



**UNIVERSIDAD DE MEDELLIN**

RESIGNIFICACIÓN DE LA NOCIÓN DE PROMEDIO ARITMETICO A TRAVÉS  
DE LOS USOS EN ESTUDIANTES DE 5° DE BÁSICA PRIMARIA.

AUTORES:

DOMINGO ZOILO VALENCIA CHAVERRA

HELIDA ROSA SERNA SAUCEDO

JHON EDUAR GARCÍA TORRES

YENNY CUESTA ROBLEDO

TRABAJO DE MAESTRÍA  
PARA OPTAR AL GRADO DE MAGISTER EN EDUCACIÓN  
CON ENFASIS EN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

UNIVERSIDAD DE MEDELLÍN  
FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES Y  
HUMANAS  
QUIBDÓ, ENERO 2019

RESIGNIFICACIÓN DE LA NOCIÓN DE PROMEDIO ARITMETICO A TRAVÉS  
DE LOS USOS EN ESTUDIANTES DE 5° DE BÁSICA PRIMARIA.

AUTORES:

DOMINGO ZOILO VALENCIA CHAVERRA

HELIDA ROSA SERNA SAUCEDO

JHON EDUAR GARCÍA TORRES

YENNY CUESTA ROBLEDO

TRABAJO DE MAESTRÍA  
PARA OPTAR AL GRADO DE MAGISTER EN EDUCACIÓN  
CON ENFASIS EN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

DIRIGIDA POR  
JAVIER SANTOS SUÁREZ ALFONZO  
LUIS ALBEIRO ZABALA JARAMILLO

UNIVERSIDAD DE MEDELLÍN  
FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES Y  
HUMANAS  
QUIBDÓ, JUNIO 2019

## Agradecimientos

A todos nuestros familiares, por su disposición y apoyo incondicional.

Al Doctor Albeiro Zabala Jaramillo y Javier Santos Suarez Alfonso por su buena disposición y acompañamiento que siempre tuvieron con nosotros, desde su condición de asesores.

A la Universidad de Medellín, por las facilidades ofrecidas para que fuera posible esta investigación.

A las IE Armando Luna Roa de la ciudad de Quibdó y Diego Luis Córdoba Pino del municipio de Medio Atrato, por su carácter de socias de buena voluntad para con los suscritos y el proyecto, y a los estudiantes de estas instituciones que nos sirvieron de fuente de inspiración y objeto de estudio en esta investigación.

Gracias a todos los que hicieron posible esta maestría.

## **Dedicatoria**

A mis padres \_\_\_\_\_ y \_\_\_\_\_ por darme el ser y servirme de apoyo moral y emocional en mi proceso de autodeterminación.

A mis hijos \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ y \_\_\_\_\_ quienes representan el fundamento de mis aspiraciones y la concreción de mis metas.

A mis primas \_\_\_\_\_ y \_\_\_\_\_ por respaldarme en todo los momentos brindándome comprensión amor y el poder contar siempre con ellas.

A todos mis sobrinos, a quienes amo y llenan mi vida de amor y felicidad

## RESUMEN

La presente investigación aborda el objeto matemático noción de Promedio, a través del estudio de casos de Stake (2010), con la intención de propiciar en los estudiantes su Resignificación, a partir de sus diferentes Usos, desde un planteamiento Socioepistemológico.

Dicho planteamiento fue formulado desde varias representaciones que obedecen al desarrollo histórico-epistemológico de la noción de Promedio Aritmético: valor típico, valor representativo, punto de equilibrio y reparto justo; los mismos que coexistieron al igual que la noción actual y se les presentaron a los estudiantes a partir de planteamientos epistemológicos, más recientes; hasta llegar a los más primitivos, y viceversa; circunstancia que permitió plasmar en un documento algunas de las dificultades significativas o interpretativas presentes al momento de resolver las actividades propias del contexto planteadas a través de situaciones problemas donde los actores de la investigación debían dar cuenta de los Usos del objeto matemático que involucran la noción de Promedio Aritmético a la luz de planteamientos epistemológicos.

El Promedio Aritmético como objeto matemático cuenta con una enunciación formal a la fecha, su perfeccionamiento histórico ha hecho evidente, la existencia de ideas remotas a éste; las cuales en la aún continúan vigentes soportando la conceptualización de la noción de Promedio Aritmético. Las situaciones didácticas planteadas a través de una serie de actividades contextualizadas permitieron problematizar el objeto matemático desde un planteamiento histórico epistemológico, y así contribuir a que los estudiantes logren desarrollar habilidades y competencias orientadas a favorecer la capacidad de análisis e interpretación en la toma de decisiones, puesto que desde el planteamiento en cuestión, se pudo evidenciar los diferentes Usos de la noción de Promedio Aritmético y su evolución a partir de una necesidad de Resignificarlo.

Las actividades propuestas, convocan al estudiante a la Resignificación del Promedio Aritmético desde sus diferentes Usos, la metodología empleada para tal fin es basada en un estudio de casos apoyados en Stake (2010) para analizar la información recolectada por medio de actividades propuestas en esta investigación, se sustenta en Porta y Silva (2003) quienes proponen que las Prácticas Sociales y situaciones en un contexto de problemas deben tener finalidades científica que pueden ser analizadas desde una metodología descriptiva. Es así, donde la diversidad de situaciones que dieron origen al objeto de estudio, las diversas formas en las que se pueden organizar los datos, limitan su Uso a reglas de cálculo, dado su nivel de dificultad adquirido, a partir de la situación descrita; al punto de dificultar para algunos casos su interpretación, puesto que de alguna manera se ha demostrado los posibles obstáculos del objeto de conocimiento que reclaman su reconceptualización.

En definitiva, con la aplicación de esta Unidad Didáctica se pudo dar cuenta de los diferentes Usos del Promedio Aritmético, que los estudiantes de 5° dominan y

argumentan en los diferentes contextos donde cobra vigencia este objeto matemático y reclama la comprensión y Uso de sus diferentes significados.

**Palabras clave:** Socioepistemología, Resignificación, Promedio Aritmético, Usos, Prácticas Sociales.

## ABSTRACT

The present investigation approaches the mathematical object notion of Average, through the study of cases of Stake (2010), with the intention of propitiate in the students its Resignification, from its different Uses, from a Socioepistemology approach.

This approach was formulated from several representations that obey the historical-epistemological development of the notion of Arithmetic Average: typical value, representative value, point of balance and fair distribution; they coexisted as well as the current notion and they were presented to students from more recent epistemological approaches; until reaching the most primitive, and vice versa; This circumstance made it possible to capture in a document some of the significant or interpretative difficulties present when resolving the activities of the context raised through problem situations where the actors of the investigation had to account for the Uses of the mathematical object that involve the notion of Arithmetical average in light of epistemological approaches.

The Arithmetic Average as a mathematical object has a formal enunciation to date, its historical perfection has made evident, the existence of ideas remote to it; which in the still continue valid supporting the conceptualization of the notion of Arithmetic Average. The didactic situations posed through a series of contextualized activities allowed to problematize the mathematical object from a historical epistemological approach, and thus contribute to the students' ability to develop skills and competencies aimed at favoring the ability of analysis and interpretation in decision-making, since from the approach in question, it was possible to demonstrate the different Uses of the notion of Arithmetic Average and its evolution from a need to Resignify it.

The proposed activities, summon the student to the resignification of the Arithmetic Average from its different uses, the methodology used for that purpose is based on a study of cases supported by Stake (2010) to analyze the information collected through activities proposed in this research, is supported by Porta and Silva (2003) who propose that Social Practices and situations in a context of problems must have scientific purposes that can be analyzed from a

descriptive methodology. Thus, where the diversity of situations that gave rise to the object of study, the various ways in which data can be organized, limit their use to calculation rules, given their level of difficulty acquired, from the situation described; to the point of making it difficult for some cases to interpret it, since in some way it has been demonstrated the possible obstacles of the object of knowledge that demand its reconceptualization.

Ultimately, with the application of this Didactic Unit it was possible to account for the different uses of the Arithmetic Average, which the 5th graders dominate and argue in the different contexts where this mathematical object takes effect and demands the understanding and use of its different meanings.

Keywords: Socioepistemology, Resignification, Arithmetic Average, Uses, Social Practices.

# INTRODUCCIÓN

El Uso del Promedio Aritmético en diferentes contextos, en especial en el manejo de datos codificados a nivel global, obliga al sistema educativo a replantear la forma de concebir el proceso de enseñanza y aprendizaje en el pensamiento aleatorio y sistema de datos en la básica primaria, donde en los contextos escolares no se hace Uso de acciones que privilegien en los estudiantes la construcción de conocimiento. Pues el discurso matemático escolar (dME) considera dentro de sus apreciaciones que los contenidos matemáticos que emergen son inamovibles, de allí su abstracción; por consiguiente, la necesidad del estudio de sus diferentes significados asociados a la noción de Promedio Aritmético y el rol que toma en el contexto matemático, son considerados como herramientas eficaces tanto a profesores como estudiantes para su comprensión.

Las prácticas docentes sin la profundidad suficiente para que el objeto surja desde el contexto de los estudiantes y las dificultades de comprensión del objeto matemático, es una de las problemáticas presente en las instituciones focos de Investigación. Lo que evidencia la carencia de las nociones de este concepto, así como las dificultades en la interpretación de esta noción generan un obstáculo al diseñar rutas de solución cuando se requiere hacer Uso del Promedio Aritmético; lo que hizo necesario la búsqueda de herramientas para generar Resignificación a través de los Usos de la noción de Promedio Aritmético.

Teniendo en cuenta lo anterior, esta propuesta de investigación surge como respuesta a la necesidad observada en las Instituciones Educativas Agropecuaria Diego Luis Córdoba Pino del Municipio del Medio Atrato (Beté) y Armando Luna Roa de Quibdó, respecto a las debilidades observadas en la enseñanza del Promedio Aritmético temática que se encuentra en el currículo de las Instituciones educativas presentes en el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos; fundamentadas básicamente en los desempeños de insuficientes y mínimos, obtenidos por los estudiantes de 5° en las Pruebas SABER<sup>1</sup>.

Los hallazgos obtenidos a través de la investigación, se organizaron en seis capítulos de la siguiente manera:

El capítulo 1, muestra una descripción detallada del surgimiento del problema, los antecedentes, el objetivo general y los objetivos específicos.

---

<sup>1</sup> El propósito principal de SABER 3°, 5° y 9° es contribuir al mejoramiento de la calidad de la educación colombiana mediante la realización de evaluaciones aplicadas periódicamente para monitorear el desarrollo de las competencias básicas en los estudiantes de educación básica, como seguimiento de calidad del sistema educativo. <https://www.mineducacion.gov.co/1759/w3-article-244735.html>

En el capítulo 2, se encuentra el desarrollo histórico-epistemológico de la Noción de Promedio Aritmético; el cual nos ofrece la suficiente información acerca de los estados del desarrollo, en el contexto socio-cultural de cada época del conocimiento estadístico centrándose en la Noción de Promedio Aritmético.

En el capítulo 3, presenta el Marco Teórico donde se sientan las bases de la investigación, tomando la teoría Socioepistemológica, explicando su importancia e implicaciones como aproximación teórica, que desarrolla estrategias de investigación para la construcción de conceptos aplicables en la cotidianidad o en los contextos de los involucrados en el proceso formativo.

En el capítulo 4, se presenta el diseño metodológico empleado para el desarrollo de la investigación, proceso investigativo generado por el enfoque cualitativo y el tipo de investigación se guiará por el estudio de casos (Stake, 2010).

Los participantes serán los estudiantes del 5° de la básica primaria con edades entre los 10 a los 12 años. Los instrumentos para la investigación son la creación de actividades establecidas para la validación de las secuencias didácticas, la cual pone a prueba los objetivos. Las actividades generales serán grabadas, en audio y video y se realizarán eventualmente entrevistas semi-estructuradas y cuestionarios al inicio y al final de la intervención.

En el capítulo 5, se presenta el análisis de datos y los hallazgos encontrados, explicando de manera detallada los alcances de los estudiantes participantes en el proceso investigativo.

En el capítulo 6, presenta las conclusiones que generó el estudio, las cuales son descritas en relación con la problemática planteada, el estudio de antecedentes, los objetivos específicos, el rastreo histórico-epistemológico, la teoría Sociopistemológica y la implementación de las actividades que conforman las Secuencias Didáctica.

## Índice

CAPÍTULO 1 .....	13
PROBLEMÁTICA, ANTECEDENTES Y OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN .....	13
1.1 PROBLEMÁTICA .....	14
1.2. ANTECEDENTES .....	18
1.3 HIPÓTESIS .....	21
1.4 PREGUNTA PROBLEMA .....	22
1.5 OBJETIVO GENERAL .....	22
1.6 OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	22
CONCLUSIONES DEL CAPITULO .....	22
CAPÍTULO 2 .....	23
ASPECTOS HISTÓRICO-EPISTEMOLÓGICO .....	23
2.1 ANÁLISIS HISTÓRICO -EPISTEMOLÓGICO DE LA NOCIÓN DE PROMEDIO .....	24
2.2 MEDIA ARITMÉTICA .....	29
CAPÍTULO 3 .....	32
MARCO TEÓRICO .....	32
3.1. LA TEORÍA SOCIOEPISTEMOLOGÍA .....	33
3.1.1. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA .....	34
3.2. RESIGNIFICACIÓN .....	35
<b>CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO</b> .....	36
CAPÍTULO 4 .....	37
DISEÑO METODOLÓGICO .....	37
4.1 DISEÑO .....	39
4.1.1 LA ACTIVIDAD DE INTERVENCIÓN DIDÁCTICA. ....	39
4.1.2 LOS ESTUDIANTES .....	39
4.1.3 LA DINÁMICA .....	40
4.2. ASPECTOS METODOLÓGICOS .....	43
4.3 RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN .....	44
<b>CONCLUSIÓN DEL CAPÍTULO</b> .....	45
CAPÍTULO 5 .....	46
ANÁLISIS DE DATOS .....	46
5.1 DESCRIPCIÓN A PRIORI DE LA NOCIÓN DE PROMEDIO ARITMÉTICO .....	47
5.2 CUESTIONARIO A PRIORI .....	47
5.3 ANÁLISIS A POSTERIORI .....	49

5.3.1 MOMENTO I .....	50
5.3.2 MOMENTO II .....	58
CAPÍTULO 6.....	61
CONCLUSIONES .....	61
6.1 EN RELACIÓN CON LA PREGUNTA PROBLEMATIZADORA.....	62
6.2 EN RELACIÓN CON EL OBJETIVO GENERAL .....	62
6.3 EN RELACIÓN CON LOS OBJETIVOS ESPECIFICOS.....	62
6.4 EN RELACIÓN CON EL RASTREO HISTÓRICO-EPISTEMOLÓGICO .....	63
6.5 EN RELACIÓN AL MARCO TEÓRICO .....	63
6.6 EN RELACIÓN CON LA UNIDAD DIDÁCTICA.....	64
6.7 EN RELACIÓN CON LA PROYECCIÓN Y EL APORTE A LA INSTITUCIÓN .....	64
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	65
ANEXO 1.....	68
ANEXO 2.....	76

# CAPÍTULO 1

PROBLEMÁTICA, ANTECEDENTES Y OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN

El capítulo plantea la naturaleza del problema que dio origen a la investigación, además, se aborda un estado del arte de la misma, para hallar en la diversidad de enfoques su aporte, para efectos de ampliar las perspectivas y robustecer las estrategias propuestas; algunas de ellas desde la Socioepistemología y otras desde el significado mismo del Promedio Aritmético; además, se establece la hipótesis y los objetivos de investigación orientados a lograr la Resignificación a través de los Usos por parte de los estudiantes de la noción de Promedio Aritmético.

## 1.1 PROBLEMÁTICA

En algunas ocasiones, en contextos escolares se observa que los estudiantes (y otras veces profesores) están carentes de marcos de referencia propios de las matemáticas que les permita Resignificar su conocimiento. Por ejemplo, el objeto matemático de estudio de la presente investigación, el Promedio Aritmético, pese a estar asociado al lenguaje cotidiano, naciente con actividad humana, no logra ser Resignificado en las experiencias escolares, debido a que en cuanto a la nociones de representatividad relacionadas con el Promedio, los estudiantes (y algunas veces los profesores) exponen dificultades conceptuales de lo que representa el valor del Promedio, como se pudo evidenciar en algunas de las investigaciones precedentes consultadas y que están relacionadas con la enseñanza del tema con niños y niñas de 5° de básica primaria en el rango de edad entre (10 y 12 años), pues tal como lo comentan Mochón y Tlachy (2003), citado por Oliva (2007):

El Promedio no es un concepto fácil de entender y los docentes lo atribuyen a la enseñanza de tipo de reglas de cálculo y recetas sin que los estudiantes obtengan una comprensión de los conceptos, lo cual provoca que sólo apliquen el algoritmo que conocen de manera mecánica. (p.10).

La anterior percepción pudo ser evidenciada en situaciones escolares registradas con los estudiantes en referencia, pues en los casos orientados a interpretar el promedio, la mayoría de ellos no lo conciben como tal, sino como la afirmación del valor, es decir; las interpretaciones se basan en la deducción numérica y no en su percepción sobre la respuesta. Situación atribuible a la aplicación automática de fórmulas, dada la forma de enseñanza del objeto de conocimiento, limitada a la simple socialización de reglas de cálculo y recetas que aprenden mecánicamente.

Como lo reseña Galicia (2009), “la medida de Tendencia Central más intuitiva es el valor obtenido sumando las observaciones y dividiendo esta suma por el número de datos que hay en el grupo” (p. 13), de ahí, sus limitaciones en torno al proceso de su Resignificación por parte de los estudiantes, cuando lo aprenden mecánicamente. Las razones de esta situación pueden ser el producto de múltiples causas, en donde es válido resaltar la percepción manifiesta por Batanero (2001), en la que sostiene que:

En la clase de matemáticas el profesor sigue las directrices curriculares, los libros de texto y materiales didácticos que marcan un significado particular restringido para la media y las medidas de posición central. Al realizar la evaluación, el profesor

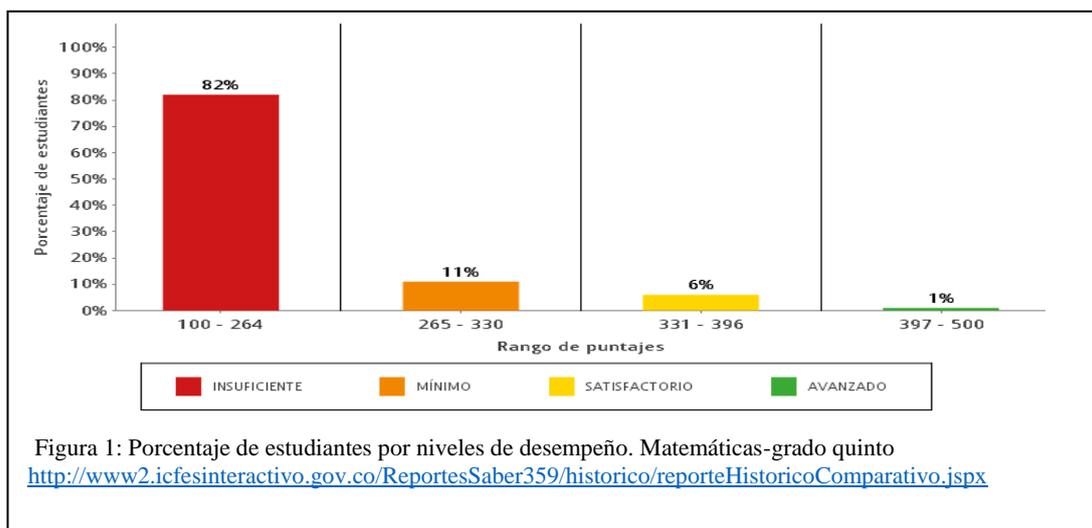
considera que el alumno "conoce" o "comprende" las medidas de tendencia central si hay un ajuste entre el significado institucional y el personal construido por el sujeto. (p. 26)

Es por todo lo anterior y porque el Promedio puede ser un producto de una partición que no posee contraparte real física, en esta investigación, se propone a partir del marco de referencia, establecer la forma de Resignificar el Promedio Aritmético. Sin embargo, antes de explicar las estrategias que servirán de apoyo para el logro de este objetivo en lo concerniente a la Resignificación del objeto de conocimiento, se opta por situar la problemática que originó la dificultad, así como la forma que se opta al intervenir dicha dificultad. Para ello, en la presente investigación se hizo necesario presentar algunos aspectos relacionados con el Promedio Aritmético en el discurso Matemático Escolar (dME), tales como: las insuficiencias de argumentos para hacer cálculos de Promedio Aritmético, el efecto didáctico de los privilegios de ciertas representaciones de Promedio. Conjuntamente, la ubicación curricular de dicho conocimiento, dada la complejidad en la comprensión de su representación en función a su argumentación.

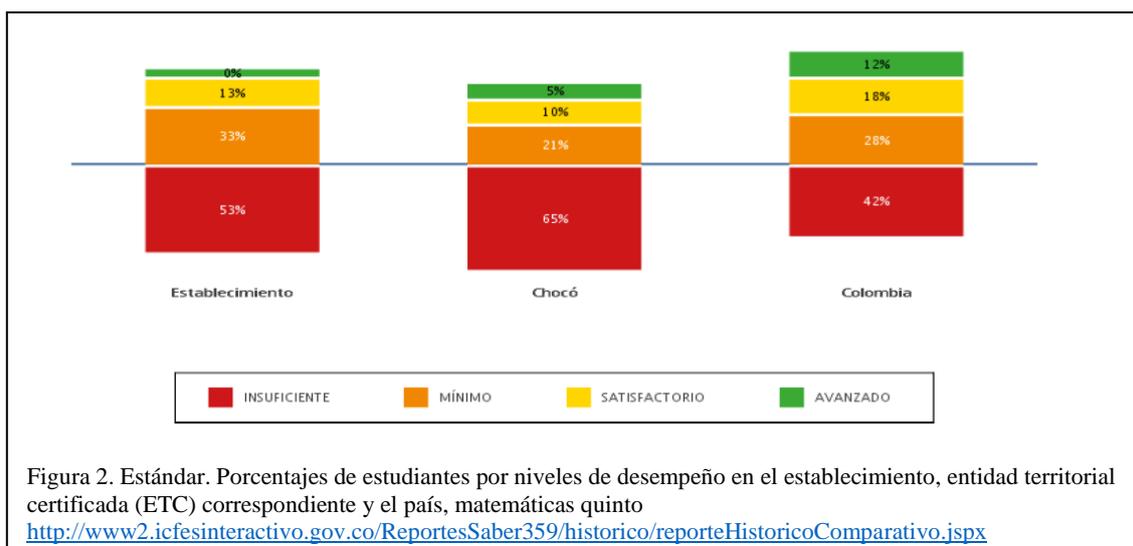
En el análisis de los resultados de las pruebas SABER correspondientes a los años: 2009, 2012, 2013 y 2014; que realiza el Ministerio de Educación Nacional a través del Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior (ICFES<sup>2</sup>), se evidencia que los estudiantes de las Instituciones Educativas Agropecuaria Diego Luis Córdoba Pino del Municipio del Medio Atrato (Beté) (ICFES, 2015) y Armando Luna Roa de Quibdó (ICFES, Reportes Saber 359, 2015) presentaron dificultad en las competencias: Razonamiento, Argumentación Comunicación, y en los componentes Aleatorio y Numérico-Variacional. En dichos resultados, se logra mostrar que los promedios más altos fueron en los niveles de desempeños insuficientes y mínimos; esta situación está asociada con las dificultades presentadas en dichas instituciones, referentes a la enseñanza y aprendizaje de la disciplina de estadísticas, dado que este proceso de evaluación en el área de matemáticas requiere el desarrollo de habilidades y competencias orientadas a favorecer la capacidad de análisis e interpretación en la toma de decisiones (ICFES, 2015). (Ver figura 1)

---

<sup>2</sup> ICFES son las siglas de *Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior*. Este organismo es el encargado de promover la educación superior en Colombia. <http://www2.icfes.gov.co/quienes-somos/funciones>



Después de observar estos resultados, se puede apreciar que en las instituciones educativas antes mencionadas, en el área de matemáticas, fueron ubicados en los niveles de desempeño más bajos. En el año 2014, su puntaje promedio fue similar al puntaje promedio del departamento del Chocó al cual pertenece, pero inferior al puntaje de Colombia. (Ver figura 2)



En este orden de ideas, se tiene que Batanero, Godino, Green, Holmes y Vallecillos (1994) afirman:

En el proceso de enseñanza y aprendizaje del concepto de Promedio, las principales dificultades que cometen los estudiantes radican en las ideas estadísticas elementales, indicando que dichos errores y dificultades no se presentan de modo aleatorio, imprevisible, que es posible encontrar regularidades y asociaciones con variables propias de las tareas propuestas. (p. 527).

En este sentido, la actual investigación tiene como objeto Resignificar la noción de Promedio Aritmético a través de sus Usos en los estudiantes, por medio del diseño de una Unidad Didáctica que incluya diferentes actividades asociadas a situaciones

cercanas a su cotidianidad. Se pretende además implementar acciones efectivas que ayuden a fortalecer las competencias matemáticas en el manejo e interpretación del objeto de estudio y que estas se puedan evidenciarse paulatinamente en los resultados de las pruebas SABER, que diseña y aplica el Ministerio de Educación Nacional y el Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior (ICFES).

Es necesario desde la docencia y la formación continuada, investigar sobre estrategias didácticas en matemática, que apunten a realizar aportes significativos que favorezcan el desarrollo de las capacidades, habilidades y destreza de los estudiantes, así como lo reconocen no solo los organismos nacionales de educación en Colombia, sino otros como es el caso del Ministerio de Educación en Chile<sup>3</sup> (MINEDUC, 2012) que en sus Bases Curriculares de 1° - 6° básico contempla:

La matemática está siempre presente en la vida cotidiana, explícita o implícitamente, y juega un papel fundamental en la toma de decisiones. Es una herramienta imprescindible en las ciencias naturales, la tecnología, la medicina y las Ciencias Sociales, entre otras. Es, asimismo, un lenguaje universal que trasciende fronteras y abre puertas para comunicarse con el mundo. (p. 87).

Por esta razón, la investigación tiene como interés en un primer momento identificar los aprendizajes previos que tienen los estudiantes del 5° de básica primaria (cuyas edades están entre 10 y 12 años), en lo concerniente a la noción de Promedio Aritmético, para establecer a partir del marco teórico de la Socioepistemología, la manera de cómo se va a intervenir efectivamente en busca de lograr en los estudiantes Resignificación del Promedio Aritmético haciendo Uso de las Prácticas Sociales que le dieron origen, y de las cuales se generan estrategias que se pueden implementar para renovar la eficacia de los aprendizajes en los estudiantes.

Se considera que en el plan de formación se le ha restado importancia a esta asignatura, la cual es un componente fundamental para desarrollar habilidades de razonamiento y análisis que le van a permitir al estudiante el desarrollo cognitivo desde la connotación numérico variacional para realizar abstracciones de su realidad.

Con respecto a los estudiantes, algunas veces se observa apatía frente al área, hecho que se atribuye a la falta de continuidad de las temáticas relacionadas con la misma en los procesos de formación, así mismo son evidentes las dificultades que estos presentan al enfrentarse a procesos de análisis y argumentación, que podrían mejorarse con la aplicación y comprensión de procesos enmarcados desde la estadística en sus etapas iniciales de desarrollo.

---

<sup>3</sup> El **Ministerio de Educación de Chile (Mineduc)** es el ministerio de Estado encargado de fomentar el desarrollo de la educación en todos sus niveles; asegurar a toda la población el acceso a la educación básica; estimular la investigación científica y tecnológica y la creación artística, la protección e incremento del patrimonio cultural de la Nación y asegurar las escuelas de Chile. <https://www.mineduc.cl/>

## 1.2. ANTECEDENTES

En la presente investigación, se ha organizado un estado del arte que proporciona un panorama del estado actual del objeto matemático desde otros marcos y desde el marco teórico aquí planteado. A continuación se detallan algunas de las investigaciones que sirven de antecedentes a esta investigación.

Mochón y Tlachy (2003) en el artículo realizado a su tesis para optar al título de Maestría, “Un estudio sobre el Promedio: concepciones y dificultades en dos niveles educativos”. Ellos por medio de preguntas y segundas entrevistas aplicadas a dos grupos de estudiantes de diferentes niveles de escolaridad (octavo de secundaria y primer año del nivel universitario) con el fin de identificar conocimiento que estos dos grupos tenían y cálculo del promedio. Esto debido al conocimiento aplicado en condiciones muy diversas con los datos presentados en diferentes formatos en la investigación realizada. Se reconoce la importancia de su uso en la cotidianidad, tomando entre otras, circunstancias en donde se da valor representativo sobre registros de datos variados, tales como: encuestas, velocidades, salarios, censos de población, calificaciones, etc., los cuales son parte integral de varias disciplinas escolares.

La investigación adopta la definición convencional del Promedio Aritmético, pues la explica como la sumatoria del conjunto de datos dividida entre el número total de éstos. En la publicación se registra que el Promedio no parece ser un conocimiento complejo, sin embargo, la diversidad de escenarios que lo originan, y las variadas representaciones como se organizan los datos, elevan su nivel de complejidad al tiempo que limitan a una regla de cálculo en su uso.

En lo Referente al propósito de la investigación realizada por Mochon y Tlachy (2003), en su interés de indagar las nociones de Promedio en distintos niveles educativos e identificar las destrezas utilizadas en ellos al deducir el Promedio dada una serie de datos en diferentes formatos, diseñaron y aplicaron un cuestionario que contribuyó al reconocimiento tanto de la forma cómo los estudiantes calculan el promedio, como también, de la interpretación que le dan al valor del promedio. Los resultados arrojados indicaron que:

- El Promedio es manejado básicamente como una pauta de cálculo, que mecánicamente permite lograr resultados numéricos.
- El resultado numérico es el fundamento o base de las interpretaciones, no se apela a la intuición. (p.10)

En general se encontró que las interpretaciones de los estudiantes a la información suministrada mediante un Promedio en diferentes instancias de sus limitaciones conceptuales respecto al significado del valor del promedio. Mochón y Tlachy (2003) concluyen:

El Promedio no es un concepto fácil de entender dada su enseñanza de tipo de reglas de cálculo y recetas sin que los estudiantes obtengan una comprensión de los

conceptos, lo cual provoca que sólo apliquen el algoritmo que conocen de manera mecánica. (p.10)

Además sostienen que las dificultades relacionadas al deducir procesos para llegar a establecer el Promedio con datos en formatos diferentes, es una dificultad que se hace evidente principalmente en los estudiantes del nivel medio. Pues, emplean lo que los autores denominaron “fórmulas falsas”, es decir, variaciones incorrectas del algoritmo, como por ejemplo sólo sumar; los cuales, no solo son conflictos al realizar el cálculo del Promedio, sino que ponen de manifiesto otras concepciones del Promedio al suponer que este implica solo sumar.

De igual manera, presentan una serie de sugerencias para fortalecer las prácticas de la enseñanza del promedio, tales como:

- Abordar variadas situaciones en las que se haga Uso del Promedio.
- Organizar conjunto de datos en distintos formatos.
- Enfatizar en la concepción del valor alcanzado del Promedio en cada caso específico.
- Sin apresurarse en la enseñanza precoz de fórmulas de cálculo del Promedio. Trabajar en torno a representaciones numéricas sobre la táctica utilizada y razón de este cálculo. (p.23)

Marrugo (2012) en su investigación de pregrado titulada “Significado sobre Promedio Aritmético de estudiantes de quinto grado”, Reconoce al Promedio Aritmético como un objeto matemático cuya definición formal dada a la evolución histórica de dicho objeto de conocimiento, presenta una concepción diversificada pero sin desligarse de su concepción básica, puesto que en la práctica se ha demostrado que existen algunas ideas antiguas a este; las cuales actualmente continúan utilizándose como cimiento para la conceptualización de la noción de Promedio. Conviene, sin embargo precisar que en la investigación en referencia, se experimentó con la presentación de situaciones contextualizadas del Promedio Aritmético donde se tenga en cuenta el rastreo realizado en el histórico epistemológico, con el fin de integrar a las Prácticas de aula los diferentes Usos del objeto de conocimiento y su evolución a partir de las necesidades humanas en diversos escenarios y fenomenologías.

La investigación se llevó a cabo bajo la perspectiva interpretativa cualitativa. Los participantes fueron ocho estudiantes en un rango de edades entre los 9 y 12 años cursaban 5° de básica primaria. La información la proporcionó las entrevistas semi-estructuradas realizadas que les presentaban dos problemas asociados con el Promedio Aritmético. La investigación les presentó al grupo actividades que daban cuenta de conceptos asociados a la noción de media y a su desarrollo epistemológico: Promedio Aritmético, valor típico, valor representativo, punto de equilibrio y reparto justo. La interpretación de la información se llevó a cabo mediante el análisis de contenido. Los Resultados más relevantes muestran que los estudiantes dan diferentes significados al Promedio Aritmético y el diseño de los problemas fue realizado desde la concepción más primitiva del Promedio, influenciada en la solución exitosa. Los resultados

obtenidos por Marrugo, exponen la debida utilización de los conceptos que dieron origen al objeto matemático aportados en histórico-epistemológico, que permitió poner en manifiesto que los estudiantes si cuentan con significaciones claras del Promedio Aritmético pero desde una de sus diferentes concepciones el reparto equitativo; estas actividades permitieron evidenciar el surgir del objeto convirtiéndose en el punto de partida para introducir la temática de manera formal.

Por su parte, Rondero (2007) en su trabajo *Un estudio sobre el papel de las ideas germinales, ponderativo y equilibrium, en la construcción del saber físico matemático* indagó sobre el porqué de las dificultades en la interpretación y reconocimiento del valor esperado en los estudiantes a la hora de calcular el Promedio, a pesar de estar tan arraigado a su cotidianidad e interpolarlo a otras áreas del quehacer matemático. En esta investigación se analizó al Promedio bajo la “construcción social<sup>4</sup> del conocimiento matemático, a la luz de su interacción sistémica en las dimensiones didáctica, cognitiva, epistemológica y social en el estudio y esclarecimiento de fenómenos didácticos”(; para lo cual fundamenta su intervención, primeramente, en el análisis de la génesis del promedio, su desarrollo y su consolidación en distintas áreas de la matemática, para luego dar paso a la didáctica, con el fin de tener un panorama general de cómo surge, se desarrolla y emplea la noción de Promedio Aritmético en los estudiantes.

En esta investigación en lo relacionado al concepto de Promedio Aritmético, se establece que con éste ocurre igual que con otros objetos matemáticos, que se asumen como probados y que no hay que cuestionarlos, los cuales se pueden aplicar correctamente aunque no se entiendan. Situación que obliga a que identifique los diferentes conflictos vinculados al manejo de la noción de Promedio, se adopte una postura en relación a cada caso en particular.

Los resultados obtenidos permitieron concluir que en el ejercicio de encontrar las nociones que vinculan a la aritmética con el cálculo, queda establecido que uno de los conceptos fundamentales en ésta transición es el Promedio Aritmético, y que la enseñanza de este concepto está restringida a la parte algorítmica, mostrando unos cuantos ejemplos de tipo numérico, lo que lleva a los estudiantes a mecanizar sin más significado que sumar los valores de los datos dados y dividir entre el total de ellos, situación que dificulta resolver problemas de contexto y propicia el trasladar las fórmulas del Promedio simple a problemas cuya relación es más bien con el Promedio Aritmético ponderado. Esto produce un vacío de significación y en consecuencia un sesgo conceptual. A partir de las deducciones logradas, es válido afirmar que los estudiantes no logran la Resignificación del Promedio Aritmético en su totalidad.

Batanero, Godino, Green, Holmes y Vallecillos (2004) en el Artículo titulado “Errores y dificultades en la comprensión de los conceptos estadísticos elementales” se evidencian

---

<sup>4</sup> construcción social del conocimiento, se constituye mediante procesos deliberados para el uso compartido de conocimiento. Se trata de mecanismos constructivos, altamente sofisticados y de carácter social, que producen interacciones, explícitas o implícitas, entre mente, conocimiento y cultura. (Cantoral, Montiel y Reyes, 2015, p.12)

las indagaciones realizadas sobre los principales conceptos estadísticos básicos que han sido incluidos en muchos diseños curriculares recientes en los niveles no universitarios. Estas indagaciones muestran de manera acertada el desconcierto existente en algunos de estos tópicos y proporcionan al profesor una comprensión mayor del raciocinio casual. El Artículo resalta que gran parte de la investigación hipotética y experimental, que se está produciendo actualmente en Didáctica de la Matemática, surge del hecho observable de que el estudiante comete errores cuando realizar ciertas tareas en un modelo de evaluación, o simplemente no está preparado para dar ninguna respuesta. Los autores muestran que en cierta medida, los errores cometidos por estudiantes en estadísticas pueden ser tomados como regularidades que aportan información necesaria y suficiente para dar claridad sobre que ocurre en la manera como son abordados y entendida la estadística por los educandos en el proceso de formación

Por otro lado Batanero (1994), consideran que las circunstancias en las cuales se debe calcular una Media ponderada y la elección de los correspondientes pesos, no son de fácil identificación para los estudiantes. Li y Shen (1992), citados por Batanero (1994), indican: “que cuando los datos se agrupan en intervalos, los estudiantes olvidan con frecuencia que cada uno de estos grupos debería ponderarse de modo distinto al calcular la media”. (p. 14). Lo que quiere decir Batanero es que los estudiantes omiten información relevante a la hora de calcular la Media con datos agrupados donde se deben establecer unos criterios para darle solución, muy diferentes cuando se establece la media para datos simple o no agrupados que el cálculo no requiere de mayor esfuerzo. En el proceso de análisis de las dificultades que los estudiantes pueden encontrar en las Medidas de Tendencia Central, Batanero (1994) establece:

A los estudiantes se les enseña la definición de la media, mediante una notación sencilla en la cual se evita la sumatoria y la ponderación, se emplean algunos ejemplos de aplicación, limitando al cálculo de las medidas de tendencia central a conjuntos sencillos de datos. (p. 25).

La referida investigación realizada por Batanero (1994), concluye que el cálculo del Promedio Aritmético parece sencillo, sin embargo, incluso para estudiantes universitarios es difícil calcular adecuadamente el Promedio en problemas en los que más bien se aplica el Promedio ponderado, y que igualmente se presentan casos en los que el algoritmo es aplicado de forma mecánica sin comprender su significado.

### 1.3 HIPÓTESIS

Esta investigación propone estudiar la construcción del conocimiento en torno a la noción de Promedio, su Uso, en diferentes contextos, el rol que toma en el ámbito matemático y cómo puede aportar herramientas para su Resignificación y comprensión por parte de los estudiantes.

## 1.4 PREGUNTA PROBLEMA

¿Cómo generar procesos de Resignificación de la noción de Promedio a través de los Usos para el fortalecimiento de los procesos de enseñanza y aprendizaje del pensamiento aleatorio y sistemas de datos en estudiantes de 5°?

## 1.5 OBJETIVO GENERAL

Resignificar la noción de Promedio Aritmético a través del diseño e implementación de una Unidad Didáctica fundamentada en la Socioepistemología que centre las actividades en los Usos del objeto matemático.

## 1.6 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Identificar los saberes de los estudiantes sobre la noción de Promedio Aritmético.
- Diseñar e implementar una Unidad Didáctica fundamentada en la teoría Socioepistemológica que incluya los Usos de la noción de Promedio Aritmético para el desarrollo de competencias matemáticas.
- Identificar las Prácticas Sociales que permitan la Resignificación de la Noción de Promedio Aritmético desde sus diversos significados.
- Evaluar los procesos de análisis de información que realicen los estudiantes mediante el Uso de la noción de Promedio a través de diversos instrumentos de seguimiento

## CONCLUSIONES DEL CAPITULO

Las investigaciones aquí relacionadas ponen en manifiesto las dudas y errores más frecuentes cometidos por los estudiantes al calcular e interpretar el valor numérico en un conjunto de datos, al tiempo que sientan un antecedente sobre algunos de los dificultades presentes al reconocer los significados asociados a la noción de Promedio Aritmético que ha generado diversas investigaciones al respecto generando a través del objeto la reflexión sobre la necesidad fomentar actividades que posibiliten la Resignificación del objeto matemático con miras a lograr un aprendizaje funcional.

Por último, es evidente la coincidencia entre las diferentes investigaciones en torno al hecho de reconocer que el Promedio no pareciera ser una noción compleja, la diversidad contextual que le dan origen y las diversas rutas que se pueden seguir para organizar los datos, elevan su nivel de dificultad al tiempo que limitan a una regla de cálculo su Uso, al punto de presentarse dificultades para algunos casos su interpretación, como una propuesta para reconceptualizar las Prácticas de aula a través de los diferentes Usos de la noción de Promedio.

# CAPÍTULO 2

ASPECTOS HISTÓRICO-EPISTEMOLÓGICO

Este capítulo se realiza a través de revisiones en fuentes bibliográficas y cibergráficas de los referentes teóricos que soportan el tema de investigación, haciendo un recorrido histórico a la luz de la evolución de la estadística, y específicamente en lo concerniente a la temática denominada Promedio Aritmético; objeto de conocimiento al que se le hace un análisis diacrónico para establecer su evolución histórico-epistemológica. En este análisis, se identifica tanto las prácticas como las necesidades que le dieron origen al Promedio, así como los cambios que ha sufrido al transcurrir el tiempo. La creencia histórico-epistemológica de las Prácticas del objeto de conocimiento sirve de relativo en el diseño de las acciones de la propuesta, al tiempo que se constituye en el andamiaje para la construcción del concepto y su Resignificación.

## 2.1 ANÁLISIS HISTÓRICO -EPISTEMOLÓGICO DE LA NOCIÓN DE PROMEDIO

La historia de la estadística está ligada al origen del hombre, sin ser un hecho casual sino que por el contrario fue una suma de sucesos surgidos desde la primitiva necesidad de hacer un registro, bitácora o contabilidad de las propiedades de los individuos, así como de sus territorios; de manera tal que la estadística ha evolucionado desde la simple recolección de datos hasta su sistematización en diversos lenguajes de programación. El término estadístico proviene de la expresión “estado” pues la principal función de los gobiernos es instituir el control de la población y para ello se hace uso de los registros de nacimiento de sus habitantes, las muertes, impuestos, la recolección de cosechas, entre otras actividades. (Guarín, 2002, p. 6)

El recorrido histórico epistemológico inicia con los egipcios, babilónicos, y finaliza con los griegos Donde se define...

Los egipcios hacían Uso de la estadística a través del análisis de la población y la renta del imperio.

(...) en el mismo Egipto, Ramsés II hizo un censo de las tierras con el objeto de verificar un nuevo reparto, esto debido a que el nivel del río Nilo subió y grandes extensiones de tierra que se encontraban a su alrededor se fueron perdiendo. (Hernández, 2005, pág. 10)

Los Babilónicos hacían uso de tabillas de arcilla de piedra para tallar en ella datos de la producción agrícola y los productos resultantes del trueque. (ver figura 3) El censo como instrumento de control de los gobernantes hacia sus pueblos fue empleado por los Chinos y Asiros, de igual manera, en Grecia se hicieron importantes observaciones en lo referente a la distribución territorial y militar. Esta cultura, resaltó la utilidad que les generaba el estudio y explicación del cosmos a través de reflexiones, asistidas de un método teórico en la que las matemáticas jugaron un rol de primer orden. “Hacia el año 3000 a. de C. (Hernández, 2005, pág. 8)



El siglo VIII a de C., se puede considerar como el período de transición de lo histórico a lo epistemológico, en relación a la noción de Promedio Aritmético, dado que como lo explica Ramayo (2009)

(...)Alrededor del 800 a. de C., época en la que los pitagóricos realizaron una teoría aritmética, la cual consiste en calcular valores medios o promedios de una serie de números, distinguiendo tres casos: la media aritmética, la media geométrica y la media armónica. Se dice que, tomándola prestada de los babilonios, introdujeron en Grecia la proporción más perfecta.

$$\frac{a}{\frac{a+b}{2}} = \frac{2a}{\frac{a+b}{b}}$$

Donde  $\frac{a+b}{2}$  es Promedio Aritmético de  $a$  y  $b$ , y  $\frac{2ab}{a+b}$  es la media armónica de  $a$  y  $b$ .  
 (Collette, 1985, p. 56)

Dicha transición se prolongó durante varios siglos, pues Newman (1968), citado por Ramayo (2009) dice:

(...) En el siglo XV, cuando las tormentas en el mar causaban en las embarcaciones la pérdida de bienes, éstos tenían que ser pagados mediante un acuerdo de todos los que tenían mercancía en el mismo buque. El daño causado por estas tormentas al cargamento se le conocía como “havaría” y la palabra llegó a aplicarse naturalmente al dinero que cada individuo tenía que pagar como compensación. De esta palabra latina se deriva la palabra average (Promedio). (pág. 34).

En el siglo XVII, la escuela alemana provoca el surgimiento de la aritmética política que centra su trabajo en la recolección y análisis de los datos lo que permitió observar la frecuencia para establecer conjeturas. (Batanero, 2001)

En la segunda mitad del siglo XVII, se introduce una serie de aportes técnicos y científicos al objeto de conocimiento Promedio. Huygens, citado por de Michael y Denis (2007), realizó el primer gráfico (ver figura 4) de una función continua y la demostración de cómo deducir el Promedio de vida restante de una persona de cierta edad.(Collette J. , 1985, pág. 56). (ver figura 4)

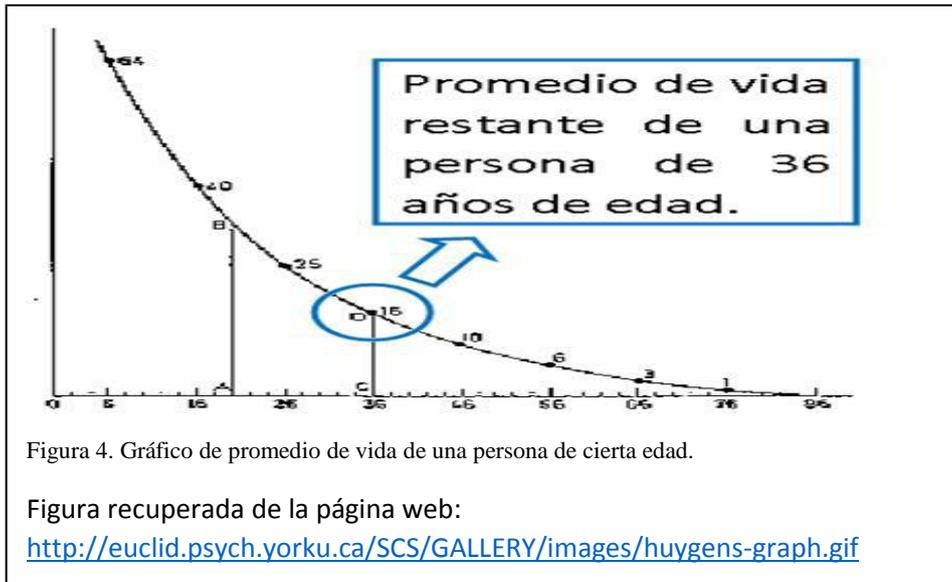


Figura 4. Gráfico de promedio de vida de una persona de cierta edad.

Figura recuperada de la página web:

<http://euclid.psych.yorku.ca/SCS/GALLERY/images/huygens-graph.gif>

Múltiples estudios sostienen que los conocimientos matemáticos de la estadística surgieron de la teoría de probabilidades, la cual tiene sus raíces en la correspondencia entre Pierre de Fermat y Blaise Pascal(1654). “Christian Huygens (1657) suministró el primer tratamiento científico sobre el tema que se conozca hasta la fecha”. (Rodríguez y Rodríguez, 2008, p.9)

Lo anteriormente citado, indica la manera como se trataban los datos estadísticos y como estos eran utilizados para el suministro de información relevante y de interés general a la población de la época.

En el siglo XIX, en el periodo comprendido entre “1800 -1820 se dio el desarrollo de dos concepciones matemáticas fundamentales para la estadística; la teoría de errores de observación, creada por Laplace y Gauss; la teoría de los mínimos cuadrados desarrollada por Laplace, Gauss y Legendre” (Ruiz, 2004, p.5)

Placett (1970) citado por Batanero (2001), afirma:

El origen de la idea de Media Aritmética está en el trabajo de los astrónomos de Babilonia para resolver el problema de estimar los valores desconocidos de ciertas magnitudes (duración de las estaciones; posición relativa de cuerpos celestes, etc.), en presencia de errores de medida. A partir de una serie de observaciones repetidas, tomaron como mejor estimación la suma total de las observaciones dividida por el número de datos, porque el valor obtenido al realizar dicha operación compensa las diferencias positivas y negativas respecto al resultado y hace mínima la suma de cuadrados de estas desviaciones. Esta operación (de promediar) se ha conservado hasta nuestros días y se ha generalizado progresivamente, introduciendo notaciones para referirnos a los datos y las acciones que realizamos con los mismos (p.2)

En este sentido, Placett quiso dar a entender que el Promedio Aritmético nace por la necesidad que tenía el hombre de estimar cantidades mediante la compensación de algunas magnitudes de medidas. Es por ello, que en este trabajo investigativo se ha recogido

información de los diferentes Usos que a través del tiempo se le viene dando al objeto matemático objeto de investigación.

La evolución histórica de los objetos matemáticos es tan importante en el desarrollo de su comprensión del Promedio Aritmético, de allí que para Freudenthal (1983), (citado en Bakker y Gravemeijer, 2006) propone la “fenomenología histórica” para darle una ruta formal al proceso de aprendizaje. Se trata de un estudio de la evolución histórica de la concepción en correspondencia con los fenómenos que lo originaron, siendo el objetivo identificar escenarios donde se identifica la problemática que ha requirió la organización de ciertos fenómenos, y las nociones generadas a partir de ello. A continuación, se dan a conocer a algunos de los hechos importantes en el desarrollo histórico-epistemológico del Promedio Aritmético. Para ello se sigue una línea del tiempo desde el concepto más primitivo, hasta llegar a la definición formal, teniendo en cuenta desde: Promedio, el valor típico, el valor representativo, el Reparto Equitativo, y el punto de equilibrio.

**EL RASEO.** Se utilizó por primera vez en Egipto en el año 1250 a.c según el relato bíblico la reina Valera (1960) José mando a su mayordomo a llenar “medidas de Raseo” los costales del número de hermanos y llenarlos con comida de manera tal que no se notara que iba una copa dentro de uno de ellos pues en cantidad parecían iguales. En la misma cita bíblica, se presenta el profeta Ezequiel narrando una orden de Dios diciendo: “sea ajusta nuestra balanza y justo el efi, y justo el bato, el efi y el bato serán iguales y de una misma medida, de manera que el bato y el efi sean la décima parte del coro, su peso será igual comparado con la medida del coro”. ( reina, et al, 1960,p.1685) se debe entender que el efi o efa era una medida usada para áridos: harina (Lev 5:11), de cebada (Rut 2:17), de grano tostado (1 Samuel 17:17) y de trigo (Eze 45:13) “El proceso para medir la efa consistía en tomar un tubo cilíndrico que se introducía en un costal y luego de lleno se rasaba, para establecer la cantidad equivalente a la décima parte de un homer”. (Perspicacia, volumen 1 pág. 758)

Para beneficio de la investigación esta técnica no será incluida ya que para el contexto donde se desarrolla la investigación esta medida puede ser confundida con algunos términos comunes en la comunidad afro que no tiene nada que ver con el Promedio Aritmético.

**PROMEDIO ARITMÉTICO.** La visión formal del percepción de Promedio Aritmético se atribuye a los astrónomos babilónicos, quienes solucionaron el problema de determinar, a partir de un conjunto de medidas  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , la mejor estimación posible del verdadero valor  $x$  desconocido por medio de la suma del total de las observaciones y dividiendo por el número de datos (Batanero, 2000). Esta es una Práctica que aún se conserva y es el germen de la aparición progresiva de la concepción de Promedio Aritmético. El surgimiento del sistema decimal en 1585, en los cálculos, suministró tal división. Esta táctica demostró ser útil para los astrónomos que querían conocer un práctico valor, como la posición de un planeta o el diámetro de la luna. Utilizando la Promedio de varios valores de medición, los científicos asumieron que la suma de los errores tiende a un número correspondientemente pequeño al compararse con el total de todos los datos medidos. Este procedimiento de

calcular el Promedio para reducir los errores de observación se desarrolló principalmente en la astronomía (Bakker y Gravemeijer, 2006, p.149)

La investigación selecciono este Uso estadístico para ser implementado en la Unidad Didáctica como instrumento para lograr la Resignificación de la noción del Promedio Aritmético

**VALOR TÍPICO.** Es uno de los preconceptos más abstractos y su búsqueda literaria es complicada ya que las referencias sobre éste son escasas. El Valor típico de una serie de datos entendido como una medida que caracteriza un grupo de observaciones, no a cada observación de forma individual. Según La Russel y Mokros (1991, citados por Batanero, 2000), destacan la importancia de tres tipos diferentes de capacidades para tomar un valor como típico:

- Dado un conjunto de datos, comprender la necesidad de emplear un valor central, y éste debe ser el más adecuado.
- Construir un conjunto de datos a partir de un dato dado
- Comprender el efecto que, sobre dicho dato, tiene un cambio en todos los datos o parte de ellos. (p. 9)

**VALOR REPRESENTATIVO.** Desde la aparición del hombre, una de las primeras aproximaciones a la noción de Promedio es el valor representativo como la totalización de datos, y tiene que ver con la valoración de los grandes números. En Bakker y Gravemeijer (2006), se muestran problemas que ejemplifican este Uso por ejemplo:

En la antigua historia india, que fue escrita en el siglo IV d C, el protagonista Rtuparna consideró el número de hojas y frutos en dos grandes ramas de un árbol frondoso. Se estima el número de hojas y frutos sobre la base de una sola rama, y se multiplica por el número de ramas en el árbol. El número 2.095, después de una noche de recuento, resultó ser muy cercano al número real. Aunque no se sabe en la historia de cómo Rtuparna prefirió la rama, parece que debe de haber elegido un "tamaño medio" (de rama), ya que daría lugar a una buena estimación (p. 152).

Esta ejemplificación da una idea de la manera como se utiliza esta noción, donde la rama que elegida deberá representar a todas las otras. La elección de esta rama debió abarcar la concepción por ejemplo de representatividad utilizado como un valor que permite resumir los datos de la distribución sin tener que darlos uno a uno.

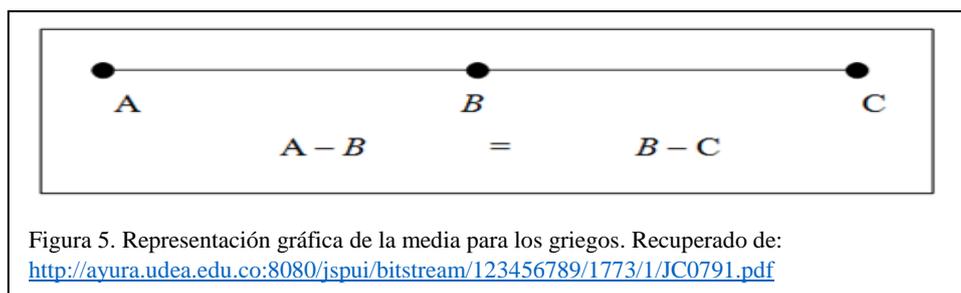
**REPARTO EQUITATIVO.** El surgir de la concepción de reparto equitativo en la vida del hombre, fue a través de las leyes marítimas, en relación con el seguro y la cuota justa de pérdidas y ganancias. Según Simpson y Weiner (1989), (citado en Bakker et al, 2006) afirman que uno de los “significados de la Media en el derecho marítimo es la distribución equitativa de los gastos o pérdidas, con la incidencia general, entre todas las partes interesadas, en proporción a sus múltiples intereses” (p.150). La repartición general de las desigualdades (en cantidad, calidad, intensidad, etc.) de una serie de datos

entre todos los miembros de la serie, con el fin de igualarlo. A respecto Franklin (2008) dice:

Los estudiantes tienen la idea de reparto equitativo desde antes de su escolarización; incluso personas que nunca han sido escolarizadas parecen tener la noción de reparto justo. Si tomamos como ejemplo, si en una clase hay 30 estudiantes y se tienen 60 dulces en una bolsa, la parte justa es de dos dulces para cada uno. (p. 10)

Lo que Franklin quiso decir, es que a la luz de los estudiantes el reparto justo está asociado a la concepción de Promedio de datos al utilizar cantidades discretas, y el Promedio Aritmético sería entonces el valor que se puede establecer al agrupar los datos y redistribuirlos de manera tal que el valor de cada grupo sea el mismo.

**PUNTO DE EQUILIBRIO.** Pitágoras, aproximadamente en el siglo 500 a. c., los griegos manejaron tres valores medios conocidos como: La media armónica, geométrica y aritmética. Desde la tesis griega de la media aritmética, se dice lo siguiente: “El número medio  $B$  entre  $A$  y  $C$  se llama la media aritmética sí y sólo si  $A - B = B - C$ ” (Bakker et al, 2006) (ver figura 5)



Si observamos la Media ocupa el punto central de la distribución lo que dificulta la asignación de generalizaciones si la distribución no es simétrica. Sin embargo, esta postura es una concepción de lo que es punto de equilibrio en una distribución de datos.

En 1585 la aparición del sistema decimal, en los cálculos facilitó tal división. El uso del sistema decimal permitió a los astrónomos estimar un valor llamado “verdadero”, para establecer la posición que tiene un planeta respecto a otro; así, como el diámetro de la luna. Además, el Uso de la media a través de varios valores de medición que fue asumido como, “la suma de los errores tiende a un número relativamente pequeño si se compara con el total de todos los valores medidos. Este método se toma de la Media para reducir los errores de observación, se desarrolló principalmente en la astronomía (Bakker et al, 2006, p. 151)

## 2.2 MEDIA ARITMÉTICA.

La Media Aritmética como conocimiento para el desarrollo de análisis básico de datos y la comprensión estadística, es bastante simple desde el punto de vista del algoritmo,

pero, y complejo de entender. Los estudios realizados buscan mejorar en los niños la comprensión de los significados asociados a esta. Autores como Godino y Batanero (1994), en sus investigaciones sostienen que “la comprensión conceptual de la Media, implica la comprensión tanto de una idea estadística para describir y dar sentido a los conjuntos de datos, como también, el algoritmo de cálculo para resolver problemas” (p. 527).

El significado de la Media Aritmética ha ido evolucionado desde preconcepciones o argumentos expuestos en las líneas anteriores, hasta la definición conocida en la actualidad. Como valor generado a partir de un conjunto de datos y usado como herramienta de análisis para la toma de decisiones en cierto tipo de problemas.

En la actualidad la Media Aritmética se precisa como el cociente “entre la suma de los observaciones dadas y el número de observaciones de la muestra, generalmente su símbolo  $\bar{X}$ ”, para datos no agrupados, simbólicamente en la mayoría de los libros de texto se expresa como:

$$Media(X) = \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N}$$

siendo  $(X_1, X_2, \dots, X_N)$  el conjunto de observaciones

Donde,  $x_i$  son los datos u observaciones y  $N$  el número total de datos.

## CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO

Al finalizar este capítulo se establecen los referentes teóricos que han dado lugar a los conceptos que hoy definen los objetos de conocimiento del presente trabajo de investigación, los cuales son estadística y Promedio Aritmético para cumplir con esta finalidad se realizó un análisis exhaustivo a través de las consultas de los aportes realizados por algunos autores a este campo del saber, con lo cual se logró definir los antecedentes históricos y epistemológicos; como también, la importancia y aplicación de estas temáticas a la luz de diferentes campos del saber, haciendo énfasis desde luego, en la aplicabilidad que de ésta pueda hacerse en el proceso de enseñanza aprendizaje a partir de la Resignificación.

La Práctica empleada en la antigüedad y que en la actualidad aún se lleva a cabo, ya sea al calcular el Promedio de Calificación en la Escuela, la cantidad de Platos para los Niños que Asisten a una Fiesta, etc., es la repartición equitativa, la cual es empleada para lograr la construcción de la noción y del algoritmo del Promedio Aritmético. Se espera que, mediante el tratamiento de información, se analice la variación de los datos de un conjunto de observaciones con respecto al Promedio, a fin de poder construir la propiedad de representatividad del Promedio Aritmético.



# CAPÍTULO 3

MARCO TEÓRICO

En este capítulo se expone el marco teórico que permitirá llevar a cabo esta investigación, como también, se presenta la manera como reconoce la problemática planteada y, cómo respalda el diseño de situaciones relacionadas con el Promedio Aritmético.

Para ello, se determina repasar la problemática objeto de estudio como fenómeno social, dado que lo Social es Imprescindible en la Construcción de Conocimiento, pues su omisión en el proceso en mención deja un sin número de dificultades sin resolver durante el desarrollo de los mismos. En consecuencia, lo anterior justifica el diseño de una serie de actividades didácticas formativas contextualizadas que posteriormente serán utilizadas en una unidad didáctica.

### 3.1. LA TEORÍA SOCIOEPISTEMOLOGÍA

La Socioepistemología, como sustento teórico para la investigación en Matemática Educativa se ocupa específicamente del problema que plantean las dinámicas propias de la construcción del saber matemático. Este enfoque autentifica toda forma de saber, sea este popular, técnico o culto, pues en su conjunto contribuyen a la sabiduría humana. Algunos enfoques teóricos contemporáneos, en cambio, se limitan sólo a alguna de esas formas de saber (Cantoral, 2013, p. 1573).

Actualmente un docente se ve enfrentado a diversos cambios educativos, ya sean reformas en el currículo, textos, cambio en el prototipo del modelo de enseñanza-aprendizaje, etc. No obstante, con la Socioepistemología esta situación no afecta el proceso formativo de los objetos matemáticos, pues como lo afirma Buendía y Cordero (2005) citado por Buendía, (2012). En la Socioepistemología:

Lo que se estudia es al ser humano usando y haciendo matemáticas y no solo su producción matemática final. Este es el carácter social de las matemáticas que se busca evidenciar de tal manera que, entre sus objetivos, está proponer epistemologías de prácticas. (pag.10)

La anterior afirmación es pertinente, puesto que con el apoyo de la Socioepistemología en el transcurso del estudio de los objeto de conocimiento matemático, se promueve el conocimiento mediante Prácticas de enseñanza y aprendizaje Resignificando los Usos del objeto matemático; dado que su dinámica implica incorporar no solo los componentes cognitivos, didácticos, epistemológico y el componente social; sino también las mediaciones que favorecen la articulación sistémica de esas cuatro dimensiones.

Por consiguiente la Socioepistemología se traza como objetivo rediseñar el discurso matemático escolar donde se haga mayor énfasis en las prácticas como rol fundamental del proceso educativo. En este sentido por medio de la teoría se busca la Resignificación de la Noción de Promedio Aritmético a través de los Usos en Estudiantes de 5° de la Básica Primaria

Como bien se explica en la introducción del capítulo, la presente investigación tiene como propósito la Resignificación de situaciones relacionadas con el Promedio Aritmético, de ahí, que su interés en relación con el marco teórico, sea focalizar fundamentos teórico-conceptuales que respondan a las premisas que la Socioepistemología plantea.

Efectivamente, la investigación aborda la problemática en la Enseñanza y Aprendizaje del Promedio Aritmético; sin embargo, las evidencias demuestran que son múltiples las formas de atenderlas y que cualquiera de ellas depende de la noción que se tenga del conocimiento de Promedio. Es decir, de la visión o creencia respecto a la construcción del conocimiento.

La visión o creencia que sirve de basamento para la presente investigación respecto a la construcción del conocimiento, es que éste se resignifica al paso de lo cotidiano, es decir, las actividades humanas o las Prácticas Sociales generan conocimiento, dado que no pueden existir si no hay grupos humanos que les den sentido, son propias de sus formas de organización, y de pensar, aspectos que permiten expresar desde luego, los conceptos, Resignificación y argumentación, que además generan consensos deseables y requeridos. (Chamorro, González y Gómez. 2008, p. 34)

### 3.1.1. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

Con el término Socioepistemología se aborda, principalmente en la sociedad Latinoamérica de matemática educativa, un marco teórico que formula los fenómenos de producción y difusión del conocimiento matemático desde diversas perspectivas. El origen de este marco teórico está en los trabajos de Cantoral, Farfán y otros investigadores del grupo de investigación de la Sección de Educación Superior del Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV (IPN, México) (Cantoral y Farfán, 2003; Cantoral, Farfán, Lezama y Martínez-Sierra, 2006).

La Socioepistemología se exhibe no sólo como una visión extendida de la epistemología que destaca la correlación socio-epistémica de los significados de los objetos matemáticos (en correspondencia con otros enfoques socioculturales), sino una condición sistémica del desafío de las interacciones entre esta visión de las matemáticas con las dimensiones cognitiva e instruccional. Se concibe la indagación del conocimiento matemático considerándolo como social, histórica y culturalmente

situado, problematizándolo a la luz de los contextos de su construcción y propagación. Además de otorgarle a la actividad humana la necesidad de solucionar problemas como origen de las matemáticas, supone la necesidad de explicitar el elemento sociocultural en la construcción del conocimiento matemático, el papel de las herramientas utilizadas y la diversidad de significados atribuibles a los objetos matemáticos.

En este mismo sentido Cordero (2001), señala que la problemática esencial de la formación en matemáticas a considerar por la matemática educativa, radica en identificar la confrontación entre la obra matemática y la matemática escolar, ya que subyacen funciones distintas.

### 3.2. RESIGNIFICACIÓN

Cordero, 2008, citado por Cordero, F. Cen, C y Suarez, L. (2010), plantea que:

La Resignificación de conceptos matemáticos desde la Socioepistemología, la Práctica Social es primordial, dado que por medio de ella se enuncian epistemologías del conocimiento que contribuyen en la construcción del conocimiento matemático. Esta Resignificación se manifiesta en el Uso del conocimiento, así como en su desarrollo, que norma la práctica social; ambas se oponen al desarrollo conceptual del conocimiento. Los Usos de este conocimiento dependen del contexto, y evolucionan atendiendo a ellos. En este sentido, la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa, permite estudiar los Usos del conocimiento matemático que han ido surgiendo al interior de los contextos socioculturales y así se llega a acceder a los elementos de dialogantes entre la matemática y el quehacer educativo cotidiano. (p. 193)

A si mismo Briceño (2010), citado en Cordero, et al, (2013), establece que “la Resignificación como la función de la práctica social, dado que es lo que norma el conocimiento y proporciona prácticas que evidencian las construcciones de conocimiento matemático en situaciones específicas” (p. 12)

Por otro lado, “Resignificar se entiende como la acción de dar un nuevo sentido a los conceptos complicados de la matemática escolar” (Camacho, 2011, p. 159).

En ese sentido, la investigación pretende llevar a cabo un proceso de Resignificación del objeto matemático permitiendo que el proceso de Enseñanza y Aprendizaje se enriquezca de nuevos constructos que nazcan desde el interior de los contextos de los involucrados en los roles que se toman al interior del aula y por fuera de ella, donde se evidencie el papel que juega el Promedio Aritmético al interior de las Prácticas Sociales como eje fundamental de esta investigación y así poder analizar y realizar la

confrontación entre el a Priori y el a Posteriori como instrumentos investigativo de apoyo a la obtención de resultados.

## **CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO**

Este capítulo proporcionaron elementos de juicios que sustentan desde la teoría de la Socioepistemología el hace de las Prácticas Sociales en el proceso de Enseñanza y Aprendizaje de los objetos matemáticos para tal caso Promedio Aritmético.

Por otro lado, uno de los aspectos que tuvo en cuenta la investigación fue como lograr que los estudiantes le dieran un nuevo significado al objeto matemático mediante la utilización de sus diversos Usos dejando de lado la creencia de que en matemáticas todo está dicho, lo que generó un rastreo de información sobre el surgir de este y cuáles fueron las prácticas que le dieron origen, permitiendo darle una mirada diferente a las dinámicas tradicionales del proceso de Enseñanza y Aprendizaje propuestas en currículos institucionales tan presentes en el discurso matemático escolar. Lo que permitió el enriquecimiento del marco teórico de la fundamentación necesario para soportar la investigación.

# CAPÍTULO 4

DISEÑO METODOLÓGICO

A continuación, se presentan los procesos metodológicos llevados a cabo en el transcurso de la investigación y las situaciones escolares propuestas a los estudiantes para favorecer el surgir nuevas concepciones del Promedio Aritmético. En esta investigación se aborda el objeto matemático noción de Promedio Aritmético, a través del estudio de casos de Stake (2010), con la intención de encontrar respuestas a la pregunta de investigación aquí planteadas: ¿Cómo generar procesos de Resignificación de la noción de Promedio a través de los Usos para el fortalecimiento de los procesos de Enseñanza y Aprendizaje del pensamiento aleatorio y sistemas de datos en estudiantes de 5°?

Según Stake (2010) un estudio de caso es un estudio de la particularidad y de la complejidad de un caso singular para llegar a comprender su actitud en circunstancias concretas. Pues permite conocer el funcionamiento de las partes que lo componen y las relaciones para formar un todo. (p. 11)

En este trabajo se toma a Porta y Silva (2003) que servirá como referente para el análisis de la información.

Con la identificación de en qué medida la forma en que pensamos, argumentamos y razonamos está limitada por la propia sociedad, se pretende no sólo la revisión de nuestras percepciones, sino también una mejor comprensión de la realidad para su posterior transformación.(p. 4)

La teoría de la Socioepistemología dota las prácticas de aula de elementos que surgen del contexto socio-cultural de conocimientos formales y no formales a tal fin que los involucrados en el procesos de enseñanza y aprendizajes puedan hacer Uso de actividades que den cuenta del surgir del objeto matemático enriqueciendo el quehacer educativo y privilegie el surgir de nuevos conocimientos.

Desde una perspectiva analítica escolar, el Promedio Aritmético tradicionalmente, además de que ha sido concebido el proceso matemático algorítmico, donde prima la memoria y la automatización, en su enseñanza y aprendizaje aún persisten ideas primitivas sobre él, que permanecen como fundamento para la formalización de sus significados. Con respecto al diseño de la investigación, el mismo se fundamenta en el principio de la teoría Socioepistemológica de la Resignificación progresiva, que sostiene que “la acción es la base del desarrollo del conocimiento; la acción del sujeto sobre el objeto, de ahí derivan los significados construidos” (Cantoral, Reyes y Montiel, 2014, pág. 102), Con este diseño se logró que a partir de las Situaciones de Aprendizajes relacionadas con el Promedio Aritmético, se realicen los primeros acercamientos a su Resignificación teniendo en cuenta la cotidianidad del estudiante, para efectos de hacer Uso de sus diferentes significados.

A continuación, se hace una descripción del diseño con sus respectivas actividades, con las cuales se dio respuesta a la hipótesis de investigación: La noción de Promedio está presente en la cotidianidad de los estudiantes. Por tanto, su uso en diferentes contextos y el rol que toma en el contexto matemático puede dar herramientas eficaces para su Resignificación y comprensión por parte de los estudiantes. Actividades planteadas a la

luz de las dos Situaciones de Aprendizaje relacionadas en la siguiente fase.

## 4.1 DISEÑO

En este aparte se da cuenta de las evidencias de la hipótesis de investigación, situación que implicó hacer una apuesta tras la implementación de situaciones didácticas que involucran al Promedio Aritmético; se detalla la dinámica establecida con los estudiantes al respecto. Posteriormente, se recurre a aspectos metodológicos para la recolección de datos, como el análisis a Priori, para afrontar lo hipotético, y el análisis a Posteriori, para tratar lo que realmente hicieron los estudiantes, y se cotejan ambos análisis para llegar a una conclusión puntual de la situación de la noción de Promedio Aritmético.

### **LA IMPLEMENTACIÓN DE LA SITUACIÓN DEL PROMEDIO ARITMÉTICO**

La implementación de la situación diseñada consta de tres aspectos: La Actividad de Intervención a las tipologías de los estudiantes y la manera cómo se llevó a cabo la implementación de las actividades didácticas. A continuación se describe cada uno de estos aspectos:

#### 4.1.1 LA ACTIVIDAD DE INTERVENCIÓN DIDÁCTICA.

En la actividad de intervención didáctica, se realizó una secuencia didáctica con los estudiantes de las Instituciones Educativas Armando Luna Roa de Quibdó y “Diego Luis Córdoba Pino” de Medio Atrato, en un lugar apropiado para que los estudiantes entrevistados pudieran ser registrados de manera fílmica y auditiva, mientras se enfrentaban a cada situación; al tiempo que se enfocaba lo plasmado por cada estudiante en una hoja de papel como anotación de cada actividad. Para esto, fue necesario el uso de audio-grabadoras, cámaras fotográficas y videograbadoras, con el fin de registrarlo todo, incluidos las acotaciones, proposiciones, dudas y respuestas derivadas de cada entrevista, con ello, obtener detalles de lo ocurrido para facilitar el análisis de cada Actividad.

#### 4.1.2 LOS ESTUDIANTES

Los participantes de este estudio fueron 20 estudiantes de 5° de la básica primaria de las IE Armando Luna Roa de Quibdó y “Diego Luis Córdoba Pino” de Medio Atrato, con edades entre los 10 a 12 años, que constituyen el 58% de una población de 34 estudiantes. El tipo de muestreo utilizado fue por selección intencionada o muestreo por

conveniencia<sup>5</sup>, dado que era determinante que los participantes se sintieran cómodos y tranquilos al momento de plasmar ideas y razonamientos e interés hacia el tema.

Se utilizó la nomenclatura E.1, E.2, E.3, E.4, E.5, E.6, E.7, E.8, E.9, E.10, E.11, E.12, E.13, E.14, E.15, E.16, E.17, E.18, E.19 y E.20, para designar a los estudiantes participantes. A los estudiantes escogidos para el estudio, padres de familia y directivos docentes, se les informó previamente sobre el proyecto, poniéndolos al tanto de los distintos roles de los investigadores, así como los instrumentos a utilizar para el registro de la información; sus beneficios y riesgos de participar dejando claro la posibilidad de no participar en cualquiera de las actividades propuestas si no lo desean los estudiantes.

### 4.1.3 LA DINÁMICA

A partir del planteamiento de cinco interrogantes distribuidos en tres situaciones se desarrolla el proceso de la siguiente manera:

Se diseñó una entrevista semi-estructurada con tres situaciones asociadas al promedio aritmético para que los estudiantes las resolvieran individualmente. Las situaciones presentadas a los estudiantes usaron diferentes redacciones, pero en consonancia a la conceptualización del objeto de conocimiento, desde las ideas más primitivas en su desarrollo epistemológico. La entrevista inició planteándoles a los participantes situaciones que exigen encontrar el valor del Promedio Aritmético a partir del Uso indicado en cada situación. Las situaciones en mención fueron intencionadas para establecer qué ideas de Promedio Aritmético desde un punto de vista formal estaban presentes en los estudiantes.

Las situaciones estaban asociadas con ideas prehistóricas del Promedio Aritmético y se presentaban desde la más primitiva hasta la menos primitiva: el valor de reparto equitativo, el punto de equilibrio y el valor representativo. Las preguntas adicionales que se hicieron a los estudiantes estuvieron fundamentadas en las respuestas dadas por ellos. Las entrevistas fueron grabadas en video y transcritas palabra por palabra para facilitar su análisis. (Ver anexo 3).

El análisis de la información se llevó a cabo mediante el análisis de contenido según es sugerido por Porta y Silva (2003). Este análisis se configura como una técnica objetiva, sistemática, cualitativa y cuantitativa. Busca medir la frecuencia de aparición de ciertas características de contenido en las respuestas de los participantes en las entrevistas (estrategias, conceptos, definiciones, etc.), trabaja con materiales representativos, marcada por la exhaustividad y con posibilidades de generalización. Los resultados obtenidos pueden ser susceptibles de verificación por otros estudios distintos y se debe dar prioridad a lo cualitativo sobre lo cuantitativo.

---

<sup>5</sup> Muestreo por conveniencia: Permite seleccionar aquellos casos accesibles que acepten ser incluidos. Esto, fundamentado en la conveniente accesibilidad y proximidad de los sujetos para el investigador. (Otzen y Manterola, 2017, p.230)

Para la interpretación de la información, se utilizó el análisis de contenido. Este análisis se establece como una práctica objetiva, sistemática, cualitativa y cuantitativa que pretende establecer la forma como se origina la información y ciertas características de contenido en las respuestas de los entrevistados (estrategias, conceptos, definiciones, etc.), trabaja con recursos representativos. Los resultados obtenidos pueden ser susceptibles de verificación por otros estudios distintos y se debe dar prelación a lo descriptivo sobre la cuantificación.

El análisis realizado que a partir de las respuestas de los estudiantes teniendo en cuenta los interrogantes planteados. Además, se tuvo en cuenta las concepciones de los estudiantes como respuestas a las situaciones planteadas, las cuales fueron sometidas a una rigurosa revisión.

Los planteamientos, fueron realizados desde diversas concepciones teniendo como base el desarrollo histórico, utilizado para examinar el nivel de interpretación y la capacidad para resolver las situaciones propuestas a los estudiantes evitando incurrir en el entrenamiento a los participantes al realizárseles las preguntas. Las siguientes son las tres situaciones incluidas en el instrumento:

**Situación 1 (Balotas)**. El Promedio como reparto justo: Tienes cinco bolsas cada una con diferente cantidad de balotas, que representan cada una el puntaje obtenido por Carmen en cada juego de baloncesto; en una hay veinte balotas, en otra catorce, en otra veintidós, en otra catorce y en otra doce.

### **ACTIVIDAD**

De acuerdo con la cantidad de balotas contenidas en cada bolsa en representación del puntaje obtenido por Carmen en cada uno de los juegos de baloncesto, para usted:

1. ¿Cuál es el puntaje promedio de Carmen en los cinco partidos de baloncesto?
2. ¿Cuál es el valor representativo del puntaje de Carmen en los cinco partidos de baloncesto?
3. ¿Cuál es el valor del reparto justo de puntos en cada uno de los cinco juegos?
4. ¿Cuál es el punto de equilibrio del puntaje total obtenido por Carmen en los cinco juegos?
5. ¿Cuántos deberían ser los puntos obtenidos por Carmen en cada uno de los cinco partidos, si éstos estuvieran repartidas equitativamente?

Con el ánimo de escudriñar sobre la idea de Promedio Aritmético que tienen los estudiantes involucrados en la investigación, esta estableció un proceso indagativo, que partió consultando por la noción de promedio aritmético menos primitiva hasta llegar a la más primitiva. Se procedió de aquella forma porque se consideró que quien llegará a comprender y asimilar mejor la noción de promedio aritmético, tendría más facilidad para resolver el resto de preguntas asociadas al problema, caso contrario, se prevé un rotundo fracaso.

En el desarrollo de la actividad se recurrió al uso de pimpones y bolsas plásticas transparentes, a fin de facilitar su visualización por parte de los participantes. En lo atinente a los pimpones, se escogió un número que favoreciera la situación requerida (15 pimpones y 5 bolsas) ya que por conveniencia se decidió trabajar con cantidades que pudieran ser divididas exactamente, dado que el trabajo con números exactos es menos complejo que con números decimales, sobre todo cuando se trabaja con el concepto de Promedio.

**Situación 2 (Eliminatoria Rusia 2017).** El Promedio como Punto de Equilibrio: En la eliminatoria al mundial de Rusia 2017, se ha elegido 4 equipos (Argentina, Chile, Brasil y Colombia), el promedio de goles es de 3 por partido. Colombia anotó 4 goles, Brasil anotó 3 y Chile anotó 1 gol. ¿Cuántos goles anotó Argentina, para que el reparto equitativo de goles anotados sea 3? Justifica tu respuesta.

### **ACTIVIDAD**

A partir de la situación anterior, para usted:

1. ¿Cuál es el valor típico de goles anotados en la eliminatoria al mundial Rusia 2017?
2. ¿Cuál es el valor representativo de goles anotados por los cuatro equipos elegidos?
3. ¿Cuál es el valor del punto de equilibrio de goles anotados en la eliminatoria al mundial Rusia 2017?
4. ¿Cuál es el valor de reparto justo de goles anotados en la eliminatoria al mundial Rusia 2017?
5. ¿Cuántos deberían ser los goles anotados por la selección Colombia, si éstos estuvieran repartidos equitativamente?

En la situación se tuvo en cuenta las mismas características y normas de la primera situación, donde los estudiantes deben establecer una ruta para llegar a la interpretación de la información contenida en el conjunto de datos. La finalidad de presentar esta situación con características similares a la anterior, fue observar de qué manera los estudiantes llegan a generar interpretaciones y estrategias a fin de solucionar la problemática planteada.

**Situación 3 (variación de datos de un conjunto dado).** El promedio como valor representativo: En esta situación se pretende que el estudiante analice de manera numérica la variación establecida en el conjunto de datos, para determinar su valor representativo.

### **ACTIVIDAD**

En atención al propósito de la situación tres, se les solicita a los estudiantes indicar posturas referente a los siguientes tres interrogantes.

El Papá de Jairo pescó tres doncellas que pesan 3, 4 y 8 libras respectivamente. ¿Cuál es el peso promedio de estas tres Doncellas?

¿Cuál fue el punto de equilibrio del club deportivo Armando Luna Roa, en el inter-colegiado de fútbol de salón realizado en el Municipio de Quibdó; si en la primera ronda ganó 4 partidos, empate 1 y perdió 1; en la segunda ronda partidos ganados, 4 empatados, 4 perdidos; mientras que en la semifinal ganó el partido que le dio paso a la final, coronándose campeón del inter-colegiado municipal de fútbol de salón?

¿En qué otras situaciones de la vida cotidiana, cree usted que se puede usar el promedio?

En esta actividad se espera que el estudiante considere la variación de los datos, para efectos de poder establecer qué tan cercanos o lejanos se hallan los datos con respecto al valor típico o representativo. Esta situación le exige al estudiante realizar acciones que demanden de una repartición equitativa, sumando todos los valores del conjunto de datos y dividiéndolos entre el número total de ellos o distribuyéndolos de manera que tengan el mismo valor cómo lo establece el discurso matemático escolar; pero a su vez el estudiante debe interpretar la situación planteada y hacer uso de todo ese conocimiento del contexto en el cual se lleva a cabo procesos cómo el solicitado y asociarlo al conocimiento formal y sacar conclusiones referente a lo que se le pidió realizar y para qué funcional la información suministrada en la actividad.

Del mismo modo, a las preguntas planteadas se les hizo algunas modificaciones que incluían valores atípicos, para nuevamente aplicárselas a los estudiantes con la intención de más adelante provocar un conflicto cognitivo en ellos, generando movilidad de saberes que los lleve de nuevo a contemplar los valores representativos presentados. A partir del conflicto generado se obtuvo las argumentaciones empleadas por los estudiantes en sus justificaciones sobre el cálculo del valor representativo en cada una de las situaciones planteadas.

## 4.2. ASPECTOS METODOLÓGICOS

Para la elección de la metodología se tomó en cuenta los requerimientos de la situación de investigación desde la teoría Socioepistemología, la cual está determinada por la naturaleza del problema, las preguntas planteadas, las destrezas de los investigadores, el propósito del estudio y los recursos disponibles. Desde la anterior perspectiva, la presente metodología estudia un objeto de conocimiento cómo hecho social que demanda de un estudio cualitativo y el contexto en el que se desea desarrollar la investigación.

Sumado a lo anterior, Cantoral, Reyes y Montiel. (2014) afirman:

La Teoría Socioepistemológica asume que para estudiar fenómenos didácticos ligados a las matemáticas se precisa acudir, y esto nos diferencia de otros enfoques teóricos, a un examen minucioso del saber, a su problematización. No basta entonces con estudiar las relaciones entre profesores, alumnos y conocimiento escolar desatendiendo las múltiples dimensiones del saber, así como tampoco resulta

suficiente con estudiar las restricciones institucionales de tipo pedagógico general descuidando aquellas otras restricciones ligadas específicamente al saber matemático. (p. 97)

En la investigación se describen Prácticas con una observación natural y se controlan variables sin alterar la naturaleza de la población en estudio, dado que se busca comprender los porqués de lo que se hace desde el propio contexto de quien ejerce la acción, tomando como referencia una muestra de la población.

Esta investigación se constituye en la realidad y es de carácter empírico experimental porque la intervención realizada sobre el objeto de estudio, en este caso la noción de Promedio, se basa en los argumentos dados por los estudiantes, los cuales permiten identificar directa o indirectamente otras formas de aprender y enseñar que se desarrollan en la construcción del conocimiento matemático a través de las Prácticas Sociales en distintos escenarios socioculturales.

Esta investigación busca consolidar descubrimientos, procesos, datos reales y cotidianos, donde se asuma una realidad dinámica, a partir del análisis del contexto de la población en estudio.

#### 4.3 RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN

Para recoger información se hizo uso de los siguientes instrumentos: un cuestionario que se le aplicó a 20 estudiantes del 5° de la básica primaria, de dos Instituciones Educativas del departamento del Chocó, el cuestionario además de solicitar encontrar el algoritmo adecuado para la resolución de cada situación, cuestionaba las consideraciones de cada estudiantes respecto al sentido del objeto de conocimiento en su vida cotidiana, del mismo modo se recurrió a la observación y registro de los hechos durante todo el proceso de aplicación del cuestionario, puesto que se contó con la supervisión de los investigadores, quienes tomaron registros escritos, grabaciones y fotografías como soportes del análisis que se hizo posteriormente al momento de realizar el correspondiente análisis de los datos. El tiempo propuesto a la ejecución de esta actividad fue aproximadamente 60 minutos, es decir, una hora.

Para recoger la información se aplicó a los estudiantes de 5° de básica primaria un diseño de situación que contiene varios momentos, así:

- Se entrega un cuestionario que contiene las indicaciones de lo que van a hacer y las preguntas que van a responder.
- Se toman registros a algunos estudiantes con cámaras de video, para efectos de filmar todos los procesos de construcción de los estudiantes.
- Se toman registros de observación de la aplicación de la actividad, en el que se anota

todo lo relacionado con los comportamientos, motivación, ideas, inquietudes y argumentaciones que van saliendo en la actividad y no son registradas por los otros medios de recolección.

- El investigador recorre los puestos de cada estudiante con el fin de recolectar datos.
- Se realizan entrevistas a algunos estudiantes con respecto a los obstáculos y/o hallazgos encontrados una vez terminada cada actividad.

Del mismo modo, se diseña el análisis a Priori e hipotético, que es donde se exhiben las posibles consideraciones que los estudiantes podrían dar como respuestas a las actividades de la secuencia; análisis que posteriormente sería cotejado con el análisis a Posteriori.

A continuación se presenta la secuencia y sus respectivas situaciones problemas en términos de lo que el estudiante sería capaz de hacer.

## **CONCLUSIÓN DEL CAPÍTULO**

La elaboración del diseño metodológico ha permitido especificar el carácter, el tipo de investigación, los escenarios, los actores, los instrumentos y estrategias pertinentes para recoger los datos, necesarios para el análisis e implementación del diseño investigativo que busca Resignificación de la Noción de Promedio Aritmético a través de los Usos en Estudiantes de 5° de la Básica Primaria, mediante las actividades propuestas en la secuencia didáctica, donde todo el proceso metodológico ha sido pensado para que los participantes busquen relaciones entre las Prácticas Sociales, su cotidianidad y las Prácticas de referencia, para que construya su propio conocimiento a través de cada una de las situaciones propuestas.

# CAPÍTULO 5

ANÁLISIS DE DATOS

En esta sección se presenta el análisis de los datos, en donde se consideran dos momentos: el primero es el análisis a priori, y el segundo es el análisis a posteriori, seguidamente se hace una confrontación y una discusión de la información obtenida para luego establecer las conclusiones.

En este capítulo se da cuenta de las evidencias de la hipótesis de investigación. Para ello, se lleva a cabo una puesta en escena que determina la implementación de la situación de lo promediable, se describe la dinámica a establecer con los estudiantes para tal fin. Acto seguido, se acude a aspectos metodológicos, permiten tanto la recolección de datos, como el análisis a priori, es decir, lo que se considera que harán los estudiantes para abordar lo hipotético, y el análisis a posteriori, o sea las respuesta que den los estudiantes a los interrogantes que se les haga para tratar lo realmente hecho por ellos, y así confrontar ambos análisis con el fin de establecer una conclusión puntual sobre el Promedio. De igual manera, se dedica un aparte a la discusión con el objeto de articular, a partir de los planteamientos formulados en el marco teórico, y tomando como base del diseño de la situación, la Socioepistemología; la cual se revisa en torno a las Resignificaciones realizadas por los estudiantes al objeto de conocimiento.

La dinámica de este ejercicio se desarrolla a partir de las fases: noción y análisis a priori, la experimentación y el análisis a posteriori con su respectiva evaluación.

## 5.1 DESCRIPCIÓN A PRIORI DE LA NOCIÓN DE PROMEDIO ARITMÉTICO

A continuación, se relaciona cada una de las situaciones con sus respectivas posibles soluciones de los estudiantes en la dinámica de desarrollo del proceso, el cual tiene por objeto: Reforzar la noción del Promedio Aritmético, a través del diseño de una Unidad Didáctica que contenga diferentes actividades de aprendizaje, partiendo de las experiencias de los estudiantes asociadas con la noción de promedio y su importancia en la solución de diferentes situaciones.

## 5.2 CUESTIONARIO A PRIORI

No	SITUACIONES	LO ESPERADO	LO QUE SE BUSCA
1	Carmen hizo 14, 22, 14, 20 y 12 puntos en 5 juegos de baloncesto. ¿Cuál es el puntaje Promedio de Carmen en estos 5 partidos de baloncesto?	En esta actividad se espera que el estudiante, asimile el concepto de Promedio, como una cantidad ponderada del número de elementos en el número de grupos, en ese orden, primero deberá sumar los puntos hechos en cada juego y luego dividirlo por el número de juegos. Además, una Resignificación de ese Promedio Aritmético en un contexto particular.	Resignificar la noción de Promedio a partir de sus distintos Usos.

2	<p>El Papá de Jairo pescó tres doncellas que pesan 3, 4 y 8 libras respectivamente.</p> <p>¿Cuál es el peso promedio de cada Doncella?</p>	<p>En esta Actividad, se espera que los estudiantes puedan reconocer el Promedio Aritmético como valor de reparto equitativo, para lo cual deberán sumar los diferentes pesos, y distribuir de manera equitativa el valor total obtenido, entre el número de Doncellas, Pescadas por el Papá de Jairo.</p>	<p>Resignificar la noción de Promedio Aritmético, a partir de sus distintos Usos.</p>
3	<p>En la eliminatoria al mundial de Rusia 2017, se ha elegido 4 equipos (Argentina, Chile, Brasil y Colombia), el Promedio de goles es de 3 por partido. Colombia anotó 4 goles, Brasil anotó 3 y Chile anotó 1 gol.</p> <p>¿Cuántos goles anotó Argentina, para que el reparto equitativo de goles anotados sea 3? Justifica tu respuesta.</p>	<p>Se espera que los niños construyan una distribución de datos que tengan un valor medio dado. Llegando a la comprensión de la idea de distribución, como propiedad de un colectivo. Basándose en la inversión del algoritmo de cálculo del Promedio Aritmético, pero sin darle distribución concreta que cumpla la condición impuesta.</p>	<p>Resignificar la noción del Promedio Aritmético a partir de sus distintos Usos.</p>
4	<p>¿Cuál fue el punto de equilibrio del club deportivo Armando Luna Roa, en el inter-colegiado de futbol de salón realizado en el municipio de Quibdó; si en la primera ronda ganó 4 partidos, empató 1 y perdió 1. En la segunda ronda 0 partidos ganados, 4 empatados, 0 perdidos, mientras que en la semifinal ganó el partido que le dio paso a la final, coronándose campeón del inter-colegiado municipal de fútbol de salón?</p>	<p>Al igual que en la actividad anterior, en ésta también el estudiante abordará el concepto de Promedio, como una cantidad ponderada del número de elementos en el número de grupos. Con la diferencia que el estudiante deberá tener suficiente claridad conceptual en lo atinente a la concepción epistemológica del Promedio como punto de equilibrio, o como valor típico, de manera que pueda identificar entre las dos concepciones, la que se ajuste más a la resolución adecuada de la situación problemática: que será la que permita encontrar el valor representativo del conjunto de datos dados, a través de la suma de todos sus valores, dividida por el número de ellos.</p>	<p>Resignificar la noción del Promedio Aritmético a partir de sus distintos Usos.</p>
5	<p>¿Además de las situaciones planteadas en qué otras cree usted, que se puede usar el promedio en la</p>	<p>-Para crear el concepto de uniformidad en un grupo disperso de datos.</p> <p>-Para extraer un único valor que puede representar a un conjunto de números en una lista de datos.</p>	

	vida cotidiana?	-Para resumir un conjunto de datos. -Para comparar un grupo de datos con otro.	
--	-----------------	---	--

A continuación en el análisis a Posteriori se hace una descripción del proceso de ejecución de cada una de las situaciones afrontadas por los estudiantes para efectos de darles solución desde la óptica de cada uno de ellos, y a partir de su experiencia cotidiana y conocimientos escolares, a fin de expresar lo que realmente hicieron para responder los interrogantes planteados.

### 5.3 ANÁLISIS A POSTERIORI

Esta investigación parte de situaciones propias del contexto sociocultural de los estudiantes como fundamento del proceso de enseñanza aprendizaje del objeto matemático: Promedio Aritmético, a partir de sus Usos desde la cotidianidad.

En la práctica escolar se evidencia que el cálculo del Promedio se presenta a partir de la noción que el estudiante pueda tener del concepto, dado sus distintos significados y aplicaciones; pues por ejemplo, al utilizar el término “valor representativo”, los estudiantes por lo general asocian su respuesta con valores que no caracterizan al conjunto de datos; peor aun cuando se les indaga por el punto de equilibrio, muy poco lo asocian con reparto equitativo, valor representativo o valor típico. Es decir, la dificultad de los estudiantes para identificar y aplicar los diferentes significados del concepto Promedio ha sido una constante generalizada que les limita el proceso de Resignificación del mismo.

Lo anterior establece que las concepciones de Promedio Aritmético que aportan los estudiantes no presentan bases sólidas al preguntárseles por “valor Promedio”, “punto de equilibrio”, “valor típico o valor representativo”, ya que los entienden como valores que generados de distinta forma.

El análisis a Posteriori se dividió en dos momentos, así:

**Momento I. Registra los resultados de lo que realmente hicieron los estudiantes, para confrontarlos con el análisis a Priori.**

**Momento II o de refuerzo para superar las limitaciones que se puedan detectar en el momento anterior.**

**En el Momento I**, se le propone al estudiante que calcule el Promedio en las tres situaciones planteadas, para ver cómo lo aplica y como lo explica, mientras que en el

**Momento II**, se brindó la posibilidad de que los estudiantes hicieran inferencias, conjeturas y tomaran decisiones a partir de su noción de Promedio Aritmético.

A continuación se hace la descripción en primera medida, se establece que nociones son las que tienen mayor arraigo según el análisis realizado a las entrevista y las respuestas dadas a las situaciones, a la luz de las premisas y argumentos de los estudiantes que dieron lugar a su conflicto cognitivo. Después, se estableció la forma como los participantes en la investigación dan respuesta a cada situación planteada.

### 5.3.1 MOMENTO I

**Situación 1 (Balotas)**. El Promedio como reparto justo.

En esta sección se presenta tanto los significados como las soluciones de los estudiantes a las preguntas en las que se les solicitó explícitamente encontrar el Promedio Aritmético de un conjunto de datos.

**El resultado de una suma.** Uno de los significados asignado por los participantes al término Promedio, fue concebirlo como *el resultado de una suma*. Es decir, los estudiantes suman las cantidades registradas en la situación planteada. Esta situación se presentó con varios estudiantes.

Por ejemplo, en la situación de las balotas que ilustra el puntaje promedio de Carmen en cinco juegos de baloncesto (Situación 1) el estudiante E.20 asoció el promedio con la cantidad total de balotas que había en la situación planteada. Sucedió igual con los estudiantes: E.18, E.15, E.14, E.13, E.11, E.8, E.7, E.3, E.1 quienes procedieron de igual manera, al sumar la cantidad de balotas de cada bolsa para hallar el valor de 82. (Ver figura 7)

E-14

## Cuestionario

Lee cuidadosamente y responde las siguientes preguntas

1. El Papá de Jairo pescó tres doncellas que pesan 3, 4 y 8 libras respectivamente. ¿Cuál es el peso promedio de cada doncella?
2. Carmen hizo 14, 22, 14, 20 y 12 puntos en 5 juegos de baloncesto.  
¿Qué representa para ti el promedio de su puntaje en estos 5 partidos de baloncesto?
3. ¿Cuál fue el punto de equilibrio del club deportivo Armando Luna Roa, en el intercolegiado de fútbol de salón realizado en el municipio de Quibdó; si en la primera ronda ganó 4 partidos, empató 1 y perdió 1; en la segunda ronda 0 partidos ganados, 4 empatados, 0 ganados; mientras que en la semifinal ganó el partido que le dio paso a la final, coronándose campeón del intercolegiado municipal de fútbol de salón?
4. En la eliminatoria al mundial de Rusia 2017, se ha elegido 4 equipos (Argentina, Chile, Brasil y Colombia). Colombia anotó 4 goles, Brasil anotó 3 y Chile anotó 1 gol. Si el reparto equitativo de goles es 3, para cada uno de los cuatro equipos ¿Cuántos goles anotó Argentina? Justifica tu respuesta.
5. ¿En qué otras situaciones cree usted, que se puede usar el promedio en la vida cotidiana?

## DESARROLLO

1. <sup>don</sup> Respuesta: Pesaron 15 libras por que 7 musa son 15 libras

2. Respuesta: y son 0 de punto de la 1000000

3. Respuesta: Colombia 50 3 goles Brasil 3 goles Chile 1 gol  
Argentina 3 goles

4. Respuesta: el punto que lo tiene en el equilibrio es 0,4

5. Respuesta:

### Trascripción a la Entrevista Realizada

Entrevistador: (El entrevistador hace entrega de las bolsas una por una al estudiante E.20 al tiempo que menciona la cantidad de balotas dentro de cada bolsa).  
Entrevistador, si yo le preguntara; ¿Cuál es el puntaje Promedio de Carmen en los cinco partidos de baloncesto? ¿Qué me respondería?

Estudiante E.20: *El puntaje Promedio de Carmen en los cinco partidos de baloncesto es 82.*

Entrevistador: *¿Por qué crees que es Ochenta y dos?*

Estudiante E.20: *Porque veinte más catorce, treinta y cuatro; más veintidós, cincuenta y seis más catorce, setenta, más doce, ochenta y dos.*

Este dato indica que E.20 sumó la cantidad de balotas de las bolsas para encontrar el Promedio. Acción que permite establecer que uno de los significados del Promedio expuesto es el Promedio como el resultado de una suma. Esta acción explica además que el concepto de Promedio, como cantidad ponderada del número de elementos de grupos, aún no está desarrollado en algunos estudiantes, por tanto es necesario continuar con la indagación fundamentada en ideas mucho más básicas del Promedio Aritmético.

Al comparar estos resultados con los de Mochón y Tlachy (2003), queda demostrado que los participantes de este estudio también utilizan formulas falsas al resolver situaciones relacionadas con el concepto de Promedio Aritmético. Como se presenta en este caso, donde solo se suma o simplemente la noción de Promedio se limita al resultado de una suma.

### **El Promedio como Valor Cercano a la Mitad.**

Este significado relaciona el Promedio con una cantidad cercana a la mitad. Esta concepción es una postura epistemológica del Promedio como punto de equilibrio. En este caso, el contexto del problema contribuyó a llevar a pensar al estudiante en un dato que se acerca a la mitad de la suma total de los valores. Resultado que se ilustra con un aparte de la entrevista aplicada al estudiante E.6 solucionando en desarrollo de la situación con las balotas.

Entrevistador: *¿Cuál es el puntaje Promedio de Carmen en los cinco partidos de baloncesto?*

Estudiante E.6: *Cuarenta.*

Entrevistador: *¿Por qué considera que es cuarenta?*

Estudiante E.6: *Porque se trata del Promedio.*

Entrevistador: *¿Qué entiende por Promedio?*

Estudiante E.6: *Algo así como más o menos la mitad.*

Entrevistador: *¿De qué mitad habla?*

Estudiante E.6: *De la mitad de la suma de todo.*

Como se puede percibir en el anterior registro escrito de la transcripción de la entrevista el Estudiante E.6 sumó la cantidad total de las balotas para obtener 82 puntos y luego calculó la mitad de esta cantidad. Como esta mitad no era un número par, el Estudiante E.6 aproximó el valor al anterior número par obteniendo, cuarenta. Dando lugar así al

significado de Promedio como una cantidad cercana a la mitad. Aunque también pudo ser que la respuesta del estudiante E.6 pudo estar sesgada al sentido de la palabra Promedio que sugiere mitad.

A partir de las respuestas dadas por los estudiantes a esta primera pregunta, en la que se usó la palabra Promedio, pone de manifiesto los múltiples significados que los estudiantes le dan a este objeto matemático, situación que pone en evidencia que los estudiantes asignan al promedio significados que no están relacionados directamente con su definición formal de Promedio Aritmético, pero que a pesar de todo, guardan relación con ideas epistemológicas precursoras del concepto, como el punto de equilibrio.

“Promedio de puntaje de partidos jugados por Carmen”, en esta situación hubo estudiantes que ni siquiera vieron la conveniencia de tener un algoritmo para hacer el cálculo del Promedio solicitado, y simplemente relacionaron los valores sin ni siquiera saber que hacer; otros solo sumaron las cantidades y no las dividieron por el número de ellas; en definitiva, ninguno pudo resolver esta situación

### **Situación 2 (Eliminatoria Rusia 2017). El Promedio como punto de equilibrio**

En la eliminatoria al mundial de Rusia 2017, se ha elegido 4 equipos (Argentina, Chile, Brasil y Colombia), el Promedio de goles es de 3 por partido. Colombia anotó 4 goles, Brasil anotó 3 y Chile anotó 1 gol. ¿Cuántos goles anotó Argentina, para que el reparto equitativo de goles anotados sea 3? Justifica tu respuesta. (ver figura 8 y 9)

E-14

Cuestionario

Lee cuidadosamente y responde las siguientes preguntas

1. El Papá de Jairo pescó tres doncellas que pesan 3, 4 y 8 libras respectivamente. ¿Cuál es el peso promedio de cada doncella?
2. Carmen hizo 14, 22, 14, 20 y 12 puntos en 5 juegos de baloncesto. ¿Qué representa para ti el promedio de su puntaje en estos 5 partidos de baloncesto?
3. ¿Cuál fue el punto de equilibrio del club deportivo Armando Luna Roa, en el intercolegiado de fútbol de salón realizado en el municipio de Quibdó; si en la primera ronda ganó 4 partidos, empató 1 y perdió 1; en la segunda ronda 0 partidos ganados, 4 empatados, 0 ganados; mientras que en la semifinal ganó el partido que le dio paso a la final, coronándose campeón del intercolegiado municipal de fútbol de salón?
4. En la eliminatoria al mundial de Rusia 2017, se ha elegido 4 equipos (Argentina, Chile, Brasil y Colombia). Colombia anotó 4 goles, Brasil anotó 3 y Chile anotó 1 gol. Si el reparto equitativo de goles es 3, para cada uno de los cuatro equipos ¿Cuántos goles anotó Argentina? Justifica tu respuesta.
5. ¿En qué otras situaciones cree usted, que se puede usar el promedio en la vida cotidiana?

DESARROLLO

- 1 <sup>don</sup> Respuesta] peso 15 libra por que 7 mus 8 con 15 11 620
- 2 Respuesta] y so 0 82 punto de la 101 820
- 3 Respuesta] Colombia 5 3 Gdes 8 2 3 Gdes Chile 1 2 3 Gde Argentina 3 Gdes
- 4 Respuesta] el punto que lo tiene en el equilibrio es 0/4
- 5 Respuesta]

Samira  
moya  
mosquera E-3  
Cuestionario

Lee cuidadosamente y responde las siguientes preguntas

1. El Papá de Jairo pescó tres doncellas que pesan 3, 4 y 8 libras respectivamente. ¿Cuál es el peso promedio de cada doncella?
2. Carmen hizo 14, 22, 14, 20 y 12 puntos en 5 juegos de baloncesto. ¿Qué representa para ti el promedio de su puntaje en estos 5 partidos de baloncesto?
3. ¿Cuál fue el punto de equilibrio del club deportivo Armando Luna Roa, en el intercolegiado de fútbol de salón realizado en el municipio de Quibdó; si en la primera ronda ganó 4 partidos, empató 1 y perdió 1; en la segunda ronda 0 partidos ganados, 4 empatados, 0 ganados; mientras que en la semifinal ganó el partido que le dio paso a la final, coronándose campeón del intercolegiado municipal de fútbol de salón?
4. En la eliminatoria al mundial de Rusia 2017, se ha elegido 4 equipos (Argentina, Chile, Brasil y Colombia). Colombia anotó 4 goles, Brasil anotó 3 y Chile anotó 1 gol. Si el reparto equitativo de goles es 3, para cada uno de los cuatro equipos ¿Cuántos goles anotó Argentina? Justifica tu respuesta.
5. ¿En qué otras situaciones cree usted, que se puede usar el promedio en la vida cotidiana?

DESARROLLO

1 El peso de las doncellas 15 Libras por el promedio de cada doncellas de las que pescó el Papa de Jairo

2 El promedio del puntaje que hizo Carmen fue el siguiente Carmen = 82  
Porque Carmen es una buena jugadora

3 El colegio Armando Luna Roa el total 150 = 97 gol

4 Argentina en el mundial Rusia 2017 Anoto = 3

## ACTIVIDAD

A partir de la situación anterior, para usted:

1. ¿Cuál es el valor típico de goles anotados en la eliminatoria al mundial Rusia 2017?
2. ¿Cuál es el valor representativo de goles anotados por los cuatro equipos elegidos?
3. ¿Cuál es el valor del punto de equilibrio de goles anotados en la eliminatoria al mundial Rusia 2017?
4. ¿Cuál es el valor de reparto justo de goles anotados en la eliminatoria al mundial Rusia 2017?
5. ¿Cuántos deberían ser los goles anotados por la selección Colombia, si éstos estuvieran repartidos equitativamente?

¿Cuántos goles anotó Argentina?), en esta situación se indaga por el reparto equitativo, y que con su explicación demuestre que asimila el concepto como una clara expresión del Promedio. Con ocasión a la resolución de esta situación, además de no haber logrado el algoritmo, los resultados de la gran mayoría demostraron que aún no son conscientes del significado de reparto equitativo.

**Situación 3** (variación de los datos de un conjunto dado). El Promedio como valor representativo: En esta situación se pretende que el estudiante analice de manera numérica la variación de los datos de un conjunto dado, para determinar su valor representativo.

## ACTIVIDAD

En atención al propósito de la situación tres, se les solicita a los estudiantes dar respuesta a las siguientes tres interrogantes.

El Papá de Jairo pescó tres doncellas que pesan 3, 4 y 8 libras respectivamente. ¿Cuál es el peso Promedio de estas tres Doncellas?

En el proceso de aplicación de la secuencia didáctica, en primera medida; se entregó a cada estudiante una hoja de preguntas, se dieron orientaciones que indicaban la forma en que se trabajarían las situaciones problémicas planteadas (la cual se dio de forma individual y siguiendo la secuencia de los mismos). Acto seguido, se dictan instrucciones para dar comienzo al desarrollo de la actividad 1. “El peso Promedio de tres Doncellas”

Este momento fue aprovechado para aclarar dudas sobre la situación planteada, es decir, indicarle al estudiante que cada Doncella tiene su peso particular, pero que se debe calcular a partir del peso de cada una de ellas, el valor Promedio representativo del peso de las tres Doncellas, para lo que tendrá que aplicar sus conocimientos en operaciones básicas de las Matemáticas.

Al momento de la resolución del peso Promedio de tres Doncellas, los estudiantes recurrieron a distintos procedimientos, así: algunos al valor del peso de cada Doncella le

sacaron mitad, lo que les impidió hallar el valor representativo del peso Promedio en referencia. Otros, sumaron los valores representativos del peso de cada Doncella, y el resultado final de dicha suma lo dieron como el peso Promedio del total de Doncellas; y hubo quienes sumaron los tres valores y lo dividieron entre dos; también quienes pudieron establecer que el peso de las Doncellas es diferente; mientras que solo cuatro estudiantes emplearon correctamente el algoritmo indicado (sumaron los tres valores y lo dividieron entre tres).

¿Cuál fue el punto de equilibrio del club deportivo Armando Luna Roa, en el inter-colegiado de fútbol de salón realizado en el Municipio de Quibdó; si en la primera ronda ganó 4 partidos, empate 1 y perdió 1; en la segunda ronda 4 partidos empatados, 0 perdidos; mientras que en la semifinal ganó el partido que le dio paso a la final, coronándose campeón del inter-colegiado municipal de fútbol de salón?

En la actividad 3 (Punto de equilibrio del Club deportivo “Armando Luna Roa”), dadas las diferentes formas en las cuales estos estudiantes presentaron el algoritmo para el cálculo del Promedio, a pesar de no haber llegado a la respuesta correcta, muestran rasgos del Promedio Aritmético.

Ninguno de los estudiantes pudo establecer por sí mismo el algoritmo para Calcular el punto de equilibrio solicitado, excepto un alumno que sumó los resultados de las cuatro rondas y las dividió entre el total de éstas. Pero no concluyó que el punto de equilibrio y el Promedio eran lo mismo. El algoritmo requerido para la solución de la presente situación es el intermedio entre el algoritmo del Promedio Aritmético y el Promedio Aritmético ponderado.

Este nuevo escenario confundió a los alumnos, ya que en ambos casos (quien logró establecer el algoritmo como los que no) ante la pregunta ¿Cuál es el Punto de equilibrio del Club deportivo “Armando Luna Roa”?, su razonamiento los llevo a trabajar con la variable equivocada (goles anotados), dejando de lado la información proporcionada números de partidos ganado. Los alumnos preguntaron cómo se encuentra este punto de equilibrio, ya que según ellos, en éste caso no existía un algoritmo que resolviera esta situación de manera exacta.

¿En qué otras situaciones de la vida cotidiana, cree usted que se puede usar el Promedio?

“Situaciones de Uso del Promedio en la vida cotidiana”, al indagar a los estudiantes sobre otros tipos de situaciones en las que se aplique el Promedio en la vida cotidiana, sus respuestas estuvieron dirigidas a las transacciones comerciales.

Algo que es de llamar la atención es que todos los estudiantes hicieron los cálculos por separado para cada puntuación, resultados que al final, en su gran mayoría fueron sumando para obtener el puntaje Promedio, ningún alumno generó el algoritmo general con el cual calcular dicho Promedio. Cabe destacar que ninguno obtuvo el 16,4 esperado.

### 5.3.2 MOMENTO II

En ésta etapa, la parte más importante de la secuencia didáctica (pues en ella se pone a prueba la eficacia o fracaso de ésta al enfrentar nuevamente a los estudiantes al cálculo del promedio, a partir de las situaciones trabajadas en la primera etapa. se tuvo que los alumnos pudieron detectar una vez analizados los ejemplos anteriores, la relación que existía entre las variables y sus respectivos valores, de tal forma que al calcular nuevamente el promedio pudieron fácilmente establecer el algoritmo correcto para dicho cálculo, superando de esta manera todos los obstáculos registrados en la aplicación de la primera etapa. Es así como quedaron superadas las dificultades registradas en las situaciones uno y dos. (ver figura 10)

E-9

Cuestionario

Lee cuidadosamente y responde las siguientes preguntas

1. El Papá de Jairo pescó tres doncellas que pesan 3, 4 y 8 libras respectivamente. ¿Cuál es el peso promedio de cada doncella?
2. Carmen hizo 14, 22, 14, 20 y 12 puntos en 5 juegos de baloncesto. ¿Qué representa para ti el promedio de su puntaje en estos 5 partidos de baloncesto?
3. ¿Cuál fue el punto de equilibrio del club deportivo Armando Luna Roa, en el intercolegiado de fútbol de salón realizado en el municipio de Quibdó: si en la primera ronda ganó 4 partidos, empató 1 y perdió 1; en la segunda ronda 0 partidos ganados, 4 empatados, 0 ganados; mientras que en la semifinal ganó el partido que le dio paso a la final, coronándose campeón del intercolegiado municipal de fútbol de salón?
4. En la eliminatoria al mundial de Rusia 2017, se ha elegido 4 equipos (Argentina, Chile, Brasil y Colombia). Colombia anotó 4 goles, Brasil anotó 3 y Chile anotó 1 gol. Si el reparto equitativo de goles es 3, para cada uno de los cuatro equipos ¿Cuántos goles anotó Argentina? Justifica tu respuesta.
5. ¿En qué otras situaciones cree usted, que se puede usar el promedio en la vida cotidiana?

1) R = el peso promedio de cada doncella es 5

DESARROLLO

$$\begin{array}{r} 8 \\ + 4 \\ \hline 12 \\ + 3 \\ \hline 15 \end{array} \quad \begin{array}{r} 15 \overline{) 15} \\ \underline{10} \\ 5 \end{array}$$

2) R = el promedio de su puntaje de baloncesto 16

$$\begin{array}{r} 22 \\ 20 \\ 14 \\ 14 \\ 12 \\ \hline 82 \end{array} \quad \begin{array}{r} 82 \overline{) 1312} \\ \underline{64} \\ 672 \\ \underline{528} \\ 144 \\ \underline{144} \\ 0 \end{array}$$

3) R = coronándose como campeón 2

4) R = Argentina anotó 2 goles

$$\begin{array}{r} 4 \\ 3 \\ \hline 7 \end{array} \quad \begin{array}{r} 14 \overline{) 28} \\ \underline{14} \\ 14 \\ \underline{14} \\ 0 \end{array}$$

5) R = se puede usar para no los roben el la tienda o tener una vida mejor

Por otra parte aunque los alumnos por unanimidad para todas las situaciones establecieron el algoritmo correcto, para el cálculo del punto de equilibrio, mostraron cierta desconfianza, pues al establecer la forma general, ésta expresión les causó conflicto, puesto que no la reconocían como un Promedio, aunque aceptaron que el valor obtenido de esta forma si correspondía con el punto de equilibrio encontrado.

En algunos de los resultados de las actividades exploratorias hechas con anterioridad, se observó que los participantes acertaban en las respuestas dadas a los problemas en los que se utilizaba la palabra promedio, y al momento de pedirles una explicación se apoyaban en el procedimiento de los problemas predecesores, en los que se utilizaban los términos valor típico, valor representativo, punto de equilibrio o valor reparto equitativo.

En esta instancia

NÚMERO	CASOS	ESTUDIANTES POR CASO
1	El promedio como resultado del total de la suma de los valores de un conjunto de datos, dividida por el número de ellos.	E.2, E.4, E.5, E.9, E.10, E.12
2	Promedio como el resultado de una suma.	E.20, E.18, E.15, E.14, E.13, E.11, E.8, E.7, E.3, E.1
3	El promedio como cantidad mayor de un conjunto de datos.	E.17, E.19
4	El promedio como una cantidad cercana a la mitad.	E.6

## CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO

La aplicación de la Secuencia Didáctica permitió evidenciar la forma como los estudiantes al verse enfrentados a diversos obstáculos buscan la manera de solucionarlos poniendo en práctica el conocimiento cultural que poseen del objeto matemático, lo que permitió que ellos integran el conocimiento formal y el no formal en cada una de las actividades propuestas y así poder darle sentido a lo que se les pidió realizar.

Por otro parte, la investigación dejó ver que el Promedio Aritmético es uno de los contenidos matemáticos más complejos para su comprensión, esto se evidencia en que la mayoría de los estudiantes objetos de investigación no lograron Resignificarlo, seguramente al momento de enfrentarse a las situaciones planteadas no lograron encontrarle significado al objeto de estudio a través de las actividades puestas en marchas, lo que deja abierta la investigación a futuros estudios del porque se presentó esta situación. Por consiguiente, a través de la Secuencia Didáctica se propone la construcción de significado a los estudiantes para cambiarle el carácter que tienen las matemáticas de dar significaciones inamovibles. A este grupo en particular se les debe permitir aprender a un ritmo diferente que les posibilite la vinculación social del objeto matemático; lo que será tema de otra investigación

# CAPÍTULO 6

## CONCLUSIONES

## CONCLUSIONES

### 6.1 EN RELACIÓN CON LA PREGUNTA PROBLEMATIZADORA

La Pregunta que nos planteamos en este trabajo en la cual se desarrolló la investigación fue ¿Cómo Generar procesos de Resignificación de la noción de Promedio Aritmético a través de Usos, para el fortalecimiento de los procesos de enseñanza y aprendizaje del pensamiento aleatorio y sistema de datos en estudiantes de 5°? Alrededor de ella, se pudo observar que solo mediante la implementación de actividades, en el proceso de enseñanza y aprendizaje donde el estudiante pueda relacionar conocimiento propio de su cultura con el conocimiento formal o científico que es el impartido al interior de las aulas de clases, solo mediante esta integración de saberes se realiza la construcción del nuevo conocimiento de Promedio Aritmético proceso que llamamos Resignificación.

### 6.2 EN RELACIÓN CON EL OBJETIVO GENERAL

El objetivo planteado fue Resignificar la noción de Promedio Aritmético mediante el diseño e implementación de una Unidad Didáctica fundamentada en la Socioepistemología que centre las actividades en los Usos del objeto matemático. Fue así, que mediante la búsqueda de las actividades que dieron origen al objeto de investigación se pudo establecer que el contexto socio-cultural es fundamental en el hacer del objeto matemático, es decir, las actividades cotidianas brindan al quehacer educativo de un sin número de estrategias que pueden ser llevadas al aula con miras a enriquecer el proceso de enseñanza y aprendizaje que propicien la Resignificación de la noción de Promedio.

### 6.3 EN RELACIÓN CON LOS OBJETIVOS ESPECIFICOS

Uno de los objetivos planteados fue identificar los saberes que tienen los estudiantes sobre la noción de Promedio, para ello, se realizó un diagnóstico mediante la aplicación de un cuestionario donde se involucran situaciones del cotidiano a fin de identificar que tanta apropiación tienen los estudiantes referentes al objeto de estudio, en este caso Promedio Aritmético. Los resultados nos llevan a concluir que los estudiante ignoran en un principio información que puede llevarlos a resolver la situación; lo que probablemente sea una de las causas por la cual en el proceso de enseñanza y aprendizaje, el Promedio es una de las nociones que presenta dificultades a la hora de ser evaluado.

En cuanto al objetivo Diseñar e implementar una Unidad Didáctica apoyada en la teoría de la Socioepistemología, se pudo establecer que actividades propias del contexto del

estudiante pueden ser adaptadas a las prácticas de aula con el fin de enriquecerlas y así contribuir con el proceso de apropiación del Promedio Aritmético.

Por último, al evaluar los procesos de análisis de la información se pudo establecer que no fue fácil esto, debido a que los estudiantes participantes del proceso de investigación fueron estudiantes muy heterogéneos; algunos hicieron una relación de los procesos formativos propios del aula de clases con las actividades que realizan habitualmente en su contexto y otros no, lo que generó que la Resignificación del Promedio sólo fuera realizada mediante la integración del razonamiento de lo que se pide hacer y lo que se hace en el contexto socio-cultural.

## 6.4 EN RELACIÓN CON EL RASTREO HISTÓRICO-EPISTEMOLÓGICO

El rastreo nos permitió darnos cuenta que, las prácticas que dieron origen al objeto matemático guardan relación con la transversalidad de las diferentes disciplinas, fue así como el censo, reparto de tierra, la producción agrícola, el trueque, entre otros fueron actividades que requirieron hacer Uso del Promedio para darle solución al problema del momento de Reparto, Partición y Repartición de las tierras, productos y sus intercambios. Al verificar toda esta información la investigación abordada sobre el Promedio Aritmético selecciona algunas de estas actividades y las adapta al contexto actual, ya que algunas de ellas han sufrido cambios debido al avance de las ciencias, ciencias que de una u otra forma contribuyen al fortalecimiento de los objetos matemáticos. Es por ello, que haber realizado dicho rastreo nos permitió conocer bajo qué parámetros el hombre hizo Uso del Promedio Aritmético.

## 6.5 EN RELACIÓN AL MARCO TEÓRICO

La teoría en la cual se sustenta esta investigación es la Socioepistemología, teoría que permite hacer Uso de las Prácticas Sociales como elementos propios del quehacer educativo; dicha teoría en la cual se afirma que el mayor conflicto en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas esta presente en los aspectos didácticos, ya que la matemática escolar tiene por creencia que los objetos matemáticos en su concepción son inamovibles (acabados), lo que no permite adaptarlo ni reestructurarlos. Asimismo el sistema educativo centra su atención en los objetos matemáticos y los concibe como entes abstractos. De allí, que la investigación propone una nueva concepción de lo que es enseñar, mediante actividades didácticas a través de situaciones donde se haga Uso del contexto sociocultural del estudiante y de todo ese saber propio de los actores involucrados, ya que cada individuo es matemáticamente competente y esta en la capacidad de construir nuevos saber.

## 6.6 EN RELACIÓN CON LA UNIDAD DIDÁCTICA

Se puede establecer que la Unidad Didáctica apoyada en la Socioepistemología, permite la implementación y adaptación de Prácticas Sociales a los procesos de enseñanza y aprendizaje como mecanismos que busca enriquecer al sistema educativo, ya que a través de estas el estudiante le encuentra sentido a lo que aprende en las instituciones educativas y lo pone en práctica en su vida social.

## 6.7 EN RELACIÓN CON LA PROYECCIÓN Y EL APOORTE A LA INSTITUCIÓN

Este proyecto brinda a las Instituciones Educativas Armando Luna Roa de Quibdó y Diegó Luís Córdoba Pino de Beté de un material educativo pensado, para que la población estudiantil pueda mediante los Usos del Promedio Aritmético, lograr la Resignificación de este objeto matemático. Además, cada situación fue planeada haciendo Uso de un sin número de argumentos propios de las Prácticas Sociales que dieron origen al objeto, esto con el fin de que el estudiante enriquezca el proceso de aprendizaje y logre transformarlo a través del empoderamiento del proceso formativo, proyectándolo a su comunidad.

Por consiguiente, al abordar investigaciones centradas en el proceso de enseñanza y aprendizaje del Promedio Aritmético en Colombia y otros países, y al ser objeto de las problemáticas que al respecto se vienen presentando, obligan a replantear de una u otra forma la manera como la escuela concibe las matemáticas, donde el conocimiento es cercenado de forma consciente o inconsciente no permitiéndole a los estudiantes ser los protagonistas de su proceso de formación, ni se les permite explorar soluciones a las problemáticas que causa la inmersión en el currículo de la escuela.

Al realizar un análisis de los resultados obtenidos a raíz de la intervención, deja ver como el pensamiento aleatorio y sistemas de datos donde por disposiciones legales se ubica el objeto matemático es relegado a los últimos meses del año lo que no permite ser abordado con la importancia necesaria para su comprensión, las Prácticas descontextualizadas que no permiten a los estudiantes que afloran una serie de argumentos necesarios y relevantes para la comprensión de la noción de Promedio Aritmético genera un divorcio entre la escuela y los contextos de los estudiantes.

Por otro lado, el haber realizado un rastreo para establecer el histórico- epistemológico del Promedio Aritmético, permitió enriquecer la secuencia didáctica de actividades propias del contexto de los estudiantes, integrándolo al conocimiento escolar junto con el del cotidiano. Es así, como a partir de la Socioepistemología del Promedio Aritmético fundamentada en el contexto sociocultural y los diversos sentidos que se le puede asignar a este objeto matemático en la cotidianidad, se logró que los estudiantes a través de los Usos dieran cuenta de la Resignificación de Promedio Aritmético, así como argumentar en los distintos contextos donde cobra vigencia.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Araujo, A., Martínez, L., & Flores, P. (2014). *Historia de la estadística y la probabilidad*. Ciudad Bolívar: Universidad Pedagógica Experimental Libertador.

Bakker, A. The Early History of Average Values and Implications for Education. *Journal of Statistics Education* [en línea]. March 2003, Number 1 [Fecha de consulta: 18 de noviembre de 2016]. Disponible en:

Bakker, A. y Gravemeijer, K. (2006). An historical phenomenology of mean and Median. *Educational Studies in Mathematics*, 62(1), 149-168.

Batanero, C., Godino, J. Green, D. Holmes, P. y Vallecillos, A. (1994). Errors and difficulties in understanding statistical concepts. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 25(4), 527-547. (PDF) *Manejo de la información*. Available from: [https://www.researchgate.net/publication/282281531\\_Manejo\\_de\\_la\\_informacion](https://www.researchgate.net/publication/282281531_Manejo_de_la_informacion)

Batanero, C. (2000). Significado y comprensión de las medidas de posición central. *UNO*, 25, 41-58.

Batanero, C. (2001). batanero@ugr.es. (U. d. Granada, Editor) Obtenido de <http://www.ugr.es/local/batanero>

Briceño E. y Cordero F. (2013). Un Estudio del Uso de la Tecnología Escolar en Situaciones de Modelación del Movimiento. En O. Covian, Y. Chávez, J. López, M. Méndez, A. Oktaç (Eds.). *Memorias del Primer Coloquio de Doctorado*. México: Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, Cinvestav.

Buendía, G. (2012). El Uso de las Gráficas Cartesianas. Un Estudio con Profesores. *Educación Matemática*, 24, 1-31.

Camacho, A. (2011). *Socioepistemología y Prácticas Sociales Hacia una Enseñanza del Cálculo Diferencial*. Recuperado de: [www.scielo.org.mx/pdf/ries/v2n3a8.pdf](http://www.scielo.org.mx/pdf/ries/v2n3a8.pdf)

Cantoral, R. (2013). Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre Construcción social del Conocimiento. México: Editorial Gedisa.

Cantoral, R., Reyes, D. y Montiel, G. (2014). Socioepistemología, Matemática y Realidad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 91-116.

Cantoral, R. Montiel, G. y Reyes-Gasperini, D. (2015). EL Programa Socioepistemológico de Investigación en Matemática Educativa: El Caso De Latinoamérica Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, vol. 18, núm. 1. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa Distrito Federal, Organismo Internacional

Cordero, F. (2008). El Uso de las Gráficas en el Discurso del Cálculo Escolar. Una Visión Socioepistemológica. In Cantoral, R. Covián, O. Farfán, R. Lezama, J. y Romo, A. (Orgs.), Investigaciones sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas: Un Reporte Iberoamericano México: Díaz de Santos–Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. A. C, p. 120-286.

Cordero, F. Cen, C y Suarez, L. (2010). Resignificación se manifiesta en el Uso del conocimiento, así como en su desarrollo, que norma la práctica social; ambas se oponen al desarrollo conceptual del conocimiento. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, vol. 13, núm. 2, pp. 187-214.

Chan, C (2009). Una Propuesta Didáctica sobre la Media Aritmética, la Mediana y su Representatividad. Universidad autónoma de Yucatán – México. Recuperado de la página web:  
[https://intranet.matematicas.uady.mx/portal/dme/docs/tesis/Tesis\\_CarlosChan.pdf](https://intranet.matematicas.uady.mx/portal/dme/docs/tesis/Tesis_CarlosChan.pdf)

Collette, J. (1985). Historia de las Matemáticas 1. México: Siglo XXI.

Cordero, F. (2001). La distinción entre construcciones del Cálculo: una epistemología a través de la actividad humana. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 4(2), 103-128.

Definiciona.com (01 julio, 2018). Definición y Etimología de Rasar. Bogotá: E-Cultura Group. Recuperado de <https://definiciona.com/rasar/>

Franklin, C. (2008). Contemporary curriculum issues: Statistics in the elementary grades: Exploring distributions of date. *Teaching Children Mathematics*, 14(1), 10-16.

Guarín, O. (2002). Estadística Aplicada. Universidad Nacional de Colombia. Pág.6

Hernández, S. (2005). Historia de la estadística. *La Ciencia y el Hombre*. , 18(2). *Revista de divulgación científica de la Universidad Veracruzana*, 18(2).

Hurtado, J. H. (2013). Breve Historia de la Estadística. Medellín: Universidad Nacional de Colombia.

ICFES. (8 de julio de 2015). Reportes Saber. Obtenido de <http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/historico/reporteHistoricoComparativo.jspx>

Mochón, S. y Tlachy, M. (2003). Un estudio sobre el promedio: concepciones y dificultades en dos niveles educativos. *Educación Matemática* 15(3), pp. 5-28.

Muñoz, D. R. (2004). *Manual de Estadística*. Malaga: Eumed.

Oliva, A. T. (2007). Un estudio sobre la construcción social de la noción de promedio en un contexto probabilístico. México: Instituto Politécnico Nacional.

Placett, R. L. (1970). The principle of the arithmetic mean. En E. S. Pearson y M. Kendall (Eds), *Studies in the history of statistics and probability* (Vol. 1). London: Charles Griffin.

Ramayo, C. M. (2009). Una Propuesta Didáctica sobre la Media Aritmética, la Mediana y su Representatividad. México: Universidad Autónoma de Yucatán.

Rodríguez, M. y Rodríguez, N. (2008). *Nociones Básicas de la Estadística Descriptiva*. Caracas: Universidad de Oriente.

Ruiz, D. (2004). *Manual de Estadística*. Recuperado de la página web: [www.eumed.net/cursecon/libreria/drm/drm-estad.pdf](http://www.eumed.net/cursecon/libreria/drm/drm-estad.pdf)

Sanz, A. P. (24 de Octubre de 2014). estadisticaparatodos.es. Obtenido de [http://www.estadisticaparatodos.es/historia/histo\\_esta.html](http://www.estadisticaparatodos.es/historia/histo_esta.html)

Skovsmose. (1999). *Hacia una filosofía de la educación Matemática Crítica*. Universidad de los Andes. Bogotá.

Stake, R. (2010). *Investigación con estudio de casos*. Madrid –España

Otzen, T. y Manterola, C. (2017). Técnicas de Muestreo sobre una Población a Estudio Int. J. Morphol., 35(1):227-232. <https://scielo.conicyt.cl/pdf/ijmorphol/v35n1/art37.pdf>

## ANEXO 1

En estos anexos estará incluido la UNIDAD DIDÁTICA que ustedes presentaran al final del trabajo de investigación, al igual que las evidencias tomadas en el transcurso de la investigación.

74

Questionario

Lee cuidadosamente y responde las siguientes preguntas

1. El Papá de Jairo pescó tres doncellas que pesan 3, 4 y 8 libras respectivamente. ¿Cuál es el peso promedio de cada doncella?
2. Carmen hizo 14, 22, 14, 20 y 12 puntos en 5 juegos de baloncesto. ¿Qué representa para ti el promedio de su puntaje en estos 5 partidos de baloncesto?
3. ¿Cuál fue el punto de equilibrio del club deportivo Armando Luna Roa, en el intercolegiado de fútbol de salón realizado en el municipio de Quibdó; si en la primera ronda ganó 4 partidos, empató 1 y perdió 1; en la segunda ronda 0 partidos ganados, 4 empatados, 0 ganados; mientras que en la semifinal ganó el partido que le dio paso a la final, coronándose campeón del intercolegiado municipal de fútbol de salón?
4. En la eliminatoria al mundial de Rusia 2017, se ha elegido 4 equipos (Argentina, Chile, Brasil y Colombia). Colombia anotó 4 goles, Brasil anotó 3 y Chile anotó 1 gol. Si el reparto equitativo de goles es 3, para cada uno de los cuatro equipos ¿Cuántos goles anotó Argentina? Justifica tu respuesta.
5. ¿En qué otras situaciones cree usted, que se puede usar el promedio en la vida cotidiana?

DESARROLLO

1)  $\frac{3+4+8}{3} = 5$   
2)  $\frac{14+22+14+20+12}{5} = 16$   
3)  $\frac{4+1+1+0+4}{4} = 2.5$   
4)  $\frac{4+3+1}{3} = 2.67$   
5) En situaciones como el promedio de calificaciones, el promedio de ventas, el promedio de tiempo de entrega, etc.

El promedio del pescado es 4 libras.

## Cuestionario

Lee cuidadosamente y responde las siguientes preguntas

1. El Papá de Jairo pescó tres doncellas que pesan 3, 4 y 8 libras respectivamente. ¿Cuál es el peso promedio de cada doncella?
2. Carmen hizo 14, 22, 14, 20 y 12 puntos en 5 juegos de baloncesto. ¿Qué representa para ti el promedio de su puntaje en estos 5 partidos de baloncesto?
3. ¿Cuál fue el punto de equilibrio del club deportivo Armando Luna Roa, en el intercolegiado de fútbol de salón realizado en el municipio de Quibdó; si en la primera ronda ganó 4 partidos, empate 1 y perdió 1; en la segunda ronda 0 partidos ganados, 4 empatados, 0 ganados; mientras que en la semifinal ganó el partido que le dio paso a la final, coronándose campeón del intercolegiado municipal de fútbol de salón?
4. En la eliminatoria al mundial de Rusia 2017, se ha elegido 4 equipos (Argentina, Chile, Brasil y Colombia). Colombia anotó 4 goles, Brasil anotó 3 y Chile anotó 1 gol. Si el reparto equitativo de goles es 3, para cada uno de los cuatro equipos ¿Cuántos goles anotó Argentina? Justifica tu respuesta.
5. ¿En qué otras situaciones cree usted, que se puede usar el promedio en la vida cotidiana?

DESARROLLO

La respuesta



## Cuestionario

Lee cuidadosamente y responde las siguientes preguntas

1. El Papá de Jairo pescó tres doncellas que pesan 3, 4 y 8 libras respectivamente. ¿Cuál es el peso promedio de cada doncella?
2. Carmen hizo 14, 22, 14, 20 y 12 puntos en 5 juegos de baloncesto. ¿Qué representa para ti el promedio de su puntaje en estos 5 partidos de baloncesto?
3. ¿Cuál fue el punto de equilibrio del club deportivo Armando Luna Roa, en el intercolegiado de fútbol de salón realizado en el municipio de Quibdó; si en la primera ronda ganó 4 partidos, empate 1 y perdió 1; en la segunda ronda 0 partidos ganados, 4 empatados, 0 ganados; mientras que en la semifinal ganó el partido que le dio paso a la final, coronándose campeón del intercolegiado municipal de fútbol de salón?
4. En la eliminatoria al mundial de Rusia 2017, se ha elegido 4 equipos (Argentina, Chile, Brasil y Colombia). Colombia anotó 4 goles, Brasil anotó 3 y Chile anotó 1 gol. Si el reparto equitativo de goles es 3, para cada uno de los cuatro equipos ¿Cuántos goles anotó Argentina? Justifica tu respuesta.
5. ¿En qué otras situaciones cree usted, que se puede usar el promedio en la vida cotidiana?

DESARROLLO

### Cuestionario

Lee cuidadosamente y responde las siguientes preguntas

1. El Papá de Jairo pescó tres doncellas que pesan 3, 4 y 8 libras respectivamente. ¿Cuál es el peso promedio de cada doncella?
2. Carmen hizo 14, 22, 14, 20 y 12 puntos en 5 juegos de baloncesto. ¿Qué representa para ti el promedio de su puntaje en estos 5 partidos de baloncesto?
3. ¿Cuál fue el punto de equilibrio del club deportivo Armando Luna Roa, en el intercolegiado de fútbol de salón realizado en el municipio de Quibdó; si en la primera ronda ganó 4 partidos, empató 1 y perdió 1; en la segunda ronda 0 partidos ganados, 4 empatados, 0 ganados; mientras que en la semifinal ganó el partido que le dio paso a la final, coronándose campeón del intercolegiado municipal de fútbol de salón?
4. En la eliminatoria al mundial de Rusia 2017, se ha elegido 4 equipos (Argentina, Chile, Brasil y Colombia). Colombia anotó 4 goles, Brasil anotó 3 y Chile anotó 1 gol. Si el reparto equitativo de goles es 3, para cada uno de los cuatro equipos ¿Cuántos goles anotó Argentina? Justifica tu respuesta.
5. ¿En qué otras situaciones crees usted, que se puede usar el promedio en la vida cotidiana?

El peso promedio de cada doncella

DESARROLLO

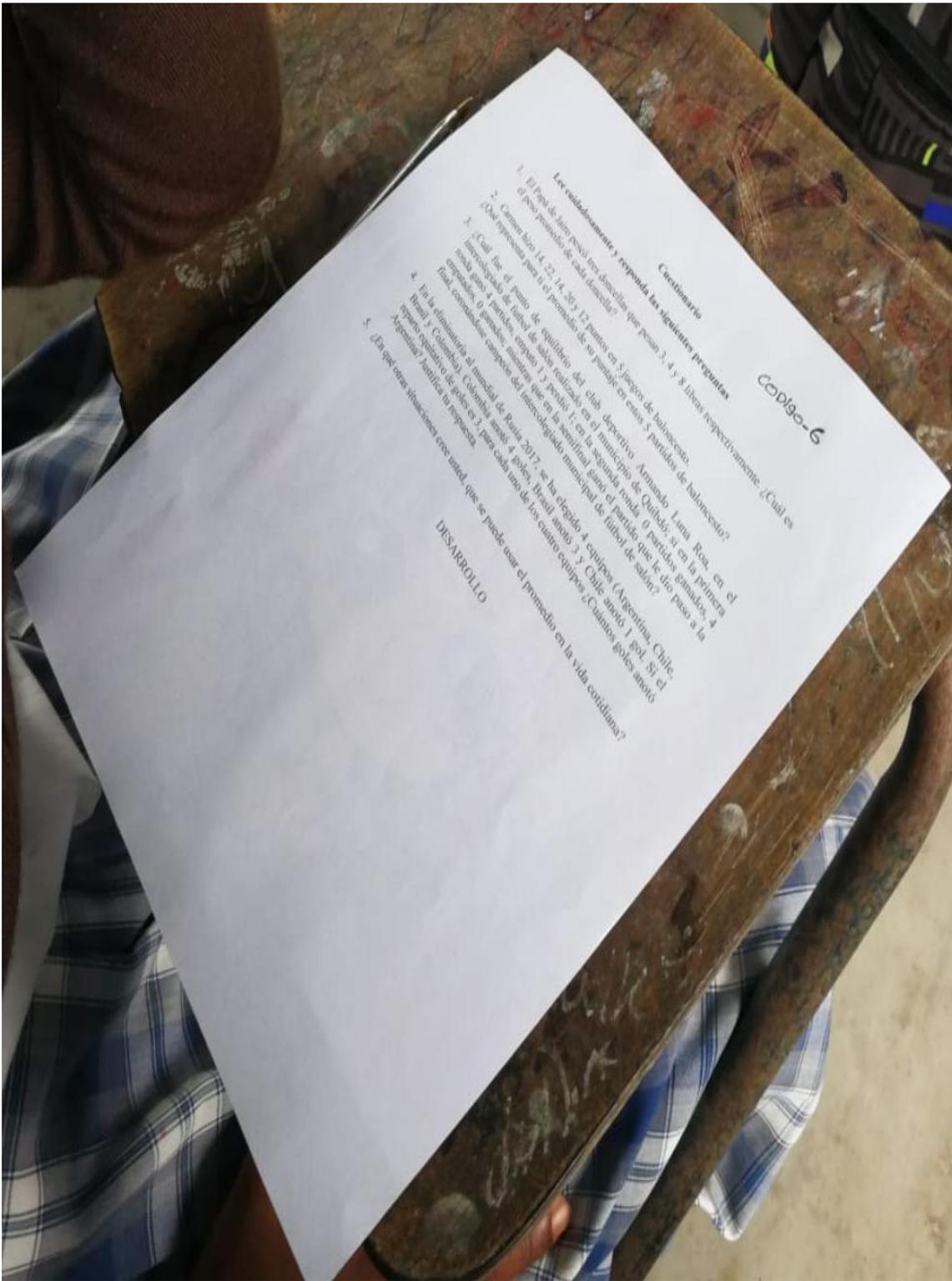
17

### Cuestionario

Lee cuidadosamente y responde las siguientes preguntas

1. El Papá de Jairo pescó tres doncellas que pesan 3, 4 y 8 libras respectivamente. ¿Cuál es el peso promedio de cada doncella?
2. Carmen hizo 14, 22, 14, 20 y 12 puntos en 5 juegos de baloncesto.  
¿Qué representa para ti el promedio de su puntaje en estos 5 partidos de baloncesto?
3. ¿Cuál fue el punto de equilibrio del club deportivo Armando Luna Roa, en el intercolegiado de fútbol de salón realizado en el municipio de Quibdó; si en la primera ronda ganó 4 partidos, empate 1 y perdió 1; en la segunda ronda 0 partidos ganados, 4 empatados, 0 ganados; mientras que en la semifinal ganó el partido que le dio paso a la final, coronándose campeón del intercolegiado municipal de fútbol de salón?
4. En la eliminatoria al mundial de Rusia 2017, se ha elegido 4 equipos (Argentina, Chile, Brasil y Colombia). Colombia anotó 4 goles, Brasil anotó 3 y Chile anotó 1 gol. Si el reparto equitativo de goles es 3, para cada uno de los cuatro equipos ¿Cuántos goles anotó Argentina? Justifica tu respuesta.
5. ¿En qué otras situaciones cree usted, que se puede usar el promedio en la vida cotidiana?

DESARROLLO



**Cuestionario**

**Coplao-6**

Lee cuidadosamente y responde las siguientes preguntas

1. El Papa de la provincia recibe donaciones que pesan 3, 4 y 8 libras respectivamente. ¿Cuál es el peso promedio de cada donación?
2. Como hijo de 14, 22, 14, 20 y 12 puntos en 5 juegos de baloncesto, ¿Cuál fue el punto de equilibrio del club deportivo Armando Luna Roa, en el microciclado de fútbol de salón realizado en el municipio de Quibdo: si en la primera ronda ganó 4 partidos, empató 1 y perdió 1; en la segunda ronda 0 partidos ganados, 4 empates, 0 partidos perdidos que en la semifinal ganó el partido que le dio paso a la final, considerando cualquier empate del microciclado municipal de fútbol de salón?
3. En la eliminatoria al mundial de Rusia 2017, se ha elegido 4 equipos (Argentina, Chile, Brasil y Colombia). Colombia anotó 4 goles, Brasil anotó 3 y Chile anotó 1 gol. Si el número total de goles es 1, para cada uno de los cuatro equipos ¿Cuántos goles anotó Argentina? Justifica tu respuesta.
5. ¿En qué otras situaciones cree usted, que se puede usar el promedio en la vida cotidiana?

**DESARROLLO**



## ANEXO 2

14

E-14

### Cuestionario

Lee cuidadosamente y responde las siguientes preguntas

1. El Papá de Jairo pescó tres doncellas que pesan 3, 4 y 8 libras respectivamente. ¿Cuál es el peso promedio de cada doncella?
2. Carmen hizo 14, 22, 14, 20 y 12 puntos en 5 juegos de baloncesto. ¿Qué representa para ti el promedio de su puntaje en estos 5 partidos de baloncesto?
3. ¿Cuál fue el punto de equilibrio del club deportivo Armando Luna Roa, en el intercolegiado de fútbol de salón realizado en el municipio de Quibdó; si en la primera ronda ganó 4 partidos, empató 1 y perdió 1; en la segunda ronda 0 partidos ganados, 4 empatados, 0 ganados; mientras que en la semifinal ganó el partido que le dio paso a la final, coronándose campeón del intercolegiado municipal de fútbol de salón?
4. En la eliminatoria al mundial de Rusia 2017, se ha elegido 4 equipos (Argentina, Chile, Brasil y Colombia). Colombia anotó 4 goles, Brasil anotó 3 y Chile anotó 1 gol. Si el reparto equitativo de goles es 3, para cada uno de los cuatro equipos ¿Cuántos goles anotó Argentina? Justifica tu respuesta.
5. ¿En qué otras situaciones cree usted, que se puede usar el promedio en la vida cotidiana?

### DESARROLLO

1<sup>a</sup> Respuesta] <sup>don</sup> Pesaro 15 libra por que 7 mas 8 son 15 libra

2 Respuesta] y 50 o 82 punto de valor estop

4 Respuesta] Colombia 50 3 Gdes Brasil 3 Gdes Chile 1 Gde  
Argentina 3 Gdes

3 Respuesta] el punto que lo tiene en el equilibrio es 0/4

5 Respuesta]

E-17

### Cuestionario

Lee cuidadosamente y responde las siguientes preguntas

1. El Papá de Jairo pescó tres doncellas que pesan 3, 4 y 8 libras respectivamente. ¿Cuál es el peso promedio de cada doncella?
2. Carmen hizo 14, 22, 14, 20 y 12 puntos en 5 juegos de baloncesto. ¿Qué representa para ti el promedio de su puntaje en estos 5 partidos de baloncesto?
3. ¿Cuál fue el punto de equilibrio del club deportivo Armando Luna Roa, en el intercolegiado de fútbol de salón realizado en el municipio de Quibdó; si en la primera ronda ganó 4 partidos, empate 1 y perdió 1; en la segunda ronda 0 partidos ganados, 4 empatados, 0 ganados; mientras que en la semifinal ganó el partido que le dio paso a la final, coronándose campeón del intercolegiado municipal de fútbol de salón?
4. En la eliminatoria al mundial de Rusia 2017, se ha elegido 4 equipos (Argentina, Chile, Brasil y Colombia). Colombia anotó 4 goles, Brasil anotó 3 y Chile anotó 1 gol. Si el reparto equitativo de goles es 3, para cada uno de los cuatro equipos ¿Cuántos goles anotó Argentina? Justifica tu respuesta.
5. ¿En qué otras situaciones cree usted, que se puede usar el promedio en la vida cotidiana?

### DESARROLLO

- ① El peso promedio de cada doncella es de 2
- ② que tiene un alto puntaje de 82
- ③ El punto de equilibrio fue de 4
- ④ Argentina anotó 2 goles
- ⑤ muy buena porque no dejo que me roben ni que le quiten de que compramos

E-9

Cuestionario

Lee cuidadosamente y responde las siguientes preguntas

1. El Papá de Jairo pescó tres doncellas que pesan 3, 4 y 8 libras respectivamente. ¿Cuál es el peso promedio de cada doncella?
2. Carmen hizo 14, 22, 14, 20 y 12 puntos en 5 juegos de baloncesto. ¿Qué representa para ti el promedio de su puntaje en estos 5 partidos de baloncesto?
3. ¿Cuál fue el punto de equilibrio del club deportivo Armando Luna Roa, en el intercolegiado de futbol de salón realizado en el municipio de Quibdó; si en la primera ronda ganó 4 partidos, empate 1 y perdió 1; en la segunda ronda 0 partidos ganados, 4 empatados, 0 ganados; mientras que en la semifinal ganó el partido que le dio paso a la final, coronándose campeón del intercolegiado municipal de fútbol de salón?
4. En la eliminatoria al mundial de Rusia 2017, se ha elegido 4 equipos (Argentina, Chile, Brasil y Colombia). Colombia anotó 4 goles, Brasil anotó 3 y Chile anotó 1 gol. Si el reparto equitativo de goles es 3, para cada uno de los cuatro equipos ¿Cuántos goles anotó Argentina? Justifica tu respuesta.
5. ¿En qué otras situaciones cree usted, que se puede usar el promedio en la vida cotidiana?

1) R = El peso promedio de cada doncella es 5

DESARROLLO

$$\begin{array}{r} 8 \\ + 4 \\ + 3 \\ \hline 15 \end{array} \quad \begin{array}{r} 15 \overline{) 15} \\ \underline{10} \\ 5 \end{array}$$

2) R = El promedio de su puntaje de baloncesto 16

$$\begin{array}{r} 22 \\ 20 \\ + 14 \\ + 14 \\ + 12 \\ \hline 82 \end{array} \quad \begin{array}{r} 82 \overline{) 1312} \\ \underline{656} \\ 656 \\ \underline{656} \\ 0 \end{array}$$

3) R = coronándose como campeón 2

4) R = Argentina anotó 2 goles

$$\begin{array}{r} 4 \\ 3 \\ + 1 \\ \hline 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \overline{) 16} \\ \underline{16} \\ 0 \end{array}$$

5) R = se puede usar para no los roben el la tienda o tener una vida mejor

E-6

## Cuestionario

Lee cuidadosamente y responde las siguientes preguntas

1. El Papá de Jairo pescó tres doncellas que pesan 3, 4 y 8 libras respectivamente. ¿Cuál es el peso promedio de cada doncella?
2. Carmen hizo 14, 22, 14, 20 y 12 puntos en 5 juegos de baloncesto. ¿Qué representa para ti el promedio de su puntaje en estos 5 partidos de baloncesto?
3. ¿Cuál fue el punto de equilibrio del club deportivo Armando Luna Roa, en el intercolegiado de fútbol de salón realizado en el municipio de Quibdó; si en la primera ronda ganó 4 partidos, empate 1 y perdió 1; en la segunda ronda 0 partidos ganados, 4 empatados, 0 ganados; mientras que en la semifinal ganó el partido que le dio paso a la final, coronándose campeón del intercolegiado municipal de fútbol de salón?
4. En la eliminatoria al mundial de Rusia 2017, se ha elegido 4 equipos (Argentina, Chile, Brasil y Colombia). Colombia anotó 4 goles, Brasil anotó 3 y Chile anotó 1 gol. Si el reparto equitativo de goles es 3, para cada uno de los cuatro equipos ¿Cuántos goles anotó Argentina? Justifica tu respuesta.
5. ¿En qué otras situaciones cree usted, que se puede usar el promedio en la vida cotidiana?

## DESARROLLO

1R= El peso promedio de cada doncella es de 8 libras

2R= El punto promedio de baloncesto es de 80 puntos

3R= En la semifinal del intercolegiado es ganador 8 y el perdedor 1

4R= Argentina anotó 5 goles

5R= en la vida cotidiana puede tener un negocio

E-1

17

### Cuestionario

Lee cuidadosamente y responde las siguientes preguntas

1. El Papá de Jairo pescó tres doncellas que pesan 3, 4 y 8 libras respectivamente. ¿Cuál es el peso promedio de cada doncella?
2. Carmen hizo 14, 22, 14, 20 y 12 puntos en 5 juegos de baloncesto. ¿Qué representa para ti el promedio de su puntaje en estos 5 partidos de baloncesto?
3. ¿Cuál fue el punto de equilibrio del club deportivo Armando Luna Roa, en el intercolegiado de fútbol de salón realizado en el municipio de Quibdó; si en la primera ronda ganó 4 partidos, empate 1 y perdió 1; en la segunda ronda 0 partidos ganados, 4 empatados, 0 ganados; mientras que en la semifinal ganó el partido que le dio paso a la final, coronándose campeón del intercolegiado municipal de fútbol de salón?
4. En la eliminatoria al mundial de Rusia 2017, se ha elegido 4 equipos (Argentina, Chile, Brasil y Colombia). Colombia anotó 4 goles, Brasil anotó 3 y Chile anotó 1 gol. Si el reparto equitativo de goles es 3, para cada uno de los cuatro equipos ¿Cuántos goles anotó Argentina? Justifica tu respuesta.
5. ¿En qué otras situaciones crees usted, que se puede usar el promedio en la vida cotidiana?

1 R = la doncella <sup>DESARROLLO</sup> que pesco el papá de Jairo pesan 15 Libras

2 R = en total de puntos que Carmen jugó son 82 puntos en total

4 R = Argentina anotó 1 gol

5 R = el papá de Jairo es el promedio de la vida cotidiana

E-2

Cuestionario

18

Lee cuidadosamente y responde las siguientes preguntas

1. El Papá de Jairo pescó tres doncellas que pesan 3, 4 y 8 libras respectivamente. ¿Cuál es el peso promedio de cada doncella?
2. Carmen hizo 14, 22, 14, 20 y 12 puntos en 5 juegos de baloncesto. ¿Qué representa para ti el promedio de su puntaje en estos 5 partidos de baloncesto?
3. ¿Cuál fue el punto de equilibrio del club deportivo Armando Luna Roa, en el intercolegiado de fútbol de salón realizado en el municipio de Quibdó; si en la primera ronda ganó 4 partidos, empate 1 y perdió 1; en la segunda ronda 0 partidos ganados, 4 empatados, 0 ganados; mientras que en la semifinal ganó el partido que le dio paso a la final, coronándose campeón del intercolegiado municipal de fútbol de salón?
4. En la eliminatoria al mundial de Rusia 2017, se ha elegido 4 equipos (Argentina, Chile, Brasil y Colombia). Colombia anotó 4 goles, Brasil anotó 3 y Chile anotó 1 gol. Si el reparto equitativo de goles es 3, para cada uno de los cuatro equipos ¿Cuántos goles anotó Argentina? Justifica tu respuesta.
5. ¿En qué otras situaciones cree usted, que se puede usar el promedio en la vida cotidiana?

DESARROLLO

1) El promedio es de las doncellas son de 15 libras pero cada doncella pesa 5 libras

$$\frac{15}{5}$$

2) El promedio de Carmen fue de 82 punto en los 5 partidos

$$\begin{array}{r} 5215 \\ 3276 \\ 2 \times 5 \\ \hline 80 \\ + 2 \\ \hline 82 \end{array}$$

3) El promedio de el armando Luna es de 10 punto por

$$\begin{array}{r} 1011 \\ 10 \\ \times 11 \\ \hline 10 \\ 10 \\ \hline 10 \end{array}$$

Ingráa  
Samira  
moxa  
mosquera E-3

10

Cuestionario

Lee cuidadosamente y responde las siguientes preguntas

1. El Papá de Jairo pescó tres doncellas que pesan 3, 4 y 8 libras respectivamente. ¿Cuál es el peso promedio de cada doncella?
2. Carmen hizo 14, 22, 14, 20 y 12 puntos en 5 juegos de baloncesto. ¿Qué representa para tí el promedio de su puntaje en estos 5 partidos de baloncesto?
3. ¿Cuál fue el punto de equilibrio del club deportivo Armando Luna Roa, en el intercolegiado de fútbol de salón realizado en el municipio de Quibdó; si en la primera ronda ganó 4 partidos, empate 1 y perdió 1; en la segunda ronda 0 partidos ganados, 4 empatados, 0 ganados; mientras que en la semifinal ganó el partido que le dio paso a la final, coronándose campeón del intercolegiado municipal de fútbol de salón?
4. En la eliminatoria al mundial de Rusia 2017, se ha elegido 4 equipos (Argentina, Chile, Brasil y Colombia). Colombia anotó 4 goles, Brasil anotó 3 y Chile anotó 1 gol. Si el reparto equitativo de goles es 3, para cada uno de los cuatro equipos ¿Cuántos goles anotó Argentina? Justifica tu respuesta.
5. ¿En qué otras situaciones cree usted, que se puede usar el promedio en la vida cotidiana?

DESARROLLO

- 1 El peso de las doncellas 15 Libras por el Promedio de cada doncellas de las que pescó el Papá de Jairo
- 2 El promedio del puntaje que hizo Carmen fue el siguiente Carmen = 82  
Porque Carmen es una buena jugadora
- 3 El colegio Armando Luna Roa el total es = 97 gol
- 4 Argentina en el mundial Rusia 2017 Anoto = 3

# E-4

## Cuestionario

Lee cuidadosamente y responde las siguientes preguntas

1. El Papá de Jairo pescó tres doncellas que pesan 3, 4 y 8 libras respectivamente. ¿Cuál es el peso promedio de cada doncella?
2. Carmen hizo 14, 22, 14, 20 y 12 puntos en 5 juegos de baloncesto. ¿Qué representa para ti el promedio de su puntaje en estos 5 partidos de baloncesto?
3. ¿Cuál fue el punto de equilibrio del club deportivo Armando Luna Roa, en el intercolegiado de fútbol de salón realizado en el municipio de Quibdó; si en la primera ronda ganó 4 partidos, empate 1 y perdió 1; en la segunda ronda 0 partidos ganados, 4 empatados, 0 ganados; mientras que en la semifinal ganó el partido que le dio paso a la final, coronándose campeón del intercolegiado municipal de fútbol de salón?
4. En la eliminatoria al mundial de Rusia 2017, se ha elegido 4 equipos (Argentina, Chile, Brasil y Colombia). Colombia anotó 4 goles, Brasil anotó 3 y Chile anotó 1 gol. Si el reparto equitativo de goles es 3, para cada uno de los cuatro equipos ¿Cuántos goles anotó Argentina? Justifica tu respuesta.
5. ¿En qué otras situaciones cree usted, que se puede usar el promedio en la vida cotidiana?

DESARROLLO

1. R/ = (el promedio de los papá de Jairo) El promedio de cada doncella es de 5.

$$\left( \frac{3+4+8}{3} \right) \quad 3+4+8 = 15 \begin{array}{r} 15 \\ 0 \phantom{0} \\ \underline{3} \\ 12 \\ \underline{3} \\ 15 \end{array}$$

2.  $14+20+14+22+12 = 72 \begin{array}{r} 72 \\ 22 \phantom{0} \\ \underline{14} \\ 58 \\ 2 \phantom{0} \\ \underline{70} \\ 2 \phantom{0} \\ \underline{72} \end{array}$  R/ = El promedio de los puntos de baloncesto es de 14 puntos

3. R/ = El promedio de los goles es de 2

4. R/ = Argentina anotó 2 goles.

5. R/ = El promedio se utiliza en la vida cotidiana

E-5

Cuestionario

Lee cuidadosamente y responde las siguientes preguntas

1. El Papá de Jairo pescó tres doncellas que pesan 3, 4 y 8 libras respectivamente. ¿Cuál es el peso promedio de cada doncella?
2. Carmen hizo 14, 22, 14, 20 y 12 puntos en 5 juegos de baloncesto. ¿Qué representa para ti el promedio de su puntaje en estos 5 partidos de baloncesto?
3. ¿Cuál fue el punto de equilibrio del club deportivo Armando Luna Roa, en el intercolegiado de fútbol de salón realizado en el municipio de Quibdó; si en la primera ronda ganó 4 partidos, empate 1 y perdió 1; en la segunda ronda 0 partidos ganados, 4 empatados, 0 ganados; mientras que en la semifinal ganó el partido que le dio paso a la final, coronándose campeón del intercolegiado municipal de fútbol de salón?
4. En la eliminatoria al mundial de Rusia 2017, se ha elegido 4 equipos (Argentina, Chile, Brasil y Colombia). Colombia anotó 4 goles, Brasil anotó 3 y Chile anotó 1 gol. Si el reparto equitativo de goles es 3, para cada uno de los cuatro equipos ¿Cuántos goles anotó Argentina? Justifica tu respuesta.
5. ¿En qué otras situaciones cree usted, que se puede usar el promedio en la vida cotidiana?

DESARROLLO

1) R = 5 libras por doncellas

$$\begin{array}{r} 3 \\ + 4 \\ + 8 \\ \hline 15 \\ 3 \overline{)15} \\ \underline{9} \\ 6 \\ \underline{6} \\ 0 \end{array}$$

2) R = el promedio es el 19, 16

$$14 + 22 + 14 + 20 + 12 = 82$$

$$82 \div 5 = 16.4$$

3) R = por que saco un buen promedio en la primera ronda que le dio un equilibrio en la siguiente ronda

4) R = cada equipo anotó 1 dos goles

$$\begin{array}{r} 4 \\ + 3 \\ + 1 \\ \hline 8 \\ 8 \overline{)8} \\ \underline{8} \\ 0 \end{array}$$

5) Mi papa corto 6, 15, 8 racimos de platanos y tiene 5 hijos ¿cuántos racimos les tocan

R = 5 racimos por hijos

$$\begin{array}{r} 6 \\ + 15 \\ + 8 \\ \hline 29 \\ 5 \overline{)29} \\ \underline{25} \\ 4 \end{array}$$

E-7

~~Capitulo 6~~

Questionario

Lee cuidadosamente y responde las siguientes preguntas

1. El Papá de Jairo pescó tres doncellas que pesan 3, 4 y 8 libras respectivamente. ¿Cuál es el peso promedio de cada doncella?
2. Carmen hizo 14, 22, 14, 20 y 12 puntos en 5 juegos de baloncesto. ¿Qué representa para ti el promedio de su puntaje en estos 5 partidos de baloncesto?
3. ¿Cuál fue el punto de equilibrio del club deportivo Armando Luna Roa, en el intercolegiado de fútbol de salón realizado en el municipio de Quibdó; si en la primera ronda ganó 4 partidos, empate 1 y perdió 1; en la segunda ronda 0 partidos ganados, 4 empatados, 0 ganados; mientras que en la semifinal ganó el partido que le dio paso a la final, coronándose campeón del intercolegiado municipal de fútbol de salón?
4. En la eliminatoria al mundial de Rusia 2017, se ha elegido 4 equipos (Argentina, Chile, Brasil y Colombia). Colombia anotó 4 goles, Brasil anotó 3 y Chile anotó 1 gol. Si el reparto equitativo de goles es 3, para cada uno de los cuatro equipos ¿Cuántos goles anotó Argentina? Justifica tu respuesta.
5. ¿En qué otras situaciones cree usted, que se puede usar el promedio en la vida cotidiana?

DESARROLLO

1

$$\begin{array}{r} 3 \\ + 4 \\ + 8 \\ \hline 15 \end{array}$$

estas doncellas pesan 15

2 Carmen es una mujer que me inspira de seguir de  
lante porque todos los puntos que se gana es porque ella se  
esfuerzo y si queremos ser como el todo con esfuerzo

3 47704711

$$E = 8$$

J.L.  
WJS

### Cuestionario

Lee cuidadosamente y responde las siguientes preguntas

1. El Papá de Jairo pescó tres doncellas que pesan 3, 4 y 8 libras respectivamente. ¿Cuál es el peso promedio de cada doncella?
2. Carmen hizo 14, 22, 14, 20 y 12 puntos en 5 juegos de baloncesto. ¿Qué representa para ti el promedio de su puntaje en estos 5 partidos de baloncesto?
3. ¿Cuál fue el punto de equilibrio del club deportivo Armando Luna Roa, en el intercolegiado de fútbol de salón realizado en el municipio de Quibdó; si en la primera ronda ganó 4 partidos, empató 1 y perdió 1; en la segunda ronda 0 partidos ganados, 4 empatados, 0 ganados; mientras que en la semifinal ganó el partido que le dio paso a la final, coronándose campeón del intercolegiado municipal de fútbol de salón?
4. En la eliminatoria al mundial de Rusia 2017, se ha elegido 4 equipos (Argentina, Chile, Brasil y Colombia). Colombia anotó 4 goles, Brasil anotó 3 y Chile anotó 1 gol. Si el reparto equitativo de goles es 3, para cada uno de los cuatro equipos ¿Cuántos goles anotó Argentina? Justifica tu respuesta.
5. ¿En qué otras situaciones cree usted, que se puede usar el promedio en la vida cotidiana?

### DESARROLLO

1.R) = el peso de la docena es 14 Libra

2.R) = Carmen hizo 82

3.R) = el equipo ganó 11

4.R) = los equipos usieron 16 Puntos

5.R) = en una operación urgente

## E-10

## Cuestionario

Lee cuidadosamente y responde las siguientes preguntas

1. El Papá de Jairo pescó tres doncellas que pesan 3, 4 y 8 libras respectivamente. ¿Cuál es el peso promedio de cada doncella?
2. Carmen hizo 14, 22, 14, 20 y 12 puntos en 5 juegos de baloncesto.  
¿Qué representa para ti el promedio de su puntaje en estos 5 partidos de baloncesto?
3. ¿Cuál fue el punto de equilibrio del club deportivo Armando Luna Roa, en el intercolegiado de fútbol de salón realizado en el municipio de Quibdó; si en la primera ronda ganó 4 partidos, empató 1 y perdió 1; en la segunda ronda 0 partidos ganados, 4 empatados, 0 ganados; mientras que en la semifinal ganó el partido que le dio paso a la final, coronándose campeón del intercolegiado municipal de fútbol de salón?
4. En la eliminatoria al mundial de Rusia 2017, se ha elegido 4 equipos (Argentina, Chile, Brasil y Colombia). Colombia anotó 4 goles, Brasil anotó 3 y Chile anotó 1 gol. Si el reparto equitativo de goles es 3, para cada uno de los cuatro equipos ¿Cuántos goles anotó Argentina? Justifica tu respuesta.
5. ¿En qué otras situaciones cree usted, que se puede usar el promedio en la vida cotidiana?

## DESARROLLO

① R// = El peso promedio del pescado es 4 libras.

② R// = El promedio del partido es 12.

④ R// = En Rusia 2017 Argentina anotó 3 goles.

⑤ R// = El promedio se puede usar cuando estamos. ⑤

③ R// = Sin plato  
El mayor equilibrio fue 4.

Questionario

E-11

4

Lec cuidadosamente y responde las siguientes preguntas

1. El Papá de Jairo pescó tres doncellas que pesan 3, 4 y 8 libras respectivamente. ¿Cuál es el peso promedio de cada doncella?
2. Carmen hizo 14, 22, 14, 20 y 12 puntos en 5 juegos de baloncesto. ¿Qué representa para ti el promedio de su puntaje en estos 5 partidos de baloncesto?
3. ¿Cuál fue el punto de equilibrio del club deportivo Armando Luna Roa, en el intercolegiado de fútbol de salón realizado en el municipio de Quibdó; si en la primera ronda ganó 4 partidos, empate 1 y perdió 1; en la segunda ronda 0 partidos ganados, 4 empatados, 0 ganados; mientras que en la semifinal ganó el partido que le dio paso a la final, coronándose campeón del intercolegiado municipal de fútbol de salón?
4. En la eliminatoria al mundial de Rusia 2017, se ha elegido 4 equipos (Argentina, Chile, Brasil y Colombia). Colombia anotó 4 goles, Brasil anotó 3 y Chile anotó 1 gol. Si el reparto equitativo de goles es 3, para cada uno de los cuatro equipos ¿Cuántos goles anotó Argentina? Justifica tu respuesta.
5. ¿En qué otras situaciones cree usted, que se puede usar el promedio en la vida cotidiana?

DESARROLLO

1. = cada doncella pesan 18 libras

2. = Carmen anoto 82 punto

3. = fue de 2 goles

4. = Argentina petio 4 goles

8

E-12

### Cuestionario

Lee cuidadosamente y responde las siguientes preguntas

1. El Papá de Jaíro pescó tres doncellas que pesan 3, 4 y 8 libras respectivamente. ¿Cuál es el peso promedio de cada doncella?
2. Carmen hizo 14, 22, 14, 20 y 12 puntos en 5 juegos de baloncesto. ¿Qué representa para ti el promedio de su puntaje en estos 5 partidos de baloncesto?
3. ¿Cuál fue el punto de equilibrio del club deportivo Armando Luna Roa, en el intercolegiado de fútbol de salón realizado en el municipio de Quibdó; si en la primera ronda ganó 4 partidos, empate 1 y perdió 1; en la segunda ronda 0 partidos ganados, 4 empatados, 0 ganados; mientras que en la semifinal ganó el partido que le dio paso a la final, coronándose campeón del intercolegiado municipal de fútbol de salón?
4. En la eliminatoria al mundial de Rusia 2017, se ha elegido 4 equipos (Argentina, Chile, Brasil y Colombia). Colombia anotó 4 goles, Brasil anotó 3 y Chile anotó 1 gol. Si el reparto equitativo de goles es 3, para cada uno de los cuatro equipos ¿Cuántos goles anotó Argentina? Justifica tu respuesta.
5. ¿En qué otras situaciones cree usted, que se puede usar el promedio en la vida cotidiana?

### DESARROLLO

1R:// La doncella que el promedio es la 4

2R:// carmen encesto 712 balón en el mismo día

3R:// La I.E. Armando luna Roa gano el partido

4R:// Argetina anoto 2 goles

5R en mi vida cotidiana tiene que entender las Preguntas bien.

## Cuestionario

E-13

Lee cuidadosamente y responde las siguientes preguntas

1. El Papá de Jairo pescó tres doncellas que pesan 3, 4 y 8 libras respectivamente. ¿Cuál es el peso promedio de cada doncella?
2. Carmen hizo 14, 22, 14, 20 y 12 puntos en 5 juegos de baloncesto. ¿Qué representa para ti el promedio de su puntaje en estos 5 partidos de baloncesto?
3. ¿Cuál fue el punto de equilibrio del club deportivo Armando Luna Roa, en el intercolegiado de fútbol de salón realizado en el municipio de Quibdó; si en la primera ronda ganó 4 partidos, empate 1 y perdió 1; en la segunda ronda 0 partidos ganados, 4 empatados, 0 ganados; mientras que en la semifinal ganó el partido que le dio paso a la final, coronándose campeón del intercolegiado municipal de fútbol de salón?
4. En la eliminatoria al mundial de Rusia 2017, se ha elegido 4 equipos (Argentina, Chile, Brasil y Colombia). Colombia anotó 4 goles, Brasil anotó 3 y Chile anotó 1 gol. Si el reparto equitativo de goles es 3, para cada uno de los cuatro equipos ¿Cuántos goles anotó Argentina? Justifica tu respuesta.
5. ¿En qué otras situaciones cree usted, que se puede usar el promedio en la vida cotidiana?

## DESARROLLO

1 R = El peso promedio es 4.5

2 R = Que representa 14

3 R = El punto de equilibrio que mantubieron fueron los 4 partidos ganados y los 5 que empate

4 R = Los goles que anoto Argentina fueron 4

5 R =

## Cuestionario

E-15

Lee cuidadosamente y responde las siguientes preguntas

1. El Papá de Jairo pescó tres doncellas que pesan 3, 4 y 8 libras respectivamente. ¿Cuál es el peso promedio de cada doncella?
2. Carmen hizo 14, 22, 14, 20 y 12 puntos en 5 juegos de baloncesto. ¿Qué representa para ti el promedio de su puntaje en estos 5 partidos de baloncesto?
3. ¿Cuál fue el punto de equilibrio del club deportivo Armando Luna Roa, en el intercolegiado de fútbol de salón realizado en el municipio de Quibdó; si en la primera ronda ganó 4 partidos, empató 1 y perdió 1; en la segunda ronda 0 partidos ganados, 4 empatados, 0 ganados; mientras que en la semifinal ganó el partido que le dio paso a la final, coronándose campeón del intercolegiado municipal de fútbol de salón?
4. En la eliminatoria al mundial de Rusia 2017, se ha elegido 4 equipos (Argentina, Chile, Brasil y Colombia). Colombia anotó 4 goles, Brasil anotó 3 y Chile anotó 1 gol. Si el reparto equitativo de goles es 3, para cada uno de los cuatro equipos ¿Cuántos goles anotó Argentina? Justifica tu respuesta.
5. ¿En qué otras situaciones cree usted, que se puede usar el promedio en la vida cotidiana?

## DESARROLLO

1) El promedio que pesque el papá de Jairo fue 7 libras

2) El promedio que representa en el baloncesto es 20

3) El equilibrio de la institución educativa Armando Luna Roa fue 5

4) Argentina no jugó porque no la mencionaron

5) En la vida cotidiana me sirve para sumar para aprender mucho de la vida cotidiana

E-16

## Cuestionario

Lee cuidadosamente y responde las siguientes preguntas

1. El Papá de Jairo pescó tres doncellas que pesan 3, 4 y 8 libras respectivamente. ¿Cuál es el peso promedio de cada doncella?
2. Carmen hizo 14, 22, 14, 20 y 12 puntos en 5 juegos de baloncesto.  
¿Qué representa para ti el promedio de su puntaje en estos 5 partidos de baloncesto?
3. ¿Cuál fue el punto de equilibrio del club deportivo Armando Luna Roa, en el intercolegiado de fútbol de salón realizado en el municipio de Quibdó; si en la primera ronda ganó 4 partidos, empató 1 y perdió 1; en la segunda ronda 0 partidos ganados, 4 empatados, 0 ganados; mientras que en la semifinal ganó el partido que le dio paso a la final, coronándose campeón del intercolegiado municipal de fútbol de salón?
4. En la eliminatoria al mundial de Rusia 2017, se ha elegido 4 equipos (Argentina, Chile, Brasil y Colombia). Colombia anotó 4 goles, Brasil anotó 3 y Chile anotó 1 gol. Si el reparto equitativo de goles es 3, para cada uno de los cuatro equipos ¿Cuántos goles anotó Argentina? Justifica tu respuesta.
5. ¿En qué otras situaciones cree usted, que se puede usar el promedio en la vida cotidiana?

## DESARROLLO

1: el promedio de cada doncella es 3,47 libras.

2: Carmen metió 132 Goles en baloncestos.

3: el campeonato intercolegiado tiene 92 Goles en los partidos

4: Argentina no jugó por no haberse clasificado en el partido

5: cuando me están maltratando o cuando me están gritando

E-18

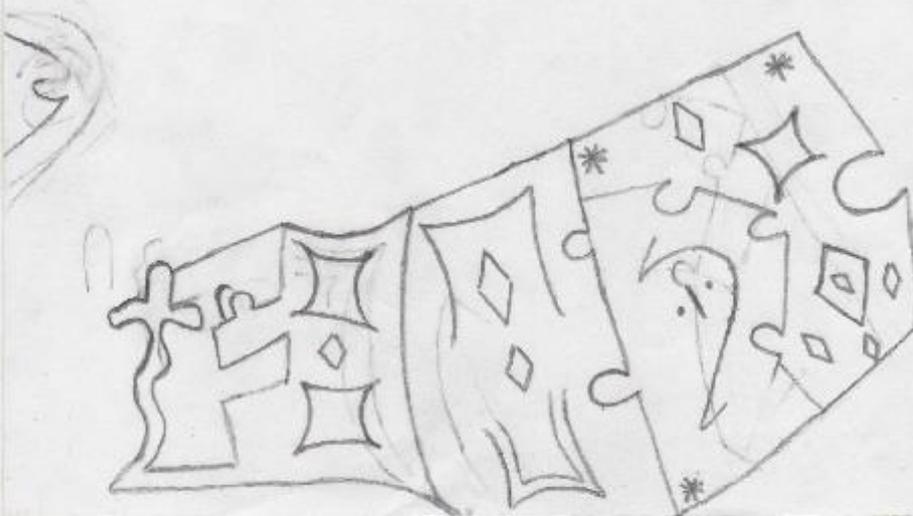
**Cuestionario**

**Lec cuidadosamente y responda las siguientes preguntas**

1. El Papá de Jairo pescó tres doncellas que pesan 3, 4 y 8 libras respectivamente. ¿Cuál es el peso promedio de cada doncella?
2. Carmen hizo 14, 22, 14, 20 y 12 puntos en 5 juegos de baloncesto. ¿Qué representa para ti el promedio de su puntaje en estos 5 partidos de baloncesto?
3. ¿Cuál fue el punto de equilibrio del club deportivo Armando Luna Roa, en el intercolegiado de fútbol de salón realizado en el municipio de Quibdó; si en la primera ronda ganó 4 partidos, empate 1 y perdió 1; en la segunda ronda 0 partidos ganados, 4 empatados, 0 ganados; mientras que en la semifinal ganó el partido que le dio paso a la final, coronándose campeón del intercolegiado municipal de fútbol de salón?
4. En la eliminatoria al mundial de Rusia 2017, se ha elegido 4 equipos (Argentina, Chile, Brasil y Colombia). Colombia anotó 4 goles, Brasil anotó 3 y Chile anotó 1 gol. Si el reparto equitativo de goles es 3, para cada uno de los cuatro equipos ¿Cuántos goles anotó Argentina? Justifica tu respuesta.
5. ¿En qué otras situaciones cree usted, que se puede usar el promedio en la vida cotidiana?

**DESARROLLO**


$$\begin{array}{r} 13 \\ +4 \\ \hline 17 \\ \hline 15 \end{array}$$



E.19

## Cuestionario

Lee cuidadosamente y responde las siguientes preguntas

1. El Papá de Jairo pescó tres doncellas que pesan 3, 4 y 8 libras respectivamente. ¿Cuál es el peso promedio de cada doncella?
2. Carmen hizo 14, 22, 14, 20 y 12 puntos en 5 juegos de baloncesto.  
¿Qué representa para ti el promedio de su puntaje en estos 5 partidos de baloncesto?
3. ¿Cuál fue el punto de equilibrio del club deportivo Armando Luna Roa, en el intercolegiado de fútbol de salón realizado en el municipio de Quibdó; si en la primera ronda ganó 4 partidos, empató 1 y perdió 1; en la segunda ronda 0 partidos ganados, 4 empatados, 0 ganados; mientras que en la semifinal ganó el partido que le dio paso a la final, coronándose campeón del intercolegiado municipal de fútbol de salón?
4. En la eliminatoria al mundial de Rusia 2017, se ha elegido 4 equipos (Argentina, Chile, Brasil y Colombia). Colombia anotó 4 goles, Brasil anotó 3 y Chile anotó 1 gol. Si el reparto equitativo de goles es 3, para cada uno de los cuatro equipos ¿Cuántos goles anotó Argentina? Justifica tu respuesta.
5. ¿En qué otras situaciones cree usted, que se puede usar el promedio en la vida cotidiana?

## DESARROLLO

1 R = el promedio de cada doncella es 3, 4 y 8

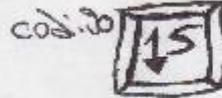
2 R = el promedio de su puntaje en estos 5 partidos es 17, 14, 14, 20, 12

3 R = el equipo que equilibrio fue Armando Luna

4 R = Argentina anotó 2 goles

5 R = el promedio de la vida cotidiana se puede usar comprar cosas para que le alcance a comprar más cosas

E-20



Cuestionario

Lee cuidadosamente y responde las siguientes preguntas

1. El Papá de Jairo pescó tres doncellas que pesan 3, 4 y 8 libras respectivamente. ¿Cuál es el peso promedio de cada doncella?
2. Carmen hizo 14, 22, 14, 20 y 12 puntos en 5 juegos de baloncesto. ¿Qué representa para ti el promedio de su puntaje en estos 5 partidos de baloncesto?
3. ¿Cuál fue el punto de equilibrio del club deportivo Armando Luna Roa, en el intercolegiado de fútbol de salón realizado en el municipio de Quibdó; si en la primera ronda ganó 4 partidos, empate 1 y perdió 1; en la segunda ronda 0 partidos ganados, 4 empatados, 0 ganados; mientras que en la semifinal ganó el partido que le dio paso a la final, coronándose campeón del intercolegiado municipal de fútbol de salón?
4. En la eliminatoria al mundial de Rusia 2017, se ha elegido 4 equipos (Argentina, Chile, Brasil y Colombia). Colombia anotó 4 goles, Brasil anotó 3 y Chile anotó 1 gol. Si el reparto equitativo de goles es 3, para cada uno de los cuatro equipos ¿Cuántos goles anotó Argentina? Justifica tu respuesta.
5. ¿En qué otras situaciones crece usted, que se puede usar el promedio en la vida cotidiana?

DESARROLLO

- 1-R = el peso en siguiente 15 libra porque yo me puede utilizar lo que recibía intome en de los 15 libra
- 2-R = el que representa en promedio es 14
- 3-R = lo que quiere decir esto es que en un partido de Fútbol un equipo gana los por empate empatado
- 4-R = hoola para mi argentina no anoto goles eliminatoria de mundial
- 5-R = en la vida se puede usar muchas cosa que sea importante