estas preguntas y no especificaron la operación que se requería para responder de manera adecuada.

Se observó dificultad en la tercera categoría, de comparación, que implica una comparación entre dos colecciones; la relación entre las cantidades se estableció utilizando los términos “más que”, “menos que”. Cada problema de comparación tenía tres cantidades expresadas: Una cantidad de referencia, una cantidad comparativa y otra de diferencia. Nesher (como se citó en Castro, Rico y Castro, 1995).

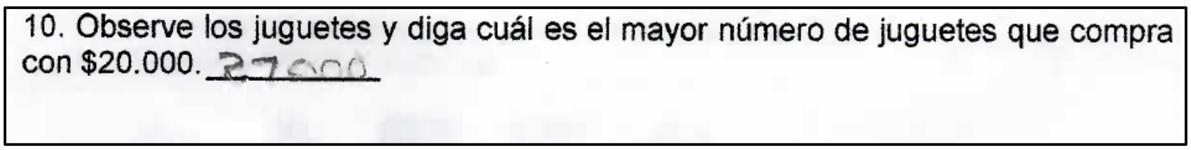
Por tal motivo se mostró una respuesta incorrecta que no dio cuenta del enunciado que se deseaba desarrollar. (Ver Ilustración 28, 29 y 30)



9. ¿Si compro todos los productos que hay en la tabla, cuánto dinero me gasto?

PRODUCTO	VALOR
Bombon	$ 200
Chicles	$ 100
Chocolatina	$ 300
Galletas	$ 1.000
Kumis	$ 1.800
TOTAL	78.000

Ilustración 28. Categoría de comparación.



10. Observe los juguetes y diga cuál es el mayor número de juguetes que compra con $20.000. 27000

Ilustración 29. Categoría de comparación.

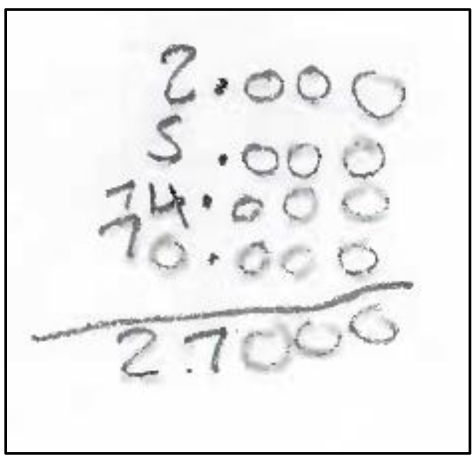


Ilustración 30. Categoría de comparación.

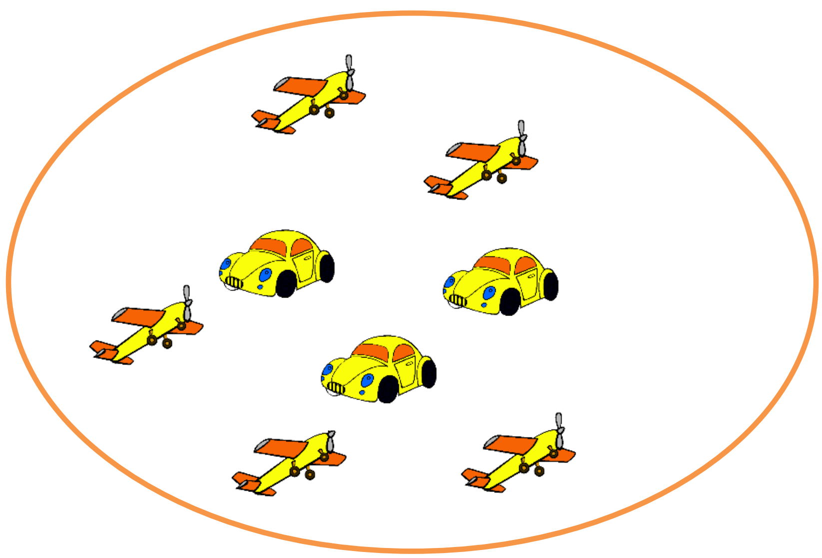
.

Análisis de la Guía No. 1

La presente guía, contiene 8 preguntas donde se trabajaron problemas de combinación o parte-parte todo con el objetivo de identificar la relación que los estudiantes pueden establecer entre uno o varios conjuntos que contengan la misma cantidad de elementos o diferente. Además poder realizar diferentes operaciones de unión y diferencia de los elementos.

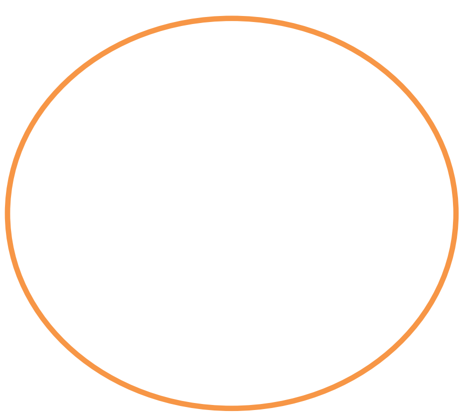
Preguntas 1 y 2.

Pregunta 1. El conjunto muestra 8 juguetes. Hay 5 aviones, y el resto son carritos.

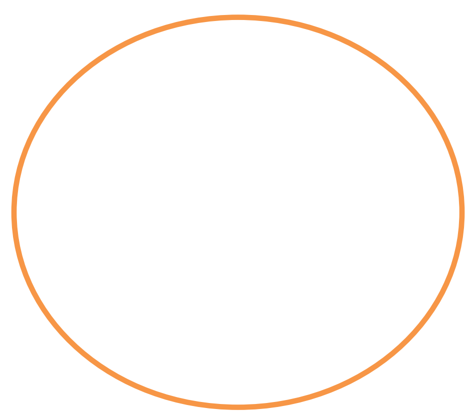


Represente cada conjunto de aviones y de carritos por separado.

A



C



Pregunta 2. Escriba la operación que permite encontrar el valor total de juguetes que se muestra en el conjunto.

Análisis:

Las preguntas 1 y 2, mostraron un nivel avanzado. Clasificaron los elementos de un conjunto, separaron cantidades y dieron cuenta del resultado correctamente al aplicar un algoritmo que satisfizo la respuesta.

Al respecto se plantea que.

> La tercera categoría, de comparación, implica una comparación entre dos colecciones. La relación entre las cantidades se establece utilizando los términos “más que”, “menos que”. Cada problema de comparación tiene tres cantidades expresadas: Una cantidad de referencia, una cantidad comparativa y otra de diferencia Nesher (como se citó en Castro, Rico y Castro, 1995).

Los estudiantes manifestaron agrado por el trabajo con conjuntos tanto representados de forma gráfica como con la manipulación de material concreto. (Ver Ilustraciones 31, 32)

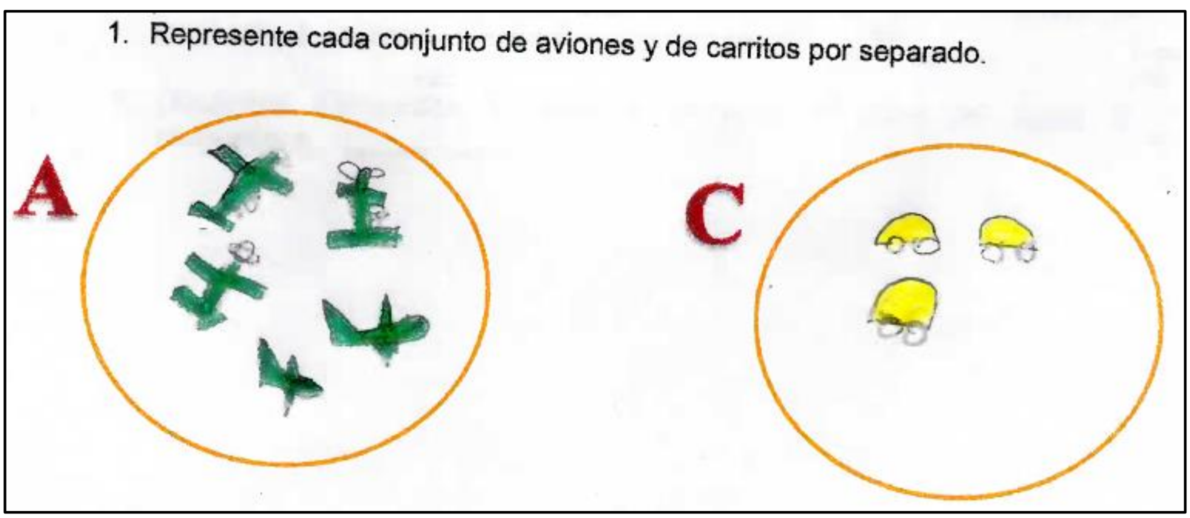
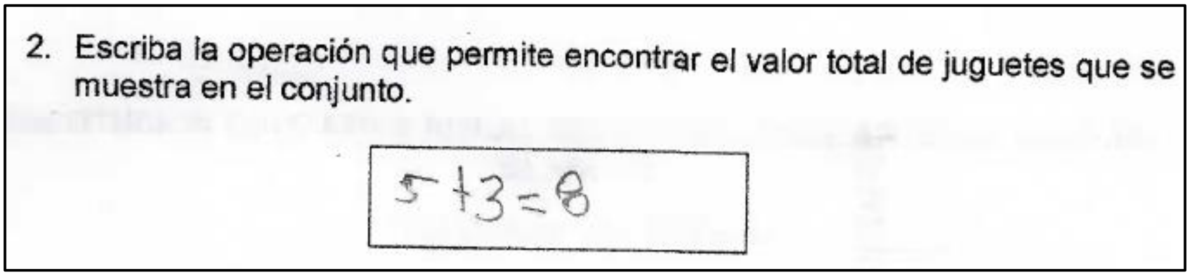


Ilustración 31. Categoría de comparación.



2. Escriba la operación que permite encontrar el valor total de juguetes que se muestra en el conjunto.

5+3=8

Ilustración 32. Categoría de comparación.

Preguntas 3, 4, 5.

Pregunta 3. Hay más ____________________ que _______________

Pregunta 4. Hay menos _________________ que _______________

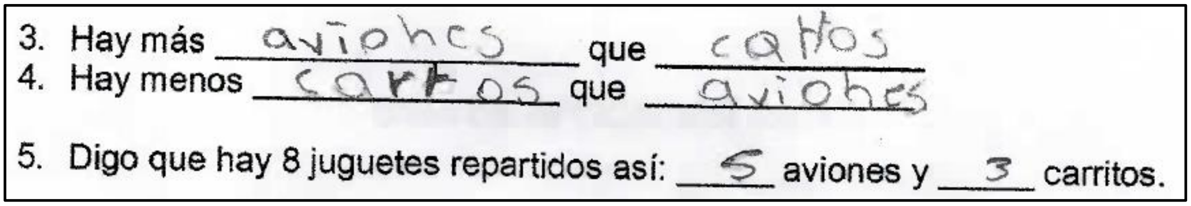
Pregunta 5. Digo que hay 8 juguetes repartidos así: _____ aviones y _____ carritos.

Análisis:

Cuando se aplicaron las preguntas 3, 4 y 5. Los estudiantes evidenciaron comprensión y manejo al responder de forma fácil y acertada. Es de anotar que esta actividad de manipulación de colecciones de objetos hizo parte de la rutina diaria de actividades de introducción al manejo de operaciones aritméticas. Al respecto se expresa que han alcanzada un nivel de cadena bidimensional, donde se cuenta desde un término cualquiera y se puede retroceder. Esto significa que:

> Cuando se alcanza el último nivel, se pueden establecer relaciones tales como: “después de a, sigue b”, “delante de c, está d”. En Este dominio de la secuencia posibilita el manejo de los números diversos contextos (Castro, Rico y Castro, 1995).

El trabajo en equipo fue necesario en la escuela debido a que son pocos estudiantes por grupo y se apoyaron mutuamente. Por lo tanto este manejo de conjuntos de estudiantes hizo parte del contexto de la institución. (Ver Ilustración 33)

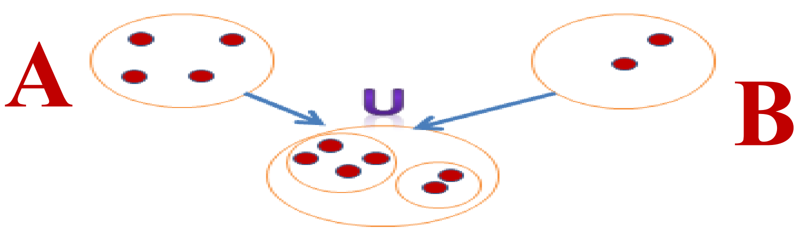

3. Hay más aviones que carros
4. Hay menos carros que aviones

5. Digo que hay 8 juguetes repartidos así: 5 aviones y 3 carritos.

Ilustración 33. Nivel de cadena bidimensional.

Preguntas 6,7 y 8.

- De acuerdo con el siguiente diagrama responda:



Pregunta 6. En la unión del conjunto A y el conjunto B. ¿Cuánto nos da el resultado en total?

Pregunta 7. En la unión del conjunto A y el conjunto B. ¿Si quitamos el conjunto A, cuantos elementos obtenemos?

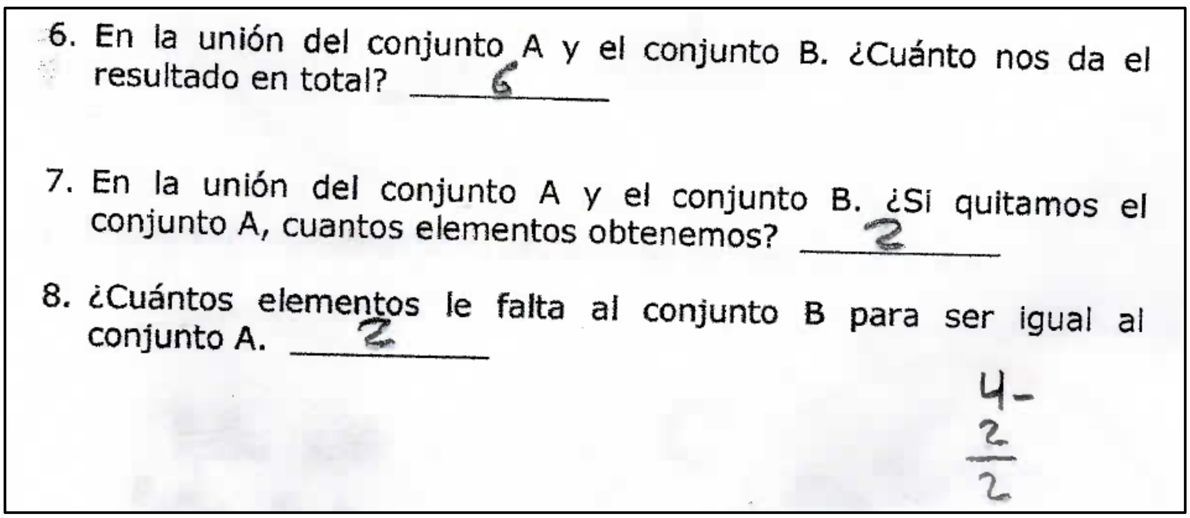
Pregunta 8. ¿Cuántos elementos le faltan al conjunto B para ser igual al conjunto A?

Análisis:

Las preguntas 6,7 y 8, mostraron un nivel avanzado en todos los estudiantes encuestados. Esta actividad se hizo previamente a este taller, utilizando material concreto de bloques lógicos.

> Plantea Piaget (como se citó en Castro, Rico y Castro, 1995) que en el estadio tres, los estudiantes construyen colecciones de acuerdo a un modelo planteado, y comprenden la equivalencia, así se cambie de posición. En este sentido se concluye a partir de la hipótesis de que el número se construye mediante las estructuras de agrupamiento y de la inclusión de clases, debido a que se elabora el proceso cardinal y ordinal del número conjuntamente.

El trabajo con las colecciones de objetos representadas de manera gráfica, representaron un avance significativo en los estudiantes en general debido a las habilidades de conteo que adquieren cuando pueden esquematizar la situación que se es plantea. (Ver Ilustración 34)


6. En la unión del conjunto A y el conjunto B. ¿Cuánto nos da el resultado en total? 6

7. En la unión del conjunto A y el conjunto B. ¿Si quitamos el conjunto A, cuantos elementos obtenemos? 2

8. ¿Cuántos elementos le falta al conjunto B para ser igual al conjunto A. 2

4-
2
2

Ilustración 34. Nivel de correspondencia y equivalencia.

Análisis de la Guía No. 2

Preguntas 1 y 2.

La presente guía contiene 5 preguntas donde se analizan diversas expresiones numéricas empleadas en varios contextos como: la secuencia, la asociación de cada palabra con un símbolo, la numerosidad de un conjunto, la posición relativa de los objetos, la función de código, y los contextos de medida.

Pregunta 1. Con un billete de $10.000 pagué: 2 bombones a $500 cada uno, 3 gaseosas a $1.500 cada una. Recibí de devuelta:

E. $5.000
F. $4.500
G. $4.000
H. $5.500

Pregunta 2. Conté 120 monedas de Brasil, 80 de Bolivia, 300 de Colombia, 100 de Perú. ¿Cuántas monedas conté en total?

E. 600
F. 700
G. 500
H. 400

Análisis:

Se tomaron las preguntas 1 y 2 para analizar debido a que hicieron parte de las actividades propias de los estudiantes en el sentido de compra de dulces y conteo de canicas, de monedas y tarjetas de colección. Estas respuestas tuvieron un nivel avanzado y dieron cuenta de la capacidad que tienen los estudiantes para operar conjuntos de datos.

Cuando los niños se entrenan en proceso lógicos, obtienen mejor desempeño lógico y quienes se entrenan en conteo, comprenden criterios numéricos. Por lo tanto la actividad de contar, es un proceso lógico Clements (como se citó en Castro, Rico y Castro, 1995).

Es importante resaltar que a diferencia de los problemas donde no hay gráficos o material que se pueda manipular, donde los estudiantes no responden adecuadamente, en esta situación, no presentaron ninguna dificultad. (Ver Ilustración 35 y 36)

Ilustración 35. Conteo como proceso lógico.

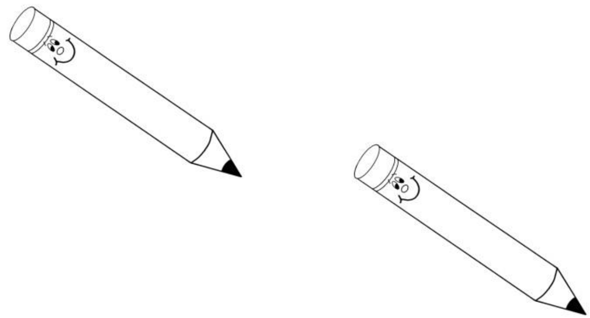
Ilustración 36. Conteo como proceso lógico.

Preguntas 3,4 y 5.

3. En una papelería hay 2.000 lápices en total de color rojo y amarillo.

Si se sabe que hay 1.400 rojos, ¿Cuántos hay amarillos?

E. 500
F. 700
G. 600
H. 800



4. Compré la lista de útiles de la tabla por $20. 000, y no anoté el precio del cuaderno.

¿El precio del cuaderno es?

E. $3.000
F. $1.000
G. $7.000
H. $5.500

ÚTILES	VALOR
	$1.000
	$2.000
	$10.000
	

5. Para ingresar a un parque pagué $30.000, me devolvieron dinero y consumimos todos los servicios. ¿Cuánto dinero me sobró?

E. $15.000
F. $11.000
G. $13.000
H. $14.500

SERVICIOS	VALOR
Piscina	$5.000
Helado	$3.000
Hamburguesa	$4.000
Sauna	$7.000

Análisis:

Este bloque de preguntas 3, 4 y 5. Hicieron referencia al conteo parte todo, donde se pudo discriminar colecciones ordenadas de datos para obtener un resultado al darse un cambio.

Plantea Nesher (como se citó en Castro, Rico y Castro, 1995) que esta situación de cambio en manejo de una colección y subcolecciones obedece a:

> Problemas de combinación o parte-parte todo. Es otra categoría que hace referencia con la relación que existe entre una colección y dos subcolecciones disjuntas de la misma. La diferencia fundamental entre estas dos categorías de problemas es que la combinación no implica acción. Un problema de combinación tiene tres cantidades relacionadas lo que da lugar a dos tipos de problemas.
>
> La tercera categoría, de comparación, implica una comparación entre dos colecciones. La relación entre las cantidades se establece utilizando los términos "más que", "menos que". Cada problema de comparación tiene tres cantidades expresadas: Una cantidad de referencia, una cantidad comparativa y otra de diferencia.
>
> La cantidad desconocida puede ser la cantidad de referencia, la comparativa o la diferencia, para cada una de estas posibilidades la comparación puede hacerse de dos formas: la cantidad comparada (más grande) es más que la cantidad de

referencia (más pequeña), la cantidad comparada es menos que la de referencia.

Las respuestas fueron incorrectas y no se pudo evidenciar una comprensión de este concepto. Fue necesario volver varias veces sobre el tema después de haber realizado esta actividad. (Ver Ilustración 37, 38 y 39)

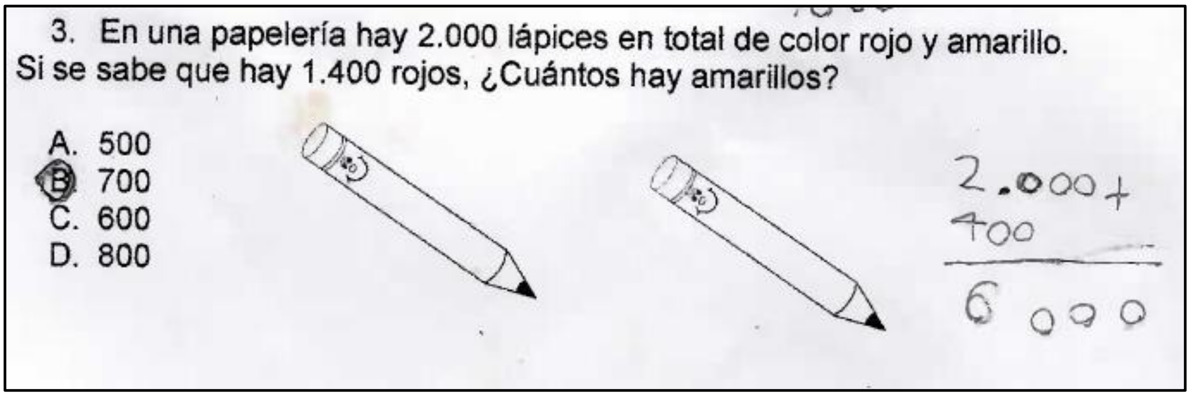
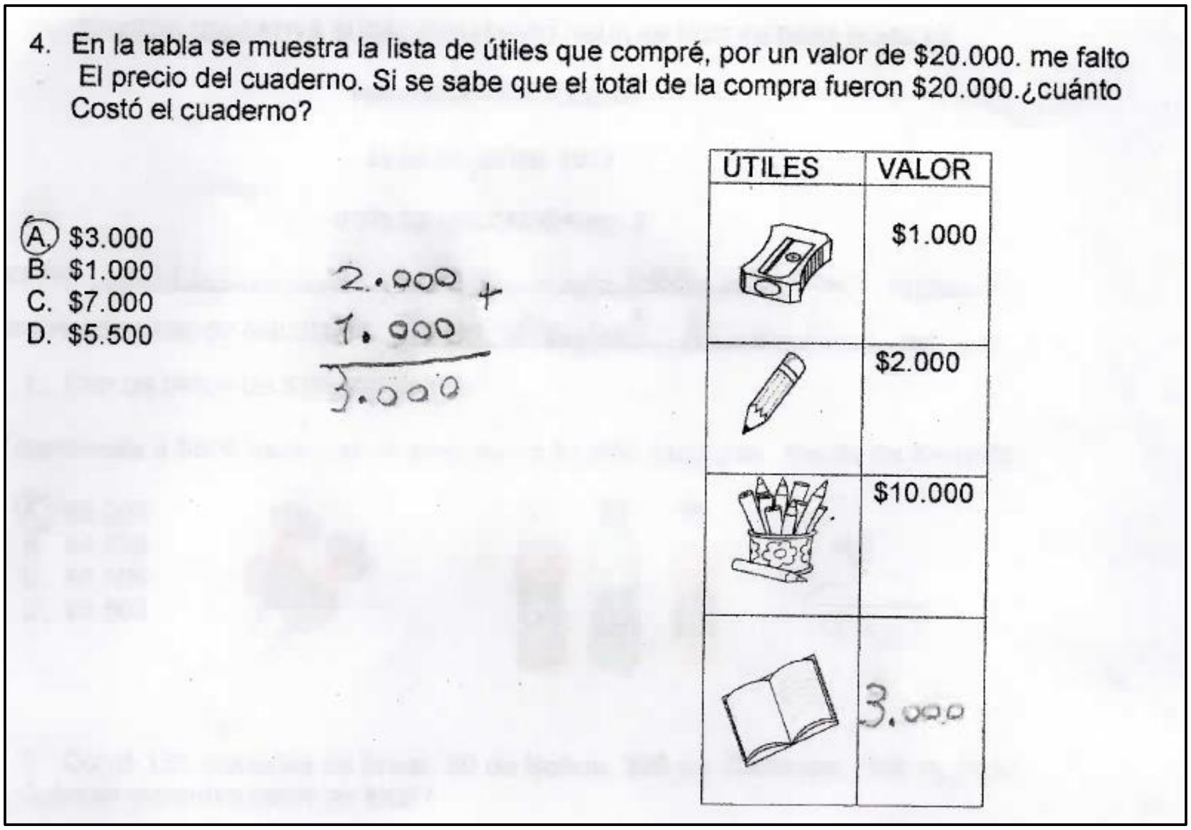


Ilustración 37. Nivel de problema de combinación.



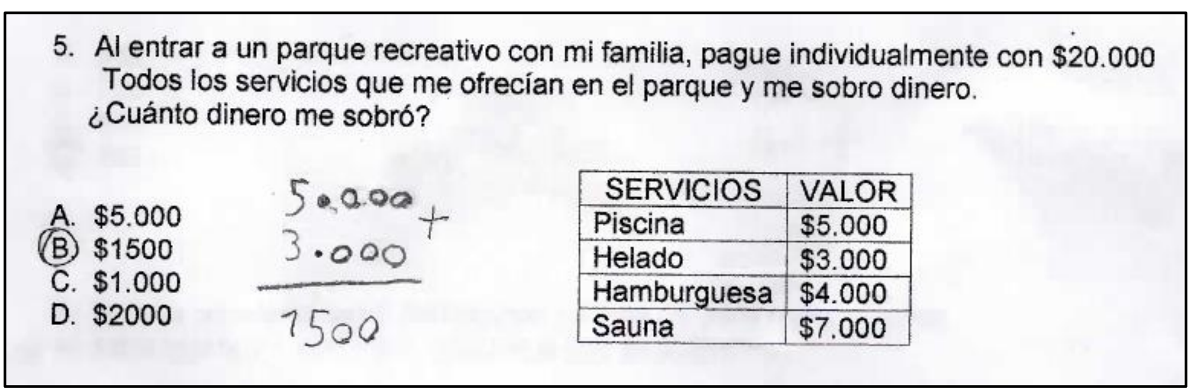
4. En la tabla se muestra la lista de útiles que compré, por un valor de $20.000. me falto El precio del cuaderno. Si se sabe que el total de la compra fueron $20.000.¿cuánto Costó el cuaderno?

A. $3.000
B. $1.000
C. $7.000
D. $5.500

2.000 +
1.000
3.000

ÚTILES	VALOR
	$1.000
	$2.000
	$10.000
	3.000

Ilustración 38. Nivel de problema de combinación.



5. Al entrar a un parque recreativo con mi familia, pague individualmente con $20.000 Todos los servicios que me ofrecían en el parque y me sobro dinero. ¿Cuánto dinero me sobró?

A. $5.000
B. $1500
C. $1.000
D. $2000

5.000 +
3.000
1500

SERVICIOS	VALOR
Piscina	$5.000
Helado	$3.000
Hamburguesa	$4.000
Sauna	$7.000

Ilustración 39. Nivel de problema de combinación.

4.3. Caso 3: institución Educativa José Antonio Galán

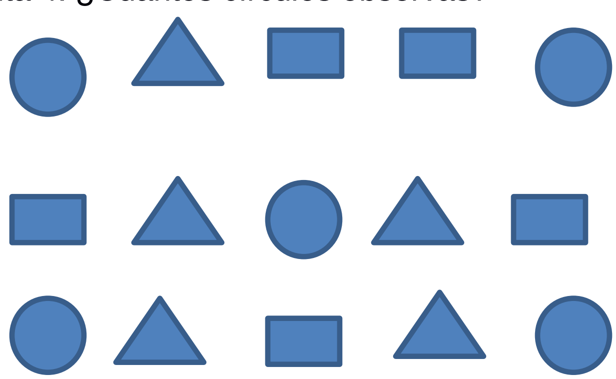
Se trabajan tres guías: la guía diagnóstica y dos guías de aplicación para 5 estudiantes del grado segundo de la básica primaria.

Análisis de la Guía Diagnóstica.

La presente guía presenta 10 preguntas, el objetivo de aplicación fue identificar el nivel de manejo de las estructuras aditivas en que se encontraban los estudiantes del grado segundo de la básica primaria, iniciando desde los enunciados verbales. Hizo parte del trabajo de investigación sobre el análisis de las dificultades que presentan los estudiantes en la interpretación de los enunciados verbales donde intervienen estructuras aditivas.

Pregunta 1, 2, 3 y 4.

Pregunta 1. ¿Cuántos niños hay en tu grupo?
Pregunta 2. ¿Cuántas niñas hay en tu grupo?
Pregunta 3. ¿Cuántas niñas faltan para igualar el número de niños?
Pregunta 4. ¿Cuantos círculos observas?



Análisis:

El bloque de 4 preguntas, estableció un nivel respuesta avanzado. Los estudiantes en su totalidad dieron cuenta de la comprensión del conteo de unidades tanto de los compañeros de clase como de los elementos observados en el conjunto de Ilustraciones geométricas.

En este sentido se hizo referencia a cinco principios lógicos implícitos cuando se está iniciando con el conteo (Castro, Rico y Castro, 1995).

De orden estable. Recitándolos en orden.

De correspondencia. Señalando los elementos del conjunto.

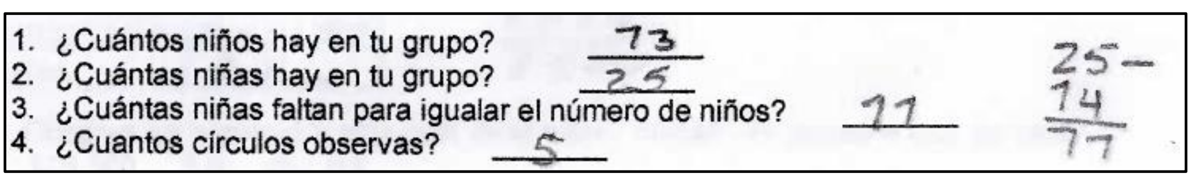
De biunivocidad. A cada elemento del conjunto se le asignará una palabra numérica y viceversa.

De cardinalidad. Es el último término que resulta luego de contar todos los elementos de una colección.

De irrelevancia del orden. No importa el orden de los elementos para hallar el cardinal.

De abstracción. Todos los conjuntos se pueden contar, sin importar si son iguales o diferentes.

Se facilitó esta actividad por el trabajo de construcción de material concreto donde pudieron manipular cada Ilustración geométrica distinguiendo características y propiedades de forma, tamaño, color. (Ver Ilustración 40)

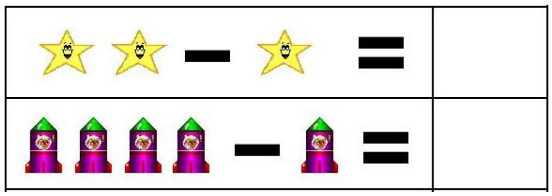

1. ¿Cuántos niños hay en tu grupo? 13
2. ¿Cuántas niñas hay en tu grupo? 25
3. ¿Cuántas niñas faltan para igualar el número de niños? 11
4. ¿Cuantos círculos observas? 5

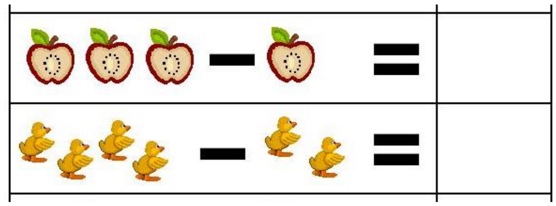
25 −
14
11

Ilustración 40. Nivel de cardinalidad.

Pregunta 5, 6.

Pregunta 5. Dibuja en cada recuadro la cantidad de dibujos que te da como resultado.





Pregunta 6. ¿Cuál es el número que completa la serie?

2 4 6 ☐ 10 12 14 ☐ 18 20 ☐

Análisis:

Las preguntas 5 y 6, son analizadas conjuntamente para evaluar el manejo de conjuntos, gráficos, sucesiones y conteo de pares.

> Los procesos de secuencialidad se dan a temprana edad, operando situaciones tipo $n + 1$ y $n - 1$, luego de la forma $n + 2$ y $n - 2$ para continuar con las del tipo $n + m$ (Rico y Castro, 1995).
>
> El acto de sumar y restar números naturales, se asocia al sentido de juntar para aumentar y quitar para disminuir. Sin embargo para Piaget (como se citó en Castro, Rico y Castro, 1995) Esta operación, requiere de la identificación de que el todo permanece constante.

Para comprender las secuencias pares es importante trabajar seriación de cantidades iguales y gráficos de equivalencia. (Ver Ilustración 41)

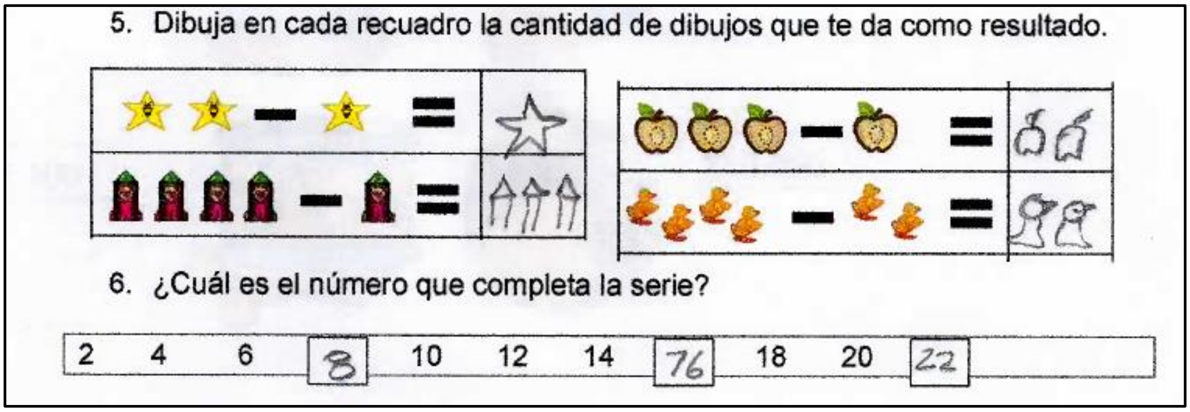


Ilustración 41. Nivel de secuencialidad.

Pregunta 7. ¿Cuál es mayor de las dos cantidades?

☐ 7 montones de 5 libros

☐ 3 montón de 15 libros

Pregunta 8. ¿Cuál de las operaciones da mayor resultado?

☐ 9 + 10 =

☐ 20 – 5 =

Análisis:

En las preguntas 7 y 8, se pretendía indagar en el estudiante por el concepto de colección y comparación de cantidades. Las respuestas mostraron un nivel básico debido a que realizaron la operación de suma de forma incorrecta en el punto7, y señalaron igualmente de forma errónea. Para el punto 8, se mostró que aunque el estudiante hizo las dos sumas, no colocó la respuesta en la casilla que le correspondía.

Se evidenció dificultad en el manejo del estadio tres de Piaget (como se citó en Castro, Rico y Castro, 1995). Que expresa:

Para edades entre 4,11 y 5,6 años. Construyen colecciones de acuerdo a un modelo planteado, y comprenden la equivalencia, así se cambie de posición. En este sentido se concluye a partir de la hipótesis de que el número se construye mediante las estructuras de agrupamiento y de la inclusión de clases, debido a que se elabora el proceso cardinal y ordinal del número conjuntamente.

Para los estudiantes, no fue relevante el trabajo donde se indago por colecciones sin hacer un esquema gráfico que representará las cantidades. (Ver Ilustración 42)

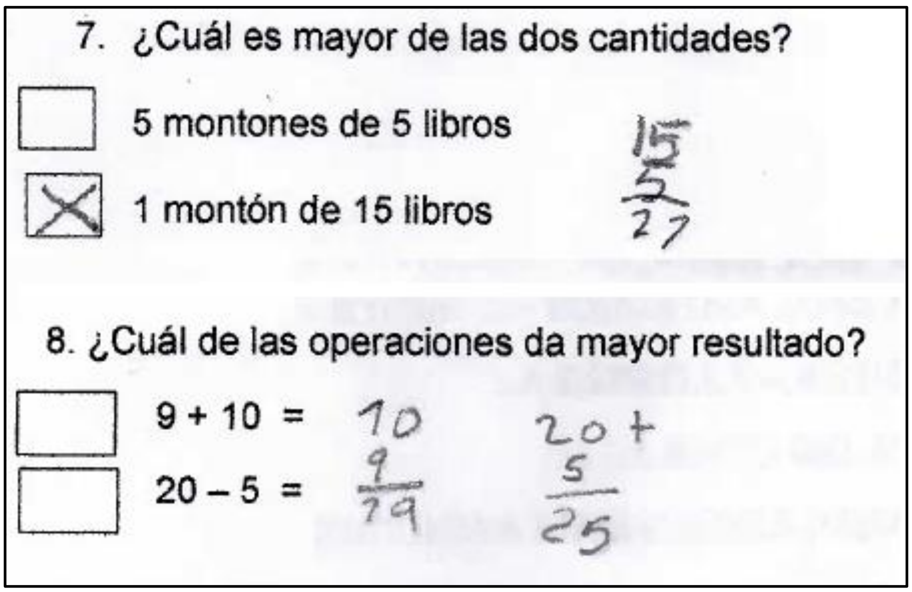


Ilustración 42. Nivel de equivalencia.

Se observó en esta pregunta un nivel de desempeño mínimo. No se graficó la situación problema, ni se separó por conjuntos la colección de datos. De esta manera no fue posible comprender la diferencia entre las colecciones de elementos.

Se evidenció en los estudiantes la aplicación de una correspondencia biunívoca, la equivalencia no es perpetua. Realiza un conjunto igual al que le proponen pero no comprende el cambio de tamaño y de forma. Piaget (como se citó en Castro, Rico y Castro, 1995). (Ver Ilustración 43)

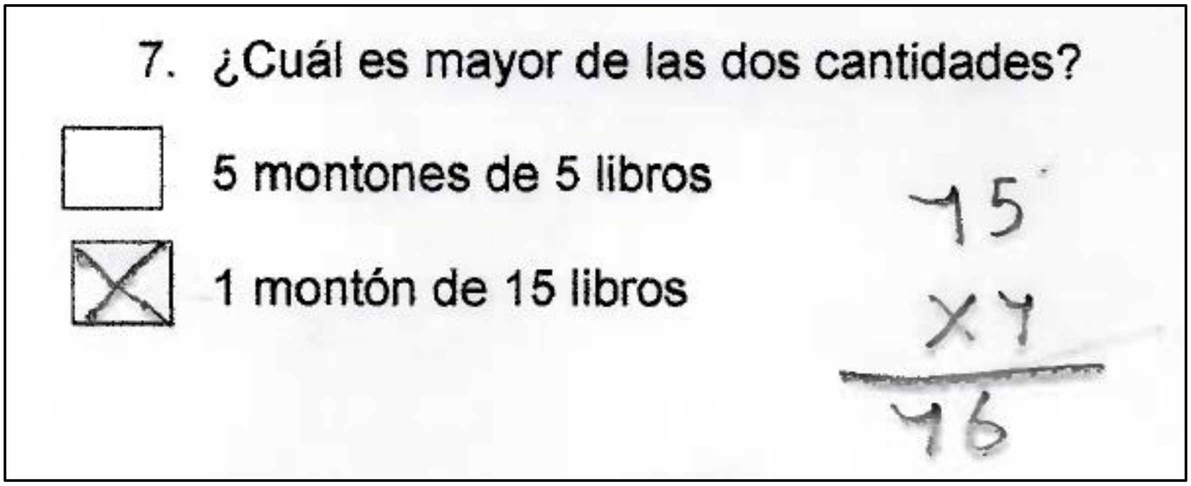


Ilustración 43. Nivel de correspondencia biunívoca.

Preguntas 9 y 10.

Pregunta 9. ¿Si compro todos los productos que hay en la tabla, cuánto dinero me gasto?

PRODUCTO	VALOR
Bombon	$ 200
Chicles	$ 100
Chocolatina	$ 300
Galletas	$ 1.000
Kumis	$ 1.800
TOTAL	

Pregunta 10. Observe los juguetes y diga cuál es el mayor número de juguetes que compra con $20.000.

Análisis:

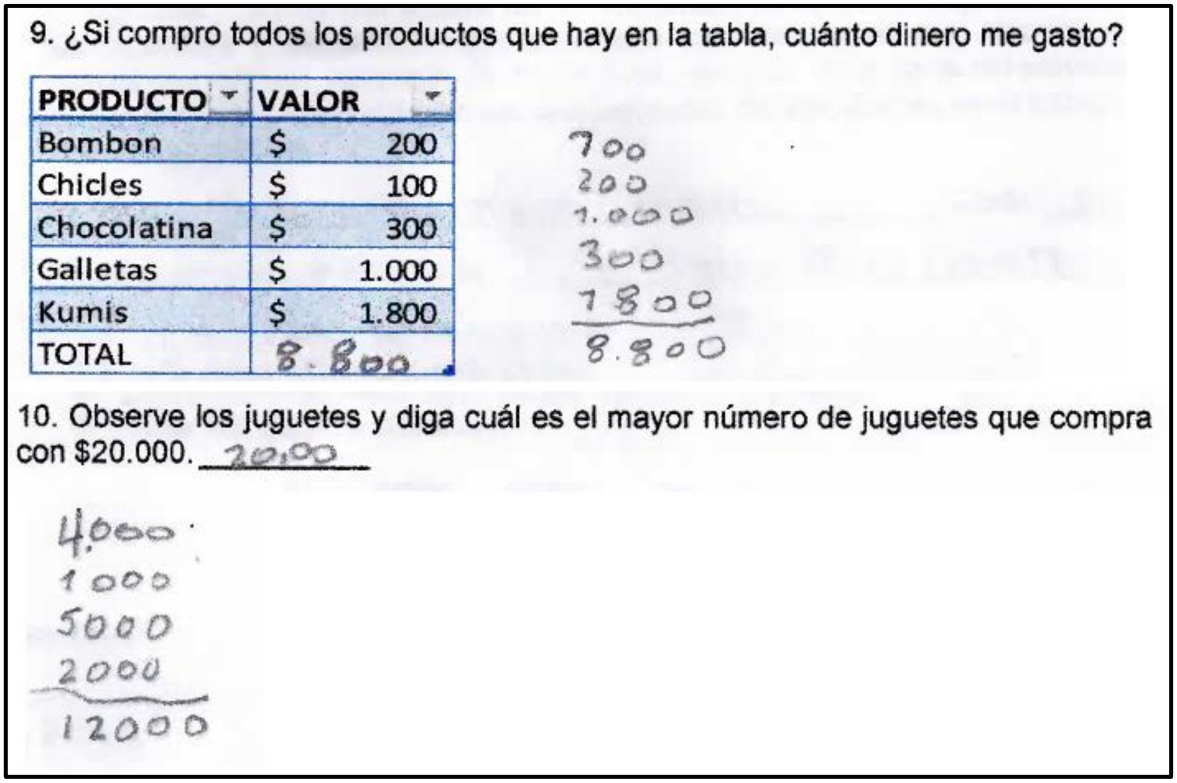
Las preguntas 9 y 10, mostraron un nivel de comprensión mínimo. Se evidenció dificultad en la ubicación del valor posicional de los números. En el trabajo con los juguetes, no se identificó el sentido de la pregunta, sino que dieron respuesta realizando un algoritmo de suma que solo identificaba algunos valores de lo que deseaban comprar y no seguían la instrucción de elegir el objeto que cumplía las características descritas.

Al respecto se anota que:

Las relaciones que se establecen entre los números, se estudian en el nivel más alto de abstracción que es el simbólico.

> Entre los números se establecen relaciones que se estudia en el nivel más alto de abstracción que es el simbólico. Por lo tanto se hace necesario hacer dibujos y representaciones de situaciones propuestas y situaciones reales que se presentan en la resolución de problemas, tales como identificar el antecesor y sucesor de un número Castro, Rico y Castro (1995)

Es de anotar que los estudiantes optaron por elegir los objetos de su agrado y con ellos realizaron la operación de la suma. No adquirieron el nivel de abstracción. (Ver Ilustración 44)



9. ¿Si compro todos los productos que hay en la tabla, cuánto dinero me gasto?

PRODUCTO	VALOR
Bombon	$ 200
Chicles	$ 100
Chocolatina	$ 300
Galletas	$ 1.000
Kumis	$ 1.800
TOTAL	8.800

700
200
1.000
300
1800
8.800

10. Observe los juguetes y diga cuál es el mayor número de juguetes que compra con $20.000. 20.00

4.000
1000
5000
2000
12000

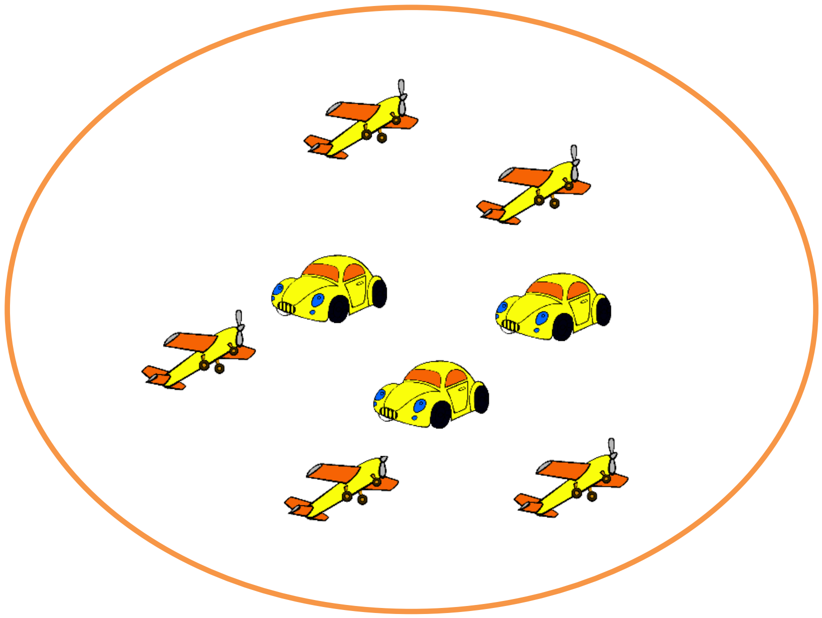
Ilustración 44. Representación de situación problema.

Análisis de la Guía No. 1

La presente guía, contiene 8 preguntas donde se trabajaron problemas de combinación o parte-parte todo con el objetivo de identificar la relación que los estudiantes pudieran establecer entre uno o varios conjuntos que contuvieran la misma cantidad de elementos o diferente. Además pudieran realizar diferentes operaciones de unión y diferencia de los elementos.

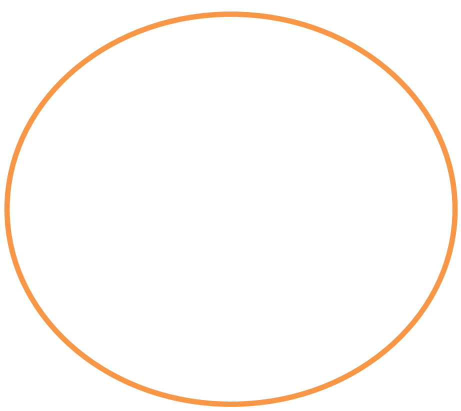
Preguntas 1,2,3,4 y 5.

Pregunta 1. El conjunto muestra 8 juguetes. Hay 5 aviones, y el resto son carritos.

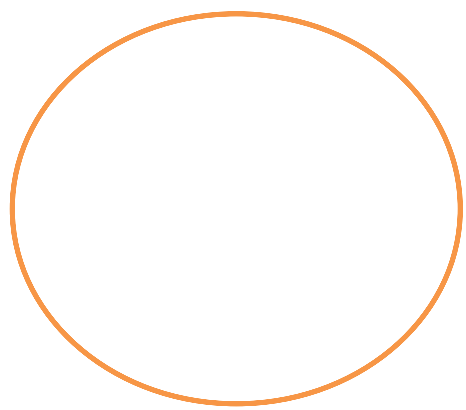


Represente cada conjunto de aviones y de carritos por separado.

A



C



Pregunta 2. Escriba la operación que permite encontrar el valor total de juguetes que se muestra en el conjunto.

Pregunta 3. Hay más ____________________ que ______________

Pregunta 4. Hay menos ________________ que ______________

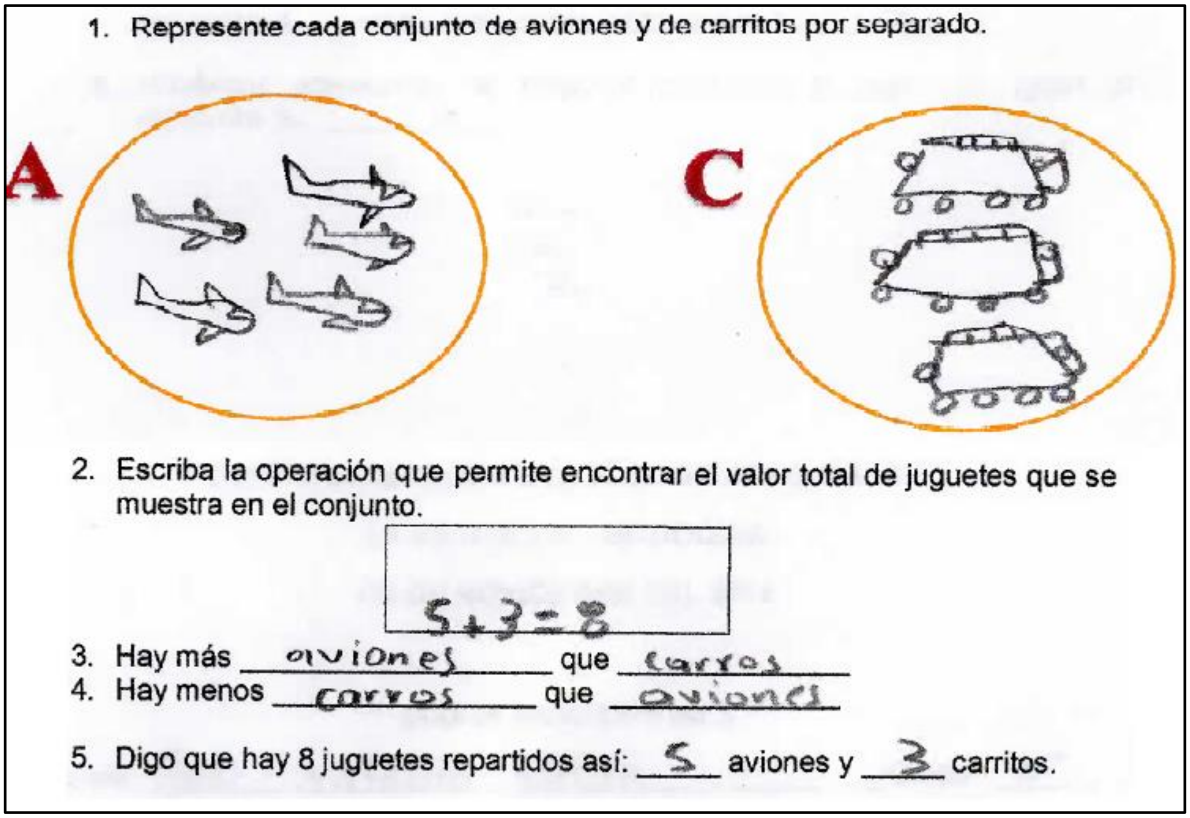
Pregunta 5. Digo que hay 8 juguetes repartidos así: _____ aviones y _____ carritos.

Análisis:

El bloque de preguntas desde la 1 hasta la 5. Se realizaron con base en la representación gráfica de un conjunto que permitió indagar por: la esquematización del problema utilizando las operaciones de unión, diferencia y la comprensión de un nivel de abstracción. El nivel de respuesta fue avanzado. Esto hace referencia a:

> La tercera categoría, de comparación, implica una comparación entre dos colecciones. La relación entre las cantidades se establece utilizando los términos "más que", "menos que". Cada problema de comparación tiene tres cantidades expresadas: Una cantidad de referencia, una cantidad comparativa y otra de diferencia Nesher (como se citó en Castro, Rico y Castro, 1995).
>
> Cuando se alcanza el último nivel, se pueden establecer relaciones tales como: "después de $a,$ sigue b", "delante de $c,$ está d". En Este dominio de la secuencia posibilita el manejo de los números diversos contextos. (Castro, Rico y Castro, 1995)

La forma fácil de representar las operaciones, mostró manipulación de los conceptos de colecciones y comparaciones. (Ver Ilustración 45)



A

1. Represente cada conjunto de aviones y de carritos por separado.

C

2. Escriba la operación que permite encontrar el valor total de juguetes que se muestra en el conjunto.

5+3=8

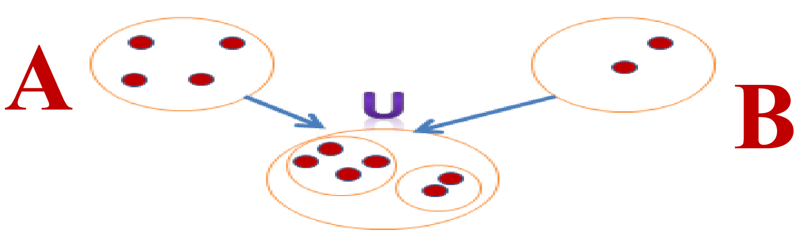
3. Hay más aviones que carros
4. Hay menos carros que aviones

5. Digo que hay 8 juguetes repartidos así: 5 aviones y 3 carritos.

Ilustración 45. Nivel de comparación.

Preguntas 6,7 y 8.

- De acuerdo con el siguiente diagrama responda:



Pregunta 6. En la unión del conjunto A y el conjunto B. ¿Cuánto nos da el resultado en total?

Pregunta 7. En la unión del conjunto A y el conjunto B. ¿Si quitamos el conjunto A, cuantos elementos obtenemos?

Pregunta 8. ¿Cuántos elementos le faltan al conjunto B para ser igual al conjunto A?

Análisis:

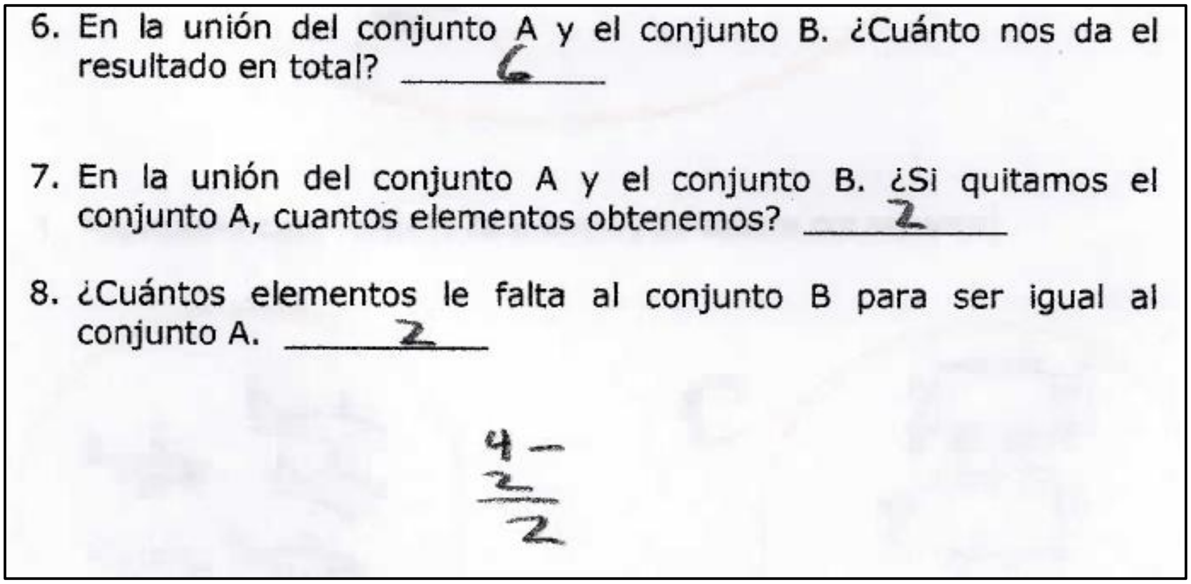
Las preguntas 6, 7 y 8, son una continuidad del trabajo con colecciones debido a que se realizó esta guía en dos partes: primero se graficaron los elementos y se indagó por las comparaciones que se pudieran establecer entre conjuntos y segundo se realizaron las operaciones que pudieran operar entre conjuntos.

Los problemas se clasificaron según Nesher (como se citó en Castro, Rico y Castro, 1995) en cuatro categorías en los problemas verbales de la adición y la sustracción:

> Categoría de cambio. Los problemas implican un incremento o disminución de una cantidad inicial hasta crear una serie final. Interviniendo una cantidad inicial, una de cambio y una final. La cantidad desconocida puede ser cualquiera de ellas. Se pueden dar cambios de: aumento (cambio-unión) o de disminución (cambio-separación) por lo que hay dos modalidades para cada uno de los casos anteriores lo que hace un total de doce el número de problemas de cambio que se pueden formular.
>
> Problemas de combinación o parte-todo. Es otra categoría que hace referencia con la relación que existe entre una colección y dos subcolecciones disjuntas de la misma. La diferencia fundamental entre estas dos categorías de problemas es que la combinación no implica acción. Un problema de combinación tiene tres cantidades relacionadas lo que da lugar a dos tipos de problemas.
>
> La tercera categoría, de comparación, implica una comparación entre dos colecciones. La relación entre las cantidades se establece utilizando los términos “más que”, “menos que”. Cada problema de comparación tiene tres cantidades

expresadas: Una cantidad de referencia, una cantidad comparativa y otra de diferencia.

Este trabajo dio cuenta no solo del desempeño de manejo de colecciones sino de las relaciones que se establecen entre diversas cantidad. (Ver Ilustración 46)


6. En la unión del conjunto A y el conjunto B. ¿Cuánto nos da el resultado en total? 6

7. En la unión del conjunto A y el conjunto B. ¿Si quitamos el conjunto A, cuantos elementos obtenemos? 2

8. ¿Cuántos elementos le falta al conjunto B para ser igual al conjunto A. 2

$$\begin{array}{r} 4 - \\ 2 \\ \hline 2 \end{array}$$

Ilustración 46. Nivel de cambio.

Análisis de la Guía No. 2

Preguntas 1, 2 y 3

La presente guía contiene 5 preguntas donde se analizaron diversas expresiones numéricas empleadas en varios contextos como: la secuencia, la asociación de cada palabra con un símbolo, la numerosidad de un conjunto, la posición relativa de los objetos, la función de código, y los contextos de medida.

Pregunta 1. Con un billete de $10.000 pagué: 2 bombones a $500 cada uno, 3 gaseosas a $1.500 cada una. Recibí de devuelta:

I. $5.000
J. $4.500
K. $4.000
L. $5.500

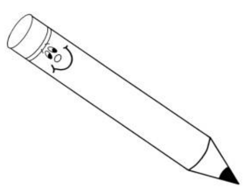
Pregunta 2. Conté 120 monedas de Brasil, 80 de Bolivia, 300 de Colombia, 100 de Perú. ¿Cuántas monedas conté en total?

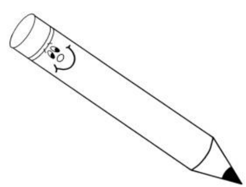
I. 600
J. 700
K. 500
L. 400

3. En una papelería hay 2.000 lápices en total de color rojo y amarillo.

Si se sabe que hay 1.400 rojos, ¿Cuántos hay amarillos?

A. 500
B. 700
C. 600
D. 800





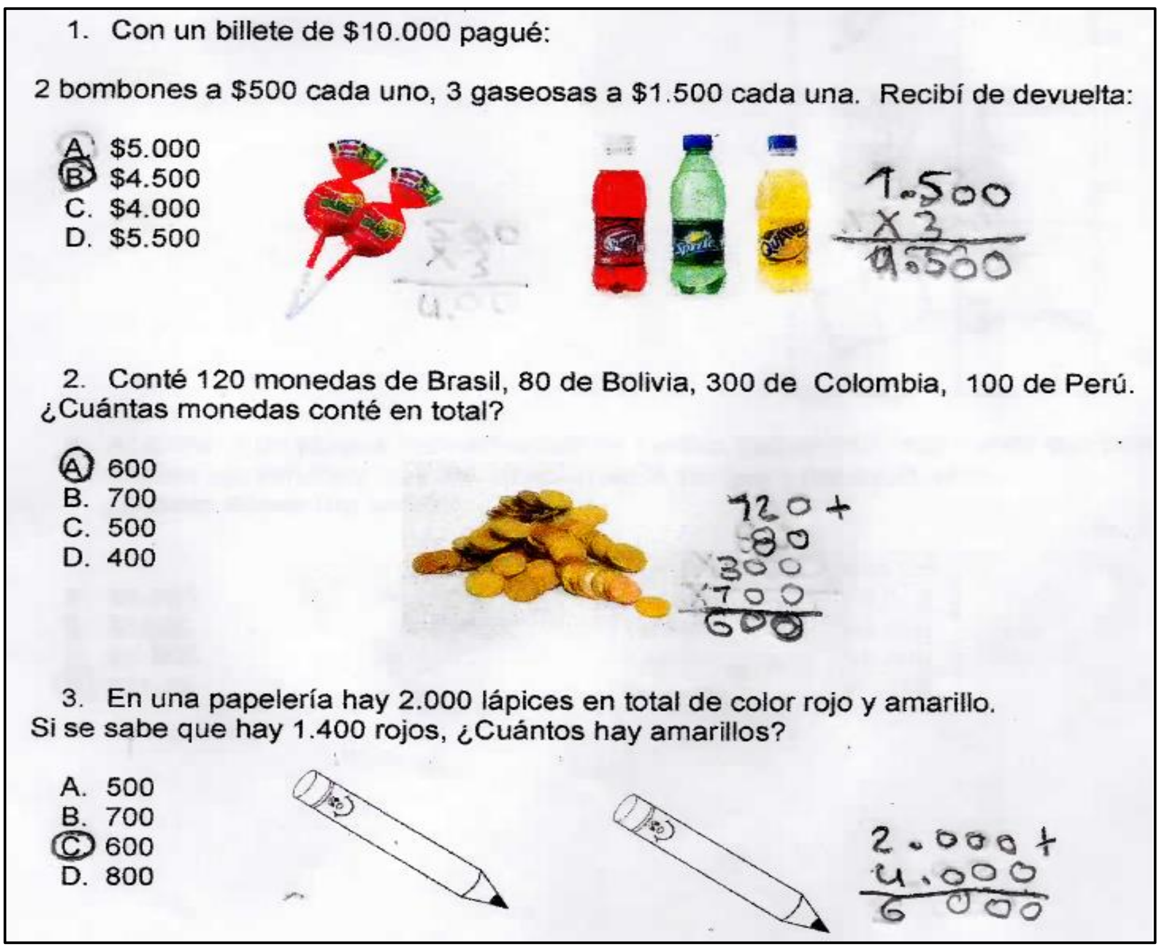
Análisis:

Estas preguntas hicieron parte de una actividad solo planteada en el tablero tipo taller, no se esquematizó con material concreto los elementos que se mostraron en la guía de aplicación. Las respuestas tuvieron un nivel de desempeño mínimo, respondieron solo la pregunta 2 de forma correcta pero las preguntas 1 y 3, mostraron una operación incorrecta y no aplicada a la pregunta que se realizó.

Al respecto expresa Castro, Rico y Castro, (1995)

> Existen 3 fases en la regla de cardinación:
>
> • Transición de contar a cardinal, en donde el último término que se cuenta, es el apropiado para el cardinal.
>
> • Comprensión de asociar el cardinal a un recuento.
>
> • Integración de ambos significados que llevan a la cardinación.

Los estudiantes no alcanzaron el trabajo con la fase tres. Todavía requieren de la manipulación con el material concreto para comprender la situación planteada. (Ver Ilustración 47)


1. Con un billete de $10.000 pagué:

2 bombones a $500 cada uno, 3 gaseosas a $1.500 cada una. Recibí de devuelta:

A. $5.000
B. $4.500
C. $4.000
D. $5.500

1.500
x3
4.500

2. Conté 120 monedas de Brasil, 80 de Bolivia, 300 de Colombia, 100 de Perú. ¿Cuántas monedas conté en total?

A. 600
B. 700
C. 500
D. 400

120 +
80
300
100
600

3. En una papelería hay 2.000 lápices en total de color rojo y amarillo. Si se sabe que hay 1.400 rojos, ¿Cuántos hay amarillos?

A. 500
B. 700
C. 600
D. 800

2.000 +
4.000
6 000

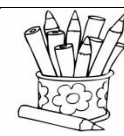
Ilustración 47. Nivel de cardinalidad y recuento.

Preguntas 4 y 5.

Pregunta 4. Compré la lista de útiles de la tabla por $20. 000, y no anoté el precio del cuaderno.

¿El precio del cuaderno es?

I. $3.000
J. $1.000
K. $7.000
L. $5.500

ÚTILES	VALOR
	$1.000
	$2.000
	$10.000
	

Pregunta 5. Para ingresar a un parque pagué $30.000, me devolvieron dinero y consumimos todos los servicios. ¿Cuánto dinero me sobró?

I. $15.000
J. $11.000
K. $13.000
L. $14.500

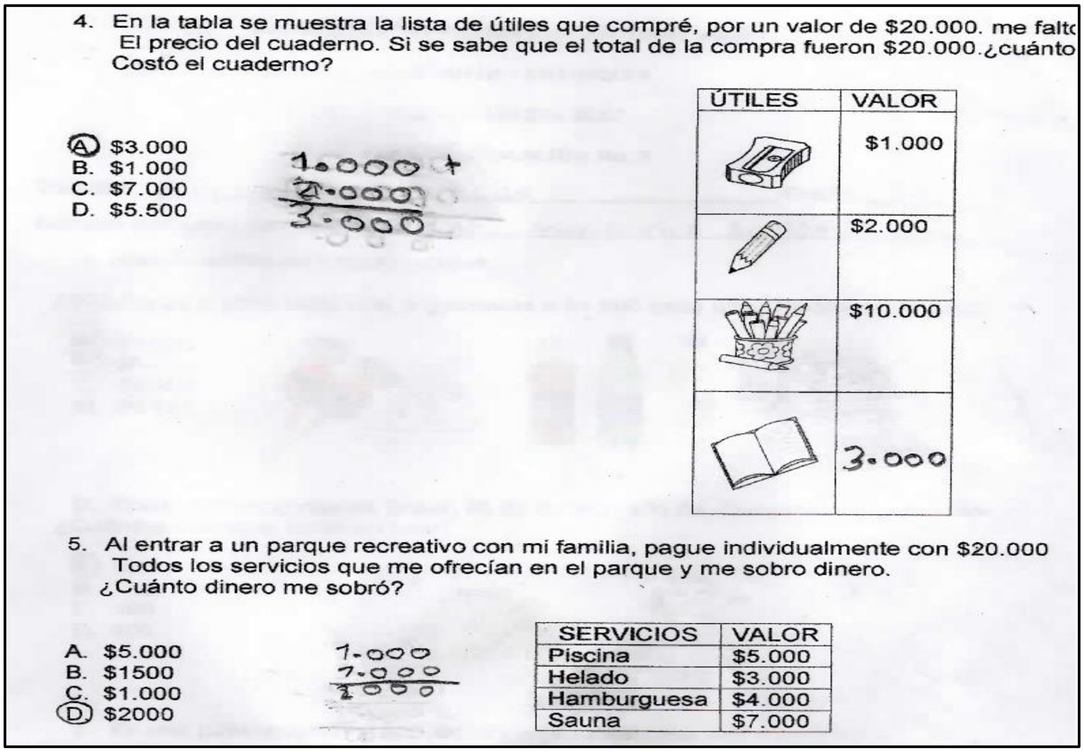
SERVICIOS	VALOR
Piscina	$5.000
Helado	$3.000
Hamburguesa	$4.000
Sauna	$7.000

Análisis:

Las preguntas 4 y 5, indagaron por la comprensión de los conceptos de parte todo. El nivel de comprensión fue mínimo, mostraron un bajo desempeño en las respuestas. Al respecto expresa Nesher (como se citó en Castro, Rico y Castro, 1995)

> Problemas de combinación o parte-parte todo. Es otra categoría que hace referencia con la relación que existe entre una colección y dos subcolecciones disjuntas de la misma. La diferencia fundamental entre estas dos categorías de problemas es que la combinación no implica acción. Un problema de combinación tiene tres cantidades relacionadas lo que da lugar a dos tipos de problemas.

Es de anotar que las relaciones entre las colecciones se lograron en los estudiantes al graficar las situaciones. (Ver Ilustración 48)



4. En la tabla se muestra la lista de útiles que compré, por un valor de $20.000. me faltó El precio del cuaderno. Si se sabe que el total de la compra fueron $20.000.¿cuánto Costó el cuaderno?

A. $3.000
B. $1.000
C. $7.000
D. $5.500

1.000 +
2.000
3.000

ÚTILES	VALOR
	$1.000
	$2.000
	$10.000
	3.000

5. Al entrar a un parque recreativo con mi familia, pague individualmente con $20.000 Todos los servicios que me ofrecían en el parque y me sobro dinero. ¿Cuánto dinero me sobró?

A. $5.000
B. $1500
C. $1.000
D. $2000

1.000
7.000
1000

SERVICIOS	VALOR
Piscina	$5.000
Helado	$3.000
Hamburguesa	$4.000
Sauna	$7.000

Ilustración 48. Nivel de combinación.

En la aplicación de los tres instrumentos se pudo evidenciar que los estudiantes pueden hacer estimaciones simples y secuencias con números pares, manejan un buen nivel en la clasificación y agrupación de elementos.

Presentan dificultades en el nivel de valor posicional, por lo tanto muestran dificultades en los algoritmos de la suma y la resta.

Se evidenció que los estudiantes presentan habilidad en el manejo de conjuntos, seriaciones, cálculos con números pequeños y el trabajo con material concreto.

Aunque los estudiantes comprenden el proceso de los algoritmos de la suma y la resta, no solucionan correctamente las preguntas debido a la dificultad que muestran en el valor posicional.

CAPITULO 5: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En este último capítulo se presentan las conclusiones finales del trabajo de investigación de Maestría, también se dan algunas reflexiones que resultan de esta experiencia investigativa donde algunas de ellas pueden tenerse en cuenta para trabajos posteriores y que estén relacionados con el pensamiento numérico que presentan las pruebas desde una mirada del trabajo con estructuras aditivas.

5.1 Conclusiones.

Antes de dar las conclusiones, es bueno recordar que los instrumentos de trabajo se realizaron teniendo en cuenta el diagnóstico inicial de la asignatura de matemáticas en el grado segundo de la básica primaria, a partir de las deficiencias más sobresalientes en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Con el trabajo que se desarrolló con los estudiantes, se logra establecer la necesidad de realizar una instrucción guiada, debido a la falta de comprensión en los enunciados verbales, como consecuencia de la carencia de conocimientos previos y la incipiente formación conceptual.

En el estudio de caso de las tres instituciones, se pudo Identificar algunas dificultades que presentan los estudiantes en la interpretación de enunciados verbales que impliquen problemas de estructuras aditivas.

Al aplicar las guías y hacer una categorización de cada pregunta, fue posible establecer en qué nivel de comprensión se encontraban los estudiantes, desde Fuson y Hall (como se citó en Castro, Rico y Castro, 1995).

Además fue posible diferenciar los principios lógicos implícitos cuando se está iniciando con el conteo, desde Gelman y Gallistel (como se citó en Castro, Rico y Castro, 1995).

La mayor dificultad de los estudiantes se encontró a la hora de interpretar la información que se refiere al valor posicional, debido a que no representan correctamente las operaciones que involucran una estructura aditiva, se puede observar que al no poseer un conocimiento adecuado del valor posicional, se les dificulta realizar correctamente el algoritmo de la suma y la resta.

Se observaron dificultades para establecer relaciones entre dos representaciones de una misma pregunta, limitándose a verificar la información en solo una de ellas.

En las preguntas relacionadas con su contexto no se observó buena representación mental, lo que no les permitió un mejor manejo y razonamiento en el momento de resolución, dándose así una incorrecta interpretación.

Los estudiantes no manejan la relación de orden, por lo tanto se les dificulta la realización de una correcta interpretación.

Para los estudiantes fue más fácil el trabajo con material de su agrado, por lo que mostraron mayor habilidad a la hora de razonar y resolver las pruebas cuando el docente usaba estrategias que involucraban este tipo de materiales.

El tratamiento durante la intervención con material concreto, permitió que los estudiantes mostraran mayor habilidad y destreza en el trabajo que involucre estructuras aditivas.

Los estudiantes que de manera intuitiva se acercan a la multiplicación, a partir del algoritmo de la suma, logran comprenden con mayor facilidad los procesos de representación mental.

Teniendo en cuenta los resultados obtenidos en la investigación, se han observado elementos importantes para la comunidad académica que son posibles de hacerle el seguimiento correspondiente para que posteriormente se puedan continuar evaluando, tales como:

El impacto que tuvo la aplicación de esta investigación en los estudiantes fue favorable, dado que permitió evidenciar algunas debilidades y fortalezas que éstos presentan al momento de resolver una prueba que involucre las estructuras aditivas, mediante los enunciados verbales, analizados desde los niveles de conteo, y los principios lógicos.

Con relación a los niveles analizados, a partir de representaciones pictóricas, los estudiantes pueden establecer el nivel de abstracción de forma directa y operativa, pero en caso de no contar con una representación inicial se les dificulta la realización del algoritmo.

Se puedo establecer que existe una dificultad en los tres casos estudiados, con los estudiantes que se encuentran en el nivel básico de cuerda, donde aún no han identificado los elementos uno a uno diferenciándolos, por lo tanto no pueden relacionar una palabra con un elemento de conteo.

Para el grado segundo debería esperarse un nivel de cadena bidimensional donde empiecen en cualquier término sin importar la dirección, sin embargo no en todo los casos estudiados se pudo evidenciar.

En cuanto a los estadios, se pudo lograr ubicar a los estudiantes en el tercero, donde se entiende la equivalencia de cualquier información a partir de trabajo con conjunto y colecciones de objetos de su entorno.

Se hace necesario con estos grupos de estudiantes trabajar con una introducción didáctica fundamentada en aspectos motivacionales y objetos que les sean de su entorno.

Desde el trabajo en grupos colaborativos se da inicio en ellos el acercamiento a la seriación y a la clasificación, distinguiendo en esta forma de trabajo el reconocimiento de colecciones que se corresponden con números pares.

La lectura de datos que se debían representar con tablas con estos grupos, no fue efectiva, dado que no resulto representativa y significativa para efectos de establecer los valores posicionales y las relaciones parte todo.

5.2 Reflexiones.

El trabajo con las guías, representan un material adecuado para el desarrollo de actividades matemáticas, sin embargo deben estar redactadas con un lenguaje claro y pertinente para el grado de desarrollo cognitivo de los estudiantes.

Se puede establecer la necesidad de potenciar en los estudiantes el trabajo con material concreto y de su agrado, propiciar actividades matemáticas a partir de grupos cooperativos y colaborativo.

El trabajo con tablas de datos donde se indague por elementos parte – todo y colecciones disjuntas, requieren de la conceptualización previa del tema de valor posicional.

Es importante que el docente identifique el nivel de conteo en el cual se encuentran los estudiantes para abordar las actividades que los lleven a la comprensión progresiva de los conceptos de secuencia, seriación y cardinación.

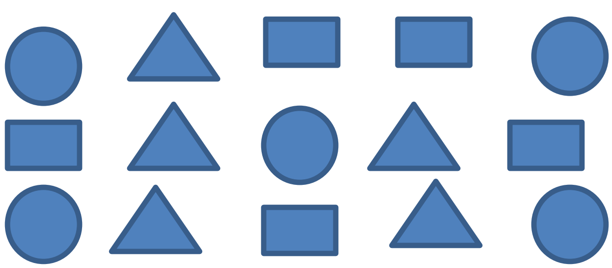
ANEXOS

ENCUESTA DIAGNÓSTICA PARA ESTUDIANTES

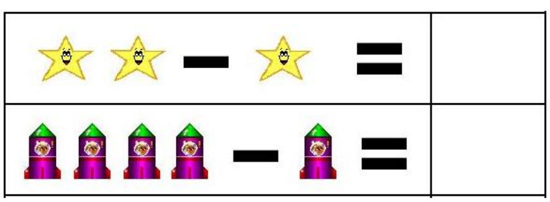
El siguiente cuestionario consta de 10 preguntas, tiene como objetivo identificar las fortalezas y debilidades que presentan los estudiantes con relación a las estructuras aditivas, partiendo de enunciados verbales.

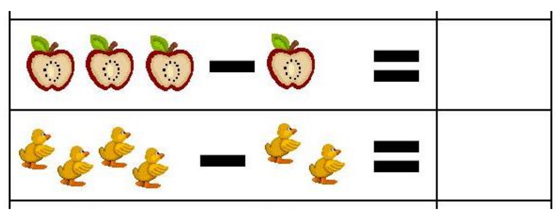
Escuela: ____Grado: _______

6. ¿Cuántos niños hay en tu grupo? _______
7. ¿Cuántas niñas hay en tu grupo? _______
8. ¿Cuántas niñas faltan para igualar el número de niños? _______
9. ¿Cuantos círculos observas? _______



10. Dibuja en cada recuadro la cantidad de dibujos que te da como resultado.





11. ¿Cuál es el número que completa la serie?

2	4	6		10	12	14		18	20		

12. ¿Cuál es mayor de las dos cantidades?

☐ 5 montones de 5 libros

☐ 1 montón de 15 libros

8. ¿Cuál de las operaciones da mayor resultado?

☐ 9 + 10 =

☐ 20 – 5 =

9. ¿Si compro todos los productos que hay en la tabla, cuánto dinero me gasto?

PRODUCTO	VALOR
Bombon	$ 200
Chicles	$ 100
Chocolatina	$ 300
Galletas	$ 1.000
Kumis	$ 1.800
TOTAL	

10. Observe los juguetes y diga cuál es el mayor número de juguetes que compra con $20.000.__________

$2.000

$4.000

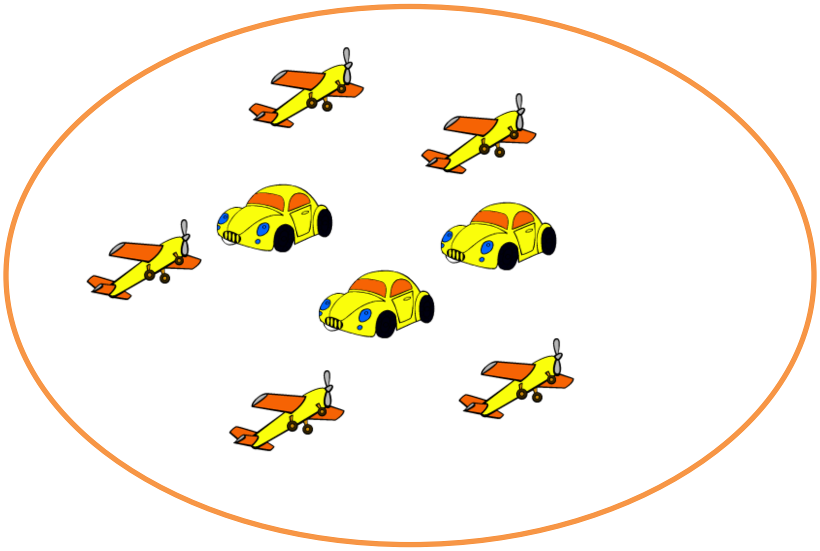
$5.000

$10.000

GUÍA DE APLICACIÓN No. 1

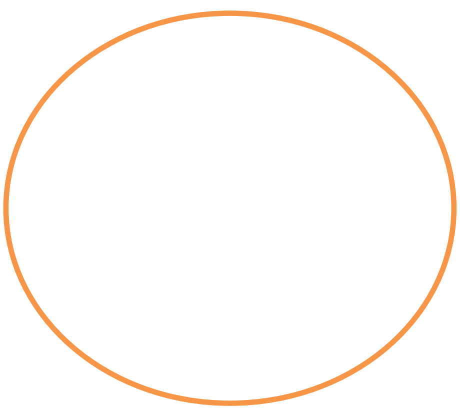
Escuela: ____Grado: _______

El conjunto muestra 8 juguetes. Hay 5 aviones, y el resto son carritos.

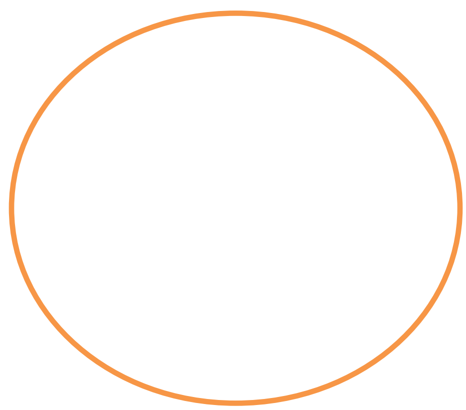


1. Represente cada conjunto de aviones y de carritos por separado.

A



C

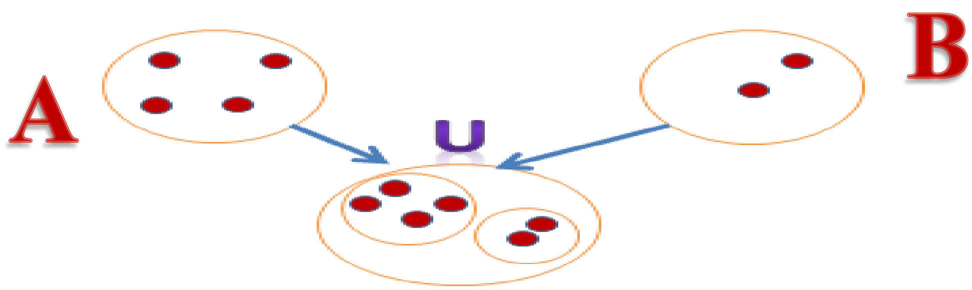


2. Escriba la operación que permite encontrar el valor total de juguetes que se muestra en el conjunto.

3. Hay más ___________________ que ______________
4. Hay menos ________________ que ______________

5. Digo que hay 8 juguetes repartidos así: _____ aviones y _____ carritos.

- De acuerdo con el siguiente diagrama responda:



6. En la unión del conjunto A y el conjunto B. ¿Cuánto nos da el resultado en total? ___________

7. En la unión del conjunto A y el conjunto B. ¿Si quitamos el conjunto A, cuantos elementos obtenemos? ___________

8. ¿Cuántos elementos le falta al conjunto B para ser igual al conjunto A. ___________

GUÍA DE APLICACIÓN No. 2

Escuela: ____Grado: _______

1. Con un billete de $10.000 pagué:

2 bombones a $500 cada uno, 3 gaseosas a $1.500 cada una. Recibí de devuelta:

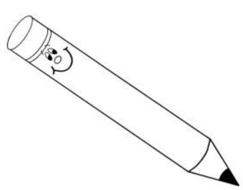
M. $5.000
N. $4.500
O. $4.000
P. $5.500

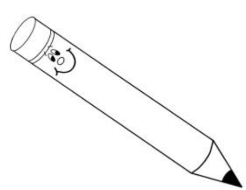
2. Conté 120 monedas de Brasil, 80 de Bolivia, 300 de Colombia, 100 de Perú. ¿Cuántas monedas conté en total?

M. 600
N. 700
O. 500
P. 400

6. En una papelería hay 2.000 lápices en total de color rojo y amarillo. Si se sabe que hay 1.400 rojos, ¿Cuántos hay amarillos?

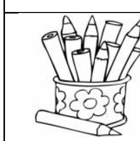
I. 500
J. 700
K. 600
L. 800





7. Compré la lista de útiles de la tabla por $20. 000, y no anoté el precio del cuaderno. ¿El precio del cuaderno es?

M. $3.000
N. $1.000
O. $7.000
P. $5.500

ÚTILES	VALOR
	$1.000
	$2.000
	$10.000
	

8. Para ingresar a un parque pagué $30.000, me devolvieron dinero y consumimos todos los servicios. ¿Cuánto dinero me sobró?

M. $15.000
N. $11.000
O. $13.000
P. $14.500

SERVICIOS	VALOR
Piscina	$5.000
Helado	$3.000
Hamburguesa	$4.000
Sauna	$7.000

BIBLIOGRAFÍA

Aguilar, M., Navarro, J. I., & Alcalde, C. (2003). El uso de esquemas Ilustrativos para ayudar a resolver problemas aritméticos. Cultura y Educación,15(4), 385-397.

Castro Martínez, E., Rico Romero, L., y Gil Cuadra, F. (1992). Enfoques de investigación en problemas verbales aritméticos aditivos. Enseñanza de las Ciencias, 10(3), 243-253.

Castro, Encarnación; Rico, Luis; Castro, Enrique (1995). Estructuras aritméticas elementales y su modelización. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamérica.

MEN (1998). Lineamientos Curricularres. Ministerio de Educación Nacional. Bogotá.

Ordoñez Marquinez, LeysaIbeth (2014) Estructuras aditivas en la resolución de problemas aditivos de enunciado verbal (PAEV). Maestría thesis, Universidad Nacional de Colombia Sede Palmira.

Parada, S. E., &Pluvinage, F. (2014). Reflexiones de profesores de matemáticas sobre aspectos relacionados con su pensamiento didáctico. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, 17(1), 83-113.

Parra, J. M. A., & Navarro, J. I. (2000). Aplicación de una estrategia de resolución de problemas matemáticos en niños. Revista de psicología general y aplicada: Revista de la Federación Española de Asociaciones de Psicología, 53(1), 63-83.

Schaeffer, B., y Eggleston, J. (1974). Number development in young children. Cognitive Psicology 6, 357-379.

Stake (1999). Investigación con estudio de casos. Madrid: ediciones Morata, segunda edición.

Verschaffel, L., De Corte, E., Pauwels, A. (1992). Solving compare problems: An eye movement test of Lewis and Mayer's consistency hypothesis. Journal of Educational Psychology, 84 (1), 85-94.