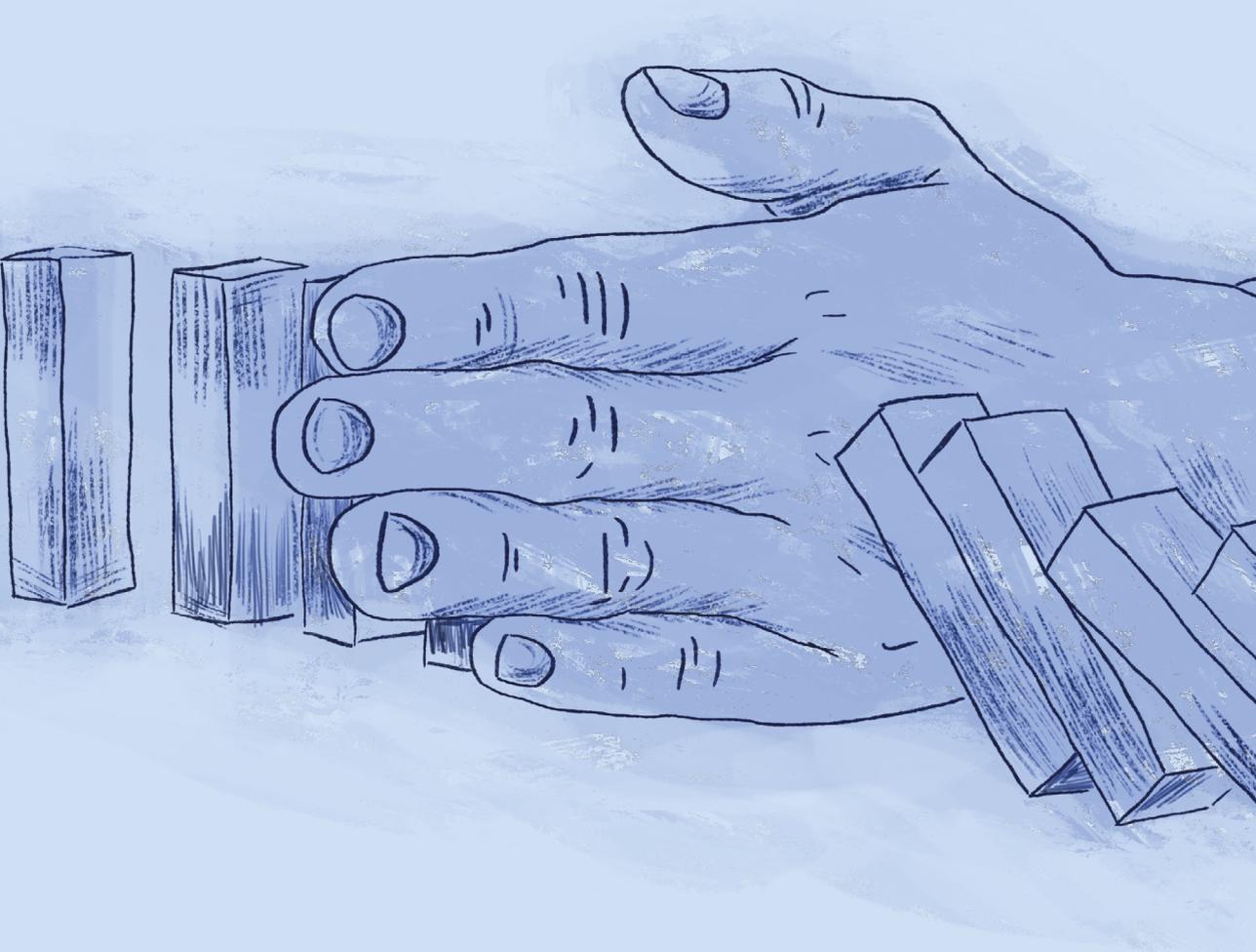


# Modelación y riesgos en finanzas: metodologías y técnicas de medición

**Fabián Hernando Ramírez Atehortúa**  
Coordinador académico





**Modelación y riesgos en finanzas**  
**Metodologías y técnicas de medición**



# Modelación y riesgos en finanzas

## Metodologías y técnicas de medición

Fabián Hernando Ramírez Atehortúa

*Coordinador académico*



## Modelación y riesgos en finanzas. Metodologías y técnicas de medición

1ª. edición: 2021

© Universidad de Medellín

Modelación y riesgos en finanzas. Metodologías y técnicas de medición / coord. acad. Fabián Hernández Ramírez Atehortúa ; coord. ed. Solangy Carrillo-Pineda , Laura Agudelo-Calle. -- 1ª ed. -- Medellín: Universidad de Medellín; Sello Editorial Universidad de Medellín, 2021.

204 p.

Incluye referencias bibliográficas

ISBN (electrónico): 978-958-5180-20-8

1. RIESGO (FINANZAS) -- MÉTODOS DE SIMULACIÓN. 2. PORTAFOLIO DE INVERSIONES. 3. OPCIONES REALES (FINANZAS). 4. PRECIOS DE LA ENERGÍA -- COLOMBIA. 5. DÉUDA PÚBLICA -- COLOMBIA. 6. COMPAÑÍAS FIDUCIARIAS -- COLOMBIA. 1. Ramírez Atehortúa, Fabián Hernández, coord. acad.. 2. Carrillo-Pineda, Solangy, coord. ed.. 7. Universidad de Medellín. Sello Editorial Universidad de Medellín.

CDD 658.155

Catalogación bibliográfica - Universidad de Medellín. Biblioteca Eduardo Fernández Botero. Daissy Patricia Zea Mejía.

Sello Editorial Universidad de Medellín

selloeditorial@udem.edu.co

Carrera 87 N.º 30-65. Bloque 20, piso 2

Teléfono: (+57+4) 340 5242

Medellín, Colombia

*Coordinación editorial*

Solangy Carrillo-Pineda

Laura Agudelo Calle

*Corrección de estilo*

Carlos Agudelo Montoya

*Revisión de prueba diagramada*

Melissa Pérez Peláez

*Diagramación*

Leonardo Sánchez Perea

*Diseño de cubierta*

Valentina Rodríguez Fernandez

Todos los derechos reservados.

Esta publicación no puede ser reproducida, ni en todo ni en parte, por ningún medio inventado o por inventarse, sin el permiso previo y por escrito de la Universidad de Medellín.

Hecho el depósito legal.

# Contenido

Prólogo .....	17
Presentación.....	19

## CAPÍTULO I

### **Modelo Black, Derman y Toy en la construcción de la estructura temporal de tasas de interés para la valoración de títulos de deuda pública en Colombia**

*Luis Felipe Molina Sierra, Horacio Fernández Castaño y Luis Fernando Montes Gomez*

1.1 Antecedentes .....	23
1.2 Metodología .....	24
1.2.1 Modelos de tasas de interés .....	25
1.2.2 Modelo Black Derman y Toy .....	25
1.2.3 Algoritmo de Black Derman y Toy (un paso). Construcción de árbol.....	31
1.2.4 Algoritmo de Black Derman y Toy (dos pasos). Construcción del árbol...32	
1.3 Resultados .....	35
1.4 Conclusiones .....	46
Referencias.....	47

## CAPÍTULO II

### **Evolución de las cuentas de riesgo operativo en las fiduciarias en Colombia**

*Fausto Camilo Vahos Zuleta y David Alberto Bedoya Londoño*

2.1 Antecedentes .....	49
2.2 Marco conceptual, normativo e institucional de la gestión de riesgo operativo en Colombia .....	50
2.2.1 Sistema de administración de riesgo operativo (SARO).....	51
2.2.2 Cuentas contables para el registro del riesgo operativo .....	53
2.2.3 Usos de las cuentas contables de riesgo operativo .....	54
2.2.4 Cuantificación del riesgo operativo .....	54
2.3 Metodología .....	57
2.4 Resultados .....	58
2.5 Conclusiones .....	66
Referencias.....	66

## CAPÍTULO III

### Frontera eficiente de capital en compañías aseguradoras bajo el marco de Solvencia II

*Santiago Marín López*

3.1	Antecedentes .....	69
3.2	Marco conceptual, normativo e institucional de Solvencia II .....	70
3.3	Solvencia II: QIS 5 .....	72
3.3.1	Pilar I. Cuantitativo .....	72
3.3.2	Pilar II. Cualitativo .....	77
3.3.3	Pilar III. Disciplina de mercado.....	78
3.3.4	Fronteras eficientes de portafolio.....	78
3.3.5	Modelo de selección de activos de Harry Markowitz .....	78
3.3.6	Construcción de la frontera eficiente .....	79
3.3.7	Frontera eficiente de capital basado en riesgo.....	82
3.3.8	Construcción de la frontera eficiente de capital basado en riesgo.....	82
3.4	Aplicación en el mercado colombiano.....	84
3.5	Conclusiones .....	88
	Referencias.....	88
	Anexos .....	91

## CAPÍTULO IV

### Optimización de portafolio y valor en riesgo en la administración de la riqueza: caso portafolio colombiano

*Kevin Sledge Fitzgerald Fernández, Esteban Andrés Caldas Bechara, Fredy Ocaris Pérez  
Ramírez y Nini Johana Marín Rodríguez*

4.1	Antecedentes .....	95
4.2	Exploración del concepto <i>Wealth Management</i> .....	97
4.3	Teoría de portafolio e implicaciones en la gestión.....	99
4.4	Metodología .....	102
4.4.1	<i>Backtesting</i> .....	103
4.4.2	Test de Kupiec .....	103
4.4.3	Método de solución.....	104
4.4.4	Elección del método de valoración de riesgo .....	108
4.5	Resultados .....	108
4.5.1	Portafolio óptimo .....	109
4.5.2	Análisis frontera eficiente. Portafolio 1 .....	112
4.5.3	Análisis frontera eficiente. Portafolio 2 .....	112

4.4.4	VaR (valoración de riesgo) .....	114
4.5.5	<i>Backtesting</i> . Test de Kupiec. Portafolio 1 .....	116
4.5.6	<i>Backtesting</i> . Test de Kupiec. Portafolio 2 .....	117
4.6	Conclusiones .....	118
	Referencias .....	120

## CAPÍTULO V

### Construcción y valoración de un portafolio de inversiones eficiente para un inversionista con un perfil específico

*Viviana Marulanda Alayón, Natalia Sánchez Urdaneta, Fredy Ocaris Pérez  
y Nini Johana Marín Rodríguez*

5.1	Antecedentes .....	123
5.2	Marco de referencia conceptual .....	125
5.2.1	Riesgos de invertir .....	127
5.2.2	Riesgo de mercado .....	127
5.2.3	Riesgo de liquidez .....	128
5.2.4	Riesgo de crédito .....	129
5.2.5	Riesgo operacional .....	129
5.2.6	Riesgo de reinversión .....	129
5.3	Metodología .....	129
5.3.1	VaR simulación histórica .....	131
5.3.2	VaR simulación Montecarlo .....	132
5.3.3	VaR paramétrico .....	133
5.3.4	Varianzas cambiantes en el tiempo .....	134
5.3.5	<i>Expected Shortfall</i> .....	135
5.3.6	<i>Backtesting</i> .....	136
5.3.7	Test de Kupiec .....	136
5.3.8	Lineamientos metodológicos de referencia. Comité de Basilea .....	137
5.3.9	Método de solución acorde con un perfil específico de riesgo por parte del inversionista .....	139
5.3.10	Selección de métodos de valoración de riesgo .....	141
5.4	Resultados .....	141
5.4.1	Valoración de riesgo .....	144
5.4.2	<i>Backtesting</i> .....	146
5.4.3	Resultado bajo el marco de referencia del comité de Basilea .....	149
5.5	Conclusiones .....	150
	Referencias .....	152

## CAPÍTULO VI

### Ciclos y tendencias del precio en el mercado energético colombiano

*Mónica A. Arango Arango y Gabriel Rodríguez García*

6.2	Antecedentes .....	155
6.2	Marco de referencia conceptual.....	157
6.3	Metodología .....	166
6.3.1	El filtro doble HP, aplicación propuesta por la OCDE .....	168
6.3.2	Aplicación del filtro de Hodrick y Prescott en el mercado energético colombiano .....	169
6.4	Resultados .....	169
6.5	Conclusiones .....	177
	Referencias .....	178
	Anexos .....	180

## CAPÍTULO VII

### Aplicación de opciones reales en la valoración de un proyecto de inversión en infraestructura pública: un caso de estudio en la construcción de un teleférico para el transporte

*Horacio Fernández Castaño, Luis Fernando Montes Gómez,  
Viviana María Henao Castaño y Emerson Pérez Díez*

7.1	Antecedentes .....	183
7.2	Marco de referencia conceptual.....	185
7.3	Metodología .....	188
7.3.1	Evaluación mediante opciones .....	189
7.3.2	Modelo de <i>Black-Schole</i> .....	189
7.3.3	Simulación por Montecarlo .....	190
7.3.4	Modelo binomial de formación de precios .....	190
7.3.5	El Modelo binomial multiperíodo .....	191
7.3.6	Opciones reales .....	192
7.3.7	Valuación de las opciones reales de compra secuencial y de crecimiento... 193	
7.4	Resultados .....	195
7.5	Conclusiones .....	202
	Referencias .....	203

## Lista de tablas

Tabla 1.1. Árbol binomial de tasas de corto plazo .....	38
Tabla 1.2. Árbol binomial de precios de latencia.....	39
Tabla 1.3. Árbol binomial de precios de latencia. Nodo hacia arriba.....	40
Tabla 1.4. Árbol binomial de precios de latencia. Nodo hacia abajo.....	41
Tabla 1.5. Precios .....	42
Tabla 1.6. Tasas.....	43
Tabla 1.7. Precios BDT vs. valoración flujos.....	44
Tabla 2.1. Estructura estado de resultados .....	58
Tabla 2.2. Cuentas riesgo operativo más utilizadas por la Fiduciaria Bancolombia S. A. ....	59
Tabla 2.3. Cuentas riesgo operativo más utilizadas por la Fiduciaria Previsora ...	60
Tabla 2.4. Cuentas riesgo operativo más utilizadas por Fiduciaria de Bogotá .....	61
Tabla 2.5. Cuentas riesgo operativo más utilizadas por la Fiduciaria Occidente ..	62
Tabla 2.6. Cuentas riesgo operativo más utilizadas por la Fiduciaria Skandia .....	63
Tabla 2.7. Cuentas riesgo operativo más utilizadas por la Fiduciaria de Davivienda.....	64
Tabla 2.8. Cuentas riesgo operativo más utilizadas. Total fiduciarias .....	65
Tabla 3.1. Matriz de correlación para el BSCR .....	74
Tabla 3.2. Choque riesgo de acciones.....	76
Tabla 3.3. Choques riesgo de crédito .....	77
Tabla 3.4. Información actual de la Aseguradora ABC .....	85
Tabla 3.5. Activos disponibles en el mercado.....	85
Tabla 3.6. Resultados frontera eficiente de capital. Cifras en millones de COP....	86
Tabla 3.7. Matriz de correlación riesgos de mercado, tasas de interés al alza.....	91

Tabla 3.8. Matriz de correlación riesgos de mercado, tasas de interés a la baja...	92
Tabla 3.9. Choques riesgo de tasa de interés .....	92
Tabla 3.10. Resultados de capital basado en riesgo y rentabilidad para los portafolios 1 al 10 .....	93
Tabla 3.11. Resultados de capital basado en riesgo y rentabilidad para los portafolios 11 a 20 .....	93
Tabla 3.12. Porcentaje de inversión en cada <i>Asset Class</i> para los portafolios 1 al 10 .....	94
Tabla 3.13. Porcentaje de inversión por <i>Asset Class</i> para los portafolios 11 al 20..	94
Tabla 4.1. Representación gráfica del <i>Wealth Management</i> y el <i>Investment Management</i> .....	98
Tabla 4.2. Muestra de activos para conformar el portafolio óptimo .....	106
Tabla 4.3. Representación gráfica activos del portafolio 1 .....	112
Tabla 4.4. Representación gráfica activos del portafolio 2.....	113
Tabla 4.5. VaR para portafolio 1 y portafolio 2. Modelo EWMA (cifras en pesos) ..	114
Tabla 4.6. VaR para portafolio 2. Modelo Garch (1,1) (cifras en pesos) .....	115
Tabla 4.7. Test de Kupiec distribución normal. Portafolio 1.....	116
Tabla 4.8. Test de Kupiec distribución <i>T-Student</i> . Portafolio 1 .....	116
Tabla 4.9. Test de Kupiec distribución normal. Portafolio 2.....	117
Tabla 4.10. Test de Kupiec distribución <i>T-Student</i> . Portafolio 2 .....	117
Tabla 5.1. Resultados de VaR para portafolio A (95 % y 99 % de confianza).....	144
Tabla 5.2. Resultados de VaR para portafolio B (95 % y 99 % de confianza) .....	145
Tabla 5.3. Resultados test de Kupiec portafolio A (95 % de confianza) .....	147
Tabla 5.4. Resultados test de Kupiec portafolio A (99 % de confianza) .....	147
Tabla 5.5. Resultados test de Kupiec portafolio B (95 % de confianza) .....	147
Tabla 5.6. Resultados test de Kupiec portafolio B (99 % de confianza) .....	148
Tabla 5.7. Excepciones portafolio A (pérdidas superiores al VaR – 99 % de confianza).....	149
Tabla 5.8. Excepciones portafolio B (pérdidas superiores al VaR – 99 % de confianza).....	150
Tabla 6.1. Estadísticas descriptivas.....	171

Tabla 6.2. Prueba de raíz unitaria para precios diarios .....	172
Tabla 6.3. Agregaciones y ventanas temporales.....	173
Tabla 6.4. Matriz de correlación entre ciclos vs. precios y tendencia vs. precios mensuales, por franjas horarias .....	180
Tabla 6.5. Matriz de correlación entre ciclos vs. precios y tendencia vs. precios mensuales, por franjas horarias .....	181
Tabla 7.1. Similitud de parámetros entre opciones financieras y reales.....	194
Tabla 7.2. Ficha técnica del proyecto .....	195
Tabla 7.3. Cálculo valor de ejercicio en cada etapa .....	196
Tabla 7.4. Supuestos para el desarrollo de la aplicación.....	197
Tabla 7.5. Parámetros de valoración de la opción mediante árboles binomiales ...	198
Tabla 7.6. Parámetros Árbol .....	198
Tabla 7.7. Trayectoria del valor del proyecto a partir de la fase 2.....	198
Tabla 7.8. Valor de la opción de compra secuencial.....	199
Tabla 7.9. Supuestos para el desarrollo de la aplicación.....	200
Tabla 7.10. Parámetros de valoración de la opción mediante árboles binomiales....	201
Tabla 7.11. Parámetros árbol .....	201
Tabla 7.12. Trayectoria del valor del proyecto de crecimiento.....	201
Tabla 7.13. Valor de la opción de crecimiento .....	202

## Lista de figuras

Figura 1.1. Árbol binomial de precios. Un paso.....	31
Figura 1.2. Árbol binomial de precios. Dos pasos.....	32
Figura 1.3. Árbol binomial de tasas. Dos pasos.....	33
Figura 1.4. Gráfica de la Yield de los TES 24 .....	36
Figura 1.5. Precios BDT /precio bono /desviación .....	45
Figura 1.6. Histograma desviaciones .....	45
Figura 2.1. Sistema de Administración de Riesgo Operativo (SARO).....	52
Figura 2.2. Uso de cuentas riesgo operativo Fiduciaria Bancolombia S. A. ....	59
Figura 2.3. Uso de cuentas de riesgo operativo Fiduciaria Previsora .....	60
Figura 2.4. Uso de cuentas riesgo operativo Fiduciaria Bogotá .....	61
Figura 2.5. Uso de cuentas riesgo operativo Fiduciaria Occidente .....	62
Figura 2.6. Uso de cuentas riesgo operativo Fiduciaria Skandia.....	63
Figura 2.7. Uso de cuentas riesgo operativo Fiduciaria Davivienda .....	64
Figura 2.8. Uso de cuentas riesgo operativo. Total fiduciarias .....	65
Figura 3.1. <i>Solvency Capital Requirement (SCR)</i> .....	73
Figura 3.2. Portafolio de máxima rentabilidad y mínima varianza.....	80
Figura 3.3. Frontera eficiente .....	81
Figura 3.4. Portafolio de máxima rentabilidad y mínimo SCR .....	83
Figura 3.5. Frontera eficiente de capital basado en riesgo.....	84
Figura 3.6. Frontera eficiente de capital .....	87
Figura 4.1. Representación gráfica del beneficio de la diversificación .....	101
Figura 4.2. Representación gráfica de la participación por tipos de emisor .....	105
Figura 4.3. Representación gráfica del bono a diez años de Estados Unidos .....	110
Figura 4.4. Representación gráfica frontera eficiente. Portafolio 1 .....	111

Figura 4.5. Representación gráfica frontera eficiente. Portafolio 2 .....	111
Figura 5.1. Representación Gráfica del <i>Expected Shortfall</i> .....	131
Figura 5.2. VaR por simulación histórica.....	132
Figura 5.3. Representación gráfica del <i>Expected Shortfall</i> .....	135
Figura 5.4. Distribución de inversión por tipo de activos .....	140
Figura 5.5. Frontera eficiente bajo volatilidades constantes (frontera A).....	142
Figura 5.6. Frontera eficiente bajo volatilidades condicionales (frontera B).....	143
Figura 5.7. Comparación de VaR al 95 % y 99 % de confianza (portafolio A) .....	144
Figura 5.8. Comparación de VaR al 95 % y 99 % de confianza (portafolio B) .....	145
Figura 6.1. Negociación en el mercado <i>spot</i> y en el mercado <i>forward</i> .....	157
Figura 6.2. Formación de precio de energía en el mercado <i>spot</i> .....	159
Figura 6.3. Serie de precios diarios de energía en bolsa .....	170
Figura 6.4. Precio por franjas horarias vs. precio en bolsa diario.....	170
Figura 6.5. HP precios mensuales. Ventana de tiempo $t=12$ a $T=60$ .....	174
Figura 6.6. HP precios diarios. Ventana de tiempo $t=360$ a $T=1800$ .....	176
Figura 7.1. Movimiento de $S$ (activo subyacente) en $\Delta t$ .....	190
Figura 7.2. Movimiento de $S$ (activo subyacente) en $2\Delta t$ .....	190



## Prólogo

La Universidad de Medellín y la Vicerrectoría de Ciencia y Tecnología, en desarrollo de la política de socialización y divulgación, acorde con el adelanto de las agendas de los grupos de investigación, promueve la indagación en diferentes campos del conocimiento, como es el caso de las finanzas. Esta vez tratamos asuntos concernientes a la modelación cuantitativa, metodologías y técnicas de medición en el ámbito del mercado de capitales, la gestión financiera y la administración de riesgos. El propósito central es fortalecer la vida de los grupos, promover su visibilidad, socializar logros y resultados de los procesos de investigación realizados por los profesores, estudiantes de pregrado y de posgrado, así como de estudiantes invitados de otras instituciones de educación superior; generando interlocución con la comunidad académica nacional e internacional en los diferentes ámbitos de aplicación práctica y gerencial de la modelación y la gestión de riesgos financieros.

En este sentido, el presente texto recoge algunos de los principales aportes realizados por los estudiantes de la Maestría en Finanzas y profesores que participan como asesores de trabajos de grado y en los distintos seminarios de investigación. Se trata de un texto que aborda problemáticas de modelación de fenómenos económico-financieros y prácticas de gestión en torno al campo de conocimiento de la Ingeniería Financiera en un marco de diálogo de saberes y como práctica social organizada e institucionalizada para apoyar la gestión y la toma de decisiones complejas bajo riesgo o incertidumbre en el mercado de capitales, la gestión financiera empresarial y la gestión de riesgos.

Es un esfuerzo conjunto de los programas académicos de Ingeniería Financiera y la Maestría en Finanzas, el Grupo de Investigación en Ingeniería Financiera (Ginif) y el Laboratorio Financiero de la Universidad de Medellín. Esperamos que lo aquí desarrollado contribuya a ahondar en las tendencias de modelación y gestión de riesgos, lineamientos, metodologías y técnicas de medición y valoración de activos, aspectos que precisan del estudio, la rigurosidad técnica, la intervención y aportes desde la academia en su espíritu de una formación incluyente y en ambientes de aprendizaje

innovadores, trabajo colaborativo, acceso al conocimiento y a la tecnología, procurando condiciones de innovación abierta y apropiación social del conocimiento en el contexto de la relación universidad-empresa-Estado-sociedad.

*Fabián Hernando Ramírez Atehortúa.*

Coordinador académico

## Presentación

El programa de Ingeniería Financiera, la Maestría en Finanzas, el Grupo de Investigación en Ingeniería Financiera (Ginif) y el Laboratorio Financiero de la Universidad de Medellín, ponen a disposición de la comunidad académica, estudiantes y profesionales en finanzas, la notación matemática que soportan algunas de las técnicas y metodologías aplicadas en el ámbito del mercado de capitales, la gestión financiera empresarial y la gestión de riesgos, conforme a las teorías y modelos cuantitativos que explican la estructura a plazos de la tasa de interés para calcular el valor de activos de renta fija; la gestión de riesgo acorde con el marco regulatorio nacional e internacional sobre solvencia; la gestión patrimonial y el cálculo del valor en riesgo; la construcción de portafolios eficientes; la volatilidad de los precios de energía y la evaluación financiera de proyectos mediante opciones reales.

En el primer capítulo se presenta la formalización matemática del modelo Black, Derman y Toy, así como su aplicación en la construcción de la estructura temporal de tasas de interés para la valoración de títulos de deuda pública en Colombia. Dicho modelo contribuye a la valoración de activos de renta fija que permite a los equipos profesionales de *trading* tener una visión rápida de las posibilidades de arbitraje. Adicionalmente, permite a los equipos de *Back Office* tener una herramienta de fácil acceso para calibrar la valoración de dichos activos financieros, lo que evidencia la utilidad práctica del modelo para el cálculo de precios de opciones sobre bonos, *Swaptions* y otros derivados sobre tasa de interés.

En el segundo capítulo se analiza el impacto que tiene el riesgo operativo en las seis principales fiduciarias de Colombia, dado que este sector se ve expuesto a un sinnúmero de riesgos que acarrearán pérdidas a las mismas entidades y al sistema financiero en general, se destaca el riesgo operativo considerado por el comité de Basilea como el riesgo que más genera las pérdidas a nivel global en el sector financiero.

En el tercer capítulo, se realiza un análisis rigurosamente técnico a partir de la normativa europea, llamada Solvencia II, la cual busca fortalecer las

posiciones de capital de las compañías aseguradoras. Dicha normativa está tomando mucha relevancia a nivel mundial y a la vez que logra una gran aceptación por parte de las entidades supervisoras del mercado asegurador; así que es muy probable que los reguladores financieros de toda América comiencen a expedir normas locales, alineadas con esta filosofía de capital, tal como ha pasado en México, Brasil y, más recientemente, Chile.

En el cuarto capítulo, se expone el concepto de gestión patrimonial (*Wealth Management*) como elemento para que los gestores construyan un portafolio diversificado y calculen el valor en riesgo (VaR). Se plantea la importancia del desarrollo de la teoría de la administración de la riqueza como marco de análisis y proceso consultivo de gestión de portafolio donde los asesores recopilan información sobre los deseos del cliente y adoptan una estrategia a la medida, la cual utiliza productos y servicios financieros apropiados, acordes con la aversión al riesgo del inversionista. Los autores recomiendan un *Asset Allocation*, con una determinada rentabilidad y un nivel de volatilidad; análisis que se cimienta en la teoría moderna de portafolio y en el estudio de los fundamentales macroeconómicos.

En el capítulo quinto, se muestra el proceso de construcción y valoración de un portafolio de inversiones eficiente para un inversionista con un perfil específico en el contexto de la administración eficiente de los excedentes de liquidez, como uno de los retos a los que se enfrentan las gerencias financieras de las empresas. Para ello, se presentan diferentes metodologías que cuantifican el riesgo de mercado de dos portafolios construidos a través de la frontera eficiente, teniendo en cuenta tanto las volatilidades constantes, como las volatilidades cambiantes en el tiempo, para lo cual se utilizó el modelo Garch. Además, se calcula el valor en riesgo (VaR), mediante *Backtesting*, como una técnica fundamental, ya que permite detectar errores en las estimaciones, de forma que los modelos pueden ser reevaluados y ajustados para tener mejores aproximaciones a las pérdidas esperadas.

En el sexto capítulo, se examina la tendencia y el ciclo de los precios en el mercado energético colombiano para diferentes franjas horarias en una ventana de tiempo de quince años. El precio de bolsa de este *commodity* muestra altas volatilidades, lo cual representa un reto para garantizar la confiabilidad en el suministro de energía en el largo plazo a precios eficientes, acorde con el marco regulatorio del sector de energía y la figura de cargo por confiabilidad. Los autores presentan de manera concisa distintos mecanismos como las subastas de reconfiguración, la demanda descontable voluntaria-

mente y activos de generación de última instancia. Sin embargo, aducen que estos son mecanismos que controlan la falta de disponibilidad, pero que no proveen recursos de cobertura ante la exposición al riesgo por la volatilidad del precio en un horizonte de corto plazo. La formación del precio *spot* está determinada por la oferta que los generadores realizan mediante subastas diarias; donde la competencia entre los generadores regula el precio. No obstante, su determinación es compleja y tiene altos niveles de volatilidad, asociados al elevado grado de dependencia de la generación hidroeléctrica del sistema y a su vez, a la expectativa sobre el comportamiento climático.

Para finalizar, en el capítulo siete, se plantea la incorporación del análisis de opciones reales en el análisis económico y de factibilidad de un proyecto de infraestructura de movilidad o teleférico en un corregimiento aledaño a la ciudad de Medellín. Se presenta una visión general del enfoque de opciones reales para dicho proyecto. Los autores proponen una modelación matemático-financiera, se presenta la formalización matemática y se ilustra los procedimientos para valorar las opciones reales.

*Fabián Hernando Ramírez Atehortúa.*  
Coordinador académico



## CAPÍTULO I

# Modelo Black, Derman y Toy en la construcción de la estructura temporal de tasas de interés para la valoración de títulos de deuda pública en Colombia<sup>1</sup>

*Luis Felipe Molina Sierra<sup>2</sup>*

*Horacio Fernández Castaño<sup>3</sup>*

*Luis Fernando Montes Gomez<sup>4</sup>*

### 1.1 Antecedentes

La estructura temporal de los tipos de interés (ETTI), o curva de rendimientos, es de gran importancia debido a la información de carácter económico que aporta y expresa la relación en un momento dado de tiempo entre el rendimiento de un conjunto de bonos (bajo el mismo nivel de calificación crediticia y estructura de emisión) y el tiempo que falta a su vencimiento [1-2]. El rendimiento hasta el vencimiento es definido como la tasa efectiva anual que recibe el inversor si mantiene los bonos hasta su vencimiento, recibiendo todos los pagos de cupones faltantes que fuesen pactados desde su momento de compra y el nominal [3]. Debido a la definición de la ETTI, la condición de un mismo nivel de calificación crediticia y estructura de

---

<sup>1</sup> Este capítulo es resultado del trabajo presentado como requisito de grado de la Maestría en Finanzas de la Universidad de Medellín.

<sup>2</sup> Candidato a Magíster en Finanzas, Universidad de Medellín; especialista en Ingeniería Financiera de la Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín; ingeniero administrador, Universidad EIA, Medellín, Colombia. Correo electrónico: molina107@gmail.com

<sup>3</sup> Magíster en Matemáticas Aplicadas, Universidad Eafit; especialista en Sistemas de Administración de la Calidad, Universidad de Medellín; especialista en Gerencia de Construcciones, Universidad de Medellín; ingeniero civil, Universidad EIA; licenciado en Matemáticas, Universidad de Medellín. Profesor asociado, programa de Ingeniería Financiera, Universidad de Medellín, Medellín, Colombia; miembro activo del Grupo de Investigación en Ingeniería Financiera (Ginif). Correo electrónico: hfernandez@udem.edu.co

<sup>4</sup> Magíster en Finanzas, especialista en Finanzas y Mercado de Capitales, Universidad de Medellín; ingeniero electricista, Universidad de Antioquia. Profesor asociado, Universidad de Medellín; miembro activo del Grupo de Investigación en Ingeniería Financiera Ginif. Correo electrónico: lfmontes@udem.edu.co

emisión; la estructura temporal de tipos de interés es formada por activos financieros emitidos por gobiernos [2]. La ETTI es una herramienta muy útil para el análisis macroeconómico de los mercados financieros y el seguimiento de las políticas monetarias de un país, a través del control de las tasas de corto plazo [4]. Comúnmente, la ETTI se expresa con mayor frecuencia en forma porcentual (Tasas *Yield to Maturity*) que en precios.

El modelo de Black, Derman y Toy se encuentra dentro de los modelos consistentes con la estructura temporal de los tipos de interés (ETTI), y es uno de los más usados para la valoración de activos de renta fija, pues estos modelos replican con precisión la ETTI observada en el mercado en el momento de su calibración. Este modelo parte de tres hipótesis: la primera que los precios solo dependen del tipo de interés, la segunda que no hay impuestos ni costos de transacción y la tercera los que *inputs* del modelo son tomados de la ETTI.

Este trabajo se organiza así: en la segunda sección se describe la metodología de flujo de caja, los modelos de tasa de interés y el modelo y algoritmo de Black Derman y Toy. En la tercera se propone realizar la valoración de los títulos TES Gobierno Nacional con vencimiento 2024 aplicando el modelo Black Derman y Toy. Finalmente, se destacan algunas conclusiones importantes.

## 1.2 Metodología

Bajo la clasificación de activo financiero los instrumentos de deuda (bonos) tienen valor en función del flujo de caja que puedan generar a futuro; por lo cual, con el fin de tener una valoración del bono, es posible sumar a valor actual toda la serie de flujos de caja del instrumento hasta su maduración.

Bajo la anterior definición, la valoración de un instrumento de deuda con pago de cupones fijos periódicos se puede expresar de la siguiente manera:

$$P = \frac{C}{(1+r)} + \frac{C}{(1+r)^2} + \frac{C}{(1+r)^3} + \dots + \frac{C+VN}{(1+r)^n} \quad (1)$$

Donde:

$P$ : precio del título

$C$ : valor del cupón (de pago mensual, trimestral, semestral, anual, otros.)

$VN$ : valor nominal del bono.

$n$ : plazo al vencimiento del bono.

$r$ : tasa de rendimiento anual hasta el vencimiento.

Como es de esperarse, la valoración de los instrumentos de renta fija no es estática, y depende del comportamiento entre la demanda y oferta de los instrumentos, por esto se hace necesaria la incorporación de datos actualizados a través de la incorporación de tasas de negociación de los bonos cero cupón (ETTI) para el descuento de los cupones valorados al nivel de riesgo actual.

### 1.2.1 Modelos de tasas de interés

Un modelo de tasas de interés tiene como finalidad dar una descripción de un proceso dinámico, en el cual las tasas cambian en el tiempo, en términos de la construcción estadística y como medio ajustado para la construcción de precios para derivados sobre la tasa de interés. Regularmente es una implementación pragmática, más que una rigurosidad matemática o una descripción rigurosa de la realidad [5].

Tomando como referencia la categorización propuesta por James y Webber, los modelos [6] quienes listan los modelos de tasa de interés de la siguiente manera:

- Modelos tradicionales de equilibrio de uno, dos y multifactor, conocidos como modelos afines de la estructura a plazos de interés; esta categoría incluye los modelos gaussianos como el de Vasicek, Hull-White y Steeley.
- Modelos de captura de la dinámica de toda la curva de rendimientos, tales como el modelo HJM (Heath-Jarrow-Morton).
- Modelos de mercado, en particular el propuesto por Farshid Jamshidian [5].
- Modelos de anualidades consolidadas (Consol) [5].

Dentro de los modelos más aplicados debido a la facilidad de ejecución se encuentran Hull-White y HJM. La base para elegir el modelo adecuado regularmente se basa en el modelo que se ajuste con mayor veracidad al comportamiento de los datos.

### 1.2.2 Modelo Black Derman y Toy

Existen dos tipos de modelos de tasa corta de interés: aquellos que están en equilibrio y los de no arbitraje [7]. En los modelos de equilibrio el proceso que siguen las tasas de intereses de corto plazo es especificado; este define totalmente el modelo y sus entregables son los precios de los bonos cero cupón y la ETTI. Los ejemplos de estos modelos son Vasicek y Cox, Ingersoll y Ross. Los modelos de no arbitraje se construyen de manera que sea consistente

con las ETTI, la cual es observada en el mercado, es decir, que la ETTI es una entrada del modelo y no un resultado [8-9].

El modelo de una única variable se basa en la tasa de interés de corto plazo, el cual es el factor que induce el cambio en todos los precios de los activos, adicionalmente toma como variables de entrada o *inputs*, la información actual o *spot* de tasas de interés de largo plazo, así como la volatilidad de dichos bonos, de modo que al combinar ambas curvas se obtiene la estructura temporal de tipos de interés [10].

Los supuestos para este modelo de una única variable son los siguientes:

- Las tasas de los bonos son perfectamente correlacionadas.
- El retorno esperado para los activos en un periodo de tiempo es igual.
- Las tasas de corto plazo están distribuidas de manera log-normal.
- No existen costos de transacción o impuestos [11].

El modelo de Black, Derman y Toy sigue un proceso log-normal [5], esto evita que la tasa o rendimiento en algún momento se torne negativa; es importante destacar que en ciertas especificaciones de la función de volatilidad, la tasa instantánea podría no presentar reversión a la media [12]. Adicionalmente el modelo de Black, Derman y Toy es un modelo binomial simple, que puede ser calibrado para calcular estructuras de precio cero cupón y volatilidades [13], este es el objetivo final de este artículo.

Es importante mencionar que en los últimos años (2013 a la fecha), se ha presentado la evidencia de tasas negativas en algunos instrumentos de deuda soberanos en el mercado mundial, debido a la implementación de fuertes políticas monetarias expansivas por parte de los bancos centrales, que buscan presiones inflacionarias, actividad económica y crecimiento en la tasa de empleo [14]. La pregunta importante en estas circunstancias es: ¿qué razones tiene un inversionista para invertir en este tipo de instrumentos? La respuesta tiene como punto de partida los escenarios que plantean una desaceleración económica y deflación, adicionalmente es necesario revisar el perfil de los inversionistas donde los QIB (*Qualified Institutional Buyers*) tienen la necesidad, bien sea por mandato, bien por prospecto o restricción del *Asset Allocation*, instrumentos considerados seguros pagando un *Premium* por su inversión. Por lo anterior, es necesario mencionar que los procesos log-normales y el modelo de Black Derman y Toy (BDT) pierden validez, por lo tanto es necesario, debido a las condiciones actuales de deuda grado

de inversión de corto plazo altamente calificada, utilizar otros métodos de valoración que no dependan de la no negatividad de la tasa al vencimiento. Para el caso de estudio de esta investigación, se trabaja sobre el supuesto base de los procesos log-normales donde se presenta la exclusividad de tasas positivas.

El modelo original de BDT es desarrollado en tiempo discreto bajo la siguiente ecuación diferencial estocástica [11]- [15]:

$$d \ln r(t) = \left[ \theta(t) - \frac{\partial \sigma(t) / \partial t}{\sigma(t)} \ln r(t) \right] dt + \sigma(t) dz \quad (2)$$

Donde  $\ln r(t)$  es el factor de reversión a la media, y  $\theta(t)$  dividido por la velocidad de reversión a la media,  $\theta(t)$  es el factor tiempo que dependiente del nivel medio de reversión a la media. Esta representación incorpora dos funciones independientes del tiempo  $\theta(t)$  y  $\sigma(t)$ , que tienen como función hacer que el modelo encaje en la estructura a término de puntos de interés y la estructura a término de las tasas de volatilidad, adicionalmente en el modelo BDT las tasas de interés de corto plazo están distribuidas bajo una distribución log-normal con la ventaja que la tasa de interés no podría convertirse en negativa [11].

Una vez  $\theta(t)$  y  $\sigma(t)$  sean definidos, la tasa corta de volatilidad está determinada. Una consecuencia infortunada de este modelo es que para ciertas especificaciones de la función de volatilidad,  $\sigma(t)$ , la tasa corta tiende a no ser reversible a la media; adicionalmente, debido a su log-normalidad, ninguna de las soluciones analíticas para los precios de los bonos o de las opciones son un resultado del modelo, por tanto, se requiere de procedimientos mediante análisis numéricos para derivar el árbol de tasas cortas y establecer la estructura a término. También es posible encontrar una versión del modelo de Black, Derman y Toy en tiempo continuo, partiendo de la base de que la tasa corta es guiada por la siguiente expresión:

$$r_t = e^{\ln \mu_t + \sigma_t W_t} \quad (3)$$

De la siguiente manera, del cálculo ordinario se tiene que el teorema de Taylor para una función  $f$  con derivadas de todos los órdenes para todo  $x$  en un intervalo  $I$  que contiene a  $x_0$ , está dada por

$$f(x) = f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}(x-x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x-x_0)^2 + \frac{f'''(x_0)}{3!}(x-x_0)^3 + \dots$$

$$\dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x-x_0)^n + R_n(x) \quad (4)$$

Donde  $R_n(x)$  es el residuo (o error) y está dado por la fórmula  $R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(c)}{(n+1)!}(x-x_0)^n$  donde  $c$  es algún valor real entre  $x$  y  $x_0$  además  $\lim_{n \rightarrow \infty} R_n(x) = 0$

Este teorema puede extenderse para funciones de dos variables  $x$  y  $y$  de la siguiente manera:

Si  $f$  es una función en las dos variables independientes  $x$  y  $y$ , y que junto con todas sus derivadas es continua en una región de  $R^2$  que contiene el punto  $(x_0, y_0)$ , entonces

$$f(x, y) = f(x_0, y_0) + \frac{\partial^2 f(x_0, y_0)}{\partial x^2}(x-x_0) + \frac{\partial f(x_0, y_0)}{\partial y}(y-y_0) + \frac{\partial^2 f(x_0, y_0)}{\partial x^2} \frac{(x-x_0)^2}{2!} + \dots$$

$$+ \frac{\partial^2 f(x_0, y_0)}{\partial x \partial y}(x-x_0)(y-y_0) + \frac{\partial^2 f(x_0, y_0)}{\partial y^2} \frac{(y-y_0)^2}{2!} + \text{términos de orden superior} \quad (5)$$

O también:

$$f(x, y) - f(x_0, y_0) = \frac{\partial^2 f(x_0, y_0)}{\partial x^2}(x-x_0) + \frac{\partial f(x_0, y_0)}{\partial y}(y-y_0) + \frac{\partial^2 f(x_0, y_0)}{\partial x^2} \frac{(x-x_0)^2}{2!} + \dots$$

$$+ \frac{\partial^2 f(x_0, y_0)}{\partial x \partial y}(x-x_0)(y-y_0) + \frac{\partial^2 f(x_0, y_0)}{\partial y^2} \frac{(y-y_0)^2}{2!} + \text{términos de orden superior} \quad (6)$$

Suponiendo que:

$dx$  = pequeño cambio en  $x$ .

$dy$  = pequeño cambio en  $y$ .

$df$  = pequeño cambio en  $f$ , y resultante de pequeños cambios en  $x$  y  $y$ . la expresión anterior se puede escribir como

$$df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} (dx)^2 + \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} dx dy + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} (dy)^2$$

$$+ \text{términos de orden superior} \quad (7)$$

Ahora, si  $F(S_t, t)$  es una función doblemente diferenciable de  $t$  y del proceso aleatorio  $S_t$  entonces

$$dF = \frac{\partial F}{\partial S_t} dS_t + \frac{\partial F}{\partial t} dt + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial S_t^2} (dS_t)^2 + \frac{\partial^2 F}{\partial S_t \partial t} dS_t dt + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} (dt)^2 +$$

+ términos de orden superior (8)

Para incrementos pequeños de  $t$ , tenemos que  $(dt)^2 \approx 0$  y se puede eliminar el último término junto con términos de orden superior.

Sea  $dS_t = a(S_t, t)dt + \sigma(S_t, t)dW_t$ ,  $t \geq 0$  Donde:

$a(S_t, t) = a_t$  deriva (tendencia)

$\sigma(S_t, t) = \sigma_t$  parámetro de difusión

$W_t =$  proceso de Wiener

Reemplazando en (7) se obtiene que

$$dF = \frac{\partial F}{\partial S_t} (adt + \sigma dW_t) + \frac{\partial F}{\partial t} dt + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial S^2} (adt + \sigma dW_t)^2 + \frac{\partial^2 F}{\partial S \partial t} (adt + \sigma dW_t) dt \quad (9)$$

$$dF = \frac{\partial F}{\partial S} a_t dt + \frac{\partial F}{\partial S} \sigma_t dW_t + \frac{\partial F}{\partial t} dt + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial S^2} [a^2 (dt)^2 + 2a\sigma dt dW_t + \sigma^2 (dW_t)^2] + \dots \quad (10)$$

$$+ \frac{\partial^2 F}{\partial S \partial t} a (dt)^2 + \frac{\partial^2 F}{\partial S \partial t} \sigma dt dW_t$$

Sabemos que  $(dt)^2 \approx 0$  y como  $dW_t \approx Z\sqrt{dt}$  con  $Z \sim N(0,1)$  entonces  $dt dW_t = 0$ ,  $(dW_t)^2 = Z^2 dt$

$Z^2$  se aproxima a su valor esperado  $E(Z^2) = 1$  luego  $(dW_t)^2 = dt$

Reemplazando queda

$$dF = \frac{\partial F}{\partial S} a dt + \frac{\partial F}{\partial S} \sigma_t dW_t + \frac{\partial F}{\partial t} dt + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial S^2} \sigma^2 dt \quad (11)$$

$$dF = \left( a_t \frac{\partial F}{\partial S} + \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial S^2} \sigma^2 \right) dt + \sigma_t \frac{\partial F}{\partial S} dW_t \quad (12)$$

En resumen:

Si  $F(S_t, t)$  y  $dS_t = a(S_t, t)dt + \sigma(S_t, t)dW_t$  donde  $W_t$  es un proceso de Wiener entonces

$$dF = \left( a_t \frac{\partial F}{\partial S} + \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial S^2} \sigma^2 \right) dt + \sigma_t \frac{\partial F}{\partial S} dW_t \quad (13)$$

Si se tiene  $V = f(S_t, t)$  y que  $dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dB_t$  entonces

$$dV = \left( \mu S \frac{\partial V}{\partial S} + \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) dt + \sigma S \frac{\partial V}{\partial S} dB_t \quad (14)$$

Si en particular se tiene  $F(W_t, t)$  y  $W_t$  es un proceso de Wiener estándar, ( $a = 0, \sigma = 1$ ), entonces

$$dF = \left( \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial W_t^2} \right) dt + \frac{\partial F}{\partial W_t} dW_t \quad (15)$$

Ahora, si  $r_t$  sigue un movimiento browniano geométrico entonces  $r_t = e^{\ln \mu_t + \sigma_t W_t}$

$\mu_t$  : es la media de la tasa corta al tiempo  $t$

$\sigma_t$  : es la volatilidad de la tasa corta al tiempo  $t$

$W_t$  : es un movimiento browniano estándar

Como  $r_t = e^{\ln \mu_t + \sigma_t W_t}$  al tomar logaritmo, a ambos lados, queda  $\ln r_t = \ln \mu_t + \sigma_t W_t$  y a partir de aquí se obtiene  $W_t = \frac{\ln r_t - \ln \mu_t}{\sigma_t}$

Teniendo en cuenta que  $dF = \left( \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial W_t^2} \right) dt + \frac{\partial F}{\partial W_t} dW_t$  y haciendo  $F = \ln r_t$  se tiene que:

$$d \ln r_t = \left( \frac{\partial \ln r_t}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \ln r_t}{\partial W_t^2} \right) dt + \frac{\partial \ln r_t}{\partial W_t} dW_t \quad (16)$$

Ahora, como  $\frac{\partial \ln r_t}{\partial W_t} = \sigma_t$ ,  $\frac{\partial \ln r_t}{\partial t} = \frac{\partial \ln \mu_t}{\partial t} + W_t \frac{\partial \sigma_t}{\partial t} + \sigma_t \frac{\partial W_t}{\partial t}$  y  $\frac{\partial W_t}{\partial t} = 0$  ya que  $t \partial W_t = 0$  y además,  $\frac{\partial^2 \ln r_t}{\partial W_t^2} = 0$

Haciendo las respectivas sustituciones, de las derivadas parciales, se llega a que:

$$d \ln r_t = \left( \frac{\partial \ln \mu_t}{\partial t} + W_t \frac{\partial \sigma_t}{\partial t} + \sigma_t \underbrace{\frac{\partial W_t}{\partial t}}_{=0} \right) dt + \sigma_t dW_t \quad (17)$$

O más bien  $d \ln r_t = \left( \frac{\partial \ln \mu_t}{\partial t} + W_t \frac{\partial \sigma_t}{\partial t} \right) dt + \sigma_t dW_t$  y como  $W_t = \frac{\ln r_t - \ln \mu_t}{\sigma_t}$  entonces:

$$d \ln r_t = \left[ \frac{\partial \ln \mu_t}{\partial t} + \left( \frac{\ln r_t - \ln \mu_t}{\sigma_t} \right) \frac{\partial \sigma_t}{\partial t} \right] dt + \sigma_t dW_t \quad (18)$$

De igual manera:

$$d \ln r_t = \left[ \frac{\partial \ln \mu_t}{\partial t} + (\ln r_t - \ln \mu_t) \frac{1}{\sigma_t} \frac{\partial \sigma_t}{\partial t} \right] dt + \sigma_t dW_t \quad (19)$$

Adicionalmente, como  $\frac{\partial \ln \sigma_t}{\partial t} = \frac{1}{\sigma_t} \frac{\partial \sigma_t}{\partial t}$ , entonces:

$$d \ln r_t = \left[ \frac{\partial \ln \mu_t}{\partial t} - \frac{\partial \ln \sigma_t}{\partial t} (\ln \mu_t - \ln r_t) \right] dt + \sigma_t dW_t \quad (20)$$

Esta ecuación diferencial estocástica representa la dinámica del logaritmo de la tasa corta en el modelo Black, Derman y Toy.

Para el caso particular, si la media y la volatilidad son constantes en el tiempo, entonces tenemos que la ecuación se reduce a:

$d \ln r_t = \sigma_t dW_t$  y al integrar a ambos lados queda  $\int_{r_0}^{r_t} d \ln r_t = \int_{w_0}^{w_t} \sigma_t dW_t$ , y, por lo tanto,

$$\ln r_t - \ln r_0 = \sigma_t (w_t - w_0) \quad (21)$$

Despejando  $\ln r_t$  se obtiene  $r_t = r_0 e^{\sigma_t W_t}$

### 1.2.3 Algoritmo de Black Derman y Toy (un paso). Construcción de árbol

Para determinar el precio de un bono cero cupón que vence en  $T = 1$ , el precio puede tomar dos posibles valores  $B_u$  y  $B_d$ . Si en el periodo  $T = 1$  el inversionista recibe una unidad monetaria, el valor nominal al vencimiento sería de  $B_u = 1$  y  $B_d = 1$  con probabilidades de ocurrencia  $p$  y  $1-p$ , respectivamente [16]. Árbol binominal de precios (un paso), que se muestra en la figura 1.1.

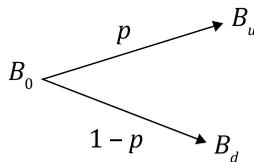


Figura 1.1. Árbol binomial de precios. Un paso

Fuente: elaboración propia.

Donde:

$B_u$ : es el precio del bono en el periodo  $T = 1$  si el precio sube.

$B_d$ : es el precio del bono en el periodo  $T = 1$  si el precio disminuye.

$p$ : Probabilidad de un aumento en el precio.

$1 - p$ : Probabilidad de una disminución en el precio.

Se puede concluir que:

$$\tilde{B}_0 = \frac{E[B_0 | \lambda_1]}{1 + R(0,1)} = \frac{1}{1 + R(0,1)} \quad (22)$$

$\lambda_1$  es la filtración disponible en  $T = 1$ ; el valor esperado  $[B_0 | K_1]$ , trayéndolo a valor presente da el precio del bono en  $T = 0$

$R(0,1)$  representa la tasa de inversión a un periodo en la estructura temporal de tasas de los tipos de interés.

#### 1.2.4 Algoritmo de Black Derman y Toy (dos pasos). Construcción del árbol

Para determinar el precio de un bono cero cupón  $B_0$  que vence dentro de dos años,  $T = 2$  a partir de los precios futuros, es necesario desarrollar un árbol binomial de dos pasos. Árbol binomial de precios (dos pasos), que se muestra en la figura 1.2.

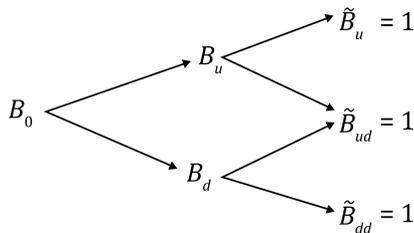


Figura 1.2. Árbol binomial de precios. Dos pasos

Fuente: elaboración propia.

Donde:

$B_u$ : es el precio del bono en el periodo  $T = 1$  si el precio sube.

$B_d$ : es el precio del bono en el periodo  $T = 1$  si el precio disminuye.

$B_0$ : es el precio del bono en el periodo  $T = 0$ ,

$\tilde{B}_{uu}$ ,  $\tilde{B}_{ud}$  y  $\tilde{B}_{dd}$  es el precio del bono (cero cupón) al vencimiento, es decir 1.

Se puede concluir que:

$$A[B_0 | \tilde{\epsilon}_2] = p^2 \tilde{B}_{uu} + 2p(1-p) \tilde{B}_{ud} + (1-p)^2 \tilde{B}_{dd} = 1 \quad (23)$$

Donde:

$$\tilde{B}_0 = \frac{A[B_0 | \tilde{\epsilon}_2]}{[1 + R(0,2)]^2} = \frac{1}{[1 + R(0,2)]^2} \quad (24)$$

Es importante tener en cuenta que  $\tilde{B}_{uu}$ ,  $\tilde{B}_{ud}$  y  $\tilde{B}_{dd}$  son conocidos, pero para conocer  $B_u$  y  $B_d$  se requieren los valores de la tasa corta  $r_u$  y  $r_d$ .

El siguiente es el árbol binomial para la tasa corta:

Árbol binominal de tasas (dos pasos), que se muestra en la Figura 1.3

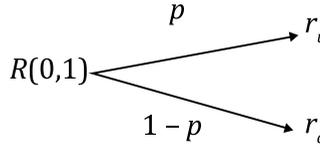


Figura 1.3. Árbol binomial de tasas. Dos pasos

Fuente: elaboración propia.

A continuación, se procede a determinar el precio del bono en  $T = 1$  cuando tiene maduración en  $T = 2$ :

$$E[B_0 | \lambda_1] = p\tilde{B}_u + (1-p)\tilde{B}_d = 1 \quad (25)$$

El valor presente del valor esperado del precio del bono dentro de un año, está dado por:

$$\tilde{B}_0 = \frac{pB_u + (1-p)B_d}{1 + R(0,1)} \quad (26)$$

El valor de  $\tilde{B}_0$  es conocido pues, fue calculado con anterioridad, y el valor de  $R(0,1)$  se toma del rendimiento de un bono que vence dentro de un año. Adicionalmente aún se tiene  $B_u$  y  $B_d$  como cantidades desconocidas, y para encontrar sus valores se inicia con la definición del árbol binomial:

$$r_u = e^{\sigma(0,T)\sqrt{\frac{T}{n}}} \quad (27)$$

$$r_d = e^{-\sigma(0,T)\sqrt{\frac{T}{n}}} \quad (28)$$

Por lo tanto, aplicando logaritmo natural a ambos lados se obtiene:

$$\ln r_u = \sigma(0,t)\sqrt{\frac{T}{N}} \quad (29)$$

$$\ln r_d = -\sigma(0,t)\sqrt{\frac{T}{N}} \quad (30)$$

Donde  $n$  es el número de períodos en el árbol binomial y  $T$  la fecha de vencimiento del bono, operando las dos expresiones anteriores se encuentra que:

$$\ln r_u - \ln r_d = 2\sigma(0,t)\sqrt{\frac{T}{N}} \quad (31)$$

Despejando  $r_u$  tenemos que:

$$r_u = r_d e^{2\sigma(0,T)\sqrt{\frac{T}{n}}} \quad (32)$$

Para el caso particular de  $T = n = 2$ , se obtiene:

$$r_u = r_d e^{2\sigma(0,2)} \quad (33)$$

Adicionalmente, se puede observar que el precio de un bono cero cupón dentro de un año, que tiene como valor nominal una unidad monetaria, traída a valor presente bajo las tasas cortas  $r_u$  y  $r_d$ :

$$B_u = \frac{1}{1+r_u} \quad (34)$$

$$B_d = \frac{1}{1+r_d} \quad (35)$$

Reemplazando, se encuentra que:

$$\tilde{B}_0 = \frac{p(1+r_d e^{2\sigma(0,2)})^{-1} + (1-p)(1+r_d)^{-1}}{1+R(0,1)} \quad (36)$$

Como  $R(0,1)$ ,  $\tilde{B}_0$  y  $\sigma(0,2)$  son valores conocidos, es posible escribir la ecuación anterior como una ecuación cuadrática homogénea en  $r_d$ , Así:

$$r_d^2 + br_d + c = 0 \tag{37}$$

Donde  $b$  y  $c$  son cantidades conocidas y para un valor fijo de  $p$ , proporciona una solución de  $r_d$ , denotada por  $\tilde{r}_d$  y por la cual:

$$\tilde{r}_u = \tilde{r}_d e^{2\sigma(0,2)} \tag{38}$$

Posteriormente se pueden calcular los valores de los precios, mediante las expresiones:

$$B_d = \frac{1}{1 + \tilde{r}_d} \tag{39}$$

$$B_u = \frac{1}{1 + \tilde{r}_u} \tag{40}$$

Obteniendo los valores de  $B_u$  y  $B_d$  para después encontrar el precio del bono en el periodo  $T = 0$

### 1.3 Resultados

Para el desarrollo de la aplicación del modelo Black Derman y Toy, se propone realizar la valoración de los títulos TES Gobierno Nacional, con vencimiento 2024 con las siguientes características:

<b>Emisor</b>	Gobierno Nacional República de Colombia
<b>Vencimiento</b>	24 de julio del 2024
<b>Cupón</b>	10 %
<b>Periodicidad</b>	Anual
<b>Nemotécnico</b>	TFIT16240724
<b>Fuente</b>	Datos históricos tomados de la plataforma de Bloomberg

Para el periodo de tiempo comprendido entre el último pago de cupón a la fecha (24 de julio de 2016) y un mes para observar la divergencia entre el modelo Black, Derman y Toy y la valoración por flujo de caja descontado.

Es importante mencionar que la razón principal para el uso de este título, TES Gobierno Nacional de vencimiento 24 de julio del 2024, radica en la liquidez de la emisión y en la alta disponibilidad de los datos y transacciones al ser un referente de la deuda soberana colombiana (figura 1.4).

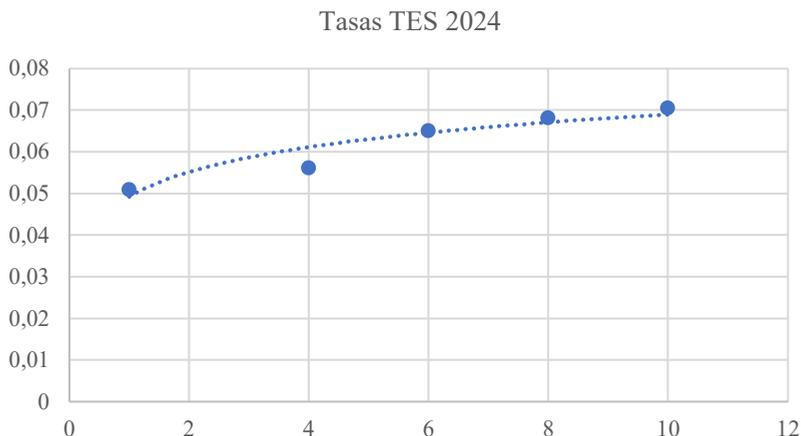


Figura 1.4. Gráfica de la Yield de los TES 24

Fuente: Bloomberg.

Partiendo de las necesidades del modelo Black Derman y Toy para la construcción de los arboles binomiales, se hizo necesaria la consecución de los datos de mercado de la estructura ETTI del sistema proveedor de precios de valoración (Infovalmer); en la muestra se tomaron los datos para la ETTI desde el 2 de enero de 2003 hasta el 23 de agosto del 2016.

Los datos obtenidos de los ETTI, están expresados para vencimientos en periodos de años y no en días, esto representa un problema a medida que avanzamos en los días de valoración disminuye la precisión al estar en términos anuales. Sin embargo, para solucionar este problema se hace necesario el uso del modelo de Nelson y Siegel para la modelación de la ETTI [17].

- **Estructura del modelo de Black Derman y Toy**

**Paso 1:** definición de los datos de entrada.

**Número de intervalos:** corresponde al número de cupones futuros del instrumento que se está valorando. Para el caso de la valoración a la fecha del 24 de julio del 2016 del bono TES gobierno nacional del 2024 corresponde a nueve cupones pendientes de pago anual.

**Término:** corresponde al tiempo al vencimiento expresado en los mismos términos de pago del cupón (anual, semestral, mensual, entre otros), que para el caso del ejemplo es de nueve años.

**Longitud de los intervalos:** duración de los períodos comprendidos entre los pagos de cupones establecidos en periodos anuales, se calcula como: Longitud de los intervalos = Término/ n.º de Intervalos.

**Fecha de valoración:** fecha en la cual se realizará la valoración del instrumento de renta fija. Para el caso del ejemplo es el 24 de julio de 2016.

**Fechas de pago de cupones:** corresponde a las fechas de pago de los cupones futuros y es el referente para el cálculo de las tasas de descuento en la ETTI.

**t:** duración desde la fecha de valoración, es necesario expandirlo un período adicional al de maduración para calcular los árboles de Yield arriba y el Yield abajo.

**Tasa inicial de Yield:** tasas cero cupón calculados desde la información básica de la ETTI.

**Tasa inicial de volatilidad:** es la volatilidad anualizada de los datos históricos de la ETTI, desde el 2 de enero de 2003 al 24 de julio del 2016.

**Paso 2:** definición de los datos de salida.

**Media de las tasas:** son las tasas cortas que se encuentran en la simetría del árbol binomial de los tipos de interés.

**Volatilidad:** es la volatilidad inherente a las tasas de interés del árbol.

**Paso 3:** construcción de un árbol binomial de tasas de corto plazo.

Es importante destacar, como ya se dijo, que el modelo Black Derman y Toy se basa en que las tasas de interés se distribuyen bajo una distribución log-normal con una probabilidad de riesgo neutral [18]. Cada nodo del árbol está definido por la siguiente ecuación:

Si el nodo está ubicado en una posición de cero o superior está definido por la siguiente ecuación:

$$r_t(u_m)^n \tag{41}$$

Si el nodo está ubicado en una posición inferior a cero, está definido por la siguiente ecuación:

$$r_t \left( \frac{1}{u_m} \right)^n \tag{42}$$

Donde:

$r_t$ : es la tasa correspondiente a la tasa en el tiempo  $tt$ .

$u$ : se calcula como  $e^{\sigma_t dt}$  para cada uno de los cupones.

$n$ : corresponde al número del nodo del árbol binomial, en el cual se encuentra.

$m$ : es el número del pago del cupón o capital medido en los intervalos de tiempo.

Los resultados obtenidos en este caso de estudio se muestran en la tabla 1.1.

Tabla 1.1. Árbol binomial de tasas de corto plazo

Short Rates (t)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Node (n)										
9										5,4723 %
8									43,3538 %	
7								16,8052 %		4,7295 %
6							18,2601 %		27,8555 %	
5						15,4303 %		13,2285 %		4,0876 %
4					13,1115 %		13,5138 %		17,8976 %	
3				10,9963 %		11,3716 %		10,4131 %		3,5327 %
2			9,0606 %		9,5787 %		10,0012 %		11,4995 %	
1		7,9114 %		8,0159 %		8,3805 %		8,1969 %		3,0532 %
0	6,7498 %		6,7591 %		6,9977 %		7,4016 %		7,3886 %	
-1		5,6469 %		5,8433 %		6,1761 %		6,4523 %		2,6388 %
-2			5,0422 %		5,1122 %		5,4777 %		4,7473 %	
-3				4,2595 %		4,5516 %		5,0791 %		2,2806 %
-4					3,7348 %		4,0539 %		3,0502 %	
-5						3,3544 %		3,9981 %		1,9711 %
-6							3,0002 %		1,9598 %	
-7								3,1472 %		1,7035 %
-8									1,2592 %	
-9										1,4723 %

Fuente: elaboración propia.

**Paso 4:** construcción de los árboles de precios.

Para la construcción del árbol de precios se parte desde la base de que los precios inician normalizados en una base de 1, por lo cual el nodo  $n = 0$  de la duración  $t = 0$  el precio es cero.

Para el resto de nodos es:

$$Precio_{n,t} = PNR \left[ Precio_{n+1,t-1} e^{(-r_{n+1,t-dt})} + Precio_{n-1,t-1} e^{(-r_{n-1,t-dt})} \right] \quad (43)$$

Los resultados obtenidos se muestran en tabla 1.2.

Tabla 1.2. Árbol binomial de precios de latencia

State Prices											
T	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
Node (n)											
9											0,00047
8									0,00146		
7								0,00346		0,00553	
6							0,00830		0,01335		
5						0,01937		0,02714		0,02689	
4					0,04417		0,05422		0,05222		
3				0,09860		0,10290		0,08952		0,07296	
2			0,21591		0,18386		0,14553		0,11472		
1		0,46736		0,30271		0,21663		0,16147		0,12322	
0	1,00000		0,43676		0,28548		0,20595		0,15525		
-1		0,46736		0,30910		0,22625		0,17252		0,13546	
-2			0,22085		0,19609		0,16243		0,13288		
-3				0,10500		0,11739		0,10944		0,09749	
-4					0,05031		0,06780		0,07038		
-5						0,02423		0,03824		0,04449	
-6							0,01172		0,02112		
-7								0,00569		0,01172	
-8									0,00275		
-9											0,00136

Fuente: elaboración propia.

- **Construcción del árbol de precios si los precios se mueven un nodo hacia arriba y abajo**

Es necesario determinar estos precios para estimar la volatilidad inherente a los árboles binomiales. La forma de calcularlos es similar al árbol inicial, sin embargo, el precio normalizado inicia desde el primer periodo, no desde el momento cero [18]. Los resultados obtenidos se muestran en la tabla 1.3: nodo hacia arriba.

Tabla 1.3. Árbol binomial de precios de latencia. Nodo hacia arriba

State Prices (t)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Node(n)										
9										0,0010
8									0,0031	
7								0,0074		0,0103
6							0,0178		0,0246	
5						0,0414		0,0490		0,0434
4					0,0945		0,0954		0,0815	
3				0,2110		0,1739		0,1333		0,1000
2			0,4620		0,2915		0,2025		0,1479	
1		1,0000		0,4269		0,2717		0,1906		0,1397
0			0,4620		0,2988		0,2132		0,1589	
-1				0,2159		0,1877		0,1517		0,1222
-2					0,1018		0,1113		0,1014	
-3						0,0484		0,0638		0,0656
-4							0,0231		0,0356	
-5								0,0111		0,0199
-6									0,0053	
-7										0,0026
-8										

Fuente: elaboración propia.

Los resultados obtenidos se muestran en la tabla 1.4: nodo hacia abajo.

Tabla 1.4. Árbol binomial de precios de latencia. Nodo hacia abajo

State											
Prices											
Node(n) / t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
8											
7										0,0015	
6									0,0040		
5								0,0090		0,0141	
4							0,0207		0,0302		
3						0,0463		0,0583		0,0561	
2					0,1019		0,1088		0,0976		
1				0,2208		0,1918		0,1549		0,1240	
0			0,4725		0,3120		0,2275		0,1733		
-1	1,0000			0,4455		0,2964		0,2175		0,1677	
-2		0,4725			0,3177		0,2362		0,1829		
-3			0,2247			0,2028		0,1704		0,1430	
-4				0,1076			0,1220		0,1149		
-5					0,0518			0,0707		0,0753	
-6						0,0251			0,0399		
-7							0,0122			0,0225	
-8								0,0059			
-9										0,0029	

Fuente: elaboración propia.

**Paso 5:** cálculo de los precios desde los árboles.

Uno de las restricciones importantes para la optimización del modelo de Black Derman y Toy, es la igualdad entre los precios de los bonos cero cupón que fueron tomados a modo de datos de entrada en el modelo con los que se encuentran como resultado de los arboles binomiales. Por esto, es necesario encontrar los precios de los bonos cero cupón de valor nominal uno con las tasas de descuento que son el *input* del modelo de la siguiente manera:

$$Precioinicial_t = e^{(-tasainicial \times t)} \tag{44}$$

Adicionalmente, es necesario calcular los precios para el periodo *t* de los arboles binomiales sumando los nodos que corresponden a cada periodo. Para los árboles que se mueven un nodo hacia arriba o abajo debe repetirse este mismo procedimiento para encontrar sus precios iniciales de manera similar. Los resultados se pueden apreciar en la tabla 1.5.

Tabla 1.5. Precios

Fecha	24-jul-16	24-jul-17	24-jul-18	24-jul-19	24-jul-20	24-jul-21	24-jul-22	24-jul-23	24-jul-24	24-jul-25
t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Yield inicial		6,75 %	6,76 %	6,80 %	6,86 %	6,94 %	7,03 %	7,12 %	7,22 %	7,31 %
Volatilidad inicial		26,89 %	16,86 %	15,74 %	15,74 %	15,70 %	15,56 %	15,41 %	15,33 %	15,39 %
Median Rate,r	6,75 %	6,68 %	6,76 %	6,84 %	7,00 %	7,19 %	7,40 %	7,27 %	7,39 %	2,84 %
Sigma, $\sigma$		16,86 %	14,65 %	15,81 %	15,70 %	15,26 %	15,05 %	11,97 %	22,12 %	7,29 %
u	1	1,1836	1,1578	1,1712	1,1700	1,1649	1,1624	1,1271	1,2476	1,0757
Precio inicial	1	0,9347	0,8735	0,8154	0,7599	0,7068	0,6560	0,6075	0,5614	0,5177
Precio de la latencia	1	0,9347	0,8735	0,8154	0,7599	0,7068	0,6560	0,6075	0,5614	0,5177
Precio_arriba		1,0000	0,9239	0,8537	0,7866	0,7231	0,6633	0,6069	0,5553	0,5037
Precio_abajo		1,0000	0,9451	0,8910	0,8393	0,7891	0,7403	0,6929	0,6486	0,6041

Fuente: elaboración propia.

**Paso 6:** cálculo de las tasas.

En la segunda restricción para la calibración del modelo se igualan las volatilidades iniciales con las volatilidades obtenidas de los arboles binomiales, al mover el nodo de inicio hacia arriba o hacia abajo, para esto es necesario determinar las tasas de la siguiente manera:

$$Tasaarriba = Ln\left(\frac{Precioarriba_t}{t-1}\right) \quad (45)$$

$$Tasaabajo = Ln\left(\frac{Precioabajo_t}{t-1}\right) \quad (46)$$

**Paso 7:** cálculo de la volatilidad de las tasas partiendo del árbol binomial.

$$Volatilidadde lasTasas = (0,5 \times \sqrt{dt}) Ln\left(\frac{Tasaarriba_t}{Tasaabajo_t}\right) \quad (47)$$

Para nuestro caso véase la tabla 1.6.

Tabla 1.6. Tasas

Fecha	24-jul-16	24-jul-17	24-jul-18	24-jul-19	24-jul-20	24-jul-21	24-jul-22	24-jul-23	24-jul-24	24-jul-25
t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Yield inicial		6,75 %	6,76 %	6,80 %	6,86 %	6,94 %	7,03 %	7,12 %	7,22 %	7,31 %
Volatilidad inicial		26,89 %	16,86 %	15,74 %	15,74 %	15,70 %	15,56 %	15,41 %	15,33 %	15,39 %
Median Rate,r	6,75 %	6,68 %	6,76 %	6,84 %	7,00 %	7,19 %	7,40 %	7,27 %	7,39 %	2,84 %
Sigma, $\sigma$		16,86 %	14,65 %	15,81 %	15,70 %	15,26 %	15,05 %	11,97 %	22,12 %	7,29 %
u	1	1,1836	1,1578	1,1712	1,1700	1,1649	1,1624	1,1271	1,2476	1,0757
Precio inicial	1,0000	0,9347	0,8735	0,8154	0,7599	0,7068	0,6560	0,6075	0,5614	0,5177
Precio de la latencia	1,0000	0,9347	0,8735	0,8154	0,7599	0,7068	0,6560	0,6075	0,5614	0,5177
Precio_arriba		1,0000	0,9239	0,8537	0,7866	0,7231	0,6633	0,6069	0,5553	0,5037
Precio_abajo		1,0000	0,9451	0,8910	0,8393	0,7891	0,7403	0,6929	0,6486	0,6041
Yield_up			7,91 %	7,91 %	8,00 %	8,10 %	8,21 %	8,32 %	8,40 %	8,57 %
Yield_down			5,65 %	5,77 %	5,84 %	5,92 %	6,02 %	6,12 %	6,18 %	6,30 %
Volatilidad del Yield de la latencia			16,86 %	15,74 %	15,74 %	15,70 %	15,56 %	15,41 %	15,33 %	15,39 %

Fuente: elaboración propia.

- **Calibración del modelo durante treinta días posteriores al cupón**

Con el fin de ver el nivel de divergencia entre la valoración por flujo de caja descontada y el modelo de Black Derman y Toy, el equipo investigador toma treinta días subsiguientes al pago del cupón del 2016 para hacer un *Back-Testing* y los posibles errores al modificar el  $dt$  (intervalo de pago de cupones). Véase la tabla 1.7.

Tabla 1.7. Precios BDT vs. valoración flujos

<b>Fecha</b>	<b>Precio BDT</b>	<b>Precio Bono</b>	<b>Desviación</b>
24-jul-16	115,59	115,87	0,24 %
25-jul-16	114,67	115,05	0,33 %
26-jul-16	114,29	115,11	0,71 %
27-jul-16	114,52	115,29	0,67 %
28-jul-16	113,88	114,97	0,95 %
29-jul-16	113,61	115,14	1,33 %
30-jul-16	113,62	115,15	1,33 %
31-jul-16	113,64	115,17	1,33 %
01-ago-16	113,05	115,20	1,87 %
02-ago-16	112,93	114,99	1,79 %
03-ago-16	112,97	115,22	1,96 %
04-ago-16	113,34	115,80	2,12 %
05-ago-16	113,59	116,22	2,26 %
06-ago-16	113,61	116,24	2,26 %
07-ago-16	113,63	116,25	2,26 %
08-ago-16	114,06	116,25	1,88 %
09-ago-16	114,15	116,56	2,07 %
10-ago-16	114,02	116,74	2,34 %
11-ago-16	114,08	116,96	2,46 %
12-ago-16	114,10	117,09	2,56 %
13-ago-16	114,11	117,11	2,56 %
14-ago-16	114,13	117,12	2,55 %
15-ago-16	114,15	117,14	2,55 %
16-ago-16	114,20	117,10	2,48 %
17-ago-16	114,57	117,16	2,21 %
18-ago-16	115,29	117,79	2,12 %
19-ago-16	115,66	118,42	2,33 %
20-ago-16	115,67	118,44	2,33 %
21-ago-16	115,69	118,45	2,33 %
22-ago-16	115,48	117,95	2,09 %
23-ago-16	115,62	118,16	2,15 %

Fuente: elaboración propia.

• **Resultados gráficos**

Es importante aclarar que uno de los objetivos de este artículo consiste en evaluar el desempeño de la valoración con el método Black Derman y Toy, en fechas que no correspondan a la fecha de pagos de cupón. Según los resultados obtenidos en la figura 1.5, podemos concluir que el método no presenta una desviación significativa frente a la valoración del precio del bono por los métodos tradicionales; sin embargo, al irse apartando de esta fecha en particular, la desviación (error en la valoración) es cada vez mayor, lo que hace más crítica la presentación de resultados hasta el próximo pago de cupón. La figura 1.6 muestra el histograma de las desviaciones.

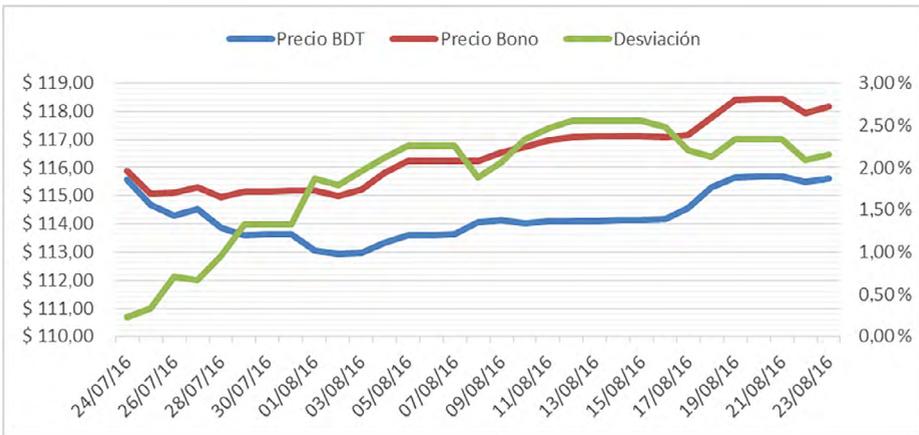


Figura 1.5. Precios BDT /precio bono /desviación

Fuente: elaboración propia.

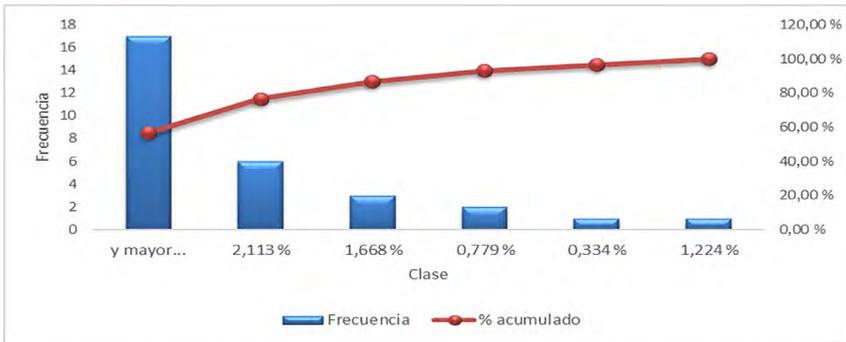


Figura 1.6. Histograma desviaciones

Fuente: elaboración propia.

- **La desviación media que existe entre ambas valoraciones:**

- Black Derman y Toy.
- Descuento de flujos de caja.

Los gráficos permiten concluir que a medida que aumenta el tiempo posterior al cupón aumenta la desviación, pero a partir de un punto permanece cercana a la media de desviación.

## 1.4 Conclusiones

El modelo Black Derman y Toy utiliza dos variables para encontrar el árbol de precios, en comparación con la construcción del precio por el descuento de flujos de caja, esto genera cálculos adicionales que aumentan la probabilidad de error al encontrar el precio del instrumento de renta fija. Es importante mencionar que los resultados obtenidos se obtienen partir de la versión discreta del modelo, y dentro del alcance de la investigación no se aplica la cobertura de los resultados con la versión continua. En forma posterior, se hace el cálculo continuo del precio de los instrumentos de renta fija por las metodologías de Black Derman y Toy, mediante descuento de flujos de caja.

Un período de tiempo de treinta días, permite evidenciar un problema del modelo de Black Derman y Toy en el proceso de optimización del diferencial de tiempo  $dt$ . En la literatura consultada, el proceso de valoración se realiza en la fecha del cupón entrando un  $dt$  entero (quincenal, mensual, trimestral, semestral o anual), sin embargo, al día siguiente de la valoración, nos encontramos que el primer periodo deja de ser entero y, por ende, modifica los resultados de la optimización y se presta para una desviación considerable entre la valoración de los instrumentos por métodos tradicionales, a través del modelo de Black Derman y Toy. Este hallazgo queda registrado con una desviación media de 1,88 % y una volatilidad de 0,69 % entre los precios valorados en días consecutivos entre el 24 de julio de 2016 y el 23 de agosto de 2016, a través de las metodologías de descuento de flujos y Black Derman y Toy, ambas con la misma base de los datos de la ETTI.

A pesar de los resultados encontrados, este método de valoración permite a los equipos de *trading* tener una visión rápida de las posibilidades de arbitraje que, debido a los hallazgos encontrados y al nivel de error que puede presentar el modelo (desviación 1,88 %, volatilidad del precio 0,69 %), deberá ser respaldado con un buen análisis fundamental u otro método de valoración. Adicionalmente, a los equipos de *BackOffice* les permite tener

una herramienta de fácil acceso para calibrar la valoración de instrumentos de renta fija al tener una opción diferente al descuento de flujos de caja.

La desviación presentada en la valoración es cíclica pues se ajusta en cada pago de cupón del instrumento de renta fija, por lo cual se puede presentar arbitraje, es decir, permite que los operadores del mercado aprovechen las discrepancias entre ambas valoraciones y compren a los operadores de precio menor, para que de manera inmediata lo vendan a aquellos operadores que consideran un precio mayor. Por lo tanto, se entiende que ambas valoraciones no pueden convivir en un mismo ambiente sin el control del moderador de precios o de convenciones sobre la metodología a usar.

Los resultados obtenidos presentan una limitación para el uso extendido del modelo Black, Derman y Toy en la valoración de instrumentos de renta fija (tasa fija); sin embargo, sin ser objeto de este trabajo, es posible encontrar evidencia en la literatura reciente con una mayor certidumbre y practicidad del modelo para el cálculo de precios de opciones sobre bonos, *Swaptions* y otros derivados sobre tasa de interés donde prima claramente la practicidad del modelo y la simplicidad de los cálculos sobre la precisión exacta en la valoración en el momento del cálculo [19].

## Referencias

- [1] S. M. Focardi, F. J. Fabozzi, L. Maciel, F. Gomide, "A differential evolution algorithm for yield curve estimation", *Mathematics and Computers in Simulation*, vol. 129, p. 801, 2016.
- [2] S. M. Focardi y F. J. Fabozzi, *Financial Modeling and Investment Management*. Nueva Jersey: John Wiley and Sons, 2004.
- [3] Z. Bodie, A. Kane y A. J. Marcus, *Investments*, 10.<sup>a</sup> ed. Londres: McGraw-Hill, 2014.
- [4] A. Estrella y F. S. Mishkin, "The Yield Curve as a Predictor of U. S. Recessions", *Review*, vol. 2, n.º 7, pp. 41-51, 1996.
- [5] M. Choudhry y M. Lizzio, *Advanced Fixed Income Analysis*, 2.<sup>a</sup> ed. Library of Congress Cataloging-in-Publication Data, 2015.
- [6] J. James y N. Weber, *Interest Rate Modelling*. John Wiley and Sons, 2000.

- [7] R. M. R. Cojocar, M. Kotsireas y I. Makarok, *Springer Proceedings in Mathematics and Statistics*, Springer, 2015.
- [8] M. Tolentino y A. Díaz, "El modelo de Black, Derman y Toy en la práctica. Aplicación al mercado español de deuda pública", *Redee*, vol. 15, n° 4, pp. 175-190, 2006.
- [9] J. Hull, "Pricing Interest-Rate-derivative Securities" *The Review of Financial Studies*, vol. 3, n° 4, pp. 573-592, 1990.
- [10] T. G. Bali, "Modeling the stochastic behavior of short-term interest rates: Pricing implications for discount bonds", *Journal of Banking and Finance*, vol. 27, pp. 201-228, 2003.
- [11] C. Klose y L. Ch. Yuan, *Implementation of the Black, Derman and Toy Model*, Seminar Financial Engineering, University of Vienna, 2003.
- [12] F. Venegas-Martínez, "Riesgos financieros y económicos", *Journal of Chemical Information and Modeling*, vol. 1, n.º 2, pp. 1-1699, 2015.
- [13] M. C. S. Wong, H. K. K. Tung y D. C. F. Lai, *Professional Financial Computing Using Excel and VBA Professional Financial Computing Using Excel and VBA*. John Wiley and Sons, 2010.
- [14] T. Adrian, M. Obstfeld y S. Tiwari, "Negative Interest Rate Policies-Initial Experiences and Assessments", International Monetary Fund, Washington D.C., Pol. Paper, 2017.
- [15] M. W. Brandt y D. A. Chapman, "Linear Approximations and Tests of Conditional Pricing Models", *Review of Finance*, vol. 22, 2018. [en línea]. Disponible en: <https://doi.org/10.1093/rof/rfy003>
- [16] F. Black, E. Derman y W. Toy, "A One-Factor Model of Interest Rates and Its Application to Treasury Bond Options", *Financial Analysts Journal*, vol. 46, n.º 1, pp. 33-39, 1990.
- [17] C. B. Nelson y A. F. Siegel, "Parsimoneus Modeling Of Yield Curves for U. S. Treasury Bills?", 1985. [https://cepr.org/sites/default/files/events/1854\\_NS\\_1987.pdf](https://cepr.org/sites/default/files/events/1854_NS_1987.pdf)
- [18] J. Farid and F. Salahuddin, *How to construct a Black-Derman-Toy Model (BDT) in Excel*, 2017. [en línea]. Disponible en: <https://bit.ly/2OjklDg>
- [19] J. Hull y A. While, "Pricing Interest-Rate-Derivates Securities", *The Review of Financial Studies*, vol. 3, 1990.

## CAPÍTULO II

# Evolución de las cuentas de riesgo operativo en las fiduciarias en Colombia<sup>1</sup>

*Fausto Camilo Vahos Zuleta<sup>2</sup>*  
*David Alberto Bedoya Londoño<sup>3</sup>*

### 2.1 Antecedentes

El propósito de este capítulo es analizar el impacto que tiene el riesgo operativo en las seis principales fiduciarias de Colombia. Debido al desarrollo de la industria de servicios financieros en el mundo, cada vez más este sector se ve expuesto a un sin número de riesgos que acarrean pérdidas a las mismas entidades y al sistema financiero en general, entre estos riesgos se encuentra el riesgo operativo, considerado por el comité de Basilea como el riesgo que más pérdidas ha producido al sistema financiero en el mundo. Desde el año 2007, la Superintendencia Financiera de Colombia emitió una circular en referencia con el Sistema de Administración del Riesgo Operativo (SARO) donde se hace necesario realizar una revelación contable de las pérdidas por riesgo operativo; por esto es preciso revisar la evolución que han tenido estas pérdidas y su afectación en las utilidades de las principales fiduciarias en Colombia [1].

Es fundamental resaltar la importancia que tienen las entidades fiduciarias en Colombia, ya que ellas cumplen un papel significativo en la industria financiera nacional, según el informe anual del sector fiduciario publicado en el año 2016. El crecimiento anual en términos reales de los activos del

---

<sup>1</sup> Este capítulo es resultado del trabajo presentado como requisito de grado de la Maestría en Finanzas de la Universidad de Medellín.

<sup>2</sup> Candidato a magíster en Finanzas; especialista en Administración financiera, Fundación Universitaria CEIPA y Economista, Universidad de Medellín. Se desempeña como docente de tiempo completo en CEIPA. Correo electrónico: fausto.vahos@ceipa.edu.co

<sup>3</sup> Magíster en Ingeniería Administrativa, Universidad Nacional de Colombia; ingeniero administrador, Universidad Nacional de Colombia. Profesor asistente del programa de Ingeniería Financiera, Universidad de Medellín. Miembro activo del Grupo de Investigación en Ingeniería Financiera Ginif. Correo electrónico: dabedoya@udem.edu.co

sistema financiero fue del 5,5 %, los establecimientos de crédito registraron la mayor participación con el 41 % del total, seguido por el sector fiduciario con el 30,5 % y los fondos de pensiones con el 15,7 %. Adicionalmente, del total de activos, COP 575 billones correspondieron a los establecimientos de crédito, COP 428 billones a las sociedades fiduciarias, COP 221 billones a los fondos de pensiones y cesantías, y COP 178 billones a las demás entidades vigiladas por la Superintendencia Financiera de Colombia [2].

Este capítulo tiene como objetivo realizar un análisis de la evolución de las cuentas definidas por la Superintendencia Financiera de Colombia, para el registro de las pérdidas por riesgo operativo en las fiduciarias en el país, y determinar patrones de uso, riesgos operativos que más se presentan y valores de las pérdidas.

La estructura que se propone para la realización del capítulo, es iniciar con el marco conceptual sobre riesgo operativo, la revelación contable y metodologías para la medición del riesgo operativo. Posteriormente se expone la metodología empleada para realizar este trabajo, en donde se presenta la forma de obtener los datos. Luego se realiza un análisis de los resultados, exhibiendo las cuentas de riesgo operativo más utilizadas, aquellas que no se han utilizado y como han evolucionado las mismas desde que se inició su registro en el 2007. Finalmente se exponen las conclusiones del trabajo.

## **2.2 Marco conceptual, normativo e institucional de la gestión de riesgo operativo en Colombia**

De acuerdo con la Circular Externa 041 de 2007, la Superintendencia Financiera de Colombia define el riesgo operativo como “la posibilidad de incurrir en pérdidas por deficiencias, fallas o inadecuaciones, en el recurso humano, los procesos, la tecnología, la infraestructura o por la ocurrencia de acontecimientos externos. Esta definición incluye el riesgo legal y reputacional, asociados a tales factores” [1].

El riesgo operativo definido de forma general incluye todos los eventos que pudieran influir negativamente en el desarrollo ordinario de la actividad, corresponde con el denominado riesgo de negocio, o volatilidad de los ingresos de una empresa, que se ve afectado por los costos y gastos de la compañía [3]. Los tipos de riesgos operativos son consecuencia de cuatro instrumentos o condiciones: personas, procesos, sistemas y externos: como por ejemplo [4]:

- Personas: fraude interno, (actos internos) o prácticas de empleo y seguridad laboral.
- Procesos: ejecución, entrega y gestión de proyectos o clientes, productos y prácticas comerciales.
- Sistemas: interrupción de operaciones o fallas del sistema.
- Externos: daños o pérdidas de activos físicos o fraude externo.

La administración del riesgo se compone de cuatro etapas principales: identificación, medición, control y monitoreo. Para cada riesgo es necesario implementar una metodología específica que permita cubrir cada una de las cuatro etapas. La gestión integral de riesgos ha ganado impulso en los últimos años, especialmente a partir de la década de los noventa, lo que generó la aparición de diferentes modelos de gestión, algunos de ellos con carácter general, otros más específicos. Los principales organismos emisores de los marcos de referencia son [3]: Coso, IIA, Isaca, ISO, Basilea, Solvency, SOX, AS/NZ, Icontec; algunos ejemplos de los marcos de referencia utilizados son: ISO 31000 [5], Coso I, Coso II, Coso III [6], AS/NZS 4360 [7], NTC 5254, Basilea II [8], entre otros.

### **2.2.1 Sistema de administración de riesgo operativo (SARO)**

En el año 2007 la Superintendencia Financiera de Colombia expidió la Circular Externa 041 de 2007, la cual establece los requisitos para la implementación de un Sistema de Administración de Riesgo Operativo (SARO), tal como se aprecia en la figura 2.1. Este sistema está compuesto por unos elementos mínimos que le permite a las entidades financieras identificar, medir, controlar y monitorear el riesgo operativo [1].

Las etapas del SARO se convierten en los aspectos que permiten gestionar de manera adecuada el riesgo operativo, y define las herramientas y metodologías para minimizar este tipo de riesgo. La primera etapa es la identificación que pretende elaborar un listado de las situaciones de riesgo que pueden afectar el proceso de una empresa considerando las causas, efectos, clases de riesgo y factores de riesgo. La segunda etapa es la medición que tiene como objetivo priorizar los riesgos operativos considerando dos variables: la probabilidad de ocurrencia y el impacto de las consecuencias de la materialización del riesgo; la combinación de estas dos variables permite obtener el nivel de riesgo para determinar cuáles son los más relevantes en la gestión.

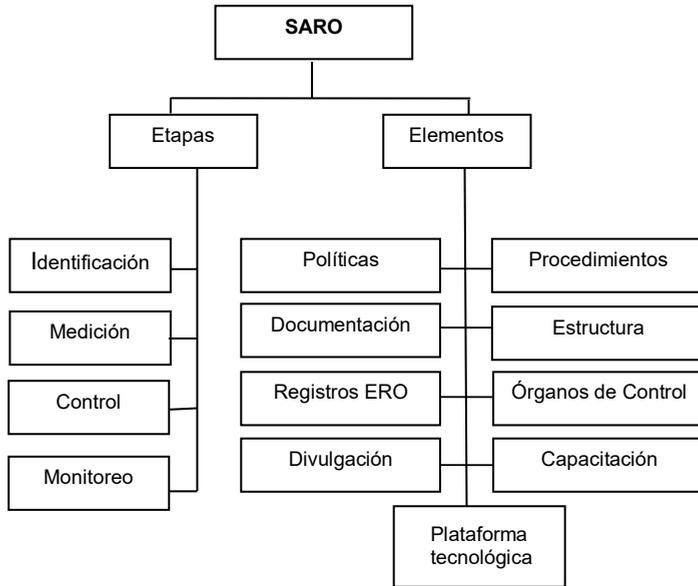


Figura 2.1. Sistema de Administración de Riesgo Operativo (SARO)

Fuente: elaboración propia.

La tercera etapa es el control que busca las estrategias que permitan disminuir el nivel de riesgo, para llevarlo a los límites aceptados por la empresa, entre las opciones de tratamiento del riesgo operativo se encuentran mitigar, transferir, evitar o asumir. Por último, se encuentra la etapa de monitoreo que realiza un seguimiento a las variables que modifican las condiciones del riesgo operativo, esta etapa se gestiona por medio de indicadores claves de riesgo. La información que arroja los indicadores, permite realimentar el SARO, lo que convierte a la gestión del riesgo operativo en un ciclo permanente de mejora continua en la organización [9].

Los elementos del SARO permiten soportar las diferentes etapas de la gestión del riesgo operativo, entre los que se encuentran las políticas que permiten definir los lineamientos para su correcto funcionamiento, los procedimientos que establecen las metodologías y forma en que se realizan las diferentes actividades del riesgo operativo, la estructura que determina responsabilidades particularmente a la junta directiva, representante legal y unidad de riesgo operativo, los órganos de control que tienen la tarea de realizar un seguimiento al cumplimiento del SARO en la empresa y que se compone de la auditoría interna y la revisoría fiscal; así mismo, se tiene la documentación que consta de unos registros, informes y del *Manual de riesgo*

*operativo*, la plataforma tecnológica que son los *software* y herramientas tecnológicas que facilitan la gestión del riesgo operativo, la capacitación que pretende formar a todos los empleados, finalmente la divulgación y el registro de eventos de riesgo operativo.

### 2.2.2 Cuentas contables para el registro del riesgo operativo

Entre los elementos que componen el SARO, se encuentra el registro de eventos de riesgo operativo y la divulgación, que se convierten en aspectos relevantes para realizar un seguimiento a las pérdidas operativas que se presenten, tomar medidas para que no vuelvan a ocurrir, analizar los efectos del riesgo operativo en los estados financieros de la empresa, tener información para cuantificar este riesgo y poder calcular el valor en riesgo operativo (Op VaR). A continuación, se detallan estos dos elementos.

El registro de eventos de riesgo operativo es una base de datos que debe construir y mantener actualizada cada entidad con todos los eventos de riesgo operativo ocurridos y que presenten las siguientes características [1]: generan pérdidas y afectan el estado de resultado de la entidad, generan pérdidas y, no afectan el estado de resultado de la entidad, no generan pérdidas y por lo tanto, no afectan el estado de resultados de la entidad.

En el elemento de divulgación se establece que las entidades deben diseñar un sistema adecuado de reportes, tanto internos como externos, que garantice el funcionamiento de sus propios procedimientos y el cumplimiento de los requerimientos normativos. Dentro de este elemento se encuentra la revelación contable, que define que las pérdidas, cuando afecten el estado de resultados, deben registrarse en cuentas de gastos en el periodo en el que se materializó la pérdida. Las recuperaciones por concepto de ingreso operativo cuando afecten el estado de resultados deben registrarse en cuentas de ingreso en el periodo en el que se materializó la recuperación [1].

En desarrollo de lo anterior, la Resolución 1865 de 2007 de la Superintendencia Financiera de Colombia, modificó los planes únicos de cuenta (PUC) de las sociedades administradoras de los fondos de pensiones y cesantías y entidades bancarias respecto a la implementación del SARO, con el fin de lograr una adecuada revelación contable sobre los ingresos y gastos relacionados con los eventos de riesgo operativo. En resumen, se modificaron las resoluciones 3600 de 1988 y 2300 de 1990, proferidas por la antes Superintendencia Bancaria de Colombia; las resoluciones 234 de 2002 y 497

de 2003, proferidas por la antes Superintendencia de Valores; y la Resolución 1201 de 2006, de la Superintendencia Financiera de Colombia [10].

### 2.2.3 Usos de las cuentas contables de riesgo operativo

Las pérdidas contables de riesgo operativo tienen unos usos importantes en la gestión del mismo y, por lo tanto, dentro del SARO. En primer lugar, el registro de estas cuentas debe llevar a las empresas a realizar un análisis que les permita determinar las causas de los eventos de riesgo operativo y, a partir de las mismas, definir los planes de acción que permitan corregir y prevenir en el futuro la situación de riesgo operativo, por lo tanto, se convierte en una fuente de aprendizaje y de mejoramiento continuo que la empresa puede utilizar como mecanismo de retroalimentación y seguimiento del riesgo operativo; así mismo, debe servir de fuente de análisis para establecer indicadores en relación con el uso de estas cuentas, y determinar las tipologías de los riesgos operativos que se presentan en la empresa y analizar el efecto que tienen en las utilidades, flujos de caja, patrimonio de la compañía —este análisis será abordado con mayor profundidad en los siguientes apartados de este capítulo—. Por último, un uso de estas cuentas es servir como insumo para determinar el requerimiento de capital mínimo por riesgo operativo que debe tener la empresa de acuerdo a lo establecido en el Pilar I de Basilea II [8]; a continuación se abordará con mayor detalle este capital por medio de la cuantificación del riesgo operativo.

### 2.2.4 Cuantificación del riesgo operativo

Otro de los usos de las cuentas contables de riesgo operativo que alimenta el registro de eventos de riesgo operativo, es que permite la modelación cuantitativa del riesgo operativo a través del cálculo del OpVaR, que se puede definir como el percentil 99,9 % de la distribución de probabilidad de pérdida  $SS$  [9]:

$$P\{S > OpVaR\} = 0,1 \% \quad (1)$$

Una de las técnicas más empleadas para calcular el OpVaR es el método LDA (*Loss Distribution Approach*), que es una técnica estadística que tiene como objetivo la obtención de una función de distribución de pérdidas agregadas. Este modelo se construye sobre la información de pérdidas históricas, registradas con base en la matriz que conforman las ocho líneas de negocio, y los siete tipos de riesgos estandarizados por el comité. En total, serían

cincuenta y seis casillas para cada una de las cuales se debe estimar la distribución de frecuencia y, por otro lado, la de la severidad [11].

El siguiente paso consiste en obtener la distribución de pérdida agregada por riesgo operacional adscrita a cada celda. Los principales supuestos del modelo son:

- La variable frecuencia es una variable aleatoria independiente de la variable aleatoria severidad.
- Las observaciones de tamaño de pérdidas (severidad) dentro de una misma clase se distribuyen idénticamente.
- Las observaciones de tamaño de pérdidas (severidad) dentro de una misma clase se distribuyen independientes.

$$S = \sum_{i=1}^N x_i \quad (2)$$

Donde:

- N: número de eventos de riesgo operativo que representa la variable de frecuencia.
- $x_i$  : severidad X que son variables aleatorias independientes, y que los eventos son independientes entre sí e idénticamente distribuidos.

Mediante la ley de probabilidades totales se encuentra la función de distribución de pérdidas agregadas  $F_S(s)$ :

$$F_S^{*n}(s) = P(S \leq s) \quad (3)$$

Donde  $F_S^{*n}(s)$  denota la n-ésima convolución de  $F_S$ .

El primer supuesto define la frecuencia y la severidad como dos fuentes aleatorias independientes. Los otros dos supuestos significan que dos pérdidas diferentes dentro de la misma clase son homogéneas, independientes e idénticamente distribuidas [11].

Lo anterior, permite concluir que esta metodología puede ser aplicada a cualquier entidad financiera, y que es considerada como la más idónea dentro de los enfoques avanzados definidos por Basilea II y sugeridos por los expertos [11].

Un aspecto práctico importante, es la elección del conjunto de datos para estimar la distribución de las frecuencias. La integridad de los datos es

esencial para la distribución de frecuencias y, como tales, las entidades financieras pueden inclinarse a utilizar datos internos para la estimación de las frecuencias. Esto también tiene sentido e intuitivamente causa un efecto en los procesos de gestión y control del riesgo, ya que la información que arrojan las distribuciones de frecuencias se convierte en un indicador de la efectividad de los procesos de control sobre las operaciones realizadas por la entidad financiera [12].

Para combinar los dos procesos (de frecuencia y severidad) y obtener la distribución de pérdidas agregadas, lo más simple es utilizar una simulación Montecarlo, pero existen otros métodos como la Transformada Rápida de Fourier (FFT, por sus siglas en inglés) o la recursión de Panjer [13].

El proceso de calcular la distribución de pérdidas agregadas, conlleva a analizar métodos numéricos, puesto que en este proceso se obtienen convoluciones de la distribución de pérdida que no son tratables desde el punto de vista analítico [14].

Los métodos más importantes en la obtención de distribución de pérdidas que se describen brevemente a continuación [15].

- Métodos recursivos: el más conocido en el área de seguros es el método recursivo de Panjer. Para emplear este método es necesario que la distribución de la severidad sea discreta, pero si es continua se necesita discretizarla [15].
- Métodos de inversión: dentro de estos métodos se encuentran FFT que es un algoritmo para invertir la función característica, y así obtener densidades de variables aleatorias discretas [15].
- Métodos de aproximación: se pueden usar distribuciones paramétricas, como por ejemplo la normal, y otras asimétricas, como el caso de la gamma traslapada y Pareto generalizada [15].
- Métodos de simulación: aparte de la simulación Montecarlo también se puede realizar un *bootstrapping* para obtener la distribución de las pérdidas agregadas [15].

En la literatura se pueden encontrar otros enfoques para la modelación de las frecuencias, como el enfoque bayesiano desarrollado por Shevchenko y Wüthrisk en el año 2006. El enfoque bayesiano es una técnica estadística donde se hace una combinación de las opiniones de los expertos y los datos históricos. Dado que el análisis de escenarios consiste en estimar

la frecuencia y la gravedad de los riesgos mediante las opiniones de los expertos que tienen en cuenta los eventos del entorno bancario que pueden haber ocurrido [16].

## 2.3 Metodología

Para realizar el análisis de las cuentas contables de riesgo operativo en las fiduciarias en Colombia, se realizaron las siguientes fases:

**Fase I.** En esta primera fase se hizo una consecución de la información financiera de las seis principales fiduciarias de Colombia, para su elección se tuvo en cuenta el tamaño de sus activos, y se eligió las más grandes del país. Esta información se encuentra hospedada en el portal de la Superintendencia Financiera de Colombia, y es de conocimiento público. Dicha consecución estuvo basada en los datos históricos mensuales de los ingresos, costos y gastos operacionales y no operacionales. Para complementar se recopiló la información de todas las cuentas relacionadas con la recuperación del riesgo operativo, además, treinta y cinco cuentas en las que las fiduciarias deben registrar el riesgo operativo según la Resolución 1865 de 2007. La información se obtuvo desde enero del año 2009 hasta diciembre del año 2015. Las fiduciarias más grandes y las elegidas fueron: Fiduciaria Bancolombia, Fiduciaria Previsora, Fiduciaria de Bogotá, Fiduciaria de Occidente, Old Mutual Fiduciaria y Davivienda Fiduciaria.

**Fase II.** Después de obtener la información financiera se consolidó dicha información, construyendo el estado de resultados de cada una de las fiduciarias elegidas como se muestra la tabla 2.1. Inicialmente, para construir los ingresos se tuvieron en cuenta los ingresos operacionales y no operacionales, posteriormente, para los costos y gastos, se realizó una sumatoria de los costos y gastos operacionales y no operacionales, y luego se restaron las pérdidas por riesgo operacional. Dentro de esta estructura se incluyó la pérdida neta por riesgo operacional, la cual se construyó como una resta entre la pérdida por riesgo operacional y la recuperación por riesgo operativo que se obtuvo en cada periodo. Adicionalmente, en esta estructura se calculó la utilidad antes de impuestos que corresponde a una resta de los ingresos menos los costos y gastos, menos la pérdida neta por riesgo operacional, también se calcularon los impuestos, y para finalizar, se calculó la utilidad en cada uno de los periodos.

Tabla 2.1. Estructura estado de resultados

Ingresos (operaciones y no operacionales)
(-) Costos y gastos (operacionales y no operacionales)
(-) Pérdida neta por riesgo operacional
(=) Utilidad antes de impuesto
(-) Impuestos
(=) Utilidad

*Fuente:* elaboración propia.

En esta etapa se hizo un análisis de los ingresos, costos y gastos, utilidad neta y, obviamente, de la pérdida neta por riesgo operativo, haciendo énfasis en aquellos puntos específicos en los que las fiduciarias obtuvieron grandes pérdidas o recuperaciones de la misma. Para ello, se consultó información relevante de las fiduciarias en la página de la Superintendencia Financiera y en archivos de noticias de los principales periódicos y revistas de Colombia que pudieran explicar dichos comportamientos (histograma, resumen estadístico, indicadores, análisis de la evolución de la tendencia).

**Fase III.** Simultáneamente, en esta etapa se hizo un análisis para determinar el uso que las fiduciarias de Colombia le han dado a las cuentas donde se registra el riesgo operativo; para ello se identificaron estas cuentas dentro del estado de resultados, y para cada cuenta se hizo un conteo del número de veces que fue utilizada en cada mes, para luego determinar el porcentaje de uso de dicha cuenta en cada fiduciaria. Para terminar con este análisis, se determinó cuáles son las más usadas por cada una de las fiduciarias y también se realizó un análisis consolidado del uso de estas cuentas en todas las fiduciarias elegidas.

## 2.4 Resultados

Según información recopilada de la Superintendencia Financiera de Colombia de los estados de resultados de las principales fiduciarias en el país desde el año 2009 hasta el 2015. En la figura 2.2, se muestra el uso de las cuentas de riesgo operativo de la Fiduciaria Bancolombia, esta entidad no utiliza cincuenta y siete cuentas del riesgo operativo, lo cual corresponde al 74 % del total. Y solo utiliza veinte cuentas del total, es decir, el 26 %.

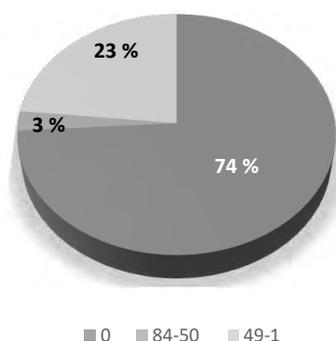


Figura 2.2. Uso de cuentas riesgo operativo Fiduciaria Bancolombia S. A.

Fuente: elaboración propia.

Las cuentas más utilizadas por esta fiduciaria son "multas y sanciones", que corresponde al número 523.000, posteriormente, aparece la cuenta número 519.097, en la cual se relacionan los gastos o desembolsos por concepto de "diversos", estas dos cuentas se encuentran en un rango de ochenta y cuatro y cincuenta veces. Sin dejar de lado la significancia dentro del total, aparecen las cuentas 510.397 y 510.497 correspondientes al valor del gasto o desembolso por concepto de "intereses créditos de bancos" y otras obligaciones financieras; y el valor del gasto o desembolso por concepto de "otros intereses", prima amortizada y amortización de descuento, estas cuentas se encuentran en un rango de 49-1 veces. La lista de las cuentas más utilizada por la Fiduciaria Bancolombia S. A. se puede observar en la tabla 2.2.

Tabla 2.2. Cuentas riesgo operativo más utilizadas por la Fiduciaria Bancolombia S. A.

Cuenta	Descripción	Meses de uso	Porcentaje de uso
523.000	Multas y Sanciones Riesgo Operativo	72	85,71 %
519.097	Diversos Riesgos Operativos	56	66,67 %
519.097	Int. Cred. Bcos. Riesgo Operativo	45	53,57 %
510.497	Otros Int. Riesgo Operativo	39	46,43 %
514.097	Impuestos Riesgo Operativo	38	45,24 %

Fuente: elaboración propia.

Según la Superintendencia Financiera, entre los años 2009 y 2015 la Fiduciaria Previsora no utiliza sesenta y cuatro cuentas, lo cual corresponde al 83 % del total y solo tiene en uso trece cuentas, es decir 17 %. Es importante destacar que esta fiduciaria tiene un rango de ochenta y cuatro a cincuenta

veces que no utiliza ningún tipo de cuenta. El uso que le da esta fiduciaria a las cuentas de riesgo operativo está en un rango entre 49-1 veces. Esta situación se puede observar en la figura 2.3.

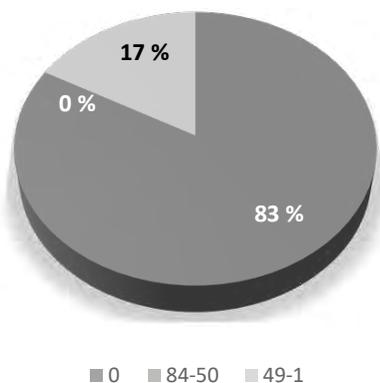


Figura 2.3. Uso de cuentas de riesgo operativo Fiduciaria Previsora

Fuente: elaboración propia.

Para la Fiduciaria Previsora, el registro del riesgo operativo se concentra en dos cuentas básicamente; la cuenta 523.000 que corresponde a “Multas y sanciones”, riesgo operativo y la otra cuenta sería la 519.097 donde se registran los valores de los gastos o desembolsos por concepto de “diversos”. La tabla 2.3 describe el uso que le da la Fiduciaria Previsora al uso de las cuentas de riesgo operativo.

Tabla 2.3. Cuentas riesgo operativo más utilizadas por la Fiduciaria Previsora

Cuenta	Descripción	Meses de uso	Porcentaje de uso
523.000	Multas y Sanciones Riesgo Operativo	49	58,33 %
519.097	Diversos Riesgos Operativos	48	57,14 %
517.200	Multas y Sanciones	5	5,95 %
529.597	Diversos Riesgos Operativos	5	5,95 %
517.225	Otras	4	4,76 %

Fuente: elaboración propia.

Para el caso de la Fiduciaria de Bogotá, todas sus pérdidas de riesgo operativo están concentradas en el 25 % del total de las cuentas, como lo muestra la figura 2.4. Las cuentas más utilizadas por esta fiduciaria son: la 529.597 en la cual se registran el valor de los gastos o desembolsos por

concepto de "gastos diversos"; la cuenta 510.297 donde aparecen el valor del gasto o desembolso por concepto de "intereses, depósitos y exigibilidades", y, por último, la cuenta 514.097 donde está consignado el valor de los gastos o desembolsos por concepto de impuestos. Estas cuentas se encuentran en un rango de 49-1 veces. Esta información se aprecia en la tabla 2.4.

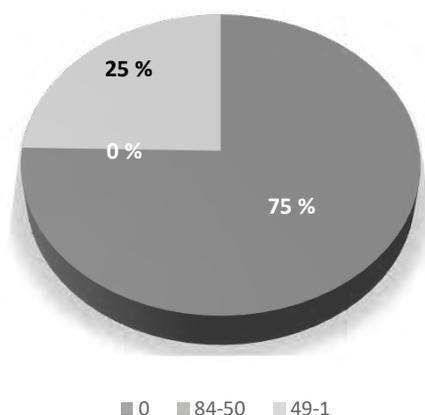


Figura 2.4. Uso de cuentas riesgo operativo Fiduciaria Bogotá

Fuente: elaboración propia.

Tabla 2.4. Cuentas riesgo operativo más utilizadas por Fiduciaria de Bogotá

Cuenta	Descripción	Meses de uso	Porcentaje de uso
529.597	Diversos Riesgo Operativo	45	53,57 %
510.297	Riesgo Operativo	38	45,24 %
514.097	Impuestos Riesgo Operativo	38	45,24 %
523.000	Multas y Sanciones Riesgo Operativo	36	42,86 %
519.097	Diversos Riesgo Operativo	24	28,57 %

Fuente: elaboración propia.

En la figura 2.5 se puede ver el uso de las cuentas de riesgo operativo en la Fiduciaria Occidente que no utiliza el 81 % de las cuentas del total, dicho en otras palabras, la Fiduciaria de Occidente solo utiliza el 19 % del total de cuentas de riesgo operativo, y a la vez se encuentra en un rango del 49-1 veces.

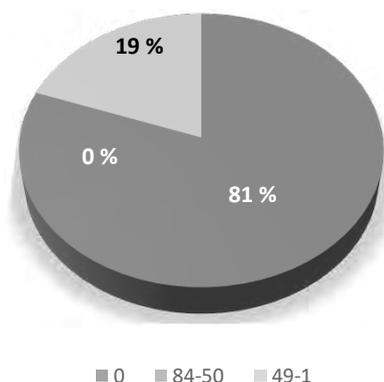


Figura 2.5. Uso de cuentas riesgo operativo Fiduciaria Occidente

Fuente: elaboración propia.

La tabla 2.5 muestra las cuentas más utilizadas por la fiduciaria de Occidente, la primera es la número 510.397, que corresponde al valor de los gastos o desembolsos por concepto de “intereses, créditos de bancos y otras obligaciones financieras”; la cuenta 514.097, donde se registran los valores de los gastos o desembolsos por concepto de “impuestos”, y la cuenta 519.097, donde están los valores de los gastos o desembolsos por concepto de “diversos”.

Tabla 2.5. Cuentas riesgo operativo más utilizadas por la Fiduciaria Occidente

Cuenta	Descripción	Meses de uso	% de Uso
510.397	Int. Cred. Bcos	38	45,24 %
514.097	Impuestos Riesgo Operativo	33	39,29 %
519.097	Diversos Riengo Operativo	31	36,90 %
510.497	Otros Int. Riesgo Operativo	27	32,14 %
529.597	Diversos Riesgo Operativo	23	27,38 %

Fuente: elaboración propia.

Para el caso de la Fiduciaria Skandia no utiliza el 88 % de las cuentas, es decir, que solo utiliza el 12 % del total, teniendo en cuenta que hay tan solo una cuenta en el rango de ochenta y cuatro a cincuenta veces y corresponde al 1 % del total. Lo anterior, se puede evidenciar en la figura 2.6. La mayoría de los registros de riesgo operativo de Fiduciaria Skandia, se concentran en dos cuentas: la 529.597, en la cual se registran los valores de los gastos o desembolsos por concepto de “gastos diversos”, y la cuenta 529.505, donde

se agrupan las “multas y sanciones por riesgo operativo”. Esta información se aprecia en forma más detallada en la tabla 2.6.

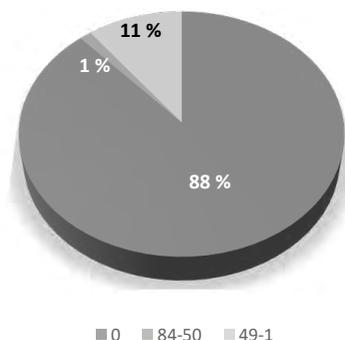


Figura 2.6. Uso de cuentas riesgo operativo Fiduciaria Skandia

Fuente: elaboración propia.

Tabla 2.6. Cuentas riesgo operativo más utilizadas por la Fiduciaria Skandia

Cuenta	Descripción	Meses de uso	Porcentaje de uso
529.597	Diversos Riesgo Operativo	70	83,33 %
529.505	Inter. Multas y Sanciones Riesgo Operativo	20	23,81 %
523.000	Multas y Sanciones Riesgo Operativos	17	20,24 %
519.097	Diversos Riesgo Operativo	11	13,10 %
510.397	Int. Cred. Bcos Riesgo Operativo	11	13,10 %

Fuente: elaboración propia.

Para el caso de la Fiduciaria de Davivienda, como se muestra en la figura 2.7, el 90 % de las cuentas no fueron utilizadas por esta fiduciaria entre los años 2009 y 2015, es decir, que solo ha utilizado el 10 % de las cuentas para registrar las pérdidas por riesgo operativo. La tabla 2.7 muestra las cuentas más utilizadas por la Fiduciaria Davivienda, la cuenta 529.597, en la que se registran los valores de los gastos o desembolsos por concepto de “gastos diversos”; la cuenta 514.097, aquí aparecen los valores de los gastos o desembolsos por concepto de “impuestos”; y, por último, la cuenta 519.097, donde están valores de los gastos o desembolsos por concepto de “diversos”.

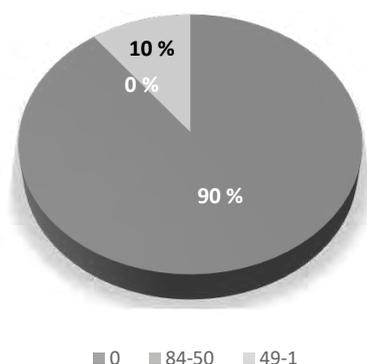


Figura 2.7. Uso de cuentas riesgo operativo Fiduciaria Davivienda

Fuente: elaboración propia.

Tabla 2.7. Cuentas riesgo operativo más utilizadas por la Fiduciaria de Davivienda

Cuenta	Descripción	Meses de uso	Porcentaje de uso
529.597	Diversos Riesgo Operativo	44	52,38 %
514.097	Impuestos Riesgo Operativo	22	26,19 %
519.097	Diversos Riesgo Operativo	16	19,05 %
523.000	Multas y Sanciones Riesgo Operativos	10	11,90 %
529.505	Inter. Multas y Sanciones R. Operativo	5	5,95 %

Fuente: elaboración propia.

Adicionalmente, se puede decir que las cuentas más usadas durante este rango de tiempo fueron: la cuenta número 523.000, que corresponde a *multas y sanciones* en riesgo operativo; luego la cuenta 529.597, donde las fiduciarias han registrado el valor de los gastos o desembolsos por concepto de *gastos diversos*; posteriormente, la cuenta 519.097, donde aparece el valor de los gastos o desembolsos por concepto de *diversos riesgos*; la cuenta 514.097, que corresponde al valor de los gastos o desembolsos por concepto de *arrendamientos*; y, por último, la cuenta 510.397, valor del gasto o desembolso por concepto de *intereses, créditos de bancos y otras obligaciones financieras diversas*; otra de las cuentas más utilizadas es el valor de los gastos o desembolsos por concepto de impuestos.

Teniendo en cuenta todo lo anterior, se logra evidenciar que las principales fiduciarias en Colombia utilizan poco las cuentas destinadas al registro del riesgo operativo, lo cual puede ser producto del poco análisis que hacen

ellas mismas de los diferentes riesgos, toda esta situación trae consigo la imposibilidad de hacer un análisis profundo y detallado de este tipo de riesgo en las fiduciarias, esto se puede evidenciar en un alto uso de las cuentas de *diversos riesgos operativos*. La figura 2.8 muestra el uso de las cuentas de riesgo operativo en el total de las fiduciarias.

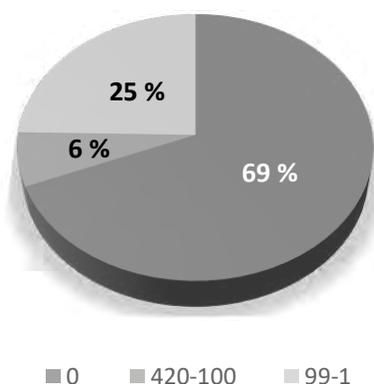


Figura 2.8. Uso de cuentas riesgo operativo. Total fiduciarias

Fuente: elaboración propia.

Simultáneamente, en la tabla 2.8 se puede evidenciar que las pérdidas por *multas y sanciones* por riesgo operativo, es la cuenta más utilizada por las seis fiduciarias analizadas, ya que representa un 39,48 % de uso. Lo cual puede interpretarse como el alto riesgo legal dado que es un riesgo que se ha materializado por el incumplimiento de normas, regulaciones y/o obligaciones contractuales que están incurriendo las fiduciarias.

Tabla 2.8. Cuentas riesgo operativo más utilizadas. Total fiduciarias

Cuenta	Descripción	Meses de uso	Porcentaje de uso
523.000	Multas y Sanciones Riesgo Operativo	199	39,48 %
529.597	Diversos Riesgo Operativo	191	37,90 %
519.097	Diversos Riesgo Operativo	186	36,90 %
514.097	Impuesto Riesgo Operativo	132	26,19 %
510.397	Int. Cred. Bcos Riesgo Operativo	117	23,21 %

Fuente: elaboración propia.

## 2.5 Conclusiones

De las seis fiduciarias analizadas, ni Bancolombia ni Davivienda utilizan cuentas creadas para registrar el riesgo operativo, la primera no utiliza el 74 % y la segunda el 90 %. Las demás fiduciarias se encuentran dentro de este rango. Esto nos lleva a decir que en promedio, las seis fiduciarias solo utilizan el 31 % del total de las cuentas creadas para registrar el riesgo operativo.

Simultáneamente, es importante mencionar que las cuentas más utilizadas por las seis fiduciarias para registrar el riesgo operativo fueron: *pérdidas por multas y sanciones por riesgo operativo*, que representa un 39,48 % de uso. Posteriormente sigue la *cuenta diversos riesgos operativos* que tiene un porcentaje de uso de 37,90 %; la cuenta llamada *impuestos riesgos operativos* con un porcentaje de uso de 26,19 %; y, por último, se tiene la cuenta *intereses, crédito de bancos y otras obligaciones financieras diversas* con un porcentaje de uso del 23,21 %.

Sería muy importante que este tipo de investigaciones pudieran llegar a las autoridades de supervisión y vigilancia de Colombia, como a los altos directivos de las fiduciarias. Para que a partir de ellas se pueden desarrollar estrategias y mecanismos que permitan concientizar a las fiduciarias en el uso de las cuentas destinadas a registrar el riesgo operativo, y a la vez ayudará a definir estrategias que permitan realizar análisis mucho más profundos en futuras investigación.

## Referencias

- [1] Superintendencia Financiera de Colombia, (2007, junio), Circular externa 041 de 2007, [en línea]. Disponible en: <https://www.superfinanciera.gov.co/jsp/index.jsf>
- [2] Asociación de Fiduciarias de Colombia, (2017, marzo 16), Asociación de Fiduciarias de Colombia, [en línea]. Disponible en: <https://bit.ly/3bfHVtP>
- [3] P. A. Kepes-Torres, C. M. Gómez-Torres y D. A. Bedoya-Londoño, "Modelo para la identificación y medición del riesgo operativo en una IPS colombiana enfocado a la capacidad y eficiencia de los recursos mediante dinámica de sistemas", en *Finanzas, modelación y riesgos*. Medellín: Universidad de Medellín, 2017, pp. 253-275.

- [4] A. Leyva-Lemarie y L. M. Pinto-Gaviria, "Administración del riesgo operacional en Colombia. Estado de la implementación del SARO en el sector bancario", *AD-Minister*, n.º 12, pp. 89-106, 2008.
- [5] International Organization for Standardization (ISO), *Risk management - Principles and guidelines on implementation (ISO 31000)*, 2009.
- [6] The Committee of Sponsoring Organizations of the Treadway Commission (COSO), *Administración de riesgos corporativos - Marco integrado*, USA, 2005.
- [7] Standards Australia and Standards New Zealand, *AS/NZ 4360:2004 Risk Management*, Sydney, 2004.
- [8] Comité de Supervisión Bancaria de Basilea (Basilea II), *Convergencia internacional de medidas y normas de capital*, Basilea, 2004.
- [9] D. A. Bedoya-Londoño, J. G. Murillo-Gómez, M. A. Arias.Serna *et al.*, "Modelo de Gestión del riesgo operativo en entidades financieras", en *Finanzas, modelación y riesgos*. Medellín: Universidad de Medellín, 2017, pp. 205-229.
- [10] Superintendencia Financiera de Colombia (SFC), *Resolución 1865 de 2007*, Bogotá, 2007.
- [11] A. M. Valencia, "Construcción de la Distribución de pérdidas y el problema de agregación de riesgo operativo bajo modelos LDA: una revisión", *Ingenierías Universidad de Medellín*, vol. 12, n.º 23, pp. 71-82, 2013.
- [12] M. A. Arias-Serna, L. C. Franco-Arbeláez y J. G. Murillo-Gómez, "Comité de Basilea", en *Riesgo Operativo: técnicas de modelación cuantitativa*. Medellín: Universidad de Medellín, 2014, p. 13.
- [13] A. Mora-Valencia, "Riesgo Operativo I: una revisión de la literatura", *Borrador de Administración*, n.º 46, pp. 2-32, 2011.
- [14] A. Mora-Valencia, "Riesgo Operativo II: una revisión de literatura. Continuación", *Borrador de Administración*, n.º 54, pp. 1-20, 2011.
- [15] G. P. Embrechts, "Aggregating Risk Capital, with an Application to Operational Risk", *The Geneva Risk and Insurance Review*, vol. 31, n.º 2, pp. 71-90, 2006.

- [16] M. V. Wüthrich y P. V. Shevchenko, "The Structural Modelling of Operational Risk via Bayesian inference: Combining Loss Data with Expert Opinions", *The Journal of Operational Risk*, vol. 1, n.º 3, pp. 3-26, 2006.

## CAPÍTULO III

# Frontera eficiente de capital en compañías aseguradoras bajo el marco de Solvencia II<sup>1</sup>

*Santiago Marín López<sup>2</sup>*

### 3.1 Antecedentes

Teniendo en cuenta que la normativa europea, llamada Solvencia II [1], busca fortalecer las posiciones de capital de las compañías aseguradoras, ceñirse a estos lineamientos está tomando mucha relevancia a nivel mundial y se ha logrado una gran aceptación por parte de las entidades supervisoras del mercado asegurador, por lo cual es muy probable que los reguladores financieros de toda América comiencen a expedir normas locales, alineadas con esta filosofía de capital, tal como ha pasado en México [2], Brasil [3] y más recientemente en Chile [4].

En esta medida, importante que las entidades comiencen a cuestionarse y a prepararse, pues es muy probable que tengan que enfrentarse a grandes choques económicos y administrativos [5-6], una vez entren en vigencia estas nuevas normas, ya que tendrán que ajustar su estructura patrimonial y toda su metodología de gestión administrativa para responder a este requerimiento. Todo lo anterior se origina principalmente porque las normas locales de capital son poco robustas en términos de posiciones de capital, en cuantificación de riesgos y en buenas prácticas administrativas, lo cual ha motivado a que se desarrollen técnicas de cálculo de capital basado en riesgos y buenas prácticas tanto de *reporting* como de administración, que permiten obtener mayor sostenibilidad en las compañías aseguradoras.

En este sentido, sus portafolios de inversión y la forma como se administran, también estarán sujetos a cambios y deberán tener una composición

---

<sup>1</sup> Este capítulo es resultado del trabajo que será como requisito de grado de la Maestría en Administración de la Universidad de Medellín.

<sup>2</sup> Magíster en Administración, especialista en Alta Gerencia e ingeniero financiero de la Universidad de Medellín. Director de Riesgos Financieros y Técnicos en Suramericana S. A. Correo electrónico: santima9@hotmail.com

diferente que se ajuste y responda mejor a las variables de rentabilidad, riesgo y capital que se cuidan bajo esta nueva mirada, por lo cual, es necesario encontrar una solución que permita tomar este tipo de decisiones a la mayor brevedad y de la forma más óptima posible.

Por lo tanto, la selección y administración del portafolio de inversión, como un elemento fundamental del balance, deberá tener un enfoque muy diferente al que generalmente ha tenido, el cual busca obtener el mayor retorno [7], sino que se deben tener en cuenta los riesgos inesperados asociados a estas inversiones. Teniendo en cuenta que la filosofía de Solvencia II contempla nuevas metodologías para la estimación de estos riesgos, y que hoy en día no hay modelos propuestos que permitan realizar esta tarea, surge para las aseguradoras la siguiente pregunta: ¿cómo escoger y administrar las inversiones de portafolio de las aseguradoras de forma eficiente bajo el marco europeo de Solvencia II?

### **3.2 Marco conceptual, normativo e institucional de Solvencia II**

Los estándares de solvencia y capital para la industria aseguradora comenzaron en la década de 1970, por medio del estándar europeo de Solvencia I [8], el cual buscaba principalmente entregarle a las compañías aseguradoras una metodología para calcular las reservas técnicas de forma prudente y otra para calcular el capital que éstas deberían tener para operar. Sin embargo, a pesar de que este estándar representó una mejora sobre lo que se tenía en la época; rápidamente se identificaron varias deficiencias [9-11] que se listan a continuación:

- El cálculo de activos y pasivos tenía una perspectiva más contable y no reflejaba de manera adecuada su valor económico (forma sobre sustancia).
- Los capitales se calculaban de una forma muy simple y no reflejaban los riesgos en que estaban incurriendo las compañías aseguradoras al tomar decisiones, por lo cual las aseguradoras no tenían incentivos para administrar sus riesgos.
- La administración de los activos de inversión se basaba en límites regulatorios más no en riesgo.
- Se consideraba que los reguladores de la industria aseguradora eran menos competitivos que los de la industria bancaria, y estos a su vez, tenían muy poco contacto con las empresas del sector.

- Cada país de la Unión Europea adaptó su propia regulación.

Lo anterior hizo que iniciara una revisión de esta normativa, y en mayo de 2001, la Comisión Europea (EC) puso en cabeza del Committee of European Insurance and Occupational Pensions Supervisor (Ceios) el proceso para desarrollar Solvencia II, con el objetivo de revisar las regulaciones existentes que habían surgido algunas décadas atrás desde el nacimiento de Solvencia I.

Durante la primera fase del proceso, la Ceios comenzó a pedir consultoría de diversas fuentes [12-14] como firmas de auditorías y expertos del sector, lo cual la llevó a publicar el primer *Quantitative Impact Study* (QIS) [15] a inicios de 2006, en el cual se introdujo el concepto de *Best Estimate*, que en general es un cálculo económico de las reservas técnicas de las compañías aseguradoras. Posteriormente, a finales de 2006, se publicó el QIS 2 [16] que fue quizá el más relevante, ya que por primera vez se introdujo para la industria aseguradora el concepto de cálculo de capital basado en riesgo. Este importante desarrollo llevó a que la EC adoptara Solvencia II como norma, y estableció el año 2012 como año inicial de implementación para todas las empresas aseguradoras de la Unión Europea.

A pesar de esto, las investigaciones, reuniones y mejoras no cesaron ahí, por lo que la Ceios publicó en 2007 y 2009 el QIS 3 y el QIS 4 [17-18], en donde se introdujo el cálculo de otros riesgos que podían gestionarse por medio de capital, se abrió la posibilidad de que las entidades pudieran desarrollar modelos internos de solvencia y se definió la forma cómo debían calcularse los capitales mínimos en la industria aseguradora.

Finalmente, cuando ya parecía que no quedaba más por desarrollar, llegó la crisis financiera de finales de 2008 e inicios de 2009, la cual generó un impacto bastante importante, y con base en los aprendizajes que dejó esta crisis [19], se hicieron varias revisiones y se llegó a la publicación final del QIS 5 el 5 de julio de 2010, [20], normativa en la cual se introdujo temas como la cuantificación de una prima de iliquidez para la valoración de los pasivos y la introducción de los Pilares II y III que buscan generar buenas prácticas, tanto en las empresas del sector como en los reguladores del mismo.

A partir de este punto, y teniendo en cuenta que ya se contaba con una normativa bastante robusta, se comenzaron a realizar varios ejercicios previos en cabeza de la *European Insurance and Occupational Pensions Authority* (Eiopa, quien reemplazó a la Ceios en 2001), los cuales buscaban preparar a las compañías para la entrada definitiva del QIS 5 en 2012, y durante este

año y el año 2016, la Eiopa publicó algunas recalibraciones a la metodología [21], lo cual generó el ajuste paulatino por parte de las compañías, hasta que finalmente, el primero de enero de 2016, todas las compañías aseguradoras de la Unión Europea comenzaron a implementar Solvencia II a plenitud, en sus tres pilares.

### 3.3 Solvencia II: QIS 5

Como se mencionó, esta norma busca principalmente ajustar los problemas que tenía Solvencia I, por lo cual, en sus principales objetivos se encuentra introducir un modelo de administración basado en riesgos, valorar los activos y pasivos de las compañías bajo el concepto valor económico, proteger a los tomadores de pólizas, generar estabilidad financiera en las compañías y conectar el capital de la compañía con los riesgos a los que está expuesta, ofreciendo incentivos para las compañías que mejor administren su situación de riesgo y capital [22]. Para lograr esto, se desarrolló una metodología llamada QIS 5, que se enfoca principalmente en establecer requerimientos de capital basados en riesgos, generar una cultura de administración fundamentada en riesgos, lograr comunicación directa entre las empresas y los supervisores [6]. Esta metodología se divide en tres pilares, en los que se entrará en más detalle a continuación.

#### 3.3.1 Pilar I. Cuantitativo

En este pilar se desarrollan las metodologías cuantitativas correspondientes a Solvencia II. Principalmente, se encuentran metodologías para cuantificar [23]:

- *Best Estimate* de activos y pasivos.
- Cálculo del *Minimum Capital Requirement* (MCR), como el capital mínimo que deben tener las compañías aseguradoras.
- Cálculo de *Solvency Capital Requirement* (SCR), que es el capital que deben tener las compañías aseguradoras de acuerdo con los riesgos a los cuales están expuestas. Es importante tener en cuenta que este cálculo busca asegurar la permanencia en el tiempo de las compañías, por esto las cuantificaciones se hacen sobre una ventana de observación de un año y sobre riesgos inesperados, es decir, eventos que sean muy poco probables, y que bajo el marco de Solvencia II, se definen como eventos que solo suceden una vez cada doscientos años

(matemáticamente, un evento de estas características solo tiene una probabilidad de 0,5 % de suceder).

En particular, el cálculo del SCR se hace de forma modular; es decir, se van calculando de manera independiente cada uno de los riesgos y posteriormente se agregan por medio de las correlaciones estimadas (figura 3.1) para cada uno de los riesgos, partiendo de la suposición de que no se espera que todos los riesgos inesperados se materialicen al mismo tiempo [24].

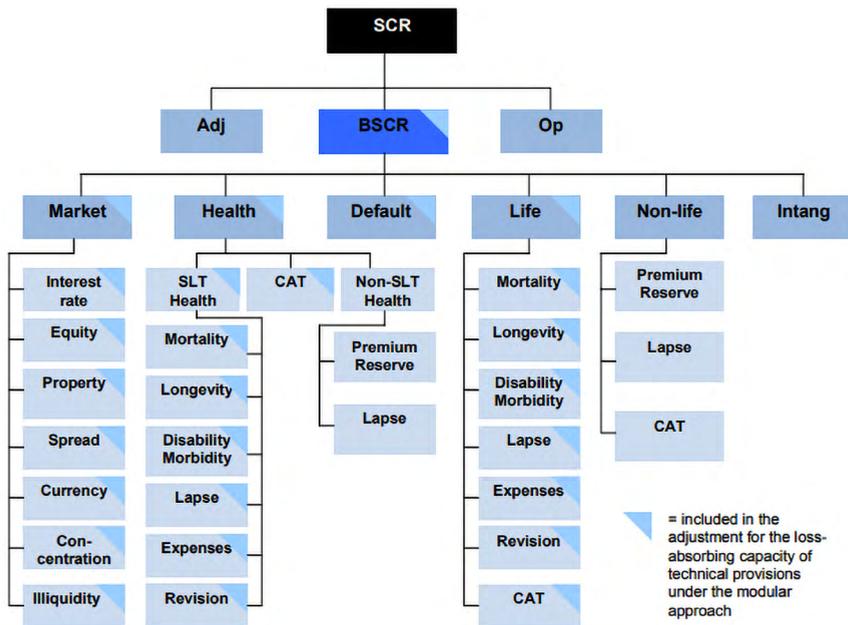


Figura 3.1. Solvency Capital Requirement (SCR)

Fuente: [20].

La expresión matemática del SCR es [20]:

$$SCR = BSCR + Adj + SCR_{Op} \quad (1)$$

Donde:

*BSCR*: *Basic Solvency Capital Requirement*, el cual agrega el riesgo de seis grandes categorías: mercado, salud, crédito, vida, no vida e intangibles.

*Adj*: corresponde a ajustes por impuestos diferidos y por productos de vida, con distribución de utilidades que tenga la compañía.

$SCR_{Op}$ : es el capital cuantificado para cubrir la compañía ante la materialización de riesgos operacionales.

A su vez, el  $BSCR$  se calcula así [20]:

$$BSCR = \sqrt{\sum_{ij} Corr_{ij} \cdot SCR_i \cdot SCR_j} + SCR_{Int} \quad (2)$$

Donde:

$SCR_i$ ,  $SCR_j$ : corresponde al capital exigido para los módulos de riesgos de mercado, salud, crédito, vida y no vida.

$SCR_{Int}$ : requerimiento de capital calculado para el riesgo de activos intangibles.

$Corr_{ij}$ : son las correlaciones entre cada uno de los módulos de cuantificación de riesgos que conforman al  $BSCR$ . Están conformadas por la siguiente tabla (3.1).

Tabla 3.1. Matriz de correlación para el  $BSCR$

	<b>Mercado</b>	<b>Crédito</b>	<b>Vida</b>	<b>Salud</b>	<b>No Vida</b>
Mercado	1	0,25	0,25	0,25	0,25
Crédito	0,25	1	0,25	0,25	0,5
Vida	0,25	0,25	1	0,25	0
Salud	0,25	0,25	0,25	1	0
No Vida	0,25	0,5	0	0	1

Fuente: [20].

### 3.3.1.1 Módulo de riesgos de mercado

En este apartado se cuantifican el capital correspondiente a los riesgos de mercado que se generan por la volatilidad existente en variables financieras como las tasas de interés, los precios accionarios, los tipos de cambio y los precios de los activos inmobiliarios. Dentro de este módulo se cuantifican los riesgos de tasa de interés, acciones, inmobiliario, *spread*, concentración y tipo de cambio. En cada uno de estos riesgos, se cuantifica cuál es el detrimento en el patrimonio económico de la compañía, desde ahora *Net Asset Value (NAV)*, ante la materialización de este. La expresión utilizada para cuantificar este módulo es la siguiente [20]:

$$SCR_{Mercado} = \max \left( \sqrt{\sum_{ij} CorrMdoUp_{ij} \cdot Mdo_{Up,i} \cdot Mdo_{Up,j}}, \sqrt{\sum_{ij} CorrMdoDown_{ij} \cdot Mdo_{Down,i} \cdot Mdo_{Down,j}} \right) \quad (3)$$

Donde:

$CorrMdoUp_{ij}$ : es la matriz de correlaciones entre los riesgos de mercado bajo un escenario de riesgo de tasas de interés al alza (ver anexo 1).

$Mdo_{Up,i}$  y  $Mdo_{Up,j}$ : son los módulos que conforman el riesgo de mercado bajo un escenario de *choque up* en el riesgo de tasa de interés.

$Mdo_{Down,i}$  y  $Mdo_{Down,j}$ : son los módulos que conforman el riesgo de mercado bajo un escenario de *choque down* en el riesgo de tasa de interés.

$CorrMdoDown_{ij}$ : corresponde a la matriz de correlaciones entre los riesgos de mercado bajo un escenario de riesgo de tasas de interés a la baja (ver anexo 1).

Los riesgos más representativos cuantificados en este módulo son:

### 3.3.1.2 Riesgo de tasa de interés

En este módulo se calcula el riesgo de tasa de interés para todos los activos y pasivos cuyo valor económico es sensible ante los movimientos que se presentan en las tasas de interés [25]. En general, las empresas aseguradoras tienen exposición a este riesgo en los instrumentos de renta fija, préstamos, derivados y reservas técnicas. Este se cuantifica así [20]:

$$R.TasaInterés = abs \left[ \min \left( NAV_{inicial} - NAV_{Up}, NAV_{inicial} - NAV_{Down} \right) \right] \quad (4)$$

Donde:

$$NAV_{inicial} = \sum_{j=1}^n \frac{FlujosActivo_j}{(1+i)^t} - \sum_{k=1}^m \frac{FlujosPasivo_k}{(1+i)^t} \quad (5)$$

$$NAV_{Up} = \sum_{j=1}^n \frac{FlujosActivo_j}{(1+i(1+Choque_{Up,t}))^t} - \sum_{k=1}^m \frac{FlujosPasivo_k}{(1+i(1+Choque_{Up,t}))^t} \quad (6)$$

$$NAV_{Down} = \sum_{j=1}^n \frac{FlujosActivo_j}{(1+i(1+Choque_{Down,t}))^t} - \sum_{k=1}^m \frac{FlujosPasivo_k}{(1+i(1+Choque_{Down,t}))^t} \quad (7)$$

$Choque_{up,t}$ ,  $Choque_{down,t}$ : corresponden a los choques propuestos por el Eiopa para las volatilidades al alza y a la baja en las tasas de interés (ver anexo 2).

### 3.3.1.3 Riesgo de acciones

Es un riesgo que surge por la volatilidad del precio de las acciones en el mercado. En este punto se deben tener en cuenta activos como las acciones, ETF y fondos mutuos y, en el caso de los pasivos, pueden existir contratos de seguros denominados en acciones [26]. Se cuantifica así:

$$R.Acciones = \sqrt{\left(NAV_{Global} \cdot Choque_{Global}\right)^2 + 2 \cdot 0.75 \cdot NAV_{Global} \cdot Choque_{Global} \cdot NAV_{Otro} \cdot Choque_{Otro} + \left(NAV_{Otro} \cdot Choque_{Otro}\right)^2} \quad (8)$$

Donde  $Choque_{Tipo}$ :

El choque de riesgo de acciones puede verse en la tabla 3.2.

Tabla 3.2. Choque riesgo de acciones

Global (EEA o OCDE)	Otras regiones
30 %	40 %

Fuente: [20].

### 3.3.1.4 Riesgo inmobiliario

Es un riesgo que surge por la volatilidad del precio de los activos inmobiliarios en el mercado. En general, se deben tener en cuenta los activos inmobiliarios de uso propio y de portafolio que posea la compañía [26]. Se calcula de la siguiente forma [20]:

$$R.Inmobiliario = NAV_{Inmobiliario} \cdot 25\% \quad (9)$$

### 3.3.1.5 Riesgo de tipo de cambio

Es un riesgo que se origina debido a la volatilidad de los tipos de cambio en el mercado. Las compañías aseguradoras pueden tener exposición a este riesgo a sus portafolios de inversión, cuentas de efectivo, inversiones en filiales, y por el lado del pasivo, puede tener seguros denominados en moneda extranjera, cuentas con reaseguradores, entre otros [27]. La expresión para calcularlo es [20]:

$$R.Inmobiliario = NAV_{Inmobiliario} \cdot 25\% \quad (10)$$

### 3.3.1.6 Riesgo de Spread

Corresponde al riesgo que se genera por la volatilidad que hay en el *spread* de riesgo de crédito que existe sobre las tasas libres de riesgo. Dentro de este módulo aplica en particular para todos los activos de portafolio que presenten riesgo de crédito [28]. La cuantificación se realiza de la siguiente forma para los  $n$  activos expuestos que se tengan en el portafolio de inversiones [20]:

$$R.Spread = \sum_{i=1}^n MV_i \cdot DM_i \cdot F(Rating_i) \quad (11)$$

Donde:

$MV_i$ : valor de mercado del activo  $i$ .

$DM_i$ : duración modificada del activo  $i$ .

$F(Rating_i)$ : corresponde al choque aplicado de acuerdo con la calificación del activo de acuerdo con la Tabla 3.3.

Tabla 3.3. Choques riesgo de crédito

Calificación	F
AAA	0,9 %
AA	1,1 %
A	1,4 %
BBB	2,5 %
BB	4,5 %
B o menor	7,5 %
Sin calificación	3,0 %

Fuente: [20].

### 3.3.2 Pilar II. Cualitativo

Tiene en cuenta todo el proceso de revisión por parte de los reguladores, con el objetivo de que exista una unificación en las metodologías y herramientas de supervisión, y que los perfiles de riesgo sean identificados para ser gestionados. Esto genera la necesidad de definir lineamientos para lograr una gestión adecuada de los riesgos en las compañías aseguradoras, de forma que esta gestión se encuentre alineada con el control interno y el gobierno corporativo [23].

### 3.3.3 Pilar III. Disciplina de mercado

Por medio de este pilar, se busca lograr una comunicación continua entre las compañías aseguradoras y el mercado de todos los temas relacionados con capital y solvencia. Por medio de este esquema de tres pilares, se logra una administración de las compañías basadas en riesgos, ya que logra considerar los cálculos, el monitoreo y la comunicación en un mismo sistema [29].

### 3.3.4 Fronteras eficientes de portafolio

Durante las primeras décadas del siglo XX, la selección de activos por parte de los inversionistas se daba bajo una dinámica de "apuesta", en la cual, bajo diversas teorías, como por ejemplo la desarrollada por John Burr Williams en 1938 [30], se buscaba calcular el verdadero precio de los activos e invertir en aquellos que parecían estar más baratos. Es importante tener en cuenta que, en esta época era muy complejo obtener información, por esto, los inversionistas más exitosos eran aquellos que mejor analizaban la poca información que había disponible, y con base en ella, podían hacer mejores apuestas sobre el precio que podría tener un activo en el futuro. Esta dinámica siguió así durante algunos años, hasta que en 1952, Harry Markowitz revolucionó el mundo de las finanzas por medio de su tesis doctoral [7], al introducir el concepto de "riesgo" en el mundo de la selección de activos y desarrollar un modelo que combinaba los conceptos de retorno y riesgo, esto permitió encontrar portafolios eficientes en estas dos variables, dado un apetito de riesgo determinado por el inversionista. En general, el modelo de Markowitz, se encargó de probar matemáticamente dos axiomas que existían en el mundo de las finanzas: "no hay retorno sin riesgo" y "no poner todos los huevos sobre la misma canasta" (diversificación); es con base en esta teoría que se han desarrollado las nuevas metodologías con respecto a la selección de activos, como por ejemplo el modelo de Black Litterman [31] que toma como base el modelo de Markowitz pero incluye la perspectiva del inversor dentro del modelo.

### 3.3.5 Modelo de selección de activos de Harry Markowitz

Como se mencionaba anteriormente, el modelo de selección de activos propuesto introduce el concepto de riesgo en la selección de activos por medio de la volatilidad que existe en los retornos de cada uno de ellos [7]. En este sentido, si se tiene en cuenta que cada activo tiene su propio nivel de riesgo y su propia rentabilidad, el modelo propone que el riesgo en un portafolio de diferentes

activos es menor que el riesgo de tener los mismos activos individualmente. Lo anterior se cuantifica al considerar que la rentabilidad del portafolio es la rentabilidad de cada activo ponderada por su peso dentro del portafolio y la varianza del portafolio, como una función de las covarianzas y los pesos de los diferentes activos que lo conforman [32].

Gracias a este modelo, se comprendió que el mejor portafolio no es aquel con mayor rentabilidad, sino que un inversionista deberá estar dispuesto a asumir más riesgo si quiere obtener mayores rentabilidades o viceversa. La formulación matemática del modelo de selección de activos de Markowitz se presenta a continuación. Sean:

$X_i$ : el porcentaje que el inversionista invierte en el activo  $i$ .

$R_i$ : la rentabilidad del activo  $i$ .

$\sigma_{ij}$ : la covarianza entre las rentabilidades de los activos  $i$  y  $j$ . (Por lo tanto  $\sigma_{ii}$  es la varianza de las rentabilidades del activo  $i$ ).

Se define la rentabilidad del portafolio de inversión (teniendo como supuesto que  $\sum_{i=1}^n X_i = 1$ ), teniendo en cuenta que  $X_i$  se define como porcentajes, su suma debe ser igual a 1 para reflejar una inversión completa, y que  $X_i > 0$  (esto quiere decir que no se permite inversión en corto en el modelo) [7]:

$$R = \sum_{i=1}^n R_i X_i \quad (12)$$

Y se define la varianza del portafolio como [7]:

$$V = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} X_i X_j \quad (13)$$

### 3.3.6 Construcción de la frontera eficiente

Partiendo de la formulación anterior, se define la frontera eficiente, como el conjunto de combinaciones de rentabilidad ( $R$ ) y varianza ( $V$ ) para las cuales la rentabilidad es máxima dado un nivel de varianza [32]. Cada una de estas combinaciones tiene su respectiva asignación de porcentajes de asignación en los  $m$  activos disponibles ( $X_i$  con  $i = 1, 2, \dots, m$ ). Con base en lo anterior, se definen los siguientes problemas de maximización de rentabilidad y minimización de varianza con el objetivo de obtener los puntos extremos de la frontera. A continuación, se presenta la denotación matemática para determinar el portafolio de máxima rentabilidad:

$$\max R \quad (14)$$

Sujeto a

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1 \quad (15)$$

$$x_i > 0 \quad (16)$$

Al solucionar el problema anterior, se obtiene:

Al solucionar el problema anterior, se obtiene  $x_{max} = [x_{1max} \ x_{2max} \ \dots \ x_{mmax}]$  y  $P_{max}(R_{max}, V_{max})$ .

A continuación, se denota en forma matemática el portafolio de mínima varianza:

$$\min V \quad (17)$$

Sujeto a

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1 \quad (18)$$

$$x_i > 0 \quad (19)$$

Al solucionar el problema anterior, se obtiene:

Al solucionar el problema anterior, se obtiene  $x_{min} = [x_{1min} \ x_{2min} \ \dots \ x_{mmin}]$  y  $P_{min}(R_{min}, V_{min})$ .

Gráficamente (figura 3.2), los puntos P\_max y P\_min se pueden ver como:

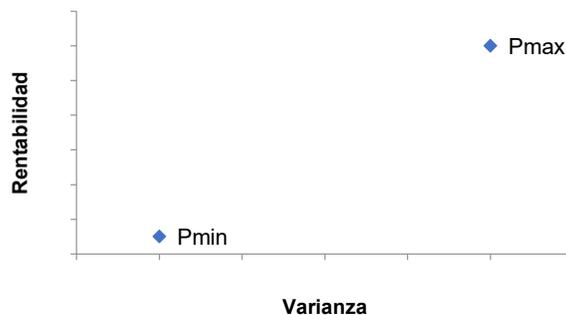


Figura 3.2. Portafolio de máxima rentabilidad y mínima varianza

Fuente: elaboración propia.

Teniendo en cuenta los resultados anteriores, se definen una cantidad  $nn$  de puntos entre  $V_{min}$  y  $V_{max}$  tales que  $V_{min} < V_1 < V_2 < \dots < V_n < V_{max}$ , y para cada uno de esos puntos se resuelven los siguientes problemas de maximización:

Para todo  $j$  con  $j = 1, 2, \dots, n$

$$\max R_j \tag{20}$$

Sujeto a

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1 \tag{21}$$

$$x_i > 0 \tag{22}$$

$$V = V_j \tag{23}$$

Con la solución de los problemas anteriores se obtiene para todo  $j$  con  $j = 1, 2, \dots, n$  los siguientes resultados:

$$P_j(R_j, V_j) \text{ y } x_j = [x_{1,j} \ x_{2,j} \ \dots \ x_{m,j}]$$

Estos resultados, se pueden observar gráficamente (figura 3.3) de la siguiente forma:

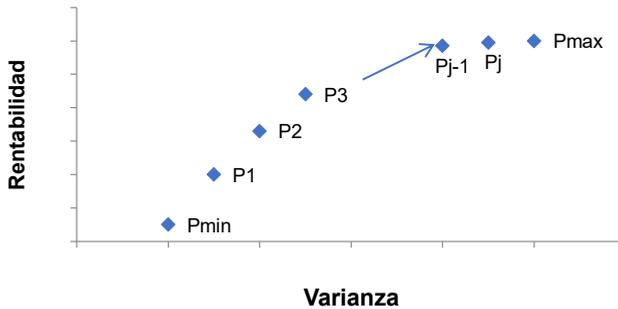


Figura 3.3. Frontera eficiente

Fuente: elaboración propia.

De la figura anterior, es importante tener en cuenta que los puntos que conforman la frontera representan la mayor rentabilidad, que se puede alcanzar dado un nivel de riesgo seleccionado y cualquier punto que se encuentre por debajo o a la derecha es ineficiente [33].

### 3.3.7 Frontera eficiente de capital basado en riesgo

Con base en los conceptos desarrollados en los numerales 3.1 y 3.2, se introduce el concepto de frontera eficiente de capital basado en riesgo, el cual conserva la filosofía general de la frontera eficiente convencional, pero en lugar de utilizar en el eje de riesgos la volatilidad de los activos, utiliza el capital, en este caso el *SCR* visto anteriormente.

De suerte que, el objetivo de lo anterior es lograr entender cuáles son las estructuras de portafolio óptimas que tiene la aseguradora para cada nivel de riesgo, y de esta forma, poder escoger la cartera eficiente que más se acomode a su perfil de riesgo. Lo anterior, se vuelve muy importante, ya que, de esta forma, las compañías aseguradoras contarán con una herramienta que les permitirá administrar sus portafolios en conjunto con sus pasivos, mirando la relación conjunta que variables como la duración y el tipo de cambio tienen sobre la totalidad de la compañía, y como resultado, se obtiene de esta forma un mejor control y administración sobre su portafolio de inversiones, una estructura más óptima de acuerdo con su apetito de riesgos y el capital necesario bajo un estándar internacional como es Solvencia II para poder tener esa cartera.

### 3.3.8 Construcción de la frontera eficiente de capital basado en riesgo

Se define la frontera eficiente de capital basado en riesgo, como el conjunto de combinaciones de rentabilidad (*R*) y *SCR* para las cuales la rentabilidad es máxima dado un nivel de *SCR*. Cada una de estas combinaciones tiene su respectiva asignación de porcentajes en los *m* activos disponibles en el mercado ( $x_i$  con  $i = 1, 2, \dots, m$ ). Con base en lo anterior, se definen los siguientes problemas de maximización de rentabilidad y minimización de *SCR* con el objetivo de obtener los puntos extremos de la frontera. A continuación, se denota matemáticamente el portafolio de máxima rentabilidad:

$$\max R \tag{24}$$

Sujeto a

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1 \tag{25}$$

$$x_i > 0 \tag{26}$$

Al solucionar el problema anterior, se obtiene:

Al solucionar el problema anterior, se obtiene  $x_{max} = [x_{1max} \ x_{2max} \ \dots \ x_{mmax}]$  y  $P_{max}(R_{max}, SCR_{max})$ .

A continuación, se denota matemáticamente el portafolio de mínimo SCR:

$$\text{minSCR} \tag{27}$$

Sujeto a

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1 \tag{28}$$

$$x_i > 0 \tag{29}$$

Al solucionar el problema anterior, se obtiene:

Al solucionar el problema anterior, se obtiene  $x_{min} = [x_{1min} \ x_{2min} \ \dots \ x_{mmin}]$  y  $P_{min}(R_{min}, SCR_{min})$ .

En la Figura 3.4 los puntos  $P_{max}$  y  $P_{min}$  se pueden ver como:

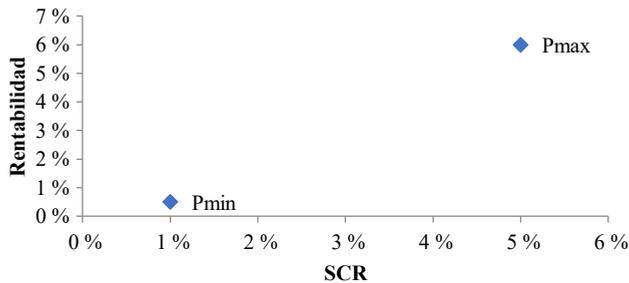


Figura 3.4. Portafolio de máxima rentabilidad y mínimo SCR

Fuente: elaboración propia.

Teniendo en cuenta los resultados anteriores, se definen una cantidad  $n$  de puntos entre  $SCR_{min}$  y  $SCR_{max}$  tales que entre  $SCR_{min} < SCR_1 < SCR_2 < \dots < SCR_n < SCR_{max}$  y para cada uno de esos puntos se resuelven los siguientes problemas de maximización:

Para todo  $j$  con  $j = 1, 2, \dots, n$

$$\max R_j \tag{30}$$

Sujeto a

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1 \tag{31}$$

$$x_i > 0 \tag{32}$$

$$SCR = SCR_j \tag{33}$$

Con la solución de los problemas anteriores, se obtiene para todo  $j$  con  $j = 1, 2, \dots, n$  los siguientes resultados:

$$P_j(R_j, SCR_j) \text{ y } x_j = [x_{1,j}, x_{2,j}, \dots, x_{m,j}]$$

Estos resultados se pueden observar gráficamente (figura 3.5) de la siguiente forma:

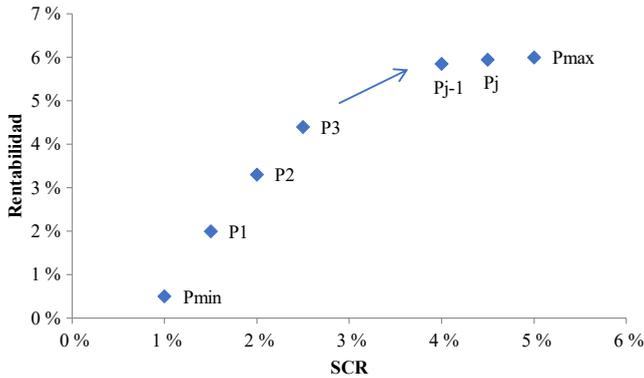


Figura 3.5. Frontera eficiente de capital basado en riesgo

Fuente: elaboración propia.

De la figura anterior, es importante tener en cuenta que los puntos que conforman la frontera, representan la mayor rentabilidad que se puede alcanzar dado un nivel de  $SCR$  seleccionado y cualquier punto que se encuentre por debajo o a la derecha es ineficiente.

### 3.4 Aplicación en el mercado colombiano

Para ilustrar la utilidad que puede tener este modelo en la selección y administración del portafolio de inversiones en las empresas aseguradoras, se realizará un ejemplo con una empresa aseguradora ficticia (Aseguradora ABC), que tiene su operación en el mercado colombiano. Se asume que es una empresa que opera en los ramos de seguros de daños (o seguros generales), con unos flujos de desarrollo de sus reservas técnicas de corta duración (0,6 años) y con corte a diciembre 31 de 2017 presenta los siguientes datos (tabla 3.4).

Tabla 3.4. Información actual de la Aseguradora ABC

$SCR_{Op}$	COP 1.500.000.000
$SCR_{NoVida}$	COP 50.000.000.000
$SCR_{Crédito}$	COP 7.000.000.000
Valor del portafolio de inversiones	COP 300.000.000.000
Pasivos en moneda extranjera	COP 20.000.000.000
Valor presente de las reservas técnicas	COP 280.000.000.000
Duración de las reservas técnicas	0,65 años

Fuente: elaboración propia.

Adicionalmente, se asume que en el mercado colombiano se puede invertir en los siguientes tipos de activos (tabla 3.5), con las siguientes características:

Tabla 3.5. Activos disponibles en el mercado

Número	Tipo	Moneda	Plazo	Rentabilidad en COP	Límite de inversión (Decreto 2953 de 2010)	Inversión actual Aseguradora ABC
1	Bono soberano	COP	1 año	5,89 %	100 %	10 %
2	Bono soberano	COP	3 años	6,54 %	100 %	15 %
3	Bono soberano	COP	5 años	7,46 %	100 %	5 %
4	Bono soberano	USD	1 año	5,87 %	40 %	1.5 %
5	Bono soberano	USD	3 años	6,52 %	40 %	2 %
6	Bono soberano	USD	5 años	7,41 %	40 %	3 %
7	Bono corporativo AAA	COP	1 año	6,41 %	70 %	10 %
8	Bono corporativo AAA	COP	3 años	7,31 %	70 %	15 %
9	Bono corporativo AAA	COP	5 años	8,31 %	70 %	6 %
10	Bono corporativo AAA	USD	1 año	6,39 %	40 %	15 %
11	Bono corporativo AAA	USD	3 años	7,28 %	40 %	10 %
12	Bono corporativo AAA	USD	5 años	8,27 %	40 %	5 %
13	Acciones locales	COP		6,69 %	30 %	1 %
14	Acciones internacionales	USD		8,23 %	40 %	0 %
15	Fondos inmobiliarios	COP		9,52 %	40 %	1.5 %

Fuente: elaboración propia.

Teniendo en cuenta las características de los quince tipos de activo, se identificará cuáles son sus riesgos, y de ese modo se cuantificará el capital requerido para invertir en ellos. Por ejemplo, el activo diez, tendrá riesgo de tasas de interés, riesgo de tipo de cambio y riesgo de *spread* mientras que el activo uno tendrá solamente riesgo de tasas de interés. Con base en la información de las tablas 3.4 y 3.5, se construye el modelo de frontera

eficiente de capital basado en riesgo, obteniendo los siguientes resultados (ver la tabla 3.6 y la figura 3.6).

Tabla 3.6. Resultados frontera eficiente de capital.

\*Cifras en millones de COP

Portafolio	1	2	9	10	19	20
Retorno	5,92 %	6,53 %	8,25 %	8,33 %	8,79 %	8,79 %
RK total <sup>†</sup>	55,806	57,237	67,255	68,687	81,567	82,998
RK operativos <sup>†</sup>	1,500	1,500	...	1,500	1,500	...
RK técnicos <sup>†</sup>	50,000	50,000	50,000	50,000	50,000	50,000
RK crédito <sup>†</sup>	7,000	7,000	7,000	7,000	7,000	7,000
RK mercado <sup>†</sup>	1,663	6,016	26,096	28,389	46,699	48,567
Tasa de interés <sup>†</sup>	1,623	5,413	...	10,472	9,797	...
Acciones <sup>†</sup>	0	0	0	0	0	0
Inmobiliario <sup>†</sup>	1	1,936	16,875	19,840	30,000	30,000
FX <sup>†</sup>	0	0	2,500	2,500	363	500
Spread <sup>†</sup>	362	1,052	...	9,057	9,057	...
Asset Class						
1	93,34 %	53,14 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %
2	0,00 %	0,00 %	...	0,00 %	0,00 %	...
3	0,00 %	30,78 %	37,50 %	33,55 %	0,00 %	0,00 %
4	1,41 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %
5	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %
6	0,00 %	0,00 %	...	0,00 %	0,00 %	...
7	0,00 %	6,83 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %
8	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %
9	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	48,49 %	60,00 %
10	5,25 %	6,65 %	...	0,00 %	0,00 %	...
11	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %
12	0,00 %	0,01 %	40,00 %	40,00 %	11,51 %	0,00 %
13	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %
14	0,00 %	0,00 %	...	0,00 %	0,00 %	...
15	0,00 %	2,58 %	22,50 %	26,45 %	40,00 %	40,00 %

Fuente: elaboración propia.

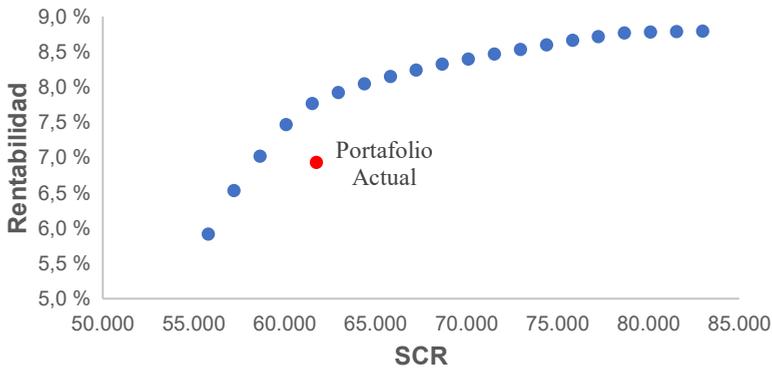


Figura 3.6. Frontera eficiente de capital

Fuente: elaboración propia.

Se observa que por medio de esta aproximación, la Aseguradora ABC puede escoger un portafolio que represente en términos totales de capital entre COP 55.806 millones y COP 82.998 millones dependiendo de la rentabilidad que espere conseguir y el apetito de riesgo que tenga. Adicionalmente, se resalta que, por medio de esta metodología, las compañías van a poder realizar una mejor administración de sus inversiones y de sus riesgos. Por ejemplo, se observa como el portafolio 1, propone una inversión de 6,7 % en activos en moneda extranjera, con el fin de minimizar el riesgo de tipo de cambio que están generando los pasivos en dólares. También se ve que la elección resultante busca minimizar el riesgo de tasa de interés al elegir un portafolio de corto plazo (duración de 0,96 años), que se cubre con la duración del pasivo que también es de corto plazo (0,65 años) y el riesgo de Spread al invertir en instrumentos soberanos en moneda local.

Por otro lado, si la Aseguradora ABC quisiera invertir en búsqueda de una mayor rentabilidad, por medio de esta herramienta, podría moverse inteligentemente a otros portafolios intermedios que entregan una mayor rentabilidad, y que a la vez optimizan su necesidad de capital para ese nivel de riesgo, lo cual no podría hacerse de manera adecuada sino se cuenta con una herramienta que incorpore dentro de su cálculo el retorno, el riesgo y el capital de la totalidad de la compañía.

Finalmente, le permite a la administración de la compañía, reevaluar su estrategia de inversiones actual, para poder encontrar y administrar una estructura de inversión mucho más óptima que la actual. Por ejemplo, se observa en el resultado obtenido (figura 3.6.) que hoy la Aseguradora ABC

tiene una estructura de portafolio ineficiente, ya que, dadas las condiciones actuales del mercado, podría tener un portafolio con el mismo nivel de riesgo que tiene actualmente, pero con una mayor rentabilidad.

### 3.5 Conclusiones

Luego de la aplicación de esta metodología, se puede concluir que trae ventajas muy significativas para las compañías que la apliquen. Por un lado, les permite encontrar una estructura de portafolio estratégica y óptima en términos de retorno, riesgo y capital, y, por el otro, les permite evaluar qué tan buena es su estrategia actual y cómo podrían obtener mejores rendimientos sin alterar su perfil de riesgo. Es importante tener en cuenta que todo el desarrollo se hizo basado en la metodología propuesta por el QIS5, la cual actualmente no está vigente en Colombia. Sin embargo, dadas las tendencias que se están observando en países latinoamericanos, como Chile, Brasil y México, se esperaría que en el futuro cercano comience en Colombia, una actualización de la normativa actual, con el fin de que las empresas aseguradoras realicen una adecuada gestión de su capital basadas en los riesgos a los cuales están expuestas.

En este sentido, las compañías del sector asegurador colombiano podrían empezar a realizar ejercicios preparatorios con esta metodología, que les permita ser proactivas con respecto a la administración de sus portafolios y les permitan estar más preparadas para el momento en que llegue a Colombia el impacto normativo. Como recomendación del autor, teniendo en cuenta que la realidad de mercado y macroeconómica en la cual se encuentra Colombia, se recomienda que antes de realizar la aplicación de esta metodología, se revisen algunos puntos concernientes a la cuantificación de los riesgos. Por un lado, considerar algunos riesgos que no son relevantes en Europa, pero que sí pueden serlo en Colombia, como por ejemplo el riesgo de inflación, y por el otro, realizar una calibración de los choques para todos los riesgos que reflejen de la mejor manera al mercado colombiano.

### Referencias

- [1] European Insurance and Occupational Pensions Authority (Eiopa), (2011, 14 de marzo). Eiopa Report on the Fifth Quantitative Impact Study (QIS5) for Solvency II [en línea]. Disponible en: <https://bit.ly/3sMn6vL>

- [2] N. Gaviria y C. Castillo, "Solvencia II y el cambio de normatividad en México, retos y perspectivas del sector afianzador", *Rev. de Inv. en Ciencias Cont. y Admin*, vol. 2, pp. 40-66, 2016.
- [3] Ministerio da Fazenda, *Resolução CNSP No 321, de 2015*, Brazil, 2015, p. 158.
- [4] Superintendencia de Valores y Seguros de Chile, (2017, mayo). Borrador de metodología para la determinación del Capital Basado en Riesgo (CBR) de las compañías de seguros (quinta versión). [en línea]. Disponible en: <https://bit.ly/3bYbtLA>
- [5] V. Peleckienė y K. Peleckis, "Omnibus II Effective Measures in Adjusting the Current Solvency II Framework", *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, vol. 110, pp. 156-163, 2014.
- [6] V. Peleckienė y K. Peleckis, "Solvency II Assumptions for Increasing the International Competitiveness of EU Insurance Industry", *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, vol. 110, pp. 822-831, 2014.
- [7] H. Markowitz, "Portfolio selection", *The Journal of Finance*, vol. 7, pp. 77-91, 1952.
- [8] European Communities, "First council directive of 24 July 1973 on the coordination of laws, Regulations and administrative provisions relating to the taking-up and pursuit of the business of direct insurance other than life assurance", *Journal of the European Communities*, n.º 228, pp. 3-19, 1973.
- [9] K. V. Hulle, "From Solvency I to Solvency II", en *International Center for Insurance Regulation*, 2017.
- [10] R. Care y J. Fenech, (2010). Solvency II Challenges and industry impact. [en línea]. Disponible en: <https://bit.ly/2NZFr9Z>
- [11] G. Kirschner, (2009, septiembre). Solvency II introduction [en línea]. Disponible en: <https://bit.ly/3uQkpV9>
- [12] European Commission, (2004, 14 de julio). Specific calls for advice from Ceiops. [en línea]. Disponible en: <https://bit.ly/387LeBi>
- [13] European Commission, (2005, 17 de mayo). Solvency II - Second Wave of Specific Calls for Advice. [en línea]. Disponible en: <https://bit.ly/3v0mhSf>
- [14] European Commission, (2005, 15 de agosto). Solvency II - Third Wave of Specific Calls for Advice [en línea]. Disponible en: <https://bit.ly/2O0JDpR>

- [15] Committee of European Insurance and Occupational Pensions Supervisors (Ceios), (2006, 17 de marzo). QIS1 – Summary report. [en línea]. Disponible en: <https://www.fma.gv.at/download.php?d=1998>
- [16] Committee of European Insurance and Occupational Pensions Supervisors (Ceios), (2006). Quantitative Impact Study 2: Technical Specification. [en línea]. Disponible en: <https://bit.ly/3bTv0g8>
- [17] Committee of European Insurance and Occupational Pensions Supervisors (Ceios), (2007). QIS3: Technical Specifications. [en línea]. Disponible en: <https://bit.ly/3qfV76b>
- [18] Committee of European Insurance and Occupational Pensions Supervisors (Ceios), (2008). QIS4 Technical Specifications. [en línea]. Disponible en: <https://bit.ly/3q8P8jq>
- [19] PLC Financial Services, (2009, 27 de marzo). Lessons learned from the crisis (Solvency II and beyond). [en línea]. Disponible en: <https://tmsnrtrs/3bdLvEP>
- [20] European Commission, (2010, 5 de julio). QIS5 Technical Specifications. [en línea]. Disponible en: <https://bit.ly/3834OP5>
- [21] European Insurance and Occupational Pensions Authority (EIOPA). (2015, 9 de octubre). Review of the methodology to derive the ultimate forward rates. [en línea]. Disponible en: <https://bit.ly/3kI09Hm>
- [22] A. V. Asimit, A. M. Badescu, S. Haberman *et al.*, "Efficient risk allocation within a non-life insurance group under Solvency II Regime", *Insurance: Mathematics and Economics*, vol. 66, pp. 69-76, 2016.
- [23] W. Wyatt, (2016). Principios de Solvencia II, organismos e instituciones. [en línea]. Disponible en: [www.watsonwyatt.com](http://www.watsonwyatt.com)
- [24] R. Swiss, (2015). La regulación de la solvencia en Latinoamérica: modernización a diferentes velocidades. [en línea]. Disponible en: <https://bit.ly/2OlxGuG>
- [25] F. C. Aguilar, "El riesgo de tipo de interés. Experiencia española y Solvencia II", *Gerencia de Riesgos y Seguros*, pp. 40-45, 2011.
- [26] Unespa. (2016). Informe del departamento de análisis y estudios. Solvencia II. De un vistazo. [en línea]. Disponible en: <https://bit.ly/3qhF8nY>

- [27] L. Otero, P. Durán, S. Fernández y M. Vivel, "Análisis del riesgo de contraparte a través del modelo estructural de Merton en el marco de Solvencia II", *Cuadernos de Gestión*, vol. 14, n.º 2, pp. 99-119, 2014.
- [28] S. Irimia. (2012, 19 de junio). Riesgo de contraparte y operacional. [en línea]. Disponible en: <https://bit.ly/3eaoYue>
- [29] S. Mancera, *El nuevo marco regulatorio en México y Solvencia II*. Ciudad de México: Ernst and Young, 2009.
- [30] J. B. Williams, *The theory of investment value*. Cambridge: Harvard University Press, 1938.
- [31] F. Black y R. Litterman, "Asset allocation: combining investor views with market equilibrium", *The Journal of Fixed Income*, vol. 1, pp. 7-18, 1991.
- [32] H. Markowitz, *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*. John Wiley and Sons, 1959.
- [33] H. M. Markowitz y E. V. Dijk, "Risk-return analysis A2 - Zenios, S.A", en *Handbook of Asset and Liability Management*, W. T. Ziemba, ed. San Diego: North-Holland, 2008, pp. 139-197.

## Anexos

### Anexo 1. Correlaciones riesgo de mercado

Si el riesgo de tasa de interés definitivo se dio cuando el escenario de tasas fue al alza se debe usar la siguiente matriz (tabla 3.7).

Tabla 3.7. Matriz de correlación riesgos de mercado, tasas de interés al alza

Alza	T. Interés	Acciones	Inmobiliario	Spread	Tipo de cambio
T. Interés	1	0	0	0	0,25
Acciones	0	1	0,75	0,75	0,25
Inmobiliario	0	0,75	1	0,5	0,25
Spread	0	0,75	0,5	1	0,25
Tipo de cambio	0,25	0,25	0,25	0,25	1

Fuente: [20]

Si el riesgo de tasa de interés definitivo se dio cuando el escenario de tasas fue a la baja, se debe usar la matriz que ofrece la tabla 3.8.

Tabla 3.8. Matriz de correlación riesgos de mercado, tasas de interés a la baja

Baja	T. Interés	Acciones	Inmobiliario	Spread	Tipo de cambio
<b>T. Interés</b>	1	0,5	0,5	0,5	0,25
<b>Acciones</b>	0,5	1	0,75	0,75	0,25
<b>Inmobiliario</b>	0,5	0,75	1	0,5	0,25
<b>Spread</b>	0,5	0,75	0,5	1	0,25
<b>Tipo de cambio</b>	0,25	0,25	0,25	0,25	1

Fuente: [20].

### Choques riesgo de tasa de interés

Los choques propuestos en el QIS5 para el riesgo de tasas de interés, son los que se muestran en la tabla 3.9:

Tabla 3.9. Choques riesgo de tasa de interés

Maturity (años)	Choque Up	Choque Down
0,25	70 %	-75 %
0,5	70 %	-75 %
1	70 %	-75 %
2	70 %	-65 %
3	64 %	-56 %
4	59 %	-50 %
5	55 %	-46 %
6	52 %	-42 %
7	49 %	-39 %
8	47 %	-36 %
9	44 %	-33 %
10	42 %	-31 %
11	39 %	-30 %
12	37 %	-29 %
13	35 %	-28 %
14	34 %	-28 %
15	33 %	-27 %
16	31 %	-28 %
17	30 %	-28 %
18	29 %	-28 %
19	27 %	-29 %
20	26 %	-29 %
21	26 %	-29 %
22	26 %	-30 %
23	26 %	-30 %
24	26 %	-30 %
25	26 %	-30 %
30	25 %	-30 %

Fuente: [20].

## Anexo 2. Resultados completos aplicación frontera eficiente

Tabla 3.10. Resultados de capital basado en riesgo y rentabilidad para los portafolios 1 al 10

# Portafolio Actual	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Retorno	5,92 %	6,53 %	7,02 %	7,47 %	7,77 %	7,93 %	8,05 %	8,15 %	8,25 %	8,33 %
RK total <sup>*</sup>	55,806	57,237	58,668	60,100	61,531	62,962	64,393	65,824	67,255	68,687
RK operativos <sup>*</sup>	1,500	1,500	1,500	1,500	1,500	1,500	1,500	1,500	1,500	1,500
RK técnicos <sup>*</sup>	50,000	50,000	50,000	50,000	50,000	50,000	50,000	50,000	50,000	50,000
RK crédito <sup>*</sup>	7,000	7,000	7,000	7,000	7,000	7,000	7,000	7,000	7,000	7,000
RK mercado <sup>*</sup>	1,663	6,016	9,673	12,916	15,879	18,638	21,241	23,719	26,096	28,389
Tasa de interés <sup>*</sup>	1,623	5,413	8,707	11,605	12,454	12,026	11,691	11,231	10,472	9,797
Acciones <sup>*</sup>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Inmobiliario <sup>*</sup>	1	1,936	3,224	5,167	8,137	10,029	11,509	13,539	16,875	19,840
FX <sup>*</sup>	0	0	0	0	335	1,283	2,034	2,500	2,500	2,500
Spread <sup>*</sup>	362	1,052	1,543	899	2,520	5,382	7,649	9,057	9,057	9,057

\*Cifras en millones de pesos colombianos

Fuente: elaboración propia.

Tabla 3.11. Resultados de capital basado en riesgo y rentabilidad para los portafolios 11 a 20

# Portafolio Actual	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Retorno	8,40 %	8,47 %	8,54 %	8,60 %	8,66 %	8,72 %	8,77 %	8,78 %	8,79 %	8,79 %
RK total	70,118	71,549	72,980	74,411	75,842	77,273	78,705	80,136	81,567	82,998
RK operativos	1,500	1,500	1,500	1,500	1,500	1,500	1,500	1,500	1,500	1,500
RK técnicos	50,000	50,000	50,000	50,000	50,000	50,000	50,000	50,000	50,000	50,000
RK crédito	7,000	7,000	7,000	7,000	7,000	7,000	7,000	7,000	7,000	7,000
RK mercado	30,610	32,770	34,877	36,937	38,956	40,938	42,887	44,806	46,699	48,567
Tasa de interés	9,178	8,597	8,047	7,520	7,488	7,489	7,490	7,490	7,490	7,490
Acciones	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Inmobiliario	22,564	25,115	27,536	29,852	30,000	30,000	30,000	30,000	30,000	30,000
FX	2,500	2,500	2,500	2,500	2,500	2,500	2,500	1,463	363	500
Spread	9,057	9,057	9,057	9,057	11,807	14,555	17,150	20,103	22,929	25,147

\*Cifras en millones de pesos colombianos

Fuente: elaboración propia.

Tabla 3.12. Porcentaje de inversión en cada *Asset Class*  
para los portafolios 1 al 10

<b>Asset Class</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
1	93 %	53 %	20 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %
2	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %
3	0 %	31 %	57 %	81 %	78 %	63 %	51 %	42 %	38 %	34 %
4	1 %	0 %	3 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %
5	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %
6	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %
7	0 %	7 %	12 %	5 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %
8	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %
9	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %
10	5 %	7 %	4 %	7 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %
11	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %
12	0 %	0 %	0 %	0 %	11 %	24 %	34 %	40 %	40 %	40 %
13	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %
14	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %
15	0 %	3 %	4 %	7 %	11 %	13 %	15 %	18 %	22 %	26 %

Fuente: elaboración propia.

Tabla 3.13. Porcentaje de inversión por *Asset Class*  
para los portafolios 11 al 20

<b>Asset Class</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>
1	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %
2	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %
3	30 %	27 %	23 %	20 %	13 %	7 %	1 %	0 %	0 %	0 %
4	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %
5	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %
6	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %
7	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %
8	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %
9	0 %	0 %	0 %	0 %	7 %	13 %	19 %	34 %	48 %	60 %
10	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %
11	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %
12	40 %	40 %	40 %	40 %	40 %	40 %	40 %	26 %	12 %	0 %
13	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %
14	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %
15	30 %	33 %	37 %	40 %	40 %	40 %	40 %	40 %	40 %	40 %

Fuente: elaboración propia.

## CAPÍTULO IV

# Optimización de portafolio y valor en riesgo en la administración de la riqueza: caso portafolio colombiano

*Kevin Sledge Fitzgerald Fernández<sup>1</sup>*

*Esteban Andrés Caldas Bechara<sup>2</sup>*

*Fredy Ocaris Pérez Ramírez<sup>3</sup>*

*Nini Johana Marín Rodríguez<sup>4</sup>*

### 4.1 Antecedentes

La teoría de la administración de la riqueza está teniendo cada vez más importancia entre los inversionistas no profesionales, es decir, aquellos que cuentan con excedentes de capital y desean hacer uso de los instrumentos de inversión para que su dinero genere una rentabilidad atractiva al menor riesgo posible, pero que no cuentan con la preparación idónea para hacerlo. Es aquí donde surge el interés en exponer cómo la elección del método de construcción del portafolio óptimo, y el método para el cálculo del valor en riesgo (VaR, por sus siglas en inglés de *Value at Risk*) de mercado de dicho portafolio, puede afectar, vía rentabilidad, la administración de la riqueza de los diferentes participantes de un fondo.

---

<sup>1</sup> Profesional en finanzas, magíster en Administración Financiera. Fiduciaria Coomeva, Cali. Correo electrónico: kevin\_fitgerald@coomeva.com.co

<sup>2</sup> Economista, magíster en Administración Financiera. Gerente Financiero, Intercali *online* SAS. Correo electrónico: eacaldas\_93@hotmail.com

<sup>3</sup> Matemático, especialista en estadística, magíster en Matemáticas Aplicadas, candidato a Doctor en Modelación y Computación Científica, profesor investigador, Universidad de Medellín, Medellín, Colombia. Integrante del grupo de investigación Ginif. Correo electrónico: foperez@udem.edu.co. Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-7785-8214>

<sup>4</sup> Magíster en Economía y economista, Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia. Profesora de tiempo completo del programa de Ingeniería Financiera y Economía, Universidad de Medellín, Medellín, Colombia. Miembro activo del grupo de investigación Ginif. Correo electrónico: njmarin@udem.edu.co. Orcid: <http://orcid.org/0000-0003-4318-7947>

La gestión patrimonial (o *Wealth Management*), más conocida como administración del patrimonio o administración de la riqueza, ha adquirido cada vez más relevancia entre los agentes inversores, ya que el continuo y veloz desarrollo del mercado financiero y de valores ha obligado a aquellas personas que invierten, o desean invertir, a estar cada vez más informadas, pues la globalización dejó de ser un objetivo de la humanidad, para convertirse en una realidad: hoy el éxito de los inversores depende de qué tan preparados estén para poder hacer frente al mercado.

La necesidad de contar con unos paradigmas básicos, que den origen a una estructura que le permita a todas las personas interesadas en gestionar su patrimonio, sin importar la magnitud del mismo, poder lograr sus objetivos de vida, ha dado origen a la teoría del *Wealth Management*, la cual, actualmente, está en construcción; pero los importantes desarrollos teóricos y prácticos que ha tenido le han otorgado el interés de todos aquellos inversores que han entendido la tendencia del mercado en la actualidad, logrando que se direcciona hacia los *Wealth Manager*, que se han diferenciado de los tradicionales administradores de portafolio.

Dentro de los avances teóricos que ha dado lugar esta disciplina, es indispensable, para el objetivo de este trabajo, resaltar el trabajo de Loveday [1] que detalla con gran claridad el porqué y el para qué, es indispensable pasar de ser un agente inversor potencial o empírico a ser un inversor activo, informado y con una fundamentación estructurada, lo que brindará unos mejores resultados.

Para el desarrollo de esta investigación, se seleccionaron diez activos del mercado de renta fija, con el fin de establecer cómo las diferentes metodologías de construcción del portafolio óptimo y de la valoración de riesgo de mercado, de dichas carteras de activos financieros, afectan la rentabilidad de los participantes de un fondo. Para alcanzar este objetivo, se realizó una modelación, definiendo previamente el portafolio óptimo, según la naturaleza de los activos financieros que pueden hacer parte del fondo; luego se calculó el VaR y, finalmente, se elaboró un *backtesting* sobre los modelos. Adicionalmente, se desarrolló la teoría de *Wealth Management* para estudiar la disciplina de la administración de riqueza de personas, reconociendo que, a partir de la teoría de inversiones, se logra que los consumidores financieros obtengan mayor información para la toma de decisiones de inversión.

Para alcanzar el objetivo propuesto, este artículo realizará, en primer lugar, una exploración del concepto de *Wealth Management* y sus diferentes aplicaciones en finanzas. En segundo lugar, se realiza una revisión de la teoría de portafolio. En tercer lugar, se describe la metodología de estimación y los riesgos asociados a la estimación. En cuarto lugar, se presenta la metodología de solución, para definir el perfil del inversionista desde el *Wealth Management*, la muestra de activos que puede participar en los fondos de inversión colectiva (FIC) y la forma de selección de estos. En quinto lugar, se describen los datos y los resultados. Finalmente, se presentan las conclusiones y recomendaciones en términos de rentabilidad y riesgo para el inversionista.

## 4.2 Exploración del concepto *Wealth Management*

El *Wealth Management* es un modelo de asesoría para la administración de portafolios de inversión, que busca ofrecer soluciones más amplias para la gestión del patrimonio. Este modelo incluye la planificación financiera y patrimonial de largo plazo, con el objeto de proteger el estilo de vida, incluyendo la supervisión de los ingresos de jubilación.

El rol del *Wealth Manager* es trascendental, dado que “radica en asistir a sus clientes con el objetivo de cumplir con sus objetivos de vida a través del manejo adecuado de sus recursos financieros” [1], es decir, que el éxito del *Wealth Manager* no es solo maximizar los rendimientos, sino entender a su cliente y lograr los objetivos de vida que este tenga. Es por esto que, “a diferencia de un administrador de portafolios profesional”, el *Wealth Manager* “debe conocer la situación específica de cada uno de sus clientes: su sexo, su condición marital, su profesión, además de sus temores, objetivos, y acervo de riqueza” [1].

Ahora bien, la diferencia no solo se da entre un *Wealth Manager* y un administrador de portafolios profesional, por el contrario, esta se fundamenta en las diferencias que existen entre el *Wealth Management* y el *Investment Management*, las cuales sintetiza Loveday [1] en la tabla 4.1.

Tabla 4.1. Representación gráfica del *Wealth Management* y el *Investment Management*

	<i>Wealth Management</i>	<i>Investment Management</i>
Ámbito	Enfocado en el cliente Compreensivo Hoja de balance para la vida	Enfocado en el portafolio Activos financieros
Aproximación a la administración	Customizado Orientado hacia los objetivos del cliente Acumulación de riqueza después de impuestos	Estandarizado Orientado hacia retornos relativos Retornos antes de impuestos periódicos
Perfil del cliente	Complejidad del individuo Diversidad en objetivos Sofisticación limitada Perfil psicológico/ <i>Behavioral</i>	Pocas restricciones Homogéneos Alta sofisticación en inversiones Psicológicamente neutral
Restricciones de inversión	Dinámicas Finitas o multietapas Consideraciones impositivas	Estática Infinita Neutralidad impositiva

Fuente: [1].

En esta tabla se observan cuatro segmentos principales: ámbito, aproximación a la administración, perfil del cliente y restricción de inversión; de los cuales se puede concluir que la diferenciación radica en que mientras el *Wealth Management* se centra en el cliente, su perfil y objetivos de vida, el *Investment Management* lo hace en los activos y el logro de retornos positivos. Entendiendo la diferencia entre estas dos disciplinas, es de suma importancia exponer con más detalle los aspectos relevantes expuestos en el cuadro comparativo y que involucran el *Wealth Management*:

- Aspectos tributarios: la optimización tributaria es muy relevante, en la medida en que los retornos deben medirse después de impuestos.
- Planeación financiera: tiene en cuenta los objetivos del cliente hacia el futuro, como educación de sus hijos, plan de retiro, objetivos de herencia, entre otros.
- Planeación sucesoral: en la medida en que los excedentes se planean dejar a siguientes generaciones hay que determinar los mejores mecanismos legales, tributarios y operativos (sobre todo con negocios de familia) para que se cumplan los objetivos.

- *Behavioral Finance*: las personas no son seres absolutamente racionales. Existen sesgos que condicionan nuestro comportamiento y afectan la toma de decisiones. Deben tenerse en cuenta.
- Administración de riesgos: vinculados con la tolerancia financiera y psicológica para aceptar pérdidas, pero también de otros riesgos, como catastróficos (materiales y personales), longevidad, costo de vida, entre otros. [1].

### 4.3 Teoría de portafolio e implicaciones en la gestión

Tal como se conoce en la teoría moderna de portafolio, el inversionista siempre desea conformar su portafolio con una máxima rentabilidad y con un mínimo nivel de riesgo; pero lograr este objetivo específico no es nada fácil, ya que popularmente se menciona que, a un mayor nivel de riesgo, normalmente, el mercado reconoce al inversionista una mayor rentabilidad, y viceversa. Es normal, o lógico, encontrar que un inversionista raso y racional busque la manera de diversificar su portafolio o reducir al mínimo el riesgo, lo anterior dosificando su capital o excedentes entre diferentes activos del mercado público de valores, para finalmente concluir en un portafolio óptimo que represente dicha ecuación.

Es aquí donde es necesario mencionar a Markowitz, Lintner, Sharpe, Tobin y otros, quienes desarrollaron las metodologías para optimizar portafolios y concluir con la selección del mismo. Para efectos de este trabajo se utilizó la teoría de Markowitz [2], quien dentro de sus estudios y escritos planteó la teoría del valor esperado y varianza, la cual, actualmente, es considerada el supuesto principal de la teoría moderna de portafolios de inversión.

Así mismo [2], identifica el valor presente, el valor futuro y el rendimiento de un período de tenencia de un activo o un conjunto de activos. La metodología se define como la posibilidad de calcular la máxima rentabilidad de los inversionistas, dada una combinación lógica entre el valor esperado y la varianza de los retornos logarítmicos de los activos. Sin embargo, y según Markowitz [2], cada inversionista es responsable de basar sus decisiones en el supuesto del valor esperado y varianza, destacando el cálculo del rendimiento esperado y la desviación estándar de cada cartera de activos de inversiones para, posteriormente, seleccionar la cartera óptima, en función de los resultados de las variables mencionadas anteriormente.

Según la teoría de Markowitz [2], los pasos a seguir para encontrar los portafolios óptimos o portafolio óptimo son los siguientes: primero, se deben calcular los puntos de partida o conjunto de activos que conforman la máxima rentabilidad para un determinado nivel de riesgo y, seguidamente, el conjunto de activos que conforman la cartera con un mínimo nivel de riesgo dada una rentabilidad determinada. Luego, la teoría indica que se construye la cartera de activos eficiente partiendo de la programación cuadrática, la cual se considera como técnica matemática, y, posteriormente, se llega a la elaboración del portafolio óptimo, por supuesto, con una alta rentabilidad y con un riesgo mínimo. Al final, se desea lograr una diversificación que permita conseguir un conjunto de activos con una rentabilidad atractiva y con un nivel de riesgo mínimo; para eso se eligen aquellos activos de alta rentabilidad que, probablemente, tienen alto nivel de riesgo, pero que cuando se interrelacionan con los demás activos permiten amortiguar dicho riesgo, es decir, con correlaciones inclusive negativas.

Tal como se ha mencionado, y como se conoce en el mercado público de valores, en el sistema financiero colombiano existen diferentes formas y mecanismos para que los agentes con excedentes, que sean personas naturales, ingresen a los activos financieros y puedan negociarlos. Pero para el desarrollo de este trabajo, se toma como punto de partida el mecanismo de inversión conocido como Fondos de Inversión Colectiva (FIC), allí, quien tiene la responsabilidad de diversificar el portafolio y separar los activos, son los *trader* de las entidades que administran y gestionan este tipo de vehículos de captación.

Dado lo anterior, se puede definir la gestión del portafolio como el conjunto de actividades que permiten cumplir con la política de inversiones, teniendo en cuenta los aspectos restrictivos que se definen en ella, incluyendo así, las decisiones de inversión y desinversión, la identificación, medición, control y gestión de los riesgos inherentes al portafolio.

Es así como el gestionar portafolios significa la selección adecuada de los activos que conforman el portafolio de inversión y, en esta decisión, es vital tener presente el rendimiento y el riesgo al que se expone el fondo. El perfil de riesgo de cada inversionista es importante al momento de conformar el portafolio, ya que el fondo gestionado siempre buscará cumplir con el perfil de riesgo definido para el mismo; pero algunos inversionistas que hagan parte del fondo serán más adversos al riesgo que otros.

Al momento de incluir o descartar activos financieros en un portafolio, es muy importante evaluar la diversificación que se puede generar. Dicha diversificación tiene como consecuencia las combinaciones de retorno-riesgo más atractivas que las del supuesto de invertir en cada activo individualmente; lo anterior estará en función de la correlación existente entre los rendimientos de los activos.

De esta manera, la correlación pone una regla al momento de gestionar portafolios de inversión: la selección de los activos debe realizarse sobre aquellos con una baja o negativa correlación, con el fin de que los beneficios de unos activos compensen las pérdidas de otros.

La figura 4.1 muestra cómo la diversificación ocasiona la reducción del riesgo, teniendo en cuenta la combinación ideal de los activos. El rendimiento del activo A es cíclico; por su parte el activo B es contracíclico, concluyendo así en una correlación negativa. Al mezclar ambos activos, en una cartera, se puede justificar que el riesgo se acorta.

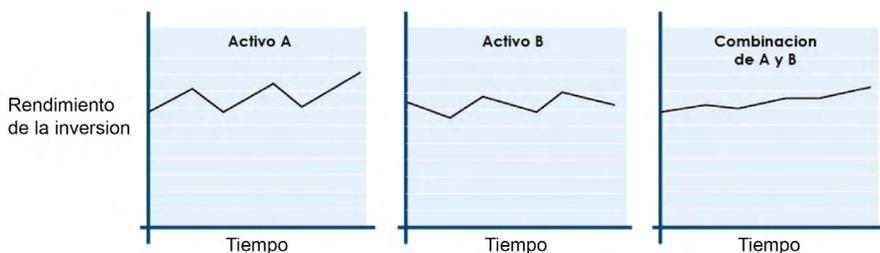


Figura 4.1. Representación gráfica del beneficio de la diversificación

Fuente: [3].

Es así como la diversificación se plantea con beneficios, como la reducción del riesgo, originados por los grados de correlación existentes entre los retornos logarítmicos de los activos financieros.

Ahora bien, hay que destacar que el riesgo de un portafolio estará siempre conformado por el riesgo específico (particular de cada activo) y el riesgo de mercado. El primero es posible reducirlo vía diversificación, mientras que el segundo deberá ser asumido siempre por el inversionista, todo esto a cambio de una rentabilidad. Finalmente, la diversificación tiene como objetivo construir un portafolio menos expuesto a un riesgo de mercado para un nivel de retorno esperado.

## 4.4 Metodología

El VaR (por sus siglas en inglés *Value at Risk*) es la medida empleada, generalmente, por el sector financiero (incluyendo el mercado público de valores). Nace con la necesidad de evaluar y cuantificar, en un solo dato, la exposición total al riesgo de mercado de un activo individual o una cartera de activos financieros. Es así como, bajo un horizonte de tiempo y un nivel de confianza definido, el VaR señala la mínima pérdida esperada en el nivel de confianza definido de los peores escenarios. En otras palabras, es la máxima pérdida que puede tener un activo o portafolio en el nivel de confianza de los mejores casos.

Es así como un inversionista está en capacidad de conocer que la pérdida relacionada al monto invertido no será mayor al VaR, con una probabilidad definida, bajo condiciones “normales” de mercado.

Dicho de otra manera, el cálculo del VaR consolida, en un solo dato, el riesgo total del portafolio en un nivel de confianza determinado, un horizonte de tiempo y, por supuesto, una distribución de probabilidad. Con respecto a esta última (distribución de probabilidad), la técnica del cálculo del VaR se parte en dos: modelos paramétricos y no paramétricos, los primeros suponen una distribución de los retornos de la cartera de activos y los segundos se basan en los retornos históricos, y no presumen una distribución para los retornos históricos.

En la academia son varios los cuestionamientos que se realizan al proceso de pronóstico y simulación a través de modelos VaR. A pesar de que el VaR, cuantitativamente, mide la exposición al riesgo de mercado y utiliza los métodos estadísticamente tradicionales, se cree que su aplicabilidad es más efectiva en períodos de tiempo algo cortos.

Inclusive, es importante mencionar que el VaR calcula o mide los límites de riesgo de una cartera de activos financieros en un período de muy corta duración, todo lo anterior bajo el supuesto de un mercado “normal”. Por su facilidad de realizar el cálculo y su interpretación consolidada en un solo dato, tomó gran reconocimiento en los mercados financieros internacionales, con la ventaja de que podía desarrollarse para cualquier tipo de instrumento. Por lo mencionado anteriormente, el mismísimo comité de Basilea de supervisión bancaria aprobó esta metodología y autorizó a las entidades financieras a realizar sus propios modelos de VaR, para conocer la exposición y establecer los criterios mínimos de capital.

Adicionalmente, de acuerdo con Holton [4], el VaR puede incluir errores de cálculo debido a las imprecisiones que surgen de las estimaciones del mismo. Además, el pronóstico de la estimación de la matriz de correlación también puede introducir errores de estimación, debido a que pueden dominar los errores de los movimientos del mercado. Por esta razón, la metodología de correlación para el VaR es inherentemente defectuosa.

Así mismo, Holton [4] sostiene que, si muchos participantes del mercado utilizan el VaR para asignar capital o mantener los límites de riesgo del mercado, tendrán una tendencia a liquidar simultáneamente las posiciones durante los períodos de turbulencia del mercado, lo cual también se constituye en una crítica.

#### 4.4.1 *Backtesting*

La metodología para evaluar qué tan lejano o cercano estuvo el cálculo del valor en riesgo es conocida como *backtesting*. Este último se considera como un proceso cuantitativo para verificar la calidad y la fidelidad de un modelo VaR, a través de la comparación de los precios reales de los activos para una fecha  $t$  y las medidas de riesgo nacientes por los modelos.

Las compañías del sector financiero están obligadas a realizar esta estimación para el día  $t+1$  por las entidades reguladoras, exactamente por la SFC. Es así como, a través del *backtesting*, se valida qué tan acertada es la estimación del VaR respecto a las ganancias y pérdidas reales de las posiciones de *trading*.

El *backtesting* logra entonces enumerar los errores, evaluar la eficiencia y eficacia del modelo y, finalmente, ultimar si el modelo es adecuado o es necesario ajustarlo.

#### 4.4.2 Test de Kupiec

El test de Kupiec es conocido, generalmente, en los mercados financieros y en la academia como una de las más importantes técnicas para validar los modelos de riesgo con los cuales se estima el VaR. Como el cálculo del VaR no es plenamente certero, se deben realizar varios axiomas para calibrar las aproximaciones de estimación del VaR.

La forma adecuada para calibrar la objetividad del modelo es comprobar la cantidad de períodos de la muestra en donde la pérdida sea superior a la predicha por el modelo; es decir, que sea superior al VaR. En conclusión, el

modelo debe estar en capacidad de proveer la cobertura no condicionada esperada por el diseño.

Es aquí donde entra el estadístico de Kupiec [5], en donde

se calcula la proporción de excepciones para cada una de las aproximaciones que son estimadas, con el fin de evaluar la hipótesis nula de cobertura no condicional correcta. De esta forma, el estadístico de prueba de Kupiec [5] corresponde a la ecuación:

$$t_v = \frac{\hat{p} - \alpha}{\sqrt{\hat{p}(1 - \hat{p}) / N}} \quad (4)$$

Donde N es el número total de predicciones. Kupiec demostró que ese estadístico sigue una distribución t con N-1 grados de libertad [6].

El supuesto de Kupiec [5] se determina así, condicionalmente, si la cantidad de excepciones medidas de un modelo está en función o está en línea con la cantidad de excepciones esperadas; detallando el modelo de VaR seleccionado con su respectivo nivel de confianza.

#### 4.4.3 Método de solución

El método de solución que se describe a continuación, representa los pasos y metodologías abordadas para resolver el problema, partiendo desde un punto inicial, el cual hace referencia al *Wealth Management* o administración de la riqueza, la selección del perfil o apetito de riesgo, el *Asset Allocation* o selección de los activos y su posterior cálculo de valor en riesgo y recomendaciones.

##### 4.4.3.1 Apetito de riesgo del inversionista

Este es tal vez uno de los pasos más importantes al momento de tomar una decisión de inversión o desinversión, dado que la clasificación del cliente o inversionista, en muchos casos, depende de las expectativas del mismo, sus objetivos, la edad, estado civil, entre otros aspectos. Dado lo anterior, la construcción del portafolio óptimo, con los activos y ponderaciones correspondientes, debe realizarse sobre la base del perfil del fondo de inversión o portafolio, para cumplir con el propósito de los inversionistas respecto a la tolerancia al riesgo y rentabilidad esperada.

La definición del perfil del inversionista asume, entonces, una claridad entre el riesgo que corre el inversionista y su estado actual financiero, y la previsión de esta misma situación en el corto, mediano y largo plazo. Lo que se busca, finalmente, es que el inversionista sea consciente de las pérdidas que puede asumir si estas se presentan en el desempeño del portafolio.

#### 4.4.3.2 Perfil moderado

El inversionista que se adecúa en esta escala de apetito de riesgo es aquel que, dado sus excedentes de liquidez o recursos superavitarios, está dispuesto a rentabilizar su capital, agregados de su actividad principal, pero sin que su capital sea afectado por la volatilidad de los activos que se tienen concentrados en el portafolio. Normalmente, una persona en esta escala tiene cumplidos u obtenidos los objetivos de vivienda, educación, vehículo, salud, entre otras; por lo que está en la búsqueda, al tomar la decisión de invertir en un FIC, de incrementar sus ingresos.

Por esta razón, los gestores de dichos portafolios deben invertir los recursos captados del público en títulos de mediano plazo; es decir, entre dos y cinco años. Dado lo anterior, es importante mencionar que el portafolio puede sufrir pérdidas en pequeños períodos de tiempo, pero los inversionistas en esta escala están dispuestos a tolerarlas y, por supuesto, su objetivo de inversión se encuentra en una maduración mucho mayor que el período de las pérdidas, por lo que se espera la recuperación de los retornos de los activos.

En este orden de ideas, y partiendo que el fondo de inversión colectiva mencionado anteriormente está dirigido a un perfil moderado o medio, se menciona a continuación, la diversificación que se estimó para la cartera de activos del mercado de renta fija (figura 4.2).

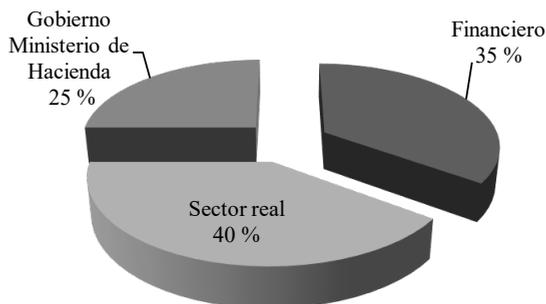


Figura 4.2. Representación gráfica de la participación por tipos de emisor

Fuente: elaboración propia.

La anterior estructura del portafolio se propone con el fin de reducir el riesgo presente por las fluctuaciones del mercado, a pesar de que todos los activos financieros corresponden al mercado de renta fija. Se les da una mayor participación a los emisores del sector real, con el fin de generar retornos más atractivos para el portafolio.

#### 4.4.3.3 Selección de activos en el portafolio

Dada la selección del apetito de riesgo mencionado antes, se diseñó un portafolio de inversión, o una cartera de activos financieros, con seis activos emitidos y cotizados en el mercado público de valores colombiano. En este aspecto, es importante indicar que los seis activos se seleccionaron de un universo de diez activos financieros, todos pertenecientes o negociados en el mercado de renta fija. La tabla 4.2 relaciona los diez activos tomados como muestra para conformar el portafolio óptimo.

Tabla 4.2. Muestra de activos para conformar el portafolio óptimo

	Emisor	Calificación	Sector	Nemotécnico	Fecha de emisión	Fecha de vencimiento	Tasa de referencia	Tasa cupón	Modalidad
1	Banco Bancolombia	AAA	Financiero	BBCB01109D8	15/12/2010	15/12/2018	IPC	3,89	TV
2	Banco Bancolombia	AA+	Financiero	BBCB109A10	04/03/2009	04/03/2019	TASA FIJA	10,7	AV
3	Avianca	A+	Sector real	BAVA01099C	25/08/2009	25/08/2019	IPC	6,69	TV
4	Grupo Argos S. A.	AA+	Sector real	BARG01148E03	10/09/2014	10/09/2017	IB1	1,18	MV
5	Alpina Productos Alimenticios S. A.	AA	Sector real	BAL109B12	10/02/2009	10/02/2021	TASA FIJA	11,49	TV
6	Gobierno. Ministerio de Hacienda	AAA	Nación	TFIT16240724	24/07/2008	24/07/2024	TASA FIJA	10	AV
7	Gobierno. Ministerio de Hacienda	AAA	Nación	TFIT15260826	26/08/2011	26/08/2026	TASA FIJA	7,5	AV
8	Celsia S. A.	AA+	Sector real	BCLI01139D20	11/12/2013	11/12/2033	IPC	5,33	TV
9	Codensa S. A. ESP	AAA	Sector real	BCOS03149B07	25/09/2014	25/09/2021	IPC	3,53	TV
10	Banco Corpbanca Colombia S. A.	AA	Financiero	BBSA1139AS15	07/02/2013	07/02/2028	IPC	4	TV

Fuente: elaboración propia.

Como se puede evidenciar en la tabla 4.2, se relacionan los diferentes activos del mercado de renta fija por sector; así mismo, su calificación y sus condiciones faciales.

El promedio de maduración de dichos activos es de 5,56 años, cumpliendo así con el plazo del perfil de riesgo de los inversionistas que corresponden al moderado o medio. Así mismo, desde Infovalmer [7] se tomaron los precios de valoración de dichos activos desde el primero de enero del 2015 hasta el 30 de junio de 2017 para un total de novecientas quince observaciones por activo, muestra suficiente para realizar el análisis y modelo correspondiente.

Dentro de la selección de los activos muestra, para la conformación del portafolio óptimo, se tuvo en cuenta la indexación de títulos; es decir, que existieran en la muestra títulos del mercado de renta fija a tasa variable. El que los títulos estén indexados significa que la rentabilidad de los mismos depende de un índice de referencia o de un indicador, como por ejemplo el depósito a término fijo (DTF) o el índice de precios al consumidor (IPC), y se expresan de la siguiente forma: DTF+3 puntos o IPC+ 4,5 puntos. Sobre el particular es pertinente hacer algunas precisiones.

#### 4.3.3.4 Títulos indexados al IPC

Este tipo de instrumentos son títulos cuya tasa de rendimiento está compuesta por la variación del IPC (inflación), más un porcentaje de rendimiento adicional o margen. Es importante destacar que el dato del IPC es publicado por el Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE) el día seis de cada mes. La inclusión de estos instrumentos en el portafolio busca “blindar” o inmunizar la cartera de activos, con respecto a períodos inflacionarios; así mismo, cuando en ciertos momentos de la economía se prevé que la inflación puede subir, este tipo de activos se valorizan, dado que el pago de interés o cupón será mayor.

#### 4.4.3.5 Títulos indexados al IB1

El índice IB1 hace referencia al indicador bancario de referencia (IBR), el cual, “refleja el precio al que los bancos están dispuestos a ofrecer o a captar recursos en el mercado monetario” [8]. Para el caso de los activos financieros que fueron seleccionados en la muestra, el IB1 refleja la tasa a un plazo de treinta días. La inclusión de estos instrumentos en el portafolio, busca disminuir la duración de este, puesto que la liquidación mensual de los cupones o accidentes financieros se dan en un tiempo muy corto (cada treinta

días). Así mismo, busca darle liquidez al portafolio por la misma remuneración vía cupones. Por su parte, el Banco de la República es el ente encargado de calcular y publicar dicho indicador.

#### 4.4.4 Elección del método de valoración de riesgo

Para calcular el VaR sobre el portafolio construido en el período  $t+1$ , se seleccionaron dos modelos, EWMA y Garch. Para destacar, es necesario mencionar que ambas metodologías son usualmente utilizadas por las entidades del sector financiero para calcular el valor en riesgo de una cartera de activos. Así mismo, estos modelos comprenden metodologías aplicadas para la estimación de la volatilidad, lo cual permite pronosticar el comportamiento futuro de esta, tomando como base los datos históricos de un activo financiero.

### 4.5 Resultados

Los insumos fueron obtenidos desde la página de Infovalmer [7] que, en la actualidad, funciona como uno de los dos proveedores de precios oficiales para el mercado público de valores. Aquí, es importante mencionar que no se tomaron en la base de datos los precios de cierre publicados por la Bolsa de Valores de Colombia (BVC), sino que se utilizaron los precios de valoración publicados por Infovalmer [7]. Lo anterior, con el fin de utilizar los datos precisos de valoración de los activos vía precio sucio<sup>5</sup>. Los precios publicados por Infovalmer [7] son, entonces, los precios oficiales de valoración; es decir, los precios con los cuales las entidades del sector financiero deben valorar sus activos financieros a precios de mercado.

Continuando con la descripción de la base de datos, se tomaron por cada activo financiero un total de novecientas quince observaciones o precios de valoración en el período de tiempo comprendido entre el primero de enero de 2015 y el 30 de junio de 2017. Con la anterior información, se procedió a calcular los retornos logarítmicos de cada uno de los títulos.

Seguidamente, con la ayuda del *software* estadístico E-Views se realizaron las pruebas correspondientes para validar si los retornos logarítmicos se adecuaban a una distribución normal. Los resultados de los test de normalidad aplicados sobre los retornos de los diez activos financieros arrojaron valores P menores a 0,05, lo cual indica que en todos los casos se rechaza la hipótesis nula de normalidad. Por esta razón, se puede concluir que los

---

<sup>5</sup> También conocido como precio completo. Este es el valor real de un bono, incluyendo el valor de cualquier interés acumulado.

retornos logarítmicos diarios de los diez activos financieros no siguen una distribución normal.

Luego, se continuó con el procedimiento para encontrar la distribución de cada activo financiero, dado el rechazo de la distribución normal, encontrándonos con que las series de tiempo de los activos financieros seguían una distribución logarítmica.

Posteriormente, se realizó el test de raíz unitaria sobre cada una de las series de tiempo de los retornos logarítmicos, encontrando que se comportaban como series estacionarias. Finalmente, se calculó la matriz de varianzas y covarianzas condicionales, utilizando la herramienta E-Views y el modelo Garch (1,1), matriz que fue utilizada para el cálculo de la volatilidad diaria del portafolio, y que luego fue requerida para construir la frontera eficiente del portafolio 2 y su respectivo VaR.

#### 4.5.1 Portafolio óptimo

Con el fin de darle una mayor profundización al presente trabajo, se diseñaron diferentes opciones de portafolios eficientes sobre los activos seleccionados. Se emplearon dos técnicas, una de ellas utiliza los retornos logarítmicos, la matriz de varianzas y covarianzas constantes y volatilidades con los rendimientos históricos de los diversos activos (portafolio 1). Lo anterior bajo la teoría moderna del portafolio de Markowitz.

En la segunda técnica se trazó la frontera eficiente, partiendo de los rendimientos históricos y empleando el paquete estadístico E-Views, para llegar a las volatilidades y matriz de varianzas y covarianzas no constantes; estas últimas calculadas bajo los modelos Garch (1,1). Para la construcción de la frontera eficiente de ambos portafolios (volatilidad constante y volatilidad no constante), utilizando la herramienta Solver de Excel, se realizaron las siguientes restricciones o condiciones:

- A pesar de que los diez activos financieros utilizados para la muestra pertenecen al mercado de la renta fija, se diversificó, vía restricciones, limitando la concentración por tipo de emisor así: sector financiero el 35 %, sector real el 40 % y la Nación el 25 %. Estas restricciones permiten que la frontera eficiente de portafolios discrimine entre el tipo de emisor, diversificando así el riesgo por sectores de la economía. Con respecto al perfil del inversionista definido, el cual es moderado o medio, es posible indicar que la restricción pondera con un 40 % la participación

del sector real, dado que este tiene una mayor volatilidad y, por ende, una mejor rentabilidad, lo cual está acorde con el perfil seleccionado.

- La anterior restricción permite una mayor diversificación vía matriz de correlaciones en todas las posibles parejas de activos financieros de ambas fronteras, pues el resultado es inferior a cero, inclusive hay parejas con valores negativos.
- Para realizar el cálculo del *ratio* de Sharpe se utilizó la Yield o tasa de rendimiento (2,2643 %) de los bonos del tesoro de Estados Unidos con maduración a diez años (USGG10YR), lo cual se presenta en la figura 4.3.



Figura 4.3. Representación gráfica del bono a diez años de Estados Unidos

Fuente: Bloomberg [9].

En las figuras 4.4 y 4.5 se exponen los gráficos de las fronteras eficientes construidas a partir de las restricciones mencionadas anteriormente, así como las tablas de riesgo versus rentabilidad del portafolio, tanto para volatilidades constantes como para volatilidades no constantes.

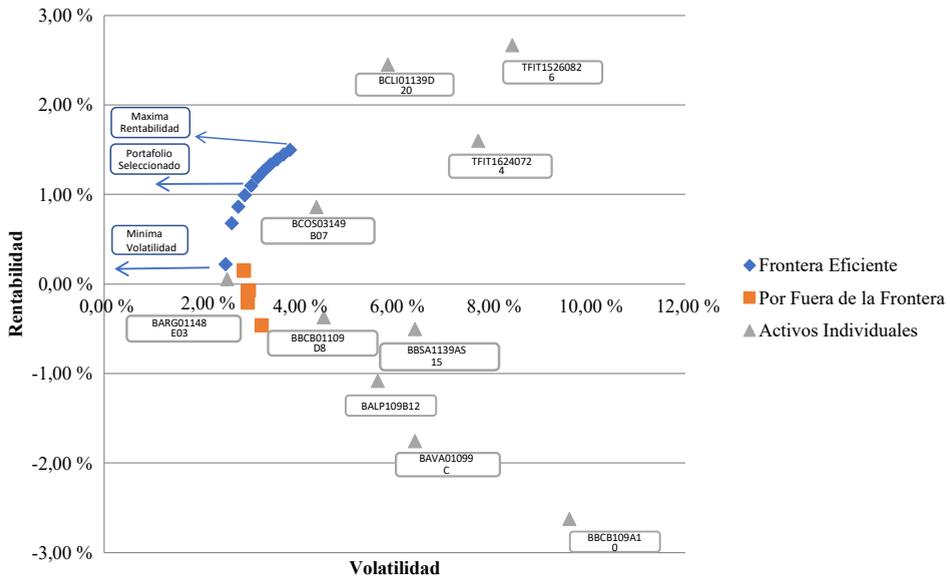


Figura 4.4. Representación gráfica frontera eficiente. Portafolio 1

Fuente: elaboración propia.

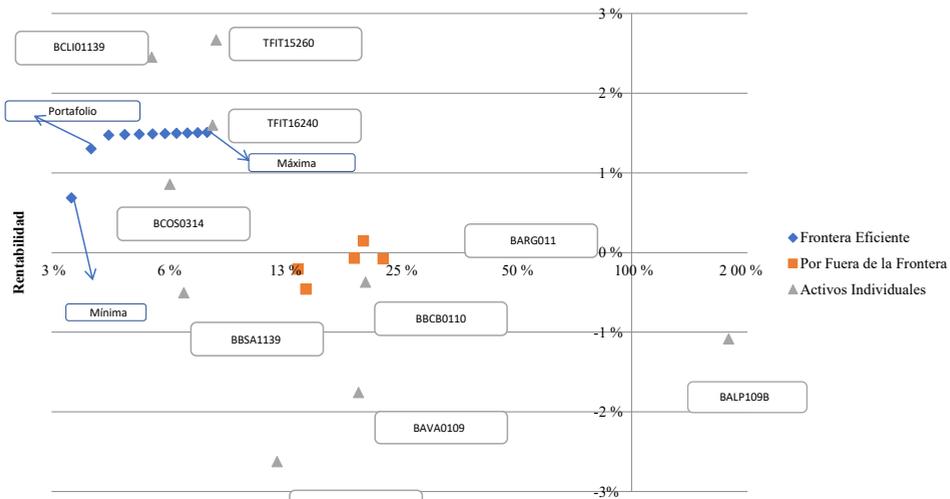


Figura 4.5. Representación gráfica frontera eficiente. Portafolio 2

Fuente: elaboración propia.

#### 4.5.2 Análisis frontera eficiente. Portafolio 1

La frontera eficiente, diseñada con volatilidades constantes, muestra que el portafolio con mínima volatilidad anual (2,510 %) tiene una rentabilidad anual del 0,2237 %, con una mayor participación (25,407 %) del activo BARG01148E03 (Bonos Grupo Argos S. A.), por lo que es considerado un activo poco volátil. Así mismo, el portafolio de máxima rentabilidad (1,498 %) tiene una volatilidad anual del 3,838 %, con una mayor participación (40 %) del activo BCLI01139D20 (Bonos Celsia S. A.), el cual corresponde al sector real y es considerado un bono con una rentabilidad atractiva, pero muy volátil.

El portafolio 1 fue construido con volatilidades constantes, desde la matriz de varianzas y covarianzas con la herramienta Excel. Dada la selección del perfil de riesgo (moderado o medio) se contemplaron las restricciones de participación de activos del sector financiero, 35 %; del sector real, el 40 %, y la Nación, 25 %. Como resultado se seleccionó el portafolio que se muestra en la tabla 4.3.

Tabla 4.3. Representación gráfica activos del portafolio 1

Activo	Pesos
BBCB01109D8	27,765 %
TFIT16240724	8,672 %
TFIT15260826	16,328 %
BCLI01139D20	26,651 %
BCOS03149B07	13,349 %
BBSA1139AS15	7,235 %
Total	100 %

Fuente: elaboración propia.

Los nemotécnicos BBCB01109D8 y BBSA1139AS15 corresponden a emisores del sector financiero, TFIT16240724 y TFIT15260826 a la Nación o al Gobierno (Ministerio de Hacienda), y BCLI01139D20 y BCOS03149B07 al sector real. La rentabilidad anual alcanzada con dicho portafolio corresponde al 1,1942 % con una volatilidad anual del 3,174 %.

#### 4.5.3 Análisis frontera eficiente. Portafolio 2

La frontera eficiente, diseñada con volatilidades no constantes, muestra que el portafolio con mínima volatilidad anual (3,512 %) tiene una rentabilidad anual del 0,687 %, con una mayor participación (23,529 %) del activo

BBSA1139AS15 (Banco Corpbanca Colombia S. A.), por lo que es considerado un activo poco volátil. Se puede apreciar que, en comparación con la frontera eficiente del portafolio 1, los activos con mayor ponderación en el portafolio de menor volatilidad no coinciden; esto debido a que en la frontera dos se utilizaron volatilidades no constantes, a causa de que en las restricciones el *Solver* limita las participaciones de los activos más volátiles según el modelo Garch (1,1).

Así mismo, el portafolio de máxima rentabilidad (1,507 %) tiene una volatilidad anual del 7,903 %, con una mayor participación (40 %) del activo BCLI01139D20 (Bonos Celsia S. A.), el cual corresponde al sector real, y es considerado un bono con una rentabilidad atractiva, pero muy volátil. Aquí es importante mencionar que en ambas fronteras sí coincidió el activo con mayor ponderación en el portafolio de máxima rentabilidad, esto debido a que el cálculo de la rentabilidad promedio anual no tuvo ningún cambio, dado que en ambas fronteras se calculó de la misma manera.

El portafolio 2 fue construido con volatilidades no constantes, desde la matriz de varianzas y covarianzas con la herramienta Excel, con base en la modelación en Garch (1,1). Dada la selección del perfil de riesgo (moderado o medio) en este se contemplaron las restricciones de participación de activos del sector financiero, 35 %; el sector real, 40 %, y la Nación, el 25 %. Como resultado se seleccionó portafolio de la tabla 4.4.

Tabla 4.4. Representación gráfica activos del portafolio 2

Activo	Pesos
BBCB01109D8	3,980 %
BBCB109A10	1,597 %
TFIT15260826	25,000 %
BCLI01139D20	31,875 %
BCOS03149B07	8,125 %
BBSA1139AS15	29,423 %
Total	100 %

Fuente: elaboración propia.

Los nemotécnicos BBCB01109D8, BBCB109A10 y BBSA1139AS15 corresponden a emisores del sector financiero, TFIT15260826 a la Nación o al Gobierno (Ministerio de Hacienda), y BCLI01139D20 y BCOS03149B07 al sector real. La rentabilidad anual alcanzada con dicho portafolio corresponde al 1,507 %, con una volatilidad anual del 7,904 %.

#### 4.4.4 VaR (valoración de riesgo)

Luego de seleccionar los portafolios óptimos, bajo el criterio del apetito de riesgo del inversionista, su respectiva conformación y ponderación de cada activo financiero en la cartera, y partiendo del supuesto de administrar una riqueza de COP mil millones, se realizó el cálculo del valor en riesgo para el siguiente día de negociación ( $t+1$ ), bajo los métodos de valoración seleccionados. En la tabla 4.5 se encuentran expuestos los resultados de cada valoración por cada portafolio bajo el modelo EWMA.

Tabla 4.5. VaR para portafolio 1 y portafolio 2.  
Modelo EWMA (cifras en pesos)

	Portafolio 1		Portafolio 2	
Método de valoración	Distribución normal	Distribución T-student	Distribución normal	Distribución T-student
Modelo EWMA	(3.064.990,23)	(3.071.669,06)	(3.090.991,10)	(3.097.681,36)

Fuente: elaboración propia.

Sobre la tabla 4.5, bajo el modelo EWMA, es necesario mencionar que, suponiendo que la distribución de los retornos logarítmicos del portafolio 1 sigue una distribución normal, el VaR sería del -0,3065 %; es decir, que para una inversión de COP mil millones se estima, en una confianza del 95 %, que la pérdida máxima sería de 3.064.990,23. De otro lado, suponiendo que la distribución de los retornos del portafolio 1 sigue una distribución *T-student* no estandarizada, el VaR sería del -0,3072 %; es decir, que para una inversión de COP mil millones se estima una confianza del 95 %; y que la pérdida máxima sería de 3.071.669,06.

Así mismo, suponiendo que la distribución de los retornos logarítmicos del portafolio 2 sigue una distribución normal, el VaR sería del -0,3091 %; es decir, que para una inversión de COP mil millones se estima, con una confianza del 95 %, que la pérdida máxima sería de 3.090.991,10. De otro lado, suponiendo que la distribución de los retornos del portafolio 2 sigue una distribución *T-Student* no estandarizada, el VaR sería del -0,3098 %; es decir, que para una inversión de COP mil millones se estima, con una confianza del 95 %, que la pérdida máxima sería de 3.097.681,36.

En resumen, sobre el modelo EWMA, el VaR fue calculado para ambos portafolios al 95 % de nivel de confianza. Por su parte, el portafolio 2 presenta un mayor nivel de VaR, dado que fue elaborado con volatilidades no constantes,

lo cual pondera, con un mayor peso, a los activos más volátiles de la muestra de los diez activos financieros de la renta fija. Tanto en el portafolio 1 como en el portafolio 2 la distribución *T-Student* es la que expone un mayor nivel de VaR para el siguiente día de negociación. Lo mencionado anteriormente se esperaba que sucediera de esta manera, dado que la distribución *T-Student* es más ácida en comparación con la distribución normal.

En la tabla 4.6 se encuentra expuesto el cálculo del VaR bajo el modelo Garch (1,1) para el siguiente día de negociación ( $t+1$ ), con el cual se pretende recoger el efecto de las volatilidades no constantes.

Tabla 4.6. VaR para portafolio 2. Modelo Garch (1,1) (cifras en pesos)

Portafolio 2			
Método de valoración	Distribución normal	Distribución T-student	Simulación histórica filtrada
Modelo Garch (1,1)	(4.002.078,24)	(4.010.666,07)	(3.682.449,85)

Fuente: elaboración propia.

Según los datos obtenidos en la tabla 4.6, suponiendo que la distribución del portafolio sigue una distribución normal, el VaR sería del -0,400 %; es decir, que para una inversión de COP mil millones se estima, con una confianza del 95 %, que la pérdida máxima sería de 4.002.078,24. Así mismo, suponiendo que la distribución de los retornos del portafolio seleccionado sigue una distribución *T-Student* no estandarizada, el VaR sería del -0,401 %; es decir, que para una inversión de la misma magnitud se estima, con una confianza del 95 %, que la pérdida máxima sería de 4.010.666,07). De otro lado, realizando una aproximación semiparamétrica vía simulación histórica filtrada, el VaR sería del -0,368 %; es decir, que para esa inversión se estima, con una confianza del 95 %, que la pérdida máxima sería de 3.682.449,85.

Finalmente, la diferencia entre ambos métodos de valoración de riesgo está marcada por la volatilidad de los diferentes activos financieros y, como consecuencia, de la cartera de activos, los cuales, en el portafolio 1, son constantes mientras que en el portafolio 2, no lo son. Por su parte, el modelo Garch (1,1), que entre otras cosas brindó un nivel de VaR mucho mayor en comparación con el modelo EWMA, recoge el efecto de las volatilidades no constantes tanto en la valoración (precio sucio al cual se valoran los títulos pertenecientes al portafolio), como en el diseño de la frontera eficiente.

#### 4.5.5 *Backtesting*. Test de Kupiec. Portafolio 1

Siguiente al cálculo del VaR, se propone realizar el *backtesting* de la medición del valor en riesgo vía test de Kupiec. Al momento de realizar el test de Kupiec, para cada una de las aproximaciones del VaR, se empleó una muestra de doscientos cincuenta datos diarios. Desde la distribución normal, se puede establecer lo siguiente (tabla 4.7).

Tabla 4.7. Test de Kupiec distribución normal. Portafolio 1

T	t
0,9044199	1,9695369

Fuente: elaboración propia.

Dado que  $0,90 < 1,96$ , no se rechaza la hipótesis nula, por lo tanto, el modelo EWMA, para el portafolio 1, ofrece la cobertura deseada. De otro lado, desde la distribución *T-Student* es posible establecer lo que muestra la tabla 4.8.

Tabla 4.8. Test de Kupiec distribución *T-Student*. Portafolio 1

T	T
0,9044199	1,9695369

Fuente: elaboración propia.

Dado que  $0,90 < 1,96$ , no se rechaza la hipótesis nula, por lo tanto, el modelo EWMA para el portafolio 1 ofrece la cobertura deseada.

Así las cosas, se procedió entonces a construir la función de pérdidas  $C_t$ , que permite asignar un puntaje a cada observación dependiendo de si en el período la pérdida ha excedido el VaR o no. Este puntaje penaliza los días en que se presentan excepciones con un puntaje mayor. Así, a mayor valor de dicho puntaje el modelo estará presentando una cobertura más débil.

- $C_t$  Distribución Normal: 16,0001466.
- $C_t$  Distribución *T-Student*: 16,0001452.

Finalmente, el modelo que provee una mejor cobertura condicionada del riesgo, para el caso de la inversión de COP mil millones en el portafolio seleccionado, es el que supone que la distribución de los retornos del portafolio seleccionado sigue una distribución *T-Student* no estandarizada, dado que es el de menor suma  $C_t$ ; es decir, el de menor suma de función de pérdida.

#### 4.5.6 Backtesting. Test de Kupiec. Portafolio 2

Al momento de realizar el test de Kupiec para cada una de las aproximaciones del VaR, se empleó una muestra de doscientos cincuenta datos diarios. Desde la distribución normal se puede establecer lo indicado en la tabla 4.9.

Tabla 4.9. Test de Kupiec distribución normal. Portafolio 2

T	t
0,1424276	1,9695369

Fuente: elaboración propia.

Dado que  $0,14 < 1,96$ , no se rechaza la hipótesis nula, por lo tanto, el modelo EWMA para el portafolio 1 ofrece la cobertura deseada. De otro lado, desde la distribución *T-Student* es posible establecer los datos que muestra la tabla 4.10.

Tabla 4.10. Test de Kupiec distribución *T-Student*. Portafolio 2

T	T
0,1424276	1,96953687

Fuente: elaboración propia.

Dado que  $0,14 < 1,96$ , no se rechaza la hipótesis nula, por lo tanto, el modelo EWMA para el portafolio 1 ofrece la cobertura deseada.

Así las cosas, se procedió entonces a construir la función de pérdidas Ct, que permite asignar un puntaje a cada observación dependiendo si en el período la pérdida ha excedido el VaR o no. Este puntaje penaliza los días en que se presentan excepciones con un puntaje mayor. En este sentido, a mayor valor de dicho puntaje el modelo estará presentando una cobertura más débil.

- Ct Distribución Normal: 13,000497.
- Ct Distribución T-Student: 13,000495.

Finalmente, el modelo que provee una mejor cobertura condicionada del riesgo, para el caso de la inversión de COP mil millones en el portafolio seleccionado, es el que supone que la distribución de los retornos del portafolio seleccionado sigue una distribución *T-Student* no estandarizada, dado que es el de menor suma Ct; es decir, el de menor suma de función de pérdida.

## 4.6 Conclusiones

En el desarrollo de este trabajo de grado, se dio suma importancia al valor en riesgo (VaR) y sus respectivas metodologías e interpretaciones para la afectación de una cartera de activos dado un perfil de riesgo. Así las cosas, se construyeron dos fronteras eficientes empleando la metodología de Markowitz, con una muestra de diez activos del mercado de renta fija que, actualmente, se negocian en el mercado público de valores colombiano. Como consecuencia, de cada una de estas fronteras se construyeron dos portafolios, cada uno con seis activos: uno de ellos bajo el supuesto de volatilidades constantes (portafolio 1) y el otro con volatilidades no constantes (portafolio 2).

Con las aproximaciones de cada VaR, y la definición del apetito de riesgo del inversionista, es posible recomendar un *Asset Allocation*, con una determinada rentabilidad y un nivel de volatilidad. Lo anterior, cimentado en la teoría moderna de portafolio y análisis de los fundamentales macroeconómicos. Aquí es necesario destacar que siempre se trató, en el presente documento, de los vehículos de captación llamados FIC, y que estos permiten acceder más fácilmente a los inversionistas a los mercados bursátiles, dada la diversificación que tienen y el monto mínimo de inversión, el cual, en la actualidad, está alrededor de los COP 30.000 [10].

Como se mencionó anteriormente, la construcción de las fronteras eficientes, dadas las restricciones, nos permitió seleccionar dos portafolios con un nivel de riesgo moderado o medio; y se evaluaron los respectivos valores de riesgo. Finalmente, la decisión de un portafolio definitivo o mejor, dependerá siempre del apetito de riesgo del inversionista, sus objetivos de corto, mediano y largo plazo, y sus expectativas.

En relación con los valores estimados del VaR, se concluye que no es posible determinar cuál técnica predomina por encima de otra. Por ejemplo, [11] menciona con su estudio que se analizan algunos aspectos de la regulación relacionada con el manejo del riesgo de mercado establecida por la Superintendencia Financiera de Colombia, donde se propone el valor en riesgo (VaR) como la medida para cuantificar este tipo de riesgo. No obstante, esta regulación omite aspectos relevantes sobre el cálculo del VaR. A pesar de que la Superintendencia Financiera sugiere el uso de la regla de la raíz para el cálculo del VaR en multiperiodos con base en el VaR para un día, la validez de dicha regla no es clara. Por otra parte, las pruebas de desempeño (*backtesting*) pretenden validar si la metodología utilizada para el cálculo de VaR es correcta.

Sin embargo, la regulación actual solo hace referencia al número de veces que las pérdidas exceden el VaR, olvidándose de otros factores que son necesarios para la evaluación del desempeño de estas medidas. Es así como en la actualidad, el VaR es tema de discusión e, inclusive, la SFC dicta, como ente regulador, que las entidades financieras pueden "proponer" una metodología ante dicho ente. La decisión de qué modelo de valoración de riesgo escoger se limita a la utilización de los rendimientos históricos de los activos financieros, así como a los supuestos de que estos se rigen por una distribución probabilística.

A lo sumo, la comparación a nivel general entre modelos de valoración de riesgo no es suficiente para aprobar o rechazar alguna metodología en particular, razón por la cual, en ocasiones, es complejo asesorar o administrar riquezas, tanto de personas naturales como jurídicas. Dado lo anterior, surge la necesidad de calibrar y medir los modelos estimados para corroborar cuál es el que más se acerca a la realidad financiera de los inversionistas.

Por su parte, el *backtesting* pasa a ser casi una obligación de los gestores de portafolios o *Wealth Managers*, por lo que su aplicación es vital, pues colabora en la detección oportuna de inconsistencias que afectan el modelo y las respectivas estimaciones. Adicionalmente, es importante mencionar que las entidades del sector financiero se ven atraídas por ajustar los modelos a diario, sobre todo, con los fundamentales macroeconómicos, pues estos últimos son pieza clave para determinar el rumbo de la inversión. Si bien los retornos históricos no aseguran retornos futuros, los fundamentales permiten "prever" el comportamiento de la economía e identificar valor en sectores de la economía donde normalmente no se detallan con facilidad.

Aun así, los modelos de valoración en riesgo, basados en los métodos EWMA o Garch (1,1), permiten estimar, de forma estadísticamente aceptable, el valor en riesgo. A pesar de que unas metodologías subestimen o sobrevaloren el valor en riesgo, se precisa que ambas administran sus respectivas severidades y consistencias, por lo que los resultados pueden considerarse acertados. Como se mencionó anteriormente, las preferencias del inversionista determinaran si es viable aceptar o no los resultados.

Es necesario resaltar la importancia de la correcta definición del apetito de riesgo del inversionista y los objetivos de vida de este mismo, a la hora de construir un *Asset Allocation*, pues estas variables, sin duda alguna, influyen en la rentabilidad. Finalmente, la estimación del valor en riesgo de los activos que conformen una cartera de activos o un FIC permiten evitar y controlar,

en parte, las pérdidas inesperadas de valor, lo cual se debe retribuir a todos los participantes del fondo.

El lograr culminar este documento nos permite hacer sinergia con el curso de verano *Wealth Management* [1], dado que, más allá de un desarrollo cuantitativo que permita tener una guía para tomar una decisión de inversión “óptima”, toda esta modelación son los cimientos del *Wealth Management*, puesto que, para un *Wealth Manager*, tener claro cómo la elección del modelo con el cual va a construir el portafolio óptimo puede afectar los objetivos de vida de un cliente y calcular el VaR, contribuirá notablemente con la recomendación que emitirá.

La claridad en el proceso cuantitativo, las ventajas y desventajas que tienen los diferentes modelos para el cálculo del portafolio óptimo y el VaR, le permite al *Wealth Manager*, al momento de elaborar el *Asset Allocation* del cliente, poder tener diferentes opciones, de las cuales debe quedar solo una, y esta será la que permita sintetizar la mejor aproximación posible de los resultados que obtendrá el cliente y que, en estos resultados, se refleje el logro o contribución a los objetivos de vida del cliente, que como se mencionó en el trabajo, es el eje central del *Wealth Management*.

## Referencias

- [1] J. Loveday, “Wealth Management y el rol fiduciario del asesor” [curso de verano]. Medellín: Universidad Eafit, 2017.
- [2] H. Markowitz, “The utility of wealth”, *Jour. of Pol. Econ.*, vol. 60, n.º 2, pp. 151-158, 1952.
- [3] H. Palacio y A. Campos. (2016). Guía de estudio. [en línea]. Disponible en: <http://www.amvcolombia.org.co/attachments/data/20160905112713.pdf>
- [4] G. A. Holton, “History of value-at-risk: 1922-1988”, *Contingency Analysis*, Boston, Work. Pap., 2002.
- [5] P. Kupiec, “Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models”. *The Jour. of Deriv.*, vol. 3, n.º 2, pp. 73-84, 1995.
- [6] J. Alonso y J. Chaves, “Valor en riesgo: evaluación del desempeño de diferentes metodologías para 5 países latinoamericanos”, *Est. Gerenc.*, vol. 29, n.º 126, pp. 37-48, 2013.

- [7] Infovalmer, (2017). Información de mercados, 2017. [en línea]. Disponible en: <https://www.infovalmer.com.co/portal/faces/secure/home.xhtml>
- [8] Autorregular del Mercado de Valores, (2014). Todo lo que un inversionista debe saber sobre los bonos. [en línea]. Disponible en: <https://bit.ly/30bTlbB>
- [9] L. P. Bloomberg, "The Year in Graphics and Statistics". <https://www.bloomberg.com/graphics/2018-in-graphics/>
- [10] Asociación de Fiduciarias de Colombia. (2017). Fondos de inversión colectiva. [en línea]. Disponible en: <https://bit.ly/3uWeGDW>
- [11] J. Granados y L. Melo, "Regulación y valor en riesgo", *Borr. de Econ.*, n.º 615, pp. 1-48, 2010.



## CAPÍTULO V

# Construcción y valoración de un portafolio de inversiones eficiente para un inversionista con un perfil específico

*Viviana Marulanda Alayón<sup>1</sup>*

*Natalia Sánchez Urdaneta<sup>2</sup>*

*Fredy Ocaris Pérez<sup>3</sup>*

*Nini Johana Marín Rodríguez<sup>4</sup>*

### 5.1 Antecedentes

La administración eficiente de los excedentes de liquidez, es uno de los retos que enfrentan las gerencias financieras de las empresas. Como alternativa para el uso de estos recursos, se encuentra la posibilidad de realizar inversiones en el mercado financiero a través de portafolios que exhiben diferentes niveles de rentabilidad. Gracias a la evolución del mercado de valores colombiano presenciada durante los últimos años y que atrae cada vez más a todo tipo de agentes, es posible que los inversionistas puedan hallar una variedad de activos de diferente naturaleza, a través de los cuales se pueden obtener beneficios significativos, teniendo en cuenta la disyuntiva existente entre rentabilidad y riesgo.

La construcción de un portafolio de inversiones atractivo en los términos anteriormente mencionados ha sido objeto de estudio para las finanzas modernas. Markowitz [1], por ejemplo, para abordar la relación entre riesgo

<sup>1</sup> Magíster en Administración Financiera, especialista en finanzas de la Universidad Eafit; economista de la Pontificia Universidad Javeriana. Correo electrónico: vmarula1@eafit.edu.co

<sup>2</sup> Magíster en Administración Financiera, especialista en finanzas de la Universidad Eafit; economista de la Pontificia Universidad Javeriana. Correo electrónico: nsanch14@eafit.edu.co

<sup>3</sup> Matemático de la Universidad de Antioquia, magíster en Matemáticas Aplicadas de la Universidad Eafit, estudios de Especialización en Estadística de la Universidad Nacional sede Medellín. Profesor de tiempo completo de la Facultad de Ingenierías, programa de Ingeniería Financiera, Universidad de Medellín. Correo electrónico: foperez@udem.edu.co

<sup>4</sup> Magíster en Economía y economista, Universidad de Antioquia. Profesora de tiempo completo del programa de Ingeniería Financiera y Economía, Universidad de Medellín. Miembro activo del grupo de investigación Ginif. Correo electrónico: njmarin@udem.edu.co

y rentabilidad de un portafolio con mayor precisión, estableció un área de factibilidad en la que el inversionista puede basarse para tomar una decisión óptima, al tener en cuenta diferentes niveles para cada uno de estos dos factores.

La aplicación de esta teoría permite minimizar la pérdida a la que se encuentra expuesta la inversión. Sin embargo, la adquisición de un portafolio de activos del mercado financiero, tiene asociado un riesgo de mercado determinado por "la posibilidad de obtener pérdidas en las posiciones de los activos a causa del cambio en sus precios" [2, p. 4], por esta razón es indispensable no solo el análisis de la conformación del mismo, teniendo en cuenta la teoría de portafolio sino la cuantificación y medición del riesgo asociado de forma tal, que la decisión de inversión sea tomada en un contexto de racionalidad.

Por lo anterior, teniendo en cuenta la base de las finanzas que busca la maximización de los excedentes de liquidez, bajo unos parámetros de riesgo específicos, el presente documento propone la construcción y valoración de un portafolio de inversiones eficiente conformado por activos de renta fija y renta variable transados en el mercado de valores colombiano, para un inversionista corporativo con un perfil de riesgo determinado. Lo anterior, con base en la teoría de portafolio. Adicionalmente, se plantea la necesidad de cuantificar el riesgo de mercado asociado de la inversión sugerida, analizando y comparando diferentes modelos que la teoría de gestión de mercados financieros ofrece, con el fin de confrontar la teoría y establecer diferencias, ventajas y desventajas entre un método y otro. De esta forma, una empresa del sector real colombiano, con su respectivo perfil de riesgo, tendrá las herramientas necesarias para decidir racionalmente el riesgo que está dispuesta a asumir, con el fin de alcanzar una determinada rentabilidad.

Para alcanzar el objetivo propuesto, el documento está compuesto por tres partes. En la primera parte se hace una revisión bibliográfica de la teoría de portafolio, una breve historia del mercado de valores colombiano y el mercado tanto de renta fija como renta variable, así una contextualización de la situación macroeconómica actual y los modelos de riesgo de mercado; posteriormente, en la segunda parte, se presentará el método de solución en el que se detalla la forma en la que fue definido el perfil del inversionista, la forma de selección de los activos que conforman el portafolio y la selección de los métodos de valoración del riesgo de mercado. En la tercera parte, se expondrán los resultados y, por último, se presentan las conclusiones y recomendaciones en términos de rentabilidad y riesgo para el inversionista.

## 5.2 Marco de referencia conceptual

En 1952, Markowitz [1] propuso una metodología por la que obtuvo un premio Nobel en 1991, la cual permite encontrar portafolios eficientes, es decir, portafolios con un máximo de retorno bajo un nivel de riesgo dado o, dicho de otro modo, un portafolio con un mínimo riesgo a un nivel de rentabilidad determinado. Este enfoque revolucionó el área de las finanzas y abrió paso al desarrollo de modelos de selección de carteras.

La metodología de optimización media-varianza, propuesta por Markowitz, [1] ha estado en constante evolución. Así, por ejemplo, partiendo de la misma han surgido modelos como el CAPM (por sus siglas en inglés de *Capital Assets Pricing Model*), el cual surgió a partir de los trabajos independientes de Treynor [3], Sharpe [4], Lintner [5] y Mossin [6]. El CAPM permite calcular el precio de un activo o un portafolio cuantificando la relación que existe entre el riesgo y el rendimiento. Así mismo, se han desarrollado otras metodologías como el método de maximización robusto (Black y Litterman [7]), entre otros. Igualmente, recientemente se han venido desarrollando técnicas de administración de riesgos, que han introducido diferentes nociones para la medición de riesgo, tales como el VaR (*Value at risk*), ES (*Expected Shortfall*), entre otros. Es así como, la literatura para la optimización de portafolio en el presente se ha enriquecido a la par con la evolución de las técnicas de optimización, métodos estadísticos, y de la administración y cuantificación de riesgos.

La teoría propuesta inicialmente por Markowitz [1], aunque tiene limitaciones, sigue siendo de gran uso en la actualidad, pues introduce en su estimación el riesgo sistemático, es decir, el riesgo que no se puede diversificar y que depende de las fluctuaciones económicas. De esta manera, en la actualidad el modelo de Markowitz [1] tiene validez bajo las siguientes hipótesis:

- El rendimiento del portafolio es una variable aleatoria para la cual se estima una distribución de probabilidad. El valor esperado permite cuantificar el rendimiento promedio de la inversión.
- La desviación estándar permite medir no solo la dispersión sino el riesgo inherente a cada activo y al portafolio completo.
- El inversionista es un agente racional que prefiere un portafolio del que obtenga la mayor rentabilidad con un nivel de riesgo determinado.

- Se asume que los rendimientos de cada uno de los activos financieros y del portafolio siguen una distribución normal y no presentan auto-correlación ni heterocedasticidad entre ellos.
- Se considera que los datos históricos presentan información suficiente para predecir la rentabilidad y el riesgo futuros.

La formulación matemática que permite establecer las ponderaciones de los activos que maximizan el rendimiento esperado del portafolio se presenta a continuación en las ecuaciones (1) y (2):

$$\text{Max } E(R_p) = \sum_{i=1}^n w_i * E(R_i) \quad (1)$$

sujeito a:

$$\sigma^2(R_p) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i * w_j * \sigma_{ij} \leq \sigma_0^2 \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1; \quad w_i \geq 0 (i = 1, \dots, n)$$

donde  $n$  es el número de activos en el portafolio,  $R_i$  es el rendimiento del activo  $i$ ,  $E(R_i)$  es el rendimiento esperado del activo  $i$ ;  $R_p$  es el rendimiento del portafolio,  $E(R_p)$  es el rendimiento esperado del portafolio;  $w_i$  es la proporción del activo  $i$ ;  $\sigma^2(R_p)$  es la varianza del rendimiento del portafolio;  $\sigma_{ij}$  la covarianza entre los rendimientos de los activos  $i$  y  $j$ ; y  $\sigma_0^2$  es la varianza máxima admitida.

Existe una formulación alternativa mediante la cual es posible encontrar las ponderaciones de los activos, lo que minimiza la varianza del portafolio, sujeto a una rentabilidad mínima determinada. El planteamiento se expresa mediante las ecuaciones (3) y (4):

$$\text{Min } \sigma^2(R_p) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i * w_j * \sigma_{ij} \quad (3)$$

sujeito a:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n w_i * E(R_i) \geq \mu_0 \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1; \quad w_i \geq 0 (i = 1, \dots, n)$$

Siendo  $\mu_0$  la rentabilidad mínima requerida.

Mediante el uso de cualquiera de estas expresiones matemáticas, es posible encontrar la proporción de cada activo dentro de la cartera de inversiones que satisface las restricciones del modelo, lo que permite realizar la selección de un portafolio óptimo entre cualquiera de los que conforman la frontera eficiente (es decir, el conjunto de portafolios óptimo en el que se obtiene retornos máximos a determinados niveles de riesgo). En esta zona es posible que el inversionista tome una decisión racional de acuerdo a su perfil de riesgo.

Tanto la utilización de este modelo como la de cualquier otro de teoría de portafolios, depende de la aplicación correcta de todos los supuestos que lo fundamentan. Sin embargo, puede ser utilizado como una aproximación que permite al inversionista realizar un análisis conceptual y aproximarse de forma racional a su elección.

### 5.2.1 Riesgos de invertir

Es fundamental que el inversionista tenga presente los riesgos asociados a su decisión de inversión sin perder de vista, como regla general, que una mayor rentabilidad supone un mayor riesgo. De acuerdo con esto, es importante identificar las diferentes causas por las que es posible sufrir una pérdida y con esto cuantificarlas adecuadamente.

### 5.2.2 Riesgo de mercado

El riesgo de mercado puede definirse como la posibilidad de incurrir en pérdidas económicas que disminuyen el valor de un portafolio o activo, como consecuencia de variaciones en los precios, tipos de cambio o tasas de interés de los mercados financieros, de los cuales dependen dichos instrumentos.

El riesgo asociado al precio de los activos de renta fija puede ser dividido en dos componentes: el riesgo general del mercado (el riesgo de que el mercado, como un todo, pierda valor) y un riesgo específico del mercado, único para la transacción financiera que se esté evaluando y que en definitiva revela el riesgo de crédito inherente al instrumento.

Es así como existen, entonces, cuatro grandes grupos de riesgo de mercado: riesgo de tasa de interés, riesgo sobre el precio de las acciones, riesgo de tasa de cambio y riesgo sobre el precio de los *commodities*.

La forma más simple de riesgo de tasa de interés es aquel, riesgo de que las tasas de un instrumento de renta fija caigan como resultado de un aumento

en las tasas de interés del mercado. Sin embargo, en portafolios compuestos por este tipo de activos, el riesgo es más complejo pues la exposición surge a raíz de diferentes factores, como lo son las duraciones, los nominales, la posición que se tenga (largo o corto) y el flujo de caja que esto implica.

Por su parte, el riesgo sobre el precio de las acciones es aquel que está asociado con la volatilidad de dicho mercado. El riesgo general del mercado accionario se refiere a la sensibilidad del valor de un portafolio o instrumento ante la variación en los índices de este mercado. Por el contrario, el riesgo específico de una acción se refiere a la volatilidad sobre el precio de la misma generada por las características de la empresa a la cual corresponde la acción. Cabe resaltar que, según la teoría del portafolio, no es posible mitigar el riesgo general de mercado a través de la diversificación, mientras que el riesgo específico sí.

El riesgo de tasa de cambio es aquel en el que se incurre al tener posiciones en activos indexados a diferentes monedas. De esta forma, la volatilidad del tipo de cambio puede consumir las utilidades generadas por la misma inversión.

En cuanto al riesgo asociado al precio de los *commodities*, se tiene que la alta volatilidad presentada se puede dar principalmente por la concentración de la oferta en manos de unos pocos, además si se toma en cuenta que dichos bienes usualmente se negocian en mercados con estas características. Otros aspectos fundamentales que afectan estos precios son la facilidad y los costos de almacenamiento, lo cual varía fuertemente dependiendo del producto negociado.

### 5.2.3 Riesgo de liquidez

El riesgo de liquidez hace referencia, tanto al riesgo de liquidez de financiación como al riesgo de liquidez de los activos. En el caso de una inversión, se tiene en cuenta este último, el cual se define como la posibilidad de incurrir en pérdidas económicas como consecuencia de la dificultad de encontrar una contraparte para negociar un activo. Esta clase de riesgo no es fácilmente cuantificable, razón por la cual se incorpora el riesgo de liquidez en las mediciones del VaR, así como se reconoce el tiempo que le tomará al inversionista liquidar una posición relevante como un parámetro del modelo.

#### 5.2.4 Riesgo de crédito

El riesgo de crédito es aquel que se refiere a la posibilidad de incurrir en pérdidas, si la contraparte incumple con el compromiso financiero adquirido en un contrato. Asimismo, se entiende como riesgo de este tipo el cambio en la calificación de una contraparte, lo cual afectará el valor de un activo o del portafolio de inversión dado que aumenta la probabilidad de incumplimiento por parte del emisor.

#### 5.2.5 Riesgo operacional

El riesgo operacional hace referencia a las pérdidas potenciales en las que se puede incurrir como resultado de fallas de los procesos internos, errores en la ejecución de las operaciones (fallas humanas o fraude), o por falta de controles de procesos externos.

#### 5.2.6 Riesgo de reinversión

El riesgo de reinversión es aquel que se refiere a la incertidumbre frente a la posibilidad de reinvertir los cupones generados por un título de renta fija a la misma tasa de la inversión inicial, afectando así la rentabilidad esperada de la inversión.

### 5.3 Metodología

El valor en riesgo (por sus siglas en inglés VaR, *value at risk*) es una medida estadística comúnmente utilizada en el mercado financiero, que surge con fuerza en la década de los noventa a partir de la necesidad de estimar y cuantificar a través de una sola cifra la exposición total al riesgo de mercado de un activo o portafolio específico. De esta forma, bajo un horizonte de tiempo y un nivel de confianza  $(1-\alpha)$  % definidos, el VaR corresponde a la mínima pérdida esperada en el  $(1-\alpha) \times 100$  % de los peores escenarios. Dicho de otra manera, es la máxima pérdida en la que puede incurrir un activo o portafolio en el  $\alpha \times 100$  % de los mejores casos. Es decir, el valor en riesgo es el  $\alpha$ -ésimo percentil de la distribución de probabilidad de pérdidas y ganancias futuras del activo o portafolio sobre el cual se realice la medición, bajo un horizonte de tiempo definido. De acuerdo a lo anterior, un inversionista sabrá que la pérdida asociada al monto invertido no será mayor al VaR, con una probabilidad  $\alpha$ , bajo condiciones "normales" de mercado.

Es así como el VaR resume en una cifra el riesgo total del portafolio bajo un nivel de confianza, un horizonte temporal y una distribución de probabilidad. Gracias a esta última condición, la metodología del cálculo del VaR se divide en dos: modelos paramétricos y no paramétricos. Los primeros son aquellos que suponen una distribución de los rendimientos del portafolio, mientras que los segundos están basados en la historia y no suponen una distribución para los datos.

Cabe resaltar que el valor en riesgo es una medida con aceptación en los mercados financieros alrededor del mundo, debido a su fácil interpretación. De acuerdo a Acerbi y Tasche [8] (como se citó en Melo y Granados [2]), es una medida de riesgo que tiene tres ventajas que se deben resaltar. Por una parte, su universalidad en cuanto a que es aplicable a cualquier tipo de activo o portafolio, sin importar si son de renta fija o renta variable; segundo, su simplicidad en cuanto a su interpretación; y finalmente, el hecho de ser una medida completa, puesto que en un solo dato recoge la pérdida derivada por el riesgo de mercado al que se expone el inversionista al tomar una posición en el portafolio.

Sin embargo, Artzner, Delbaen, Eber y Heath [9] establecieron otras cuatro condiciones que debe tener toda medida de riesgo, con lo que introdujeron el concepto de medida de riesgo coherente, es decir, aquella que cumple con las siguientes condiciones:

Sea  $\rho$  una medida de riesgo:

- i. Monotonicidad: una mayor rentabilidad es el resultado al asumir un mayor riesgo.

$$x \leq y \text{ implica } \rho(x) \leq \rho(y) \quad (5)$$

- ii. Homogeneidad positiva: al aumentar la posición en un portafolio o en los activos que lo componen, el riesgo deberá aumentar en la misma proporción.

$$(\lambda x) = \lambda \rho x \quad (6)$$

- iii. Invariante ante traslaciones: al incrementar la posición en un portafolio, aumentará la liquidez del mismo, por lo que el riesgo del portafolio caerá en la misma cuantía.

$$\rho(x + \alpha) = \rho(x) - \alpha \quad (7)$$

- iv. Subaditividad: esta propiedad hace referencia a que el riesgo de un portafolio diversificado, será menor o igual que la suma de los riesgos asociados a los activos individuales.

$$\rho(x + y) \leq \rho(x) + \rho(y) \quad (8)$$

Esta última condición es relevante en la administración del riesgo de portafolios, ya que está directamente relacionada con el principio de diversificación. En este sentido, el riesgo de un portafolio que cumpla con este principio, debe ser menor a la suma de los riesgos asociados a cada uno de los activos que lo componen.

De acuerdo con lo anterior, Artzner et ál. [9] aseguran que el VaR no es una medida de riesgo coherente, dado que es posible demostrar que no cumple con la condición de subaditividad, a menos que los retornos sigan una distribución normal. A raíz de esto, construyeron el VaR condicional, también conocido como *Expected Shortfall*, el cual cumple con todas las condiciones deseables en una medida de riesgo (figura 5.1).

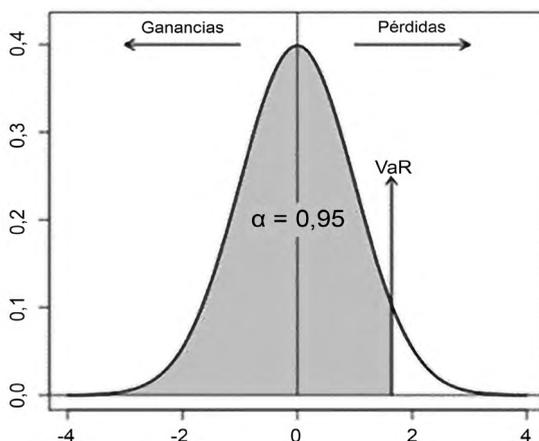


Figura 5.1. Representación Gráfica del *Expected Shortfall*

Fuente: tomado de [2].

### 5.3.1 VaR simulación histórica

La simulación histórica es una metodología no paramétrica que se utiliza para hallar el valor en riesgo de un portafolio; en este caso, el cálculo corresponde al  $\alpha$ -ésimo percentil de la distribución de pérdidas y ganancias, construida a partir de la información histórica que se tiene de los retornos del portafolio.

Por consiguiente, utilizar este método es sencillo y no se hacen supuestos sobre la distribución de los rendimientos, lo que hace que sea un modelo menos restrictivo que los métodos paramétricos. No obstante, esto implica que se asume que la distribución no varía en el tiempo, lo que genera una sensibilidad ante el tamaño de la muestra, es decir, que al aumentar o disminuir los datos utilizados, es factible que el VaR cambie (figura 5.2).

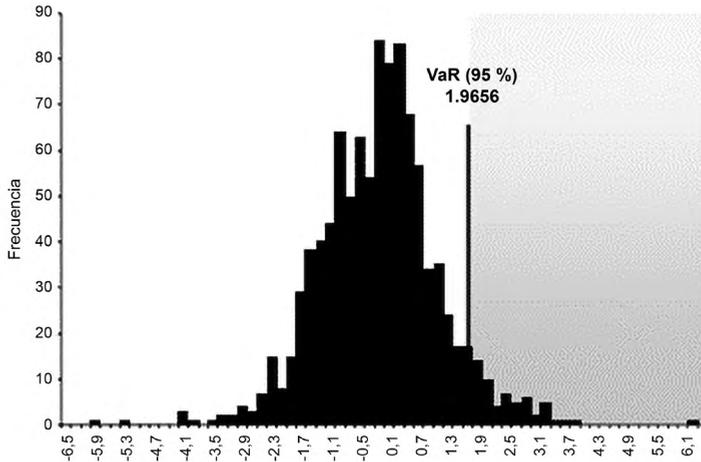


Figura 5.2. VaR por simulación histórica.

Fuente: [10].

Otra crítica que recibe la simulación histórica, es que al ser de carácter discreto se hace imposible hallar exactamente todos los percentiles, así como que presenta una baja capacidad de pronosticar rendimientos extremos, ya que carece de información sobre estos posibles eventos.

### 5.3.2 VaR simulación Montecarlo

La simulación de Montecarlo es un método mediante el cual es posible resolver problemas matemáticos a través de la simulación de variables aleatorias. Su importancia se basa en que hace posible resolver problemas que mediante métodos exclusivamente numéricos se hacen más complejos. Bajo esta técnica es posible mostrar el comportamiento futuro de los rendimientos diarios de cada activo y del portafolio, a través de simulaciones generadas de manera aleatoria. El procedimiento se puede llevar a cabo mediante los siguientes pasos:

- i. Utilizar variaciones pasadas de los precios de los activos financieros, con el fin de generar una ecuación que permita modelarlos, y de esta forma generar un rango de valores futuros de precios a través de la generación de números aleatorios.
- ii. Simular el comportamiento de los precios en el periodo siguiente, teniendo en cuenta los valores actuales y una distribución de números aleatorios que permita realizar la predicción de valores futuros de cada precio. Este proceso debe repetirse varias veces para que sea posible construir la distribución de probabilidad.
- iii. Gracias a la distribución de probabilidad aleatoria utilizada, y por la cual cada valor tiene asociada una probabilidad de ocurrencia, es posible organizar los valores, de forma que el valor en riesgo del portafolio se encuentre en el punto en el que la probabilidad acumulada supere un nivel determinado (nivel de confianza).

El método resulta similar a la simulación histórica. Sin embargo, la diferencia radica en que las variaciones de los precios se definen mediante un proceso estocástico especificado y no como resultado de la muestra de datos históricos. De otro lado, este método resulta muy completo, debido a que permite tomar en cuenta riesgos no lineales, cambios de riesgo en el tiempo, riesgos de volatilidad, análisis de colas anchas y visualización de escenarios extremos.

### 5.3.3 VaR paramétrico

El VaR paramétrico supone una distribución de probabilidad de los rendimientos del activo o portafolio, durante el periodo de tiempo que se pretende evaluar.

Sea:  $f(R)$  la función de densidad del valor del portafolio, el nivel de significancia será  $\alpha$  %, que corresponde al  $\alpha$ -cuantil de la función de densidad de los retornos y el VaR un número real  $R^*$  que satisfaga la siguiente ecuación (9):

$$\alpha = \int_{-\infty}^{R^*} f(R) dR = P(R < R^*) \quad (9)$$

Como resultado se encuentra el peor escenario posible, sin tener en cuenta los  $\alpha$  % peores escenarios que se pueden presentar en el horizonte de tiempo en el que se pretende mantener la inversión, es decir, el plazo que se utiliza para hallar el VaR.

Por otra parte, si se partiera del supuesto que los retornos del portafolio siguen una distribución normal, tal que  $R \sim N(\mu_R, \sigma_R)$  con un nivel de significancia  $\alpha$  %, se tendría que:

$$VaR = \alpha \sigma_R - \mu_R \quad (10)$$

Esta distribución puede ser válida en el caso de portafolios amplios, son concentración del riesgo, es decir, con un alto nivel de diversificación. De lo contrario, se hace necesario hallar función de distribución de los rendimientos del portafolio.

### 5.3.4 Varianzas cambiantes en el tiempo

Ahora bien, las medidas de riesgo presentadas suponen que las varianzas de los retornos de los activos permanecen invariantes en el tiempo. Con el fin de recoger este efecto en la estimación del valor en riesgo de un portafolio, es necesario utilizar un modelo para calcular la volatilidad cambiante en el tiempo, a través de EWMA o Garch.

Siguiendo los estudios realizados por Novales [10] y Barbeito, Bouza, Allende y Chen [11], el modelo Garch (*Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity*) es un método comúnmente utilizado por el mercado para proyectar la volatilidad de una serie. A diferencia del modelo EWMA, es de tipo estocástico, ya que las variaciones en la volatilidad son aleatorias. Por su parte, el hecho de ser autorregresivo implica que los pronósticos se derivan de la media ponderada de las volatilidades históricas y que la autocorrelación entre los escenarios actuales y los anteriores es diferente de cero.

El modelo parte de la base que los retornos del activo  $R_t$  siguen una distribución normal con media cero, de tal forma  $R_t = \varepsilon_t \sigma_t$ ,  $\varepsilon_t \approx niid(0,1)$  donde el componente estocástico lo aporta  $\varepsilon_t$  y se tiene como hipótesis que la varianza condicional  $Var(R_t) = \sigma_t^2$  puesto que  $Var(\varepsilon_t) = 1$ . Adicionalmente, se asume que las varianzas presentan autocorrelación, de forma tal que la varianza de hoy depende de la del día anterior,  $\sigma_{t-1}^2 = \beta_0 + \beta_1 \sigma_t^2 + \beta_2 R_t^2$  por lo tanto, si  $(\beta_1) + \beta_2 \cong 1$  se entiende que la varianza mantendrá su comportamiento, es decir que a un periodo de tranquilidad le seguirá otro similar, manteniendo el signo de estos parámetros, en la ecuación.

Para llevar a cabo la estimación del VaR, se utiliza entonces la varianza que se predice a través del modelo Garch y el horizonte de tiempo de inversión previamente definido.

### 5.3.5 Expected Shortfall

Dados los inconvenientes basados en el VaR, se han propuesto otras medidas de riesgo que suponen otras ventajas. Una de ellas es la propuesta por [9]: "el *Expected Shortfall* indica el valor esperado de la pérdida dado que esta es mayor que el VaR" [12, p. 20]. Esta es una medida coherente de riesgo que presenta la ventaja de ser fácil de calcular.

De manera sencilla, "el *Expected Shortfall* responde a la pérdida esperada incurrida en el  $\alpha\%$  de los peores casos" [13, p. 116]. Puede ser calculado como el promedio de los valores superiores al VaR a un nivel de confianza determinado. El cálculo está definido mediante la ecuación (11):

$$ES_{\alpha} = E[x | x > VaR_{\alpha}(x)] = \frac{1}{1 - F_x VaR_{\alpha}(x)} \int_{VaR_{\alpha}(x)}^U x f_x(x) dx \quad (11)$$

donde  $U$  representa el límite superior de los rendimientos,  $F_R$  la función de distribución y  $f_x$  la función de densidad de los retornos.

La medida *Expected Shortfall* es mayor a la basada en el VaR al mismo nivel de confianza, debido a que es el valor esperado de las pérdidas que excedieron el VaR al nivel de confianza determinado; esto es posible observarlo en la figura 5.3.

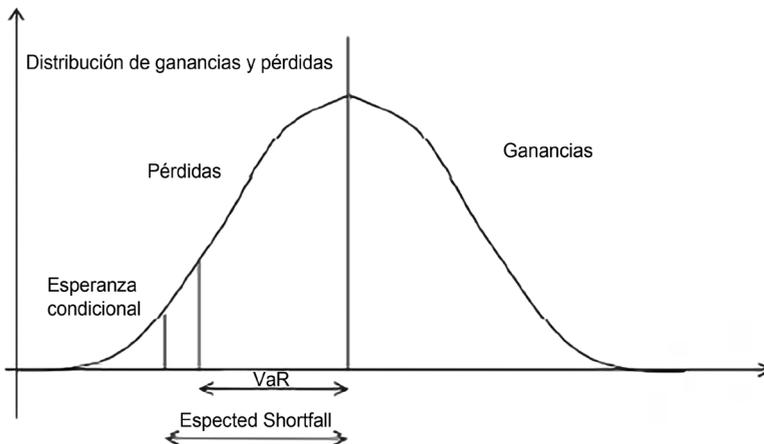


Figura 5.3. Representación gráfica del *Expected Shortfall*

Fuente: tomado de [11].

### 5.3.6 *Backtesting*

La técnica mediante la cual se valida la calidad y precisión de un modelo de riesgo, es conocida como *backtesting*. Mediante la implementación de esta técnica, es posible establecer que tan acertada es la estimación del VaR con respecto a las ganancias y pérdidas reales de las posiciones de *trading*. El uso periódico de estos procedimientos es exigido por el comité de Basilea y por las entidades reguladoras de establecimientos financieros, con el fin de determinar los capitales mínimos regulatorios.

Existen diversas técnicas para la realización del *backtesting*, que evolucionan a diario, así como se desarrollan nuevos métodos que vale la pena considerar, en los que fundamentalmente se compara el valor en riesgo estimado con las pérdidas o ganancias reales por un periodo determinado. De esta manera, se contabilizan las excepciones o los errores detectados, se determina la eficiencia del modelo y se concluye es aceptable o es necesario ajustarlo.

### 5.3.7 Test de Kupiec

Uno de los principales métodos desarrollados para calibrar y validar los modelos de riesgo es el test de Kupiec. El planteamiento propuesto por P. H. Kupiec en 1995, permite determinar si la proporción de excepciones observadas de un modelo es consistente con la proporción de excepciones esperada, si se tiene en cuenta tanto el modelo VaR elegido como el nivel de confianza del mismo.

La prueba consiste en realizar el conteo de las pérdidas o ganancias que exceden el VaR (excepciones) durante un periodo determinado, de forma que pueda concluirse si estadísticamente las proporciones son iguales o no, lo que determina la calidad del modelo evaluado.

Asumiendo  $n$  como el total de observaciones,  $x$  como el número de excepciones y  $(1-\alpha)$  como el nivel de confianza al cual se encuentra calculado el modelo VaR, se contrasta la hipótesis de que la proporción observada de excepciones ( $x/n$ ) es estadísticamente igual a la probabilidad de error considerada para el VaR ( $\alpha$ ).

Kupiec planteó un estadístico de prueba, que sigue una distribución *T-Student*, cuya expresión se describe a continuación:

$$t_u = \frac{\hat{p} - \alpha}{\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}} \sim t_{n-1} \quad (12)$$

Donde  $\hat{p} = \left(\frac{x}{n}\right)$ .

### 5.3.8 Lineamientos metodológicos de referencia. Comité de Basilea

El comité de Basilea de supervisión bancaria elaboró un marco para la incorporación de *backtesting* en los modelos de valoración de riesgo, con el objetivo de diferenciar claramente modelos precisos de modelos imprecisos, ya que en la actualidad se siguen desarrollando nuevos enfoques que permiten perfeccionar los diferentes métodos. El objetivo del marco de referencia es promover enfoques más rigurosos en el desarrollo del *backtesting* y en la interpretación de los resultados [14].

El marco abarca la comparación periódica del valor en riesgo diario con la pérdida o ganancia diaria real, y permite comparar si el porcentaje real de los resultados cubiertos por la medida de riesgo es consistente con un nivel de 99 % de confianza; adicionalmente, se encuentra propuesto para el uso de medidas de riesgo calibradas para un período de tenencia de un día.

El comité de Basilea prevé que el requisito mínimo de capital (RMC) para cubrir el riesgo de mercado, sea calculado como el máximo valor entre el VaR del día anterior y el producto entre el promedio de los últimos sesenta VaR diarios y un factor multiplicativo, calculado como la suma entre tres y un factor aditivo  $s_t$  que se encuentra relacionado con la calidad del modelo y que se fija dependiendo del número de pérdidas que exceden al VaR (excepciones). La expresión para hallar el RMC se encuentra a continuación:

$$RMC_{t+1} = \max \left[ VaR_t, (3 + s_t) * \frac{1}{60} \sum_{i=1}^{60} VaR_{t-i} \right] + SR_t \quad (13)$$

Para evaluar la precisión del modelo VaR, se emplea el *backtesting* interpretando los resultados de acuerdo a la clasificación en tres zonas que se distinguen por colores y que jerarquizan los resultados. Las zonas, que se clasifican en verde, amarilla y roja, se encuentran determinadas de forma que se equilibren los tipos de errores estadísticos en los que es posible caer: (error tipo I) clasificar un modelo preciso siendo impreciso y (error tipo II) clasificar un modelo impreciso como un modelo preciso.

- *Zona verde*

Los resultados que se encuentran en este rango requieren de poca información adicional. En esta región el modelo no necesita ser calibrado, ya que no presenta problemas de calidad. Para una muestra de doscientas cincuenta observaciones y con un método calculado con el 99 % de confianza, se espera un máximo de cuatro excepciones.

La expresión que permite calcular el umbral de esta zona, para una muestra de  $n$  observaciones, se describe a continuación:

$$\binom{x}{n} * 0,01 * (1 - 0,01)^{n-x} < 0,99 \quad (14)$$

Al despejar  $x$  de la desigualdad resulta el valor máximo de la zona verde, lo que quiere decir que esta zona está comprendida entre 0 y  $x$  excepciones.

- *Zona amarilla*

En esta zona, la interpretación de resultados es válida tanto para modelos precisos como para modelos imprecisos; sin embargo, para este rango la probabilidad de concluir que el modelo es inexacto cuando realmente no lo es, aumenta con el incremento del número de excepciones. Para un modelo de doscientas cincuenta observaciones, con el 99 % de confianza, el umbral de la zona amarilla corresponde a nueve excepciones. La expresión que permite calcular el umbral de esta zona, para una muestra de  $n$  observaciones, se describe a continuación:

$$\binom{y}{n} * 0,01 * (1 - 0,01)^{n-y} < 0,99 \quad (15)$$

Al despejar  $y$  de esta desigualdad, se obtiene el límite superior de la zona amarilla, lo que quiere decir que esta zona está comprendida entre  $x + 1$  y  $y$  excepciones.

- *Zona roja*

Los resultados que se encuentran en la zona roja indican automáticamente un problema en calidad del modelo y en la confiabilidad del mismo, debido a que no se considera la posibilidad de que un modelo exacto genere tantas excepciones independientes. Con esta conclusión, se pone en evidencia la necesidad de modificar la estimación. Para un modelo de doscientos cincuenta observaciones la zona roja corresponde a mínimo diez excepciones.

La construcción de este marco incentiva la utilización de modelos precisos, de forma que premian con un factor multiplicativo más pequeño los modelos bien calibrados, y penalizan un factor multiplicativo mayor a aquellos modelos que tengan excepciones que caigan en el límite de la zona amarilla y en la zona roja.

### **5.3.9 Método de solución acorde con un perfil específico de riesgo por parte del inversionista**

Para la selección de los activos que conforman un portafolio óptimo, es necesario definir el perfil del inversionista con el propósito de establecer la tolerancia al riesgo, y en consecuencia determinar de forma adecuada los productos financieros compatibles con las necesidades y preferencias de cada caso. Es necesario revisar adecuadamente la coherencia entre el riesgo que se asume y la situación financiera del inversionista, de manera que exista una disposición tanto personal como económica de asumir pérdidas en caso de que estas se den.

- *Perfil de riesgo moderado*

El inversionista corporativo de perfil moderado, tiene como objetivo principal preservar y rentabilizar el capital invertido de forma que le permita generar rendimientos adicionales a los obtenidos por su actividad principal. De acuerdo con esto, el agente debe contar con excesos de liquidez que le permitan invertir en activos principalmente de volatilidad baja, pero incorporar a la vez posiciones con una volatilidad mayor, con el fin de diversificar sus opciones y mitigar el riesgo presente por las fluctuaciones del mercado.

El horizonte de inversión de este perfil es de mediano plazo (dos a cinco años), por esta razón, aunque el portafolio es susceptible de experimentar pérdidas en periodos cortos de tiempo, el agente está dispuesto a tolerarlas y está dispuesto a situar su objetivo en un periodo de tiempo mayor. La rentabilidad bruta anual que se espera de un portafolio de riesgo medio debe ser superior a la obtenida con los bonos del Estado a diez años.

Para reducir el riesgo presente por las fluctuaciones del mercado, es importante incorporar activos de diferentes características de forma que se logre diversificar el portafolio. Para este perfil se propone una distribución de inversión similar a la figura 5.4.

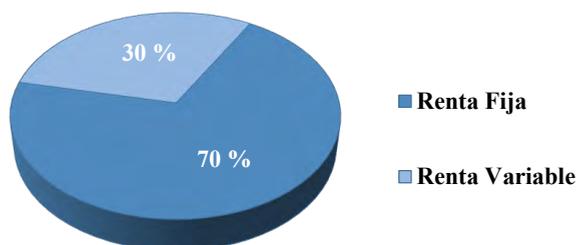


Figura 5.4. Distribución de inversión por tipo de activos

Fuente: Adaptado de [15].

- *Elección de activos del portafolio*

Teniendo en cuenta el perfil de riesgo seleccionado, se construyó un portafolio de inversión diversificado con cinco activos emitidos y cotizados en el mercado de valores colombiano, dentro de los cuales se seleccionaron tres activos del mercado de renta variable: acciones Preferencial Bancolombia, acciones Grupo Sura y acciones Éxito; así como dos activos del mercado de renta fija: títulos de deuda pública colombiana (TES) con vencimiento en 2020 y bonos emitidos por Empresas Públicas de Medellín (EPM). Estos últimos, se tomaron de tal forma que el plazo al vencimiento de los títulos y su duración no excedieran el horizonte temporal de mediano plazo que exige un inversionista con perfil de riesgo moderado. De esta forma, se utilizaron los TES con vencimiento el 24 de julio de 2020, así como los bonos EPM con vencimiento el 29 de julio de 2019.

Por otra parte, al elegir la cartera, se tuvo en cuenta el año de emisión de los activos, con el fin de cumplir con los seis años de historia que se pretendía analizar, con lo cual se construyó una muestra de 1.466 datos, que comienza con cotizaciones desde el año 2009 hasta el año 2015.

Se evaluó la liquidez de los diferentes activos como un criterio adicional para seleccionarlos, ya que el perfil de riesgo permite invertir en activos que cuentan con una liquidez moderada. Para esto, se hizo un análisis sencillo, se realizó una medición de la proporción de días que se negociaron cada uno de ellos, durante los 1.466 días. Como resultado, se escogieron estas tres acciones, altamente líquidas, pues se negociaron en promedio 99,95 % de los días. Por su parte, la renta fija local mostró una menor liquidez, siendo aún deseables para el portafolio, los TES 2020 el 81,65 % de los días y los bonos EPM 68,83 %.

### 5.3.10 Selección de métodos de valoración de riesgo

En la elección de los métodos para estimar el valor en riesgo del portafolio construido, se tuvieron en cuenta las siguientes consideraciones: i) principales metodologías utilizadas por las instituciones financieras que incluyen modelos paramétricos y no paramétricos, lo que permitió una comparación entre métodos que suponen una distribución de los rendimientos frente a los que parten de la historia y no suponen una distribución específica, y ii) se tuvieron en cuenta modelos que se complementan, es decir, que las críticas que se le atribuyen a un método específico sean corregidas por otro, tal como sucede con el VaR tradicional y el VaR condicional o *Expected Shortfall*.

## 5.4 Resultados

El análisis se hizo sobre 1.466 observaciones de precios diarios para cada uno de los activos seleccionados, para el período entre el 24 de julio de 2009 y el 24 de julio de 2015. Con esta información se calcularon los rendimientos logarítmicos de cada uno de los títulos. Posteriormente, se realizaron pruebas para verificar normalidad de los datos. Debido a que el resultado de los test de normalidad fue negativo, se procedió a encontrar la distribución a la cual se ajustaba cada una de las series de retornos; se obtuvo una distribución logarítmica para cada una de las series.

Adicionalmente, se realizó la prueba de raíz unitaria sobre las series de rendimientos y se encontró que eran series estacionarias. Con esto, se pudo calcular finalmente las varianzas y covarianzas condicionales a través del modelo Garch (1,1), requeridas para estimar una de las fronteras eficientes y para el cálculo del VaR paramétrico.

Con el fin de analizar diferentes opciones de portafolios eficientes construidos con los activos seleccionados, se realizó el análisis de Markowitz con dos métodos distintos. El primero de ellos, implicó la construcción de la frontera eficiente con los rendimientos, volatilidades y matriz de varianzas y covarianzas estimados, para lo que se utilizaron los rendimientos históricos de los diferentes activos (frontera A).

El segundo método propone una frontera calculada a partir de los rendimientos históricos, las volatilidades, la matriz de varianzas y las covarianzas condicionales, estimadas estas últimas con modelos Garch (1,1); las estimaciones pueden encontrarse en la frontera B. Cabe resaltar que, para este último método, no se utilizaron los rendimientos esperados de los

diferentes activos, ya que la proyección de los mismos implica, principalmente, para el caso de los activos de renta fija, una complejidad en cuanto a que el comportamiento de los mismos depende de diversos factores, tales como la inversión extranjera directa en Colombia, la tasa de intervención del Banco de la República (decisiones de política monetaria y fiscal), la cotización obligatoria en el esquema de creadores de mercado de deuda pública colombiana (para el caso de los TES 2020), así como del comportamiento general de la economía de los países emergentes e incluso del contexto internacional, entre otros. Lo anterior es difícil de recoger y estimar, si se tiene en cuenta el horizonte temporal que comprende la inversión; esto conllevaría construir un modelo econométrico complejo para la proyección de la rentabilidad de los diferentes activos, lo que desvía el objeto principal del presente estudio.

Para estimar la frontera eficiente, se tuvieron en cuenta las siguientes restricciones: i) para guardar consistencia con el perfil del inversionista moderado, para el cual la mayor parte del portafolio se compone de activos de renta fija, se determinó que la suma de las ponderaciones en activos de este tipo fuera equivalente al 70 % del total, mientras que la suma de activos de renta variable fuera equivalente al 30 %, ii) adicionalmente, se determinó que la ponderación de los TES 2020 dentro del portafolio, no debía superar el 50 %, evitando así una posible concentración del riesgo en el desempeño de un solo activo, lo cual a su vez garantiza que los bonos EPM tengan como mínimo una participación del 20 % dentro de la distribución. Esto último, permite una mayor diversificación gracias a que dicho título presenta una correlación pequeña con las acciones del Grupo Sura. En las figuras 5.5 y 5.6 se muestran los resultados obtenidos para las fronteras eficientes en cada caso.

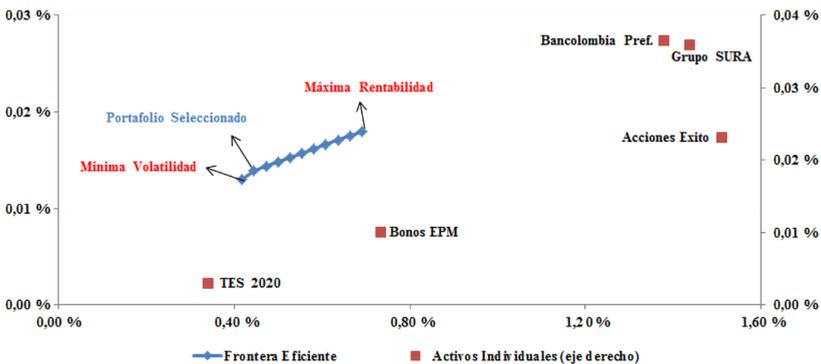


Figura 5.5. Frontera eficiente bajo volatilidades constantes (frontera A)

Fuente: elaboración propia.

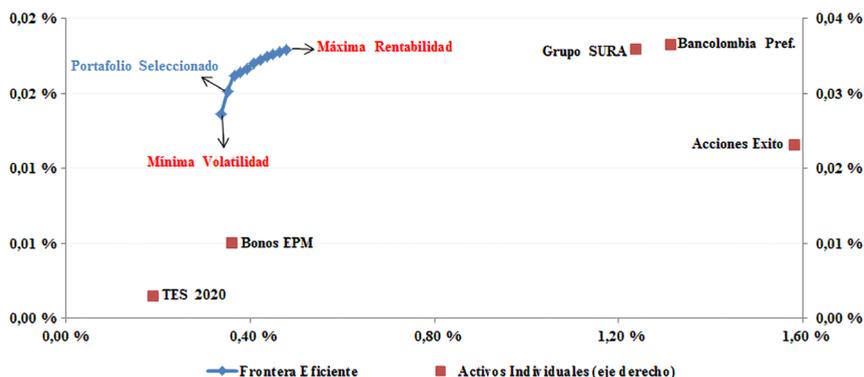


Figura 5.6. Frontera eficiente bajo volatilidades condicionales (frontera B)

Fuente: elaboración propia.

Tanto en la frontera eficiente A como en la B, el portafolio que ofrece la máxima rentabilidad es aquel conformado por los bonos EPM con una participación del 70 % y acciones Bancolombia con la participación restante. No obstante, la volatilidad diaria es mayor en la frontera A, que alcanza el 0,691 % diario frente a un 0,479 % para el portafolio B. Cabe resaltar que en ambos casos la rentabilidad alcanza el 0,018 %.

A su vez, el portafolio con mínima rentabilidad y mayor riesgo es muy similar para ambas fronteras eficientes. En cuanto a la renta fija, no presentan diferencia y mantienen las condiciones establecidas, donde los TES 2020 deben tener máximo una participación del 50 %; mientras que la renta variable presenta ligeras variaciones en la participación de las acciones de Grupo Sura y Éxito, cuando en Bancolombia mantienen un 13 %. Esto genera una rentabilidad del 0,013 % y una volatilidad de 0,418 % en el portafolio que arroja la frontera A, mientras el portafolio de la frontera B muestra un mejor comportamiento con una rentabilidad del 0,014 % y una volatilidad de 0,337 %.

Partiendo de estos escenarios extremos, y teniendo en cuenta el perfil de riesgo del inversionista definido para el presente estudio, se eligieron dos portafolios, uno sobre cada una de las fronteras estimadas. Lo anterior, porque se considera que las ponderaciones sobre los activos de renta variable no varían sustancialmente. Así, al comparar la volatilidad, los retornos y la liquidez de cada uno de los activos, se eligió en la frontera A, un portafolio A con mayor participación en los TES 2020 y una rentabilidad diaria de 0,014 % equivalente a un retorno anual de 3,56 % y una volatilidad diaria y anual de 0,446 % y 7,073 %, respectivamente. En el caso de la frontera B, se escogió

el portafolio B con mayor participación en los bonos EPM, para cumplir en primera instancia con la premisa de que ninguno de los activos superara el 50 % de participación, y respetar la diversificación esperada, sustentada en la correlación negativa entre los bonos EPM y las acciones del Grupo Sura; la rentabilidad y volatilidad de este portafolio es de 0,015 % y 0,351 % diaria y 3,897 % y 5,576 % anual, respectivamente.

### 5.4.1 Valoración de riesgo

Una vez seleccionados los portafolios (con el conocimiento de las ponderaciones de cada activo dentro de cada uno de ellos), se ha supuesto una inversión total de COP 100 millones, con el fin de realizar la evaluación de riesgo de cada uno de estos, bajo los métodos de valoración seleccionados. En las tablas 5.1 y 5.2 y en las figuras 5.7 y 5.8 se encuentran los resultados obtenidos para los portafolios A y B, respectivamente.

Tabla 5.1. Resultados de VaR para portafolio A (95 % y 99 % de confianza)

Método	95 %	99 %
VaR histórico	(699.341,71)	(1.061.730,05)
VaR Montecarlo	(802.808,25)	(1.140.284,98)
VaR paramétrico	(575.665,76)	(814.175,07)
Expected Shortfall	(949.977,53)	(1.460.624,60)
VaR rendimientos simulados	(577.000,00)	(878.000,00)

Nota: Cifras en COP.

Fuente: elaboración propia.

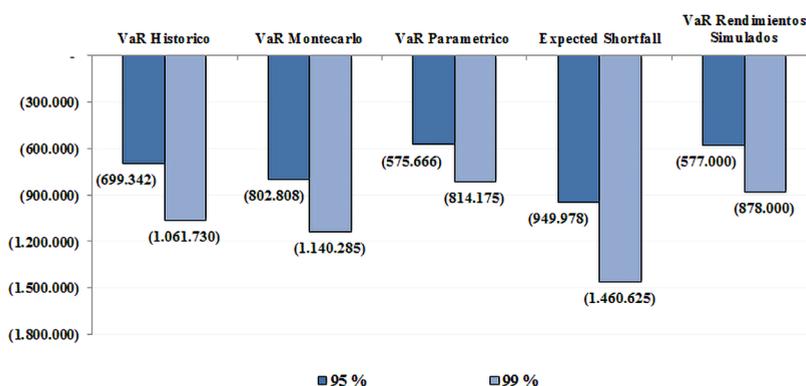


Figura 5.7. Comparación de VaR al 95 % y 99 % de confianza (portafolio A)

Fuente: elaboración propia.

Tabla 5.2. Resultados de VaR para portafolio B (95 % y 99 % de confianza)

Método	95 %	99 %
VaR histórico	(744.052,06)	(1.200.826,91)
VaR Montecarlo	(928.329,39)	(1.294.123,72)
VaR paramétrico	(577.751,69)	(817.125,24)
Expected Shorfall	(1.074.579,85)	(1.719.067,78)
VaR rendimientos simulados	(688.000,00)	(1.000.000,00)

Nota: cifras en COP

Fuente: elaboración propia.

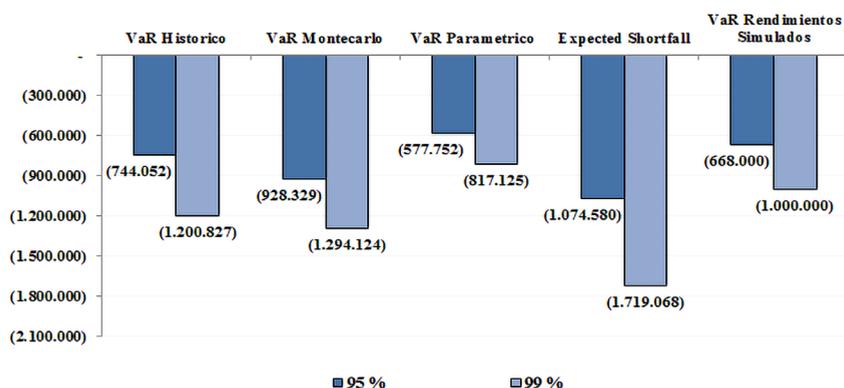


Figura 5.8. Comparación de VaR al 95 % y 99 % de confianza (portafolio B)

Fuente: elaboración propia.

Cada uno de los modelos VaR fue calculado tanto al 95 % como al 99 % de confianza. En primer lugar, se puede observar que los resultados obtenidos son mayores en el portafolio B, debido a que la distribución en esta cartera da mayor peso a los activos más volátiles de renta variable. Se puede observar en ambos casos que la mayor pérdida es pronosticada por el *Expected Shortfall*; este es un resultado esperado, ya que como fue mencionado, dicha medida equivale al promedio de las pérdidas superiores al VaR histórico calculado en cada caso. De esta forma, con un 99 % de confianza, la máxima pérdida esperada en un día para el portafolio A es de COP 1.460.625, mientras que para el portafolio B es de COP 1.719.018, por cada COP 100 millones invertidos.

La segunda pérdida esperada más alta es la pronosticada por el método del VaR por simulación de Montecarlo. En este caso, con un nivel de confianza del 99 %, la máxima pérdida esperada en un día es de COP 1.140.285 para el portafolio A y de COP 1.294.124 para el portafolio B. Tal como se explicó anteriormente, este

método permite tomar en cuenta riesgos no lineales, cambios de riesgo en el tiempo, riesgos de volatilidad, análisis de colas anchas y visualización de escenarios extremos, por lo que posiblemente predice con mayor precisión. Esto último será analizado posteriormente a través del *backtesting*.

A continuación, se encuentra el resultado proporcionado por el VaR histórico para el cual, con un nivel de confianza del 99 %, se espera como máximo una pérdida diaria en el portafolio A de COP 1.061.730 y en el portafolio B de COP 1.200.827. Al igual que en los métodos analizados hasta el momento, el VaR del portafolio con volatilidades cambiantes en el tiempo es mayor, lo cual se puede explicar por la ponderación de los activos, ya que aumenta la participación en los mismos, como lo son los títulos emitidos por EPM, que presentan mayor volatilidad histórica frente a los TES 2020.

Por su parte, los rendimientos simulados arrojan un VaR con el cual, dado un nivel de confianza del 99 %, se espera una pérdida máxima de COP 878.000 para el portafolio A y de COP 1.000.000 para el portafolio B. Para el primer portafolio, el modelo presenta una diferencia marginal frente a la valoración del método paramétrico, el cual presenta los menores niveles de pérdida esperados para cada uno de los portafolios, siendo COP 814.175 la del portafolio A y COP 817.125 para el portafolio B. Cabe aclarar que estos últimos modelos son estocásticos, por lo cual es posible que la aleatoriedad de una de sus variables impacte su precisión, y se subestime el impacto que tiene la historia en el mercado de capitales colombianos. No obstante, solo es posible determinar la validez de cada uno de los modelos analizados a través de un método de *backtesting*, tal como se presenta a continuación.

Cabe resaltar que, aunque el VaR paramétrico sigue el comportamiento descrito, la diferencia es marginal entre un portafolio y otro, lo cual es consistente, ya que este método de valoración parte de la base de que la volatilidad de los diferentes activos, y por ende del portafolio, es cambiante en el tiempo; es decir, recoge este efecto tanto en la valoración como en la construcción de la frontera eficiente. Por el contrario, los otros métodos presentan mayores diferencias en la valoración del riesgo entre uno y otro portafolio.

#### 5.4.2 *Backtesting*

Posterior al cálculo del VaR, se realizó el *backtesting* bajo dos metodologías. La primera de ellas es la prueba de Kupiec y la segunda se realiza bajo el marco de referencia propuesto por el comité de Basilea. Los resultados del *backtesting* obtenidos mediante la prueba de Kupiec se muestran en la tabla 5.3.

Tabla 5.3. Resultados test de Kupiec portafolio A (95 % de confianza)

95 % de confianza					
Excepciones esperadas	73				
Valor crítico	1,9616				
Método	N.º excepciones	P. Estimada	Eficiencia	Tu	Conclusión test Kupiec
VaR histórico	74	5,0512 %	94,9488 %	0,0895	No rechazar Ho
VaR Montecarlo	44	3,0034 %	96,9966 %	-4,4774	Rechazar Ho
VaR paramétrico	110	7,5085 %	92,4915 %	3,6434	Rechazar Ho
<i>Expected Shorfall</i>	17	1,1604 %	98,8396 %	-13,7225	Rechazar Ho
VaR rendimientos simulados	110	7,5085 %	92,4915 %	3,6434	Rechazar Ho

Fuente: elaboración propia.

Tabla 5.4. Resultados test de Kupiec portafolio A (99 % de confianza)

95 % de confianza					
Excepciones esperadas	15				
Valor crítico	2,5792				
Método	N.º excepciones	P. Estimada	Eficiencia	Tu	Conclusión test Kupiec
VaR histórico	15	1,0239 %	98,9761 %	0,0908	No rechazar Ho
VaR Montecarlo	11	0,7509 %	99,2491 %	-1,1047	No rechazar Ho
VaR paramétrico	42	2,8669 %	97,1331 %	4,2820	Rechazar Ho
<i>Expected Shorfall</i>	4	0,2730 %	99,7270 %	-5,3323	Rechazar Ho
VaR rendimientos simulados	32	2,1843 %	97,8157 %	3,1011	Rechazar Ho

Fuente: elaboración propia.

Tabla 5.5. Resultados test de Kupiec portafolio B (95 % de confianza)

95 % de confianza					
Excepciones esperadas	73				
Valor crítico	1,9616				
Método	N.º excepciones	P. Estimada	Eficiencia	Tu	Conclusión test Kupiec
VaR histórico	74	5,0512 %	94,9488 %	0,0895	No rechazar Ho
VaR Montecarlo	37	2,5256 %	97,4744 %	-6,0362	Rechazar Ho
VaR paramétrico	125	8,5324 %	91,4676 %	4,8397	Rechazar Ho
<i>Expected Shorfall</i>	24	1,6392 %	98,3618 %	-10,1365	Rechazar Ho
VaR rendimientos simulados	99	6,7577 %	93,2423 %	2,6801	Rechazar Ho

Fuente: elaboración propia.

Tabla 5.6. Resultados test de Kupiec portafolio B (99 % de confianza)

95 % de confianza						
Excepciones esperadas	15					
Valor crítico	2,5792					
Método	N.º excepciones	P. Estimada	Eficiencia	Tu	Conclusión test Kupiec	
VaR histórico	15	1,0239 %	98,9761 %	0,0908	No rechazar Ho	
VaR Montecarlo	11	0,7509 %	99,2491 %	-1,1047	No rechazar Ho	
VaR paramétrico	55	3,7543 %	96,2457 %	-3,5386	Rechazar Ho	
<i>Expected Shortfall</i>	6	0,4096 %	99,5904 %	-3,5386	Rechazar Ho	
VaR rendimientos simulados	31	2,1160 %	97,8840 %	2,9681	Rechazar Ho	

Fuente: elaboración propia.

Bajo la hipótesis de Kupiec, la cual establece que la proporción esperada de excepciones es igual a la proporción observada, únicamente el modelo VaR histórico es preciso para los portafolios A y B, con una confianza tanto del 95 % como del 99 %. Este resultado es coherente, ya que mediante este método es posible capturar los efectos de las fluctuaciones del portafolio y su respectiva volatilidad; con este resultado, la eficiencia del modelo es aceptable, de forma que predice adecuadamente las posibles pérdidas esperadas para los portafolios sugeridos.

A su vez, el modelo de simulación Montecarlo resulta ser impreciso al 95 % de confianza, al sobreestimar la pérdida, pero preciso al 99 %. La obtención de este resultado se debe a que este método no requiere la estimación de parámetros basados en el comportamiento de los activos. En este sentido, la incorporación de los cambios en los factores de riesgo se hace difícil. A pesar de esto, los resultados obtenidos muestran un grado de eficiencia general aceptable.

En el caso del *Expected Shortfall*, la pérdida se encuentra sobrestimada para ambos portafolios en los niveles de confianza empleados, por lo que la proporción de excepciones observada resulta ser estadísticamente menor a la proporción esperada. Este resultado puede ser esperado, si se tiene en cuenta que, como fue mencionado anteriormente, el método promedia las pérdidas superiores a las calculadas con el VaR histórico y que, dada la distribución de los rendimientos de los activos y en consecuencia la del portafolio mismo, la concentración de valores en el extremo negativo de la distribución es menor, lo que ocasiona que los valores superiores al estimado con el *Expected Shortfall* sean menores.

Por su parte, los modelos paramétricos (VaR con volatilidad condicional y VaR bajo simulación de rendimientos) resultan no ser exactos para ninguno

de los portafolios al 95 % y 99 % de confianza. En este caso, la proporción observada de fallos resulta ser estadísticamente mayor a la proporción esperada, por lo que el pronóstico de pérdida se encuentra subestimado. En el caso del VaR calculado con varianza condicional, el resultado puede encontrarse relacionado con el hecho de que la volatilidad condicional estimada para el cálculo del VaR es menor en los activos de mayor ponderación dentro el portafolio, respecto a las presentadas en otros períodos y a la volatilidad constante, razón por la cual el pronóstico de pérdida puede ser inferior al encontrado mediante otros métodos.

En el caso del VaR estimado a través de la simulación de rendimientos, el resultado puede atribuirse a la característica de forma de la distribución del rendimiento esperado. Al tratarse de una distribución leptocúrtica, es posible encontrar mayor concentración alrededor de la media, lo que indica una pérdida esperada más pequeña; con esto, la cantidad de excepciones o valores superiores a la misma puede ser más grande en comparación con otras medidas.

### 5.4.3 Resultado bajo el marco de referencia del comité de Basilea

Para realizar el *backtesting* bajo el marco de referencia propuesto por Basilea, se tuvo en cuenta el planteamiento de las zonas con una cobertura del 99 %, en consideración de la cantidad de excepciones admitidas para doscientos cincuenta observaciones en un modelo preciso, así como las alternativas a posibles niveles de cobertura diferentes al 99 %.

Se calculó el VaR bajo las diferentes metodologías, con un nivel de confianza del 99 %, para un total de doscientos cincuenta días (del 15 de julio de 2014 al 24 de julio de 2015). Posteriormente, se comparó la estimación con las pérdidas y ganancias reales de los respectivos días, y se contabilizó en cada caso las veces que la pérdida real superara la estimación. Los resultados de las excepciones encontradas se muestran a continuación (tabla 5.7. y tabla 5.8.).

Tabla 5.7. Excepciones portafolio A  
(pérdidas superiores al VaR – 99 % de confianza)

VaR histórico	VaR simulación Montecarlo	VaR paramétrico	<i>Expected Shortfall</i>	Simulación rendimientos
8	1	3	3	4

Fuente: elaboración propia.

Tabla 5.8. Excepciones portafolio B  
(pérdidas superiores al VaR – 99 % de confianza)

VaR histórico	VaR simulación Montecarlo	VaR paramétrico	<i>Expected Shortfall</i>	Simulación rendimientos
7	1	3	3	3

Fuente: elaboración propia.

Como resultado del ejercicio, se encontró que al 99 % de confianza, los modelos de simulación Montecarlo, VaR paramétrico, *Expected Shortfall* y la simulación de rendimientos son modelos precisos, con una cantidad de excepciones menor o igual a cuatro y no requieren ser ajustados, ya que se encuentran en la zona verde, mientras que el modelo de simulación histórica permanece en la zona amarilla con un número de excepciones cercano al límite superior de la misma (nueve fallos).

Estos resultados guardan un grado de coherencia con los resultados obtenidos bajo el test de Kupiec, ya que a pesar de que la mayoría de los modelos no resultaban estadísticamente precisos bajo la hipótesis de la prueba, la eficiencia es estadísticamente cercana a la definida por la misma.

Respecto al modelo de simulación histórica, puede considerarse que, aunque se encuentran en la zona amarilla, que es válida tanto para modelos precisos como para modelos imprecisos, la calibración del método podría ser tenida en cuenta, ya que en esta zona la probabilidad de aceptar de forma equivocada modelos imprecisos aumenta conforme incrementa el número de excepciones. De esta forma, si se establece que el número límite de fallos es igual a nueve (el límite de la zona amarilla), la probabilidad de rechazar modelos precisos es solamente del 0,11 %, pero la probabilidad de aceptar equivocadamente modelos imprecisos de forma equivocada es mayor, encontrándose entre el 93,39 % y el 11,86 % para niveles de cobertura entre el 98 % y 95 %, respectivamente.

## 5.5 Conclusiones

En este documento, se presentaron diferentes metodologías para cuantificar el riesgo de mercado de dos portafolios construidos a través de la frontera eficiente, para lo cual se utilizó la metodología planteada por Markowitz y se tuvo en cuenta tanto las volatilidades constantes, como las volatilidades cambiantes en el tiempo, para lo cual se utilizó el modelo Garch.

Con los resultados obtenidos, es posible realizar una aproximación a la construcción de un portafolio de inversión para un perfil de riesgo moderado, a partir de la aplicación de la teoría de portafolios y del análisis de las condiciones del mercado colombiano de renta fija y renta variable, en la compleja coyuntura económica que atraviesa el país. Se proponen dos alternativas de portafolios eficientes: la primera supone volatilidades invariantes en el tiempo, mientras que la segunda parte de la base de que la volatilidad cambia en el tiempo, por lo que se alimenta de su proyección. Tal como se presentó anteriormente, se eligieron dos portafolios, uno sobre cada una de las fronteras eficientes, y se evaluaron las diferentes metodologías de VaR definidas. Cabe anotar que la decisión de un portafolio final depende de las preferencias de riesgo del inversionista.

Respecto a los resultados obtenidos por los diferentes métodos de valoración de riesgo, se puede afirmar que no es posible asegurar cuál metodología es mejor que otra, en la medida en que todas presentan valores que son razonables y cercanos entre ellos. Esto puede presentarse posiblemente como consecuencia de que las estimaciones parten de una misma base, que son los rendimientos históricos de los activos que conforman el portafolio de inversión y sobre el supuesto de una distribución. Es decir, la comparación a simple vista de los modelos no arroja suficiente evidencia para rechazar o probar la validez de alguna metodología, razón por la cual se recurre a una técnica mediante la cual se valida la calidad y precisión de un modelo de riesgo.

Finalmente, respecto al *backtesting*, es importante mencionar que su aplicación es fundamental, ya que permite detectar errores en las estimaciones, de forma que los modelos pueden ser reevaluados y ajustados para tener mejores aproximaciones a las pérdidas esperadas. En el caso de los métodos evaluados, se concluye que, dados los rendimientos observados durante el período analizado, la distribución de los mismos (y en general, las condiciones de los activos que conforman el portafolio), es posible afirmar que los métodos utilizados permiten estimar de forma estadísticamente precisa el valor en riesgo. Aunque las metodologías de simulación Montecarlo y *Expected Shortfall* parecen, en cierta medida, estar sobrestimando el riesgo, mientras que los métodos paramétricos parecen subestimarlos, ambos presentan niveles de eficiencia y aceptación estadísticamente aceptables, por lo que sus resultados pueden considerarse válidos. Cabe anotar que, nuevamente, dependerá de las preferencias del inversionista en términos de riesgo, si es conveniente aceptar o no los resultados.

## Referencias

- [1] H. Markowitz, "Portfolio Selection", *The Jour. of Fin.*, vol. 7, n.º 1, pp. 77-91, 1952.
- [2] J. C. Granados y L. F. Melo, "Regulación y valor en riesgo", *Ens. sobre Pol. Econ.*, vol. 29, n.º 64, pp. 110-177, julio 2011.
- [3] J. L. Treynor, "Toward a theory of market value of risky assets. A final version was published in 1999", en *Asset Pricing and Portfolio Performance*, R. A. Korajczyk, ed. Londres: Risk Books, 1962, pp. 15-22.
- [4] W. F. Sharpe, "Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk", *The Jour. of Fin.*, vol. 3, n.º 19, pp. 425-442, 1964.
- [5] J. Lintner, "The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets", *The Rev. of Econ. and Stat.*, vol. 47, n.º 1, pp. 13-37, 1965.
- [6] J. Mossin, "Equilibrium in a capital asset market", *Econometrica: Jour. of the Econ. Soc.*, vol. 34, n.º 4, pp. 768-783, 1966.
- [7] F. Black y R. Litterman, "Global portfolio optimization", *Fin. Anal. Jour.*, vol. 48, n.º 5, pp. 28-43, 1992.
- [8] C. Acerbi y D. Tasche, "On the Coherence of Expected Shortfall", *Jour. of Bank. and Fin.*, vol. 26, pp. 1487-1503, 2002.
- [9] P. Artzner, F. Delbaen, J. M. Eber, "Coherent Measures of Risk", *Math. Fin.*, vol. 9, pp. 203-228, 1999.
- [10] A. Novales. (2016, enero). Valor en riesgo, [en línea]. Disponible en: <https://bit.ly/3kJ9XRk>
- [11] J. Barbeito, C. Bouza, S. Allende y D. Chen, *Modelos paramétricos y no paramétricos, para la previsión de la volatilidad. Su aplicación al cálculo del valor en riesgo*. Valencia: Universidad de Valencia, 2005.
- [12] O. Becerra, y L. F. Melo, "Medidas de riesgo financiero usando cópulas: teoría y aplicaciones", Banco de la República, Bogotá, *Borr. de Econ.*, 489, 2008.

- [13] A. Mora, "Una propuesta de creditmetrics y Expected Shortfall para medición de riesgo crediticio", *Civ. de Emp. y Econ.*, vol. 8, n.º 2, pp. 104-125, 2010.
- [14] Basle Committee on Banking Supervision, (1996, enero). Supervisory Framework for the use of Backtesting in Conjunction with the Internal Models Approach to Market Risk Capital Requirements [en línea]. Disponible en: <https://bit.ly/3qaW2Vm>
- [15] J. Salazar y F. Echeverri, *Construcción de un portafolio para un inversionista colombiano de acuerdo con su perfil*. Medellín: Universidad Eafit, 2014.



## CAPÍTULO VI

### Ciclos y tendencias del precio en el mercado energético colombiano

*Mónica A. Arango Arango<sup>1</sup>*  
*Gabriel Rodríguez García<sup>2</sup>*

#### 6.2 Antecedentes

Comprender el comportamiento de los precios de la energía eléctrica es particularmente esencial para el desarrollo económico de los países, y la base para el diseño de estrategias de inversión en la matriz energética. Este estudio examina la tendencia y el ciclo de los precios en el mercado energético para diferentes franjas horarias en una ventana de tiempo de quince años. El estudio identifica inicialmente la presencia de estacionariedad de las series a través de las pruebas de raíz unitaria Dicki-Fuller (ADF), Phillips-Perron (PP), Kwiatkowski-Phillips- Schimdt- Shin (KPSS). En particular, se propone la aplicación del filtro Hodrick-Prescott pasa bandas para analizar los precios del mercado de energía colombiano.

En este capítulo se considera la estimación del factor de suavizamiento soportado en la regla empírica de Ravn y Uhlig, la cual permite obtener valores consistentes con la agregación temporal de la serie en estudio. Se encuentra evidencia significativa que muestra cómo la correlación entre los componentes cíclicos de los precios explica el resultado de corto plazo,

<sup>1</sup> Economista de la Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia; especialista en Finanzas, Universidad Eafit; magíster en Administración Financiera y magíster en finanzas, Universidad Eafit; doctora en Ingeniería Industrial y Organizaciones, Universidad Nacional de Colombia. Profesora de tiempo completo del Programa de Ingeniería Financiera, Universidad de Medellín, Medellín, Colombia. Miembro activo del Grupo de Investigación en Ingeniería Financiera Ginif, profesora de cátedra de la Universidad Nacional de Colombia. Correo electrónico: moarango@udem.edu.com

<sup>2</sup> Economista de la Universidad Nacional Autónoma de México UNAM, grado de maestría en Optimización Financiera, posgrado en Ingeniería UNAM. Profesor titular del programa de Licenciatura en Economía, Universidad Nacional Autónoma de México, UNAM. Correo Electrónico: garoga.1808@comunidad.unam.mx

asociado a resultados propios de la hidrodependencia. Mientras que el comportamiento de largo plazo de los precios está asociado a riesgos sistémicos.

El estudio de los precios de los activos históricamente ha sido de interés para los agentes económicos, para quienes es común el diseño de estrategias activas de mercado que permitan obtener excedentes de rentabilidad de las inversiones realizadas [1]. Las herramientas analíticas y teóricas desarrolladas para obtener este objetivo se presentan en diferentes áreas del conocimiento: economía, finanzas, psicología y matemáticas. Todas ellas proveen herramientas que tienen como objetivo final pronosticar el comportamiento futuro de los precios de los activos.

La importancia del sector energético para el crecimiento de las economías, le otorga a estas un papel fundamental en el diseño de políticas de los reguladores y definición de estrategias de los participantes, entre los que destaca, inversionistas, generadores, comercializadores y distribuidores. De esta manera, que su complejidad y el interés de numerosos actores incentivan el estudio de las variables que influyen en los resultados futuros, en especial, por las características del activo subyacente que se negocia, el cual es considerado como un *commodity* único que es esencialmente no almacenable, mientras que la demanda del usuario final muestra una gran variabilidad y fuerte dependencia del clima y del ciclo económico [2].

El estudio del mercado energético, debido a sus particularidades, permite desarrollar investigaciones en diversas líneas. Así mismo, sigue los intereses de los estudios empíricos en finanzas que consideran dos vertientes. La primera donde se asume que el comportamiento del precio pasado es rico en información sobre sus resultados futuros, y aquella que parte de suponer que los cambios de los precios no tienen memoria, es decir, el pasado no puede ser utilizado para predecir el futuro de una manera significativa, asumiendo, por tanto, independencia [1].

El propósito de este trabajo es estudiar los componentes de tendencia y ciclo del precio de la energía con una variación del filtro propuesto por Hodrick y Prescott, conocido como filtro "pasa bandas", el cual mejora el rendimiento del procedimiento en los extremos de la serie. Se realiza una aplicación empírica en el mercado colombiano, caracterizado durante su operación por tener un funcionamiento confiable y eficiente a pesar de tener un comportamiento dinámico, debido a los cambios estructurales que se le han aplicado por factores ambientales, como el Fenómeno de El Niño, factores sociales, de seguridad y políticos [3].

El presente trabajo se estructura en seis secciones. En la primera, se describe la estructura del mercado energético en Colombia, el proceso de formación del precio en bolsa y algunos de sus determinantes. En la segunda sección, se presenta una revisión del estado del arte de la última década sobre los modelos de descomposición de ciclos y tendencias aplicados a los mercados energéticos en un contexto internacional y local, indicando lo novedoso de esta aplicación, ya que la literatura en esta línea de estudio es limitada. En la sección tres, se profundiza el contenido de la sección anterior y se describen los modelos de ciclos y tendencia, además se expone una versión alternativa del filtro de Hodrick y Prescott, el cual se empleará en el análisis posterior. En la sección cuatro, se definen los modelos de descomposición de ciclos, y tendencias y aplicaciones en el mercado energético internacional, con especial énfasis al Hodrick-Prescott en su forma original y la versión pasa bandas. Por su parte, en la sección cinco, se presenta la aplicación del filtro de Hodrick - Prescott pasa bandas a la serie de precios del mercado energético colombiano con aplicaciones en diferentes franjas horarias, para una ventana de análisis entre enero de 2000 a septiembre de 2015. Por último, en la sección seis se realiza una discusión sobre los resultados obtenidos en el análisis de los precios del mercado de energía, sus ciclos y tendencias.

## 6.2 Marco de referencia conceptual

La reforma del mercado de energía eléctrica realizada en la década de los noventa en Colombia, crea el mercado mayorista en el que se destacan cuatro grupos de participantes: 1. Generadores, 2. Comercializadores, 3. Transmisores, y 4. Distribuidores, los dos primeros se caracterizan por contar con una estructura de mercado competitivo que se desarrolla a través de negociaciones de corto plazo en bolsa o mediante contratos *forward*, para horizontes de tiempo largos (ver figura 6.1).

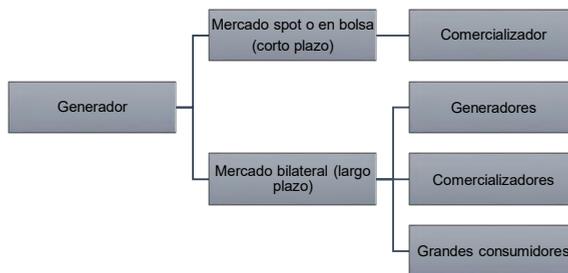


Figura 6.1. Negociación en el mercado *spot* y en el mercado *forward*

Fuente: elaboración propia.

Con el objetivo de asegurar la prestación continua del servicio, el sistema energético tiene varios instrumentos que permiten controlar el riesgo de falta de disponibilidad:

- Para garantizar la confiabilidad en el suministro de energía en el largo plazo a precios eficientes, se crea la figura de cargo por confiabilidad. Este mecanismo brinda incentivos para que los recursos de generación realicen las inversiones necesarias para asegurar su disponibilidad en períodos de estrés del sistema (condiciones de baja hidrología). La negociación se realiza semejando una opción de compra (*call*) en el que el generador asume la posición corta y se compromete a proveer (vender) energía en casos extremos, a un precio de escasez establecido por la Comisión y actualizado mensualmente con base en la variación de un índice de precios de combustibles, este contrato se reconoce como obligación de energía en firme (OEF).

En caso de presentarse incumplimiento del contrato por parte del generador, este deberá pagar la diferencia entre su obligación de capacidad y la cantidad despachada, multiplicada por la diferencia entre el precio *spot* y el precio de ejercicio:

$$Penalidad = (Q_{obligación} - Q_{despachada}) \times (P_{spot} - P_{strike}) \quad (1)$$

- Aquellos generadores que no cumplen con la disponibilidad suficiente al momento de ejercerse la OEF, tienen la posibilidad de participar en el mercado secundario, comprando a través de contratos bilaterales a otros generadores que disponen del suministro.

Así mismo, se cuenta con otros mecanismos como las subastas de reconfiguración, la demanda descontable voluntariamente y activos de generación de última instancia. Sin embargo, todos son mecanismos que controlan la falta de disponibilidad, pero que no proveen recursos de cobertura ante la exposición al riesgo por la volatilidad en el precio en el horizonte de corto plazo. El mercado de energía mayorista de corto plazo o *spot*, se desarrolla en la Bolsa de Energía, en la cual la formación de precios está determinada por la oferta que los generadores realizan mediante subastas diarias. La competencia entre los generadores regula el precio. No obstante, su determinación es compleja y tiene altos niveles de volatilidad, asociados al elevado grado de dependencia de la generación hidráulica del sistema y, a su vez, a la expectativa sobre el comportamiento climático.

El día anterior a la operación, los participantes declaran la disponibilidad de generación horaria y el precio al que ofertan. En este mercado coinciden generadores térmicos, eólicos e hidráulicos, donde la determinación de sus precios de oferta depende del comportamiento de algunas variables que son coincidentes en la operación de las plantas y de otras que son características propias del sistema. Así, en el caso de las térmicas, los costos de arranque-parada y la evolución del precio del combustible son factores esenciales en la estimación del precio y en las cantidades que están dispuestos a ofertar. Este aspecto produce una diferencia marcada con las plantas hidroeléctricas, en las cuales los costos variables no tienen un efecto significativo.

El sistema tiene como objetivo cubrir la demanda horaria realizada por el sector productivo y doméstico del país. Para ello, se organizan las ofertas según cantidades y precios, hasta obtener los niveles de generación que permiten la cobertura de la demanda de energía del sistema. La asignación del precio horario para todos los generadores es equivalente al precio del último recurso despachado (ver figura 6.2). El precio diario en bolsa se estima con el promedio de los precios de despacho, donde todos los generadores están obligados a participar.

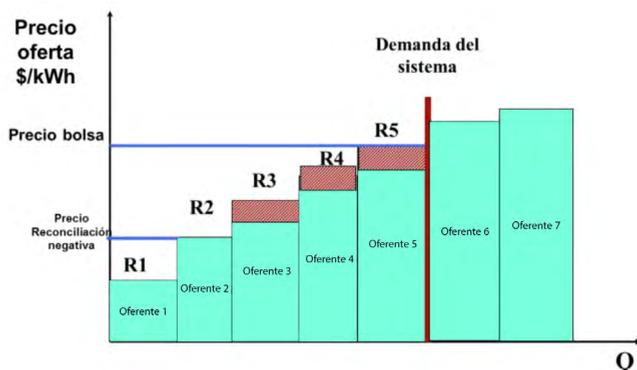


Figura 6.2. Formación de precio de energía en el mercado *spot*

Fuente: elaboración propia.

Las características de la negociación sobre este *commodity* en Colombia, brindan indicios sobre la complejidad en la determinación del precio. A esto se suman las características especiales de este activo:

- Dado que es un bien necesario en la economía para el desarrollo de la producción, en el corto plazo la elasticidad de su demanda es baja o nula.

- Curva de la oferta limitada, las empresas generadoras definen el nivel de oferta de acuerdo a su pronóstico sobre la demanda, buscando que ambos niveles sean cercanos, ya que la dificultad de almacenamiento de la energía implica generación ociosa cuando la oferta supera las necesidades de demanda del sistema.
- La alta dependencia del clima aumenta la incertidumbre sobre los resultados futuros.
- Además, los cambios en la regulación influyen de forma directa en el diseño de los participantes, quienes finalmente definen el crecimiento del sector, al decidir sobre la posibilidad de realizar nuevos proyectos de inversión.

De lo anterior, surge la importancia de estudiar la formación del precio *spot* y su composición en términos de los ciclos y tendencias que los conforman. Al comportarse como el *input* fundamental en la valoración de proyectos de inversión del sector energético y para la toma de decisiones en la administración de portafolios de productos financieros asociados.

La energía es vital para alcanzar el desarrollo sustentable de las naciones, es un insumo crucial para la producción de la mayoría de los bienes y servicios generados en las economías, de tal manera que la gestión de la demanda energética debería ayudar en el logro de la autosuficiencia, que permita prever un desarrollo económico sostenible. En los últimos años, los mercados de electricidad en muchos países han sido desregulados para introducir la competencia en las actividades de oferta y demanda. En un mercado eléctrico liberalizado, generadores compiten para vender la electricidad y al mismo tiempo los comercializadores compiten para comprar electricidad.

Con la llegada de la industrialización y la globalización, la demanda de energía ha aumentado exponencialmente. Los combustibles fósiles en forma de carbón, petróleo y gas natural comprenden el 80 % del uso de energía del mundo. Se prevé que si el patrón global del consumo de energía actual continúa, el consumo mundial de energía aumentará en más del 50 % antes de 2030 [4]. Esto ha llevado a los responsables políticos y los industriales a identificar medios eficientes de utilización de la energía y ha demandado un mayor interés por el uso de modelos que analicen el comportamiento de los precios de la electricidad y su posible pronóstico.

La actividad de suministro de electricidad y la demanda, obligan al mercado de la electricidad a obtener un precio de equilibrio dada la limitación que existe en el almacenamiento de este *commodity*. Sin embargo, la demanda

de electricidad se ve determinada por algunas de las actividades sociales y económicas y por las condiciones meteorológicas. En este contexto, modelar y pronosticar la media y la volatilidad del precio de la electricidad puede ser de gran importancia para la oferta y la cobertura ante volatilidades del precio y para la administración del riesgo.

El cambio que se presentó en varios mercados de electricidad propiciado por la desregulación, originó un nuevo esquema institucional y de estrategias que transformaron los riesgos a los cuales se encuentran expuestos los agentes participantes del mercado, al tiempo que ha incentivado el diseño de nuevas estrategias de negociación, inversión y operación, asociadas a mayores barreras para el ingreso de nuevos competidores y el aumento en la participación de mercado de los competidores en este.

Entre las barreras en los mercados de generación energética, se destaca la elevada exigencia asociada a los montos de inversión. De esto se deriva el interés por valorar los proyectos e identificar su viabilidad. Sin embargo, este proceso se torna complejo, ya que su determinación depende del comportamiento del precio de la electricidad, el cual es estocástico, con presencia de observaciones extremas en algunos momentos. De forma que, entender la dinámica cíclica y tendencial, y encontrar modelos realistas para pronosticar los precios de la electricidad es esencial para establecer los lineamientos de las transacciones futuras.

Esta necesidad ha contribuido al desarrollo de la literatura con la propuesta de múltiples modelos de los precios de la electricidad. Modelos que consideran los componentes de todo el sistema eléctrico y sirven para la planificación a largo plazo; modelos matemático-financieros que se refieren a la volatilidad de los precios de la electricidad y se utilizan a menudo para la evaluación de derivados de energía; propuestas teóricas sobre el comportamiento estratégico de los diferentes participantes en el mercado de acuerdo a las expectativas futuras del precio de la energía; modelos de series temporales econométricos como procesos Arma y Garch para simular series y precios de previsión de electricidad durante un período de planificación a corto plazo y reflejar los patrones específicos como autocorrelación [5].

Las aplicaciones econométricas abordan el estudio desde diferentes perspectivas. Liu y Shi [6], presentan la aplicación de varios modelos autorregresivos de media móvil con procesos de heterocedasticidad condicional autorregresiva generalizada (Garch), comúnmente denominados modelos Arma-Garch. Los autores parten de considerar que la introducción de la

desregulación hace que los precios de la electricidad aumenten su incertidumbre y volatilidad. En el estudio se comparan diez modelos diferentes, para caracterizar y comprender el comportamiento de los precios de la electricidad, encontrando que los modelos Arma-Garch en media son en general una herramienta efectiva para modelar y pronosticar la media y volatilidad del precio de la electricidad, mientras que el Arma-Sgarch-M son modelos más simples y robustos.

Paraschiv, Fleten y Schürle [5], proponen un estudio sobre el pronóstico del precio *spot* de la energía mediante la aplicación de modelos de régimen de cambio estructural, partiendo de la curva *forward* de precios. Este aporte ofrece una herramienta que contribuye a las aplicaciones de gestión de riesgos, ya que el ajuste que ofrece tiene mayor robustez que el de los modelos econométricos tradicionales, permitiendo el pronóstico del precio en el largo plazo. El estudio contrasta dos modelos de cambio de régimen, el modelo base con proceso de reversión a la media, en el que se observan altas correlaciones entre horas sucesivas.

Los autores utilizan este resultado como soporte para modelar las variaciones de los precios *spot* que conforman la curva *forward*, mediante estimaciones autorregresivas. Adicionalmente, calibran el modelo incluyendo diferentes bloques por hora y diferenciando entre días de la semana y fines de semana, o entre las temporadas de verano e invierno. Los resultados empíricos indican que los precios de la electricidad muestran diferentes volatilidades y saltos en función de la hora del día, día de la semana o la estación del año. A pesar de que los autores no lo destacan, estas características pueden reconocer la existencia de "anomalías en el mercado", que permitan identificar patrones de comportamiento en los precios de la energía y posibilidades de obtener rentabilidades superiores.

La teoría econométrica clásica limita el análisis a series que cumplen con los supuestos de normalidad. Sin embargo, en el caso de las series financieras y de algunos *commodities*, la ausencia de normalidad genera dificultades en la aplicación de la autocorrelación. Esta evidencia exige la aplicación de herramientas alternativas para el estudio del precio en diferentes mercados. Uritskaya y Uritsky [7] investigan el pronóstico de los precios de la electricidad en la provincia de Alberta y Ontario en Canadá y el mercado US Mid-C. Los autores retoman la literatura sobre la memoria de largo plazo y utilizan el llamado *Detrended fluctuation analysis*, complementando con el análisis espectral de Fourier para identificar los componentes del ciclo

en el precio de la electricidad y el análisis de la distribución de probabilidad de Pareto para probar la estabilidad de los momentos estadísticos.

El movimiento de los precios en estos mercados muestra una fuerte antipersistencia, la cual sugiere que su dinámica se puede predecir sobre la base de los registros de los precios históricos de todo el rango de escalas de tiempo a partir de una hora a un mes, encontrando en los tres mercados diferentes niveles de eficiencia. Sin embargo, no realizan un estudio inicial para identificar normalidad en las series de los precios o de las variaciones logarítmicas y no consideran la importancia de contrastar los resultados con la econometría tradicional, este trabajo no muestra pruebas ni evidencia de estacionariedad de las series de tiempo, en especial al momento de identificar la eficiencia de los mercados.

La incertidumbre en el comportamiento futuro del precio de la energía se debe en gran medida a las expectativas de los agentes del mercado, lo que con frecuencia se traduce en resultados diferentes a la media histórica. No existe consenso sobre el tratamiento que se le debe dar en términos metodológicos a los precios atípicos. Así como se presentan trabajos que analizan diferentes opciones para su modelación, hay otros que no filtran los picos en los precios antes de realizar la estimación de las tendencias estacionales. Janczura, Trück, Weron y Wolff [2], estudian las tendencias y la estacionalidad en los precios *spot* de la electricidad para el corto y largo plazo, considerando el efecto de los valores extremos generados por las múltiples incertidumbres de este mercado.

Los autores afirman que la mejora de la robustez del modelo se puede lograr mediante un filtrado de los datos con algún procedimiento razonable para la detección de valores atípicos, y luego usar la estimación y procedimientos de prueba sobre los datos filtrados. Los autores contrastan los resultados obtenidos a través de *wavelet*, reconocido como un modelo de alta precisión y el promedio móvil ponderado exponencialmente (EWMA, por sus siglas en inglés), el cual tiene debilidades, ya que no captura completamente la estructura de la volatilidad, al ser un modelo de memoria corta. Lo anterior limita el análisis para el largo plazo y dificulta la comparación de los resultados obtenidos por los dos métodos.

En consecuencia, las particularidades del mercado energético ofrecen un entorno complejo para los generadores, comercializadores y reguladores. La búsqueda de soluciones a las inquietudes de estos agentes y la alta incertidumbre, que está presente tanto en el corto como en el largo plazo, in-

centiva el desarrollo de nuevas herramientas de modelación. Las aplicaciones exigidas en este escenario pretenden cumplir con estándares de eficiencia y parsimonia superiores a los obtenidos tradicionalmente, contribuyendo al aumento constante de literatura sobre el tema.

De este modo, se presenta en esta sección del capítulo, una aproximación al estado del arte de los modelos de descomposición de ciclos y tendencias, y su aplicación en el mercado energético en los últimos años.

En un estudio extensivo sobre la estimación y pronóstico del componente estacional de largo plazo de los precios *spot* de electricidad, Nowotarski, Tomczyk y Weron [8], consideraron un conjunto de alrededor de trescientos modelos de tres enfoques distintos para modelar dicho componente estacional de largo plazo (*Long Term Seasonal Component* o LTSC por sus siglas en inglés), usando: a. funciones constantes por partes o *dummies*, b. funciones sinusoidales o suma de funciones sinusoidales de diferentes frecuencias, y c. modelos basados en ondas (*wavelets*).

Nowotarski, Tomczyk y Weron, encontraron que los modelos basados en ondas no solo fueron los mejores en la extracción del componente estacional de largo plazo, sino también los mejores en términos de pronosticar los precios *spot* de la electricidad hasta un año antes, en comparación con los comúnmente usados *Dummies* mensuales y los modelos basados en funciones sinusoidales o suma de funciones sinusoidales de diferentes frecuencias.

Por su parte, Schlüter y Deuschle [9], desarrollaron un trabajo que presenta a tres de los modelos clásicos de pronóstico: 1. modelo estructural de series de tiempo, 2. ARMA (autoregressive Moving Average) y su extensión, 3. el Arima (Autoregressive Integrated Moving Average) intentando verificar la creencia de que al incorporar transformaciones por ondas a las series de tiempo en métodos de pronóstico clásicos, se puede mejorar la precisión y calidad del pronóstico, ya que mediante la transformación por ondas de una serie de tiempo, esta puede descomponerse en una suma de componentes de frecuencia dependientes en el tiempo, y como resultado, es posible capturar estacionalidades con periodos que varían en tiempo e intensidad.

Para lograr verificar lo anterior, compararon el poder de los métodos de pronóstico clásicos y las extensiones, basadas en ondas de esos modelos, considerando cuatro series de tiempo (precios del petróleo WTI, precios de

la acción de Deutsche Bank, tipo de cambio ureo/dólar y la serie de precios de energía del mercado UK), cada una con características individuales.

Encontraron que el uso de ondas de forma conjunta con los modelos clásicos de pronóstico, puede mejorar la calidad y precisión del pronóstico, pero los resultados no confirman las aseveraciones de Yang, Chung y Wong [10], quienes señalan que los modelos estructurales de series de tiempo basados en ondas o los procesos de ondas localmente estacionarios mejoran la calidad de predicción. Más allá de esto, hallaron que en todos los escenarios es posible encontrar un método basado en ondas que se comporte mejor que los modelos clásicos de pronóstico. Sin embargo, la selección del método dependerá de las propias características de las series de tiempo a analizar.

Una clara desventaja del enfoque de modelación del LTSC, usando los modelos basados en ondas, es que al usar ondas se incrementa la complejidad del modelo, pues un mayor número de parámetros deben ser estimados para implementarlo y debe seleccionarse la familia de funciones de ondas a utilizar. El número de pasos se incrementa y se aumentan las fuentes de error.

Para facilitar y solucionar este problema de implementación, Zator y Weron [11], en un trabajo a manera de nota técnica sobre el uso del filtro Hodrick-Prescott (HP) en los mercados de energía europeos (EEX, Nord Pool y PJM), proponen utilizar el filtro HP, ampliamente conocido y usado en macroeconomía para identificar el componente estacional de largo plazo (LTSC) de los precios *spot* de la electricidad y, aunque el filtro HP fue originalmente diseñado para un propósito distinto, prueban que trabaja muy bien en el contexto de los precios de mercados de energía.

Reconociendo la importancia que tiene la elección del parámetro de suavizamiento ( $\lambda$ ), Zator y Weron [11] buscan el parámetro ( $\lambda$ ) que tenga el mejor desempeño para datos típicamente encontrados en el modelado de mediano plazo para series de precios *spot* de electricidad de los mercados EEX, Nord Pool y PJM, y contrastan su ajuste respecto a dos modelos de estimación del componente estacional de largo plazo (LTSC), el primero de ellos, referente a modelos de suavizamiento basados en la familia de ondas Daubechies de orden veinticuatro y considerando cinco, seis, siete y ocho niveles de descomposición, y el segundo, un modelo de senos de un periodo de trescientos sesenta y cinco días combinado con un EWMA (*Exponentially Weighted Moving Average*) con parámetro de suavizamiento de 0,975.

Encuentran que el valor del parámetro ( $\lambda$ ) que minimiza las diferencias cuadráticas entre el filtro HP y el modelo de ondas y la combinación Sin-EWMA para obtener el componente estacional de largo plazo (LTSC) varía de aproximadamente  $5 \cdot 10^4$  a  $5 \cdot 10^7$  y muestran que el filtro HP es capaz de identificar correctamente el componente estacional de largo plazo (LTSC) para las series de precios spot de la electricidad y que parece existir una relación relativamente universal entre el parámetro de suavizamiento óptimo ( $\lambda$ ) y el nivel ( $k$ ) en los modelos de descomposición basados en ondas, de tal manera, que un parámetro ( $\lambda \approx 5 \cdot 10^{k-1}$ ) aproximadamente corresponde a una aproximación por ondas ( $S_k$ ).

El filtro HP parece ser más robusto que los modelos de ondas, aunado a que el método es simple y permite obtener una estimación precisa del componente estacional de la serie dada. En términos de flexibilidad (i.e. capacidad de producir un ajuste suave y preciso de varias series de tiempo de precios *spot*), es comparable a los modelos de ondas para la estimación del componente estacional (LTSC), y en términos de complejidad computacional es por mucho superior y más fácil de implementar, ya que solo necesitamos estimar el parámetro ( $\lambda$ ) óptimo, mientras que en los modelos basados en ondas los parámetros a determinar son varios, incluyendo el nivel de descomposición, la familia de ondas a utilizar y el orden de las mismas.

### 6.3 Metodología

Partiendo del referente conceptual del filtro HP sabemos que las series de tiempo económicas pueden ser vistas como la suma de componentes de ciclo y tendencia, esto quiere decir que una serie de tiempo denotada por  $Y_t$  es la serie observada en  $t = 1 \dots N$ , donde  $\tau_t$  es su componente tendencial, también llamado componente de crecimiento y  $C_t$  es el componente cíclico, ambos componentes no observables directamente. Entonces se tiene que:

$$Y_t = \tau_t + C_t \quad \text{para } t = 1, \dots, N \quad (2)$$

Originalmente, el filtro propuesto por Hodrick y Prescott [12] sirve para estimar una serie de tendencia y nace al minimizar la función:

$$M(\lambda) = \sum_{t=1}^N (Y_t - \tau_t)^2 + \lambda \sum_{t=3}^N (\tau_t - 2\tau_{t-1} + \tau_{t-2})^2 \quad (3)$$

La primer sumatoria minimiza la diferencia entre la serie de tiempo y su componente tendencial, la cual corresponde al componente cíclico de  $Y_t$ . La segunda sumatoria minimiza la diferencia de segundo orden del componente tendencial.

El parámetro  $\lambda$  tiene demasiada importancia en la implementación del filtro HP, ya que es una constante que establece una relación de balance entre la fidelidad de la tendencia a los datos de  $Y_t$  y su suavizamiento.

Es decir, al escribir ( $F$ ) como fidelidad y ( $S$ ) suavizamientos, observamos que:

$$F = \sum_{t=1}^N (Y_t - \tau_t)^2 \quad (4)$$

$$S = \lambda \sum_{t=3}^N (\tau_t - 2\tau_{t-1} + \tau_{t-2})^2 \quad (5)$$

Conforme  $\lambda \downarrow 0$ ,  $M(\lambda)$  solo tiene en cuenta la fidelidad ( $F$ ) a los datos, o sea que  $\tau_t \rightarrow Y_t$  para toda  $t = 1, \dots, N$ , de manera que no hay suavizamiento y lo que se obtiene es un símil de  $Y_t$ . Lo contrario ocurre si  $\lambda \rightarrow \infty$ , en cuyo caso la tendencia se suaviza tanto que se comporta como una línea recta, descrita con  $(\tau_t = 2\tau_{t-1} - \tau_{t-2})$  para  $t = 3, \dots, N$ .

En la práctica existen muchas opiniones favorables y críticas respecto al uso del filtro HP en la determinación de ciclos en series de tiempo económicas. Sin embargo, esta técnica goza de gran validez y aplicación práctica al mostrar resultados favorables en la identificación de ciclos. Sin duda, el gran problema a resolver en el uso del filtro HP, es la elección de la constante de suavizamiento denotado por  $\lambda$ .

En la propuesta original del filtro HP, los autores dedican especial énfasis en el valor del parámetro de suavizamiento y considerando datos trimestrales, la periodicidad de datos más usada en el estudio del análisis de ciclos. Con esto, los autores llegan a la conclusión de que un "componente cíclico del 5 % es moderadamente grande, ya que es un cambio de  $1/8$  de 1 % en la tasa de crecimiento trimestral", lo cual conduce a seleccionar

$$\sqrt{\lambda} = \frac{5}{\frac{1}{8}} = 40. \text{ O bien, } \lambda = 1600, \text{ como el valor del parámetro de suavizamiento.}$$

Tal como refiere Maravall y del Río [13], es cierto que existe un consenso en tomar este valor de suavizamiento considerando datos trimestrales, dado que ha funcionado bien en la práctica. Sin embargo, el consenso desaparece cuando datos con distinta periodicidad a la trimestral se quieren analizar, como lo es el caso del presente trabajo de investigación, en el cual se consideran precios diarios de energía en el mercado colombiano.

Sobre la elección del parámetro de suavizamiento se han desarrollado varios trabajos, por ejemplo, Baxter y King [14] recomiendan usar el valor

de  $\lambda=10$ , Apel, Hansen y Lindberg [15] usan  $\lambda=400$ , mientras que Backus y Kehoe [16], y el Banco Central europeo determinan usar un  $\lambda=100$ , para datos anuales. Sin embargo, como se menciona en el trabajo de Maravall y del Río [13] ninguno de los autores mencionados ligan la relación entre los valores de  $\lambda$  usados para distinta periodicidad de los datos.

Al respecto del parámetro de suavizamiento y partiendo de los trabajos de Maravall y del Río [13], en una sección posterior del presente trabajo se presenta metodológicamente el valor del parámetro  $\lambda$  calculado para datos diarios considerando la agregación temporal de la serie y partiendo de un valor pivote  $\lambda=1600$  para datos trimestrales, usando la regla empírica de Ravn y Uhlig [17], la cual permite obtener valores  $\lambda$  consistentes con la agregación temporal de la serie en estudio.

### 6.3.1 El filtro doble HP, aplicación propuesta por la OCDE

La versión del filtro doble del modelo original propuesto por Hodrick-Prescott, es el referente metodológico a utilizar en este trabajo para la descomposición del ciclo y tendencia de la serie de precios de energía.

Para solucionar la elección del parámetro  $\lambda$  se tienen dos caminos, ya sea optar por el enfoque del dominio de las frecuencias, que conduce a determinar primero las frecuencias que se desean eliminar con el filtro, o bien, se puede elegir el valor de  $\lambda$  que produzca un porcentaje de suavidad deseado para la tendencia. En este caso se opta por el dominio de las frecuencias con el cálculo de un parámetro lambda diario ( $\lambda_d$ ) consistente con la agregación temporal de la serie.

La primera técnica referida en líneas previas en la que se usa un  $\lambda$  bajo el dominio de frecuencias, se conoce como técnica OCDE, mientras que la segunda es una técnica de suavizamiento controlada por el analista.

En la técnica del dominio de las frecuencias, partiendo del trabajo de Kaiser y Maravall [18], se puede elegir un  $\lambda$  un en función del periodo de actividad cíclica que se desea analizar, es decir, en función del corte de las frecuencias bajas (tendencias). La frecuencia de corte se define como aquella que permite pasar 50 % de la ganancia original del ciclo y retiene el otro 50 %. Si se desea un corte de las frecuencias. De manera que el ciclo de referencia se complete en  $T$  meses, la fórmula a utilizar es [15]:

$$\lambda = \frac{1}{4 \left[ 1 - \cos\left(\frac{2\pi}{T}\right) \right]^2} \quad (6)$$

Para este trabajo, se toma como referente la aplicación práctica al caso de indicadores en México desarrollado por Guerrero [19], pero se considera un punto de corte de  $T=12$  meses, por lo que la constante que resulta en la primera aplicación del filtro HP para eliminar la tendencia, expresada como fluctuaciones de baja frecuencia (aquellas que se repiten cada doce meses), es  $\lambda = 10,777,364.8$ .

Una segunda aplicación del filtro HP se utiliza para suavizar el componente cíclico por fluctuaciones de alta frecuencia que no se consideran de carácter cíclico. Para ello se usa un corte de  $T = 1$  mes, lo cual conduce a usar  $\lambda = 523.53$ . En consecuencia, al aplicar dos veces el filtro HP se produce un filtro pasa bandas y la serie resultante se queda con fluctuaciones cíclicas que van de uno a doce meses.

Es menester señalar que existen otras técnicas de carácter económico y estadístico que son utilizadas en la práctica para extraer los componentes de series de tiempo económicas, tales como los modelos de componentes no observables, los métodos del dominio de las frecuencias, los modelos de descomposición por medio de familias de ondas y filtros, como el de cristiano y Fitzgerald.

### 6.3.2 Aplicación del filtro de Hodrick y Prescott en el mercado energético colombiano

El análisis usa como *input* los precios diarios entre el primero de enero de 2000 y el 9 de septiembre de 2015 del mercado *spot* de energía en Colombia. Se identifican las Franjas Horarias de la mañana y de la noche de los precios con mayor media y volatilidad histórica, y se seleccionan los precios diarios de las siete de la mañana (D\_SIETE\_AM), las siete de la noche (D\_SIETE\_PM) y las ocho de la noche (D\_OCHO\_PM), así como el precio de bolsa (D\_PRECIO\_BOLSA), contando con 5.731 observaciones para cada una de las cuatro series seleccionadas.

## 6.4 Resultados

La energía es un *commodity* que caracteriza por los altos niveles de incertidumbre, generado principalmente por su dependencia al comportamiento del precio de los combustibles. En el caso colombiano, el mercado es altamente hidroddependiente y genera un elevado nivel de volatilidad en el comportamiento de los precios (ver figura 6.3). Desde comienzos de 2012 hasta la fecha de análisis, la serie histórica de precios presenta un crecimiento que se acompaña con periodos de elevada volatilidad.

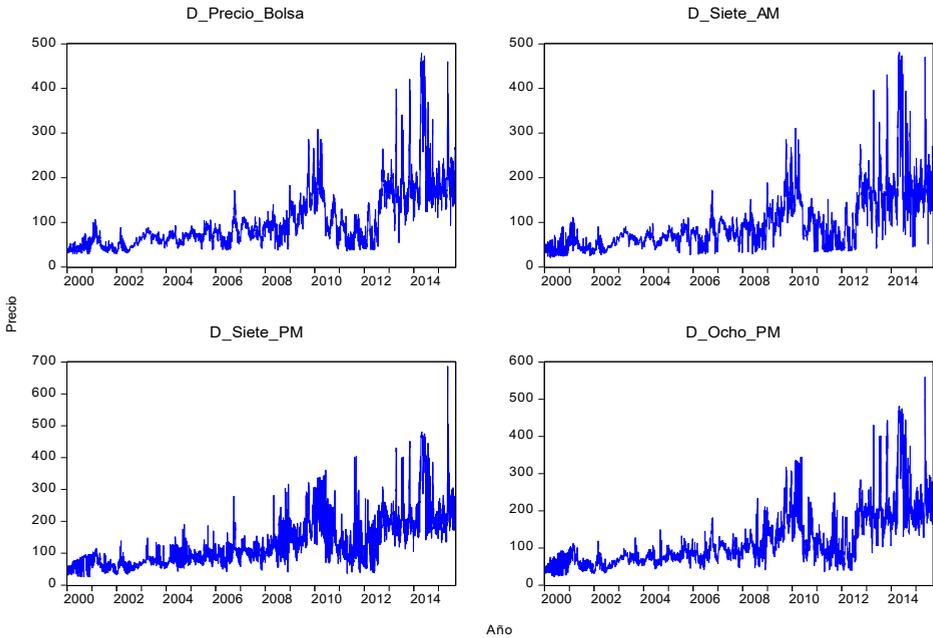


Figura 6.3. Serie de precios diarios de energía en bolsa

Fuente: elaboración propia desarrollada en Matlab.

Se realizó un análisis de raíz unitaria, normalidad y asimetría de las series, donde el precio promedio más bajo es el de las siete de la mañana en 96,902 \$/kWh. En contraste, el precio de las siete de la noche es el máximo para las franjas horarias que se analizan a un nivel medio de 129,9 \$/kWh. El precio de bolsa refleja la combinación lineal de las veinticuatro horas en la que se ofrece el servicio, situándose por encima del 42 % de los precios horarios (ver figura 6.4).

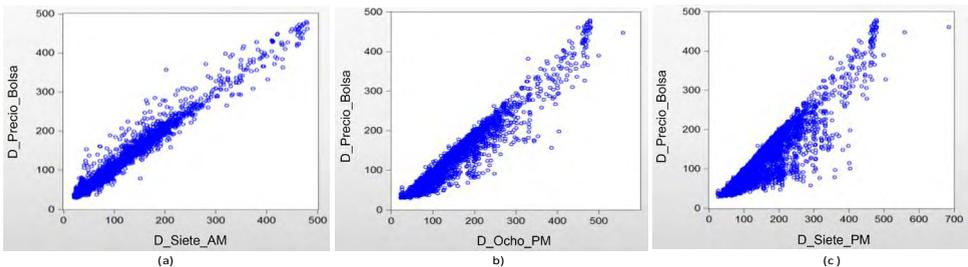


Figura 6.4. Precio por franjas horarias vs. precio en bolsa diario

Fuente: elaboración propia.

En los cuatro casos el Jarque-Bera rechaza la hipótesis de distribución normal. Todas las series presentan una fuerte concentración con resultados atípicos a la derecha de la media (ver tabla 6.1).

Tabla 6.1. Estadísticas descriptivas

	<b>D_Siete_AM</b>	<b>D_Siete_PM</b>	<b>D_Ocho_PM</b>	<b>D_Precio_Bolsa</b>
Media	96,90	129,93	116,38	101,60
Mediana	75,36	102,49	90,61	78,32
Máximo	480,53	686,49	559,08	478,88
Mínimo	21,53	25,95	23,10	28,84
Std. Dev.	65,29	78,87	74,32	65,97
Asimetría	2,22	1,73	2,02	2,09
Curtosis	10,25	6,94	8,34	9,16
Jarque-Bera	17255,59	6568,79	10702,25	13258,97

Fuente: elaboración propia.

Uno de los pasos ampliamente utilizados para el estudio de series temporales es el enfoque de Box, Jenkins y Reinsel [20], en el cual se propone identificar la estacionariedad de las series mediante la aplicación de los test de raíces unitarias. Dichos test sugieren la necesidad de estabilizar las series alrededor de un valor, con el objetivo de cumplir con los supuestos de la distribución normal empleada en los modelos econométricos para identificar la estacionariedad en media de los precios, en las diferentes franjas se aplicaron los test de Dicki-Fueller (ADF), Phillips-Perron (PP), Kwiatkowski-Phillips-Schmidt- Shin (KPSS).

Los resultados indican la presencia de raíz unitaria, lo que exige la transformación de las series para su estudio posterior (ver tabla 6.2). El pronóstico desarrollado con las herramientas econométricas puede generar ineficiencias, debido precisamente a los cambios que se le deben realizar a las series para cumplir con los supuestos de estos modelos.

En contraste, existen herramientas analíticas que permiten el estudio de las series en horizontes de tiempo de corto y largo plazo, que permiten trabajar con una serie que no pierde su fidelidad original. Cuando desarrollamos análisis sobre series financieras, uno de los problemas de mayor importancia es la estimación y consecuente pronóstico que trate con la tendencia y el componente estacional de los datos [8].

Tabla 6.2. Prueba de raíz unitaria para precios diarios

	D_Siete_AM	D_Siete_PM	D_Ocho_PM	D_Precio_Bolsa	
	1	-12,42647	-18,63987	-13,42613	-9,999708
	2	-10,65049	-15,79645	-11,30017	-9,695157
ADF	3	-9,842499	-13,46334	-10,16426	-9,011292
	4	-9,107061	-11,9034	-9,943796	-8,626719
	5	-8,444826	-10,19228	-9,691427	-8,231527
	1	-14,25216	-22,88371	-15,95713	-10,58767
	2	-13,44948	-22,29836	-15,09409	-10,4073
PP	3	-13,12992	-22,06827	-14,77264	-10,17149
	4	-12,94599	-22,18433	-14,86636	-10,00099
	5	-12,84297	-22,34822	-15,01232	-9,852027
	1	7,572058	5,149107	7,621975	8,195991
	2	5,175167	3,63072	5,233207	5,546056
KPSS	3	3,95361	2,834783	4,007726	4,214312
	4	3,211833	2,33827	3,260201	3,411698
	5	2,712524	1,996599	2,757516	2,874526

Fuente: elaboración propia.

El modelo está especificado con intercepto y tendencia para las tres pruebas DFA, PP y KPSS:

- La hipótesis nula bajo la prueba KPSS es estacionariedad de la serie. El valor crítico del estadístico es 0,146 al 0,05 de significancia.
- La hipótesis nula bajo la prueba DFA es no estacionariedad de la serie. El valor crítico del estadístico es -3,41 al 0,05 de significancia.
- La hipótesis nula bajo la prueba PP es no estacionariedad de la serie. El valor crítico del estadístico es -3,41 al 0,05 de significancia.

Se consideran diferentes ventanas de tiempo para las series de precios mensuales y diarios, con el objetivo de identificar los componentes de tendencia y ciclo de cada una de ellas (ver tabla 6.3). Lo anterior busca eliminar el ruido de las series de precios originales y mostrar el ciclo real de las series para diferentes franjas horarias y agregaciones temporales, siendo el primer análisis para datos mensuales. Las estimaciones realizadas consideran una captura para cinco años, tanto en las series mensuales como diarias.

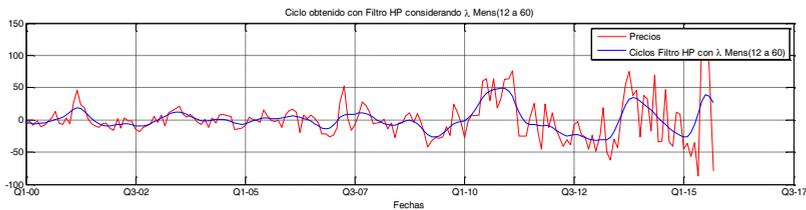
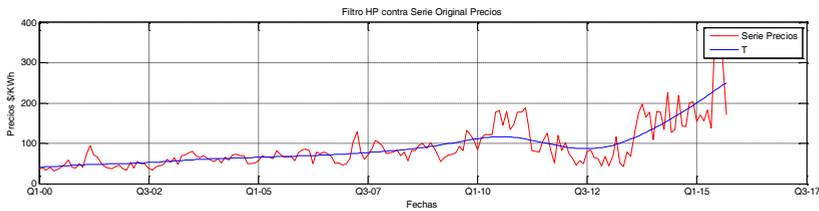
La figura 6.5 se compone de cuatro paneles a, b, c y d, en los que se presentan los ciclos y las tendencias para los precios de la energía de las

siete de la mañana, siete y ocho de la noche y el precio de bolsa promedio diario, respectivamente.

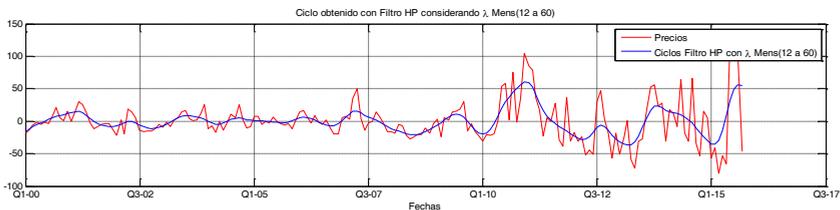
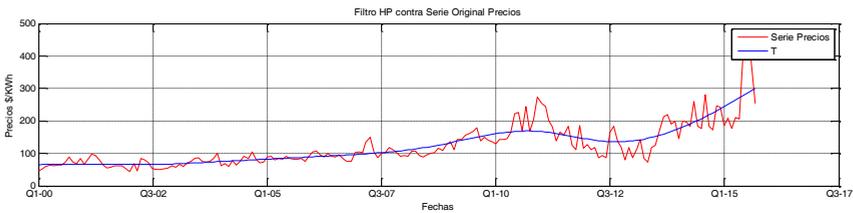
Tabla 6.3. Agregaciones y ventanas temporales

Nivel de frecuencia	Días	Lambda	Ventana
Alta frecuencia	360	10.777.364,68	Captura para cinco años
Baja frecuencia	1800	6.735.524.635,70	
Alta frecuencia	30	523,53	Captura para un año
Baja frecuencia	360	10.777.364,68	
Alta frecuencia	30	523,53	Captura para dos años
Baja frecuencia	720	172.431.269,06	
Alta frecuencia	180	673.687,89	Captura para un año y medio
Baja frecuencia	720	172.431.269,06	

Fuente: elaboración propia.



(a)



(b)

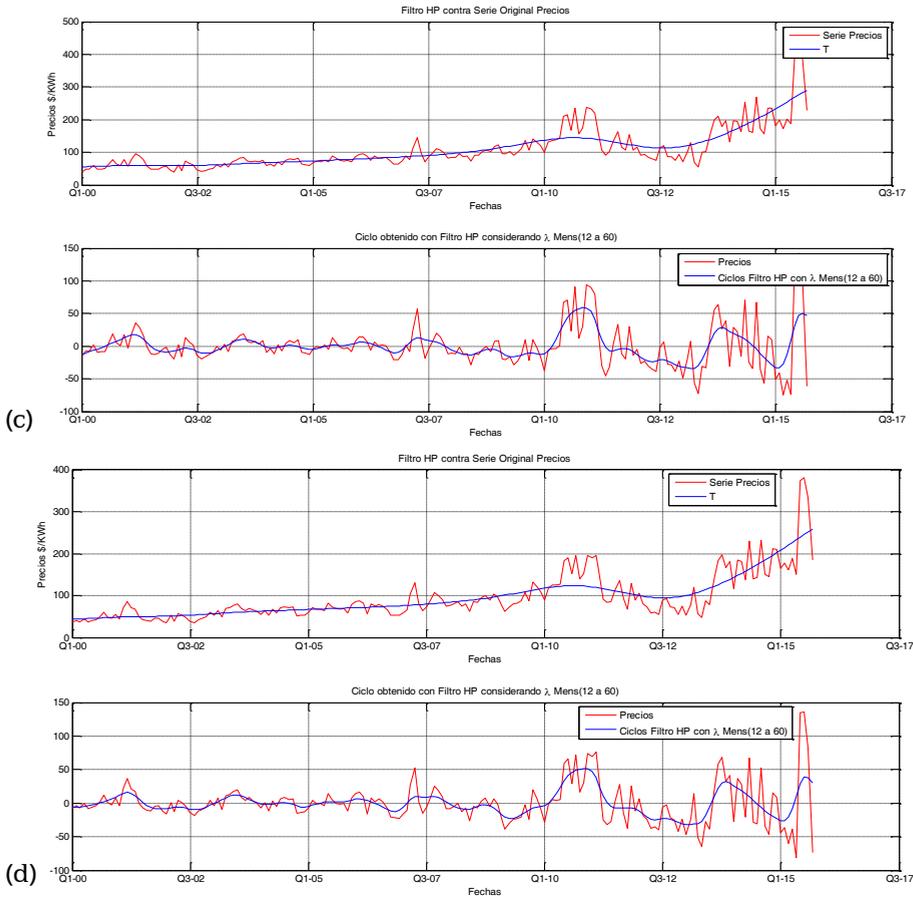
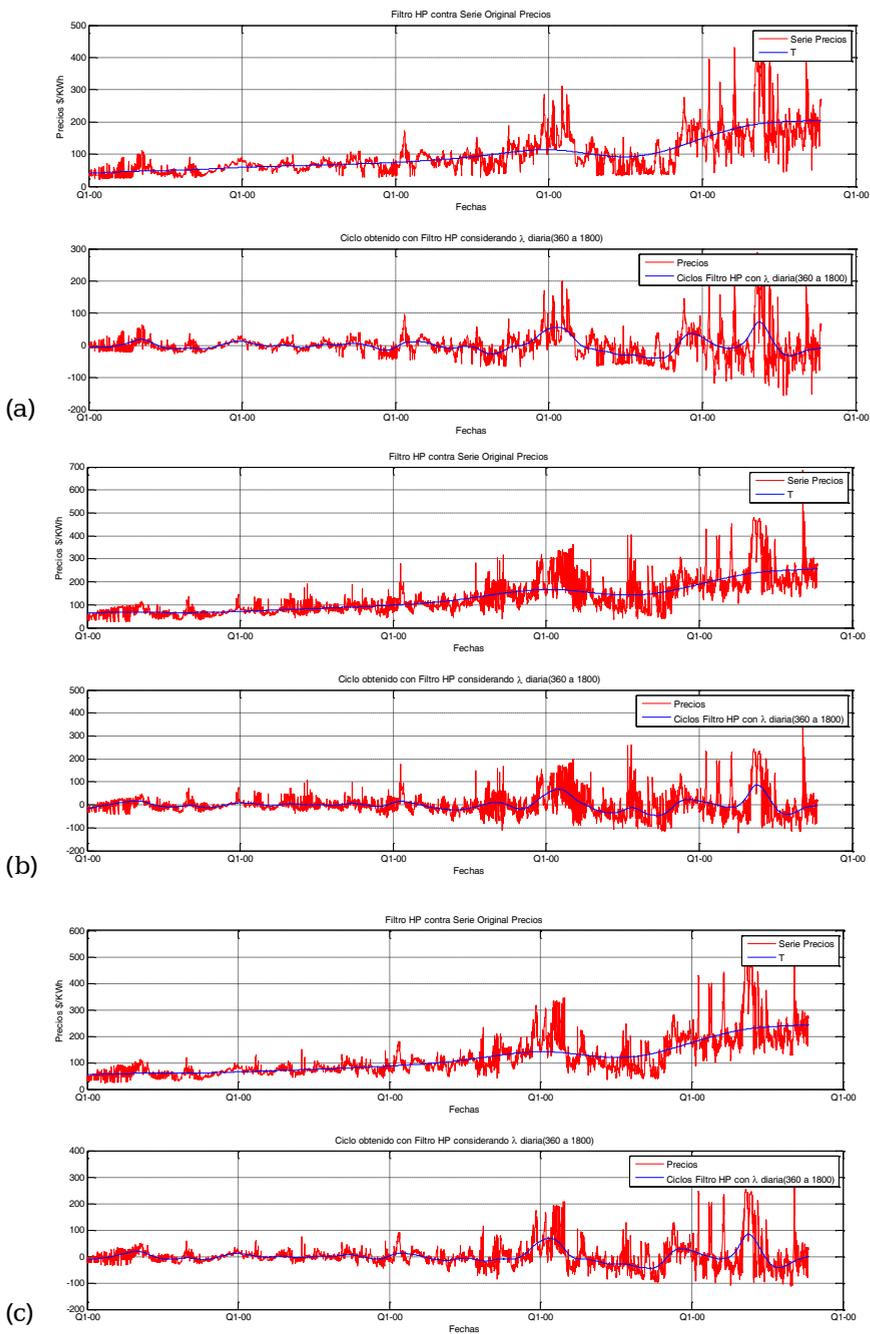
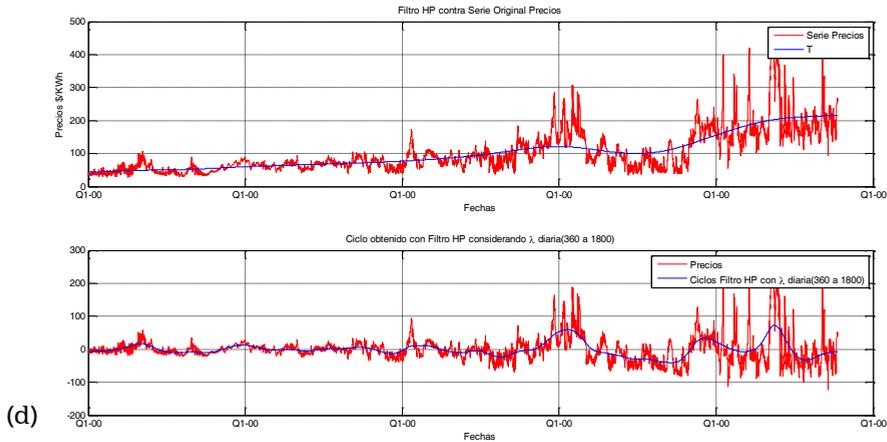


Figura 6.5. HP precios mensuales. Ventana de tiempo  $t=12$  a  $T=60$

Fuente: elaboración propia.

Los ciclos obtenidos en las diferentes ventanas de tiempo para la serie mensual (ver a, b y c, d), reflejan los periodos de crecimiento del precio, especialmente entre los últimos meses del año 2010 e inicios del 2011, en el 2014 y el nuevo inicio de un ciclo durante el 2015. Estos periodos se caracterizan por una alta expectativa de presencia del Fenómeno de El Niño. El contexto de hidrodependencia que caracteriza al mercado colombiano, genera fuertes efectos de variabilidad en el precio, debido a la expectativa de crecimiento en los costos marginales de la operación del sistema, al reducirse los aportes hidrológicos y consecuentemente la capacidad de generación hidráulica, que es de menor costo [3].





(d)

Figura 6.6. HP precios diarios. Ventana de tiempo  $t=360$  a  $T=1800$

Fuente: elaboración propia.

La correlación entre los componentes cíclicos de las series con los respectivos precios en cada franja, posibilita identificar el co-movimiento de las series libres de la influencia de patrones que están exógenos al comportamiento de las variables en el largo plazo. En el análisis diario se resalta un nivel importante de correlación a los ciclos de las diferentes franjas horarias, superiores al 72 % y superiores al 60 % al compararlas con los precios en las respectivas franjas horarias. Este comportamiento ofrece indicios sobre la relación entre el precio horario y las variables propias del mercado energético (ver anexo 1).

Dado que el componente de la serie consta tanto del ciclo como de la tendencia, apelando a la coherencia es necesario analizar la correlación entre las tendencias en las diferentes franjas horarias y de estas con los precios. Los resultados obtenidos indican un co-movimiento lineal elevado, superior al 98 % y al 73 %, respectivamente. Esto sugiere la importancia de la influencia de variables en el corto plazo para la determinación del precio de la energía, tanto en las diferentes franjas horarias, como en el precio promedio.

Los resultados en términos de tendencia son similares, al momento de considerar una frecuencia mensual de las series. Sin embargo, esta agregación genera resultados diferentes a los obtenidos en frecuencias diarias, donde la correlación entre los ciclos en franjas horarias aumenta, pero disminuye significativamente los ciclos y los precios, con resultados inferiores al 2,4 %, e incluso en uno de los casos la correlación es negativa (ver anexo 2).

Los resultados dan indicios sobre la relación lineal entre los aspectos de corto y largo plazo del precio horario en frecuencia diaria y mensual, con el precio de la energía en bolsa. La tendencia muestra en ambos casos una relación importante con el precio, mientras que el comportamiento cíclico varía al comparar los resultados diarios y mensuales, indicando una mayor presencia de co-movimiento en el corto plazo.

## 6.5 Conclusiones

El estudio de la relación entre variables es fundamental en los análisis que realizan los reguladores e inversionistas al enfrentarse a la toma de decisiones en contextos inciertos. La estimación del componente cíclico de los precios de la energía es fundamental para obtener conclusiones certeras sobre el tipo de relación que se da con las series que determinan su comportamiento futuro. La propuesta de este estudio genera las bases para nuevas investigaciones, en las que se considere la relación entre los ciclos de los precios y la gran diversidad de variables que tienen correlación con el precio.

En este artículo, se usa el filtro de Hodrick y Prescott [12] para estimar y separar el componente de la tendencia del precio mensual y diario, así como lograr capturar el componente cíclico. El componente tendencial en las diferentes ventanas y agregaciones indica un comportamiento estable hasta año 2012, y es a partir de ese momento que se refleja un notable crecimiento en el precio de la energía. El uso eficiente de energía eléctrica y combustibles fósiles está asociado al encarecimiento de estas fuentes de energía que se ha acentuado en los últimos cuatro años.

La variación del precio de la energía en Colombia ha estado significativamente por encima del nivel de inflación del país durante los últimos cinco años. El precio de este *commodity* consiguió su máxima variación en noviembre de 2014 con un incremento anual de 10,6 %. Al corte de febrero de 2015, la inflación anual de energía eléctrica fue 7,0 % [21]. Estos resultados se deben a la coincidencia de varios aspectos que han presionado el incremento del precio, la expectativa de los efectos del Niño sobre el nivel de los embalses hídricos; el incremento del consumo residencial que pasó de representar el 41 % del consumo total de energía eléctrica en 2003, a ser el 46 % del consumo total en 2014 y el incremento en el precio de los combustibles fósiles.

Al momento de tomar decisiones en el mercado eléctrico colombiano, los determinantes del precio representados en los componentes de tendencia y

ciclo indican una relación lineal significativa en el corto plazo con el precio en bolsa. En el largo plazo la relación con el ciclo disminuye, mientras la importancia de la tendencia se mantiene.

## Referencias

- [1] E. F. Fama, "The Behavior of Stock-Market Prices", *The Journal of Business*, vol. 38, n.º 1, pp. 34-105, 1965.
- [2] J. Janczura, S. Trück, R. Weron y R. Wolff, "Identifying spikes and seasonal components in electricity spot price data: A guide to robust modeling", *Energy Econ.*, vol. 38, pp. 96-110, julio 2013.
- [3] A. M. Macias y J. Andrade, (2014). Estudio de generación bajo escenarios de cambio climático [en línea]. Disponible en: <https://bit.ly/3kGz8UR>
- [4] L. Suganthi y A. A. Samuel, "Energy models for demand forecasting-A review", *Renew. Sustain. Energy Rev.*, vol. 16, n.º 2, pp. 1223-1240, febrero 2012.
- [5] F. Paraschiv, S. E. Fleten y M. Schürle, "A spot-forward model for electricity prices with regime shifts", *Energy Econ.*, vol. 47, pp. 142-153, enero 2015.
- [6] H. Liu y J. Shi, "Applying ARMA-GARCH approaches to forecasting short-term electricity prices", *Energy Econ.*, vol. 37, pp. 152-166, mayo 2013.
- [7] O. Y. Uritskaya y V. M. Uritsky, "Predictability of price movements in deregulated electricity markets", *Energy Econ.*, vol. 49, pp. 72-81, mayo 2015.
- [8] J. Nowotarski, J. Tomczyk y R. Weron, "Robust estimation and forecasting of the long-term seasonal component of electricity spot prices", *Energy Econ.*, vol. 39, pp. 13-27, septiembre 2013.
- [9] S. Schlüter y C. Deuschle, "Using wavelets for time series forecasting: Does it pay off?", Friedrich-Alexander-Universität, Núremberg, Work. Paper, 2010.
- [10] H. Yang, C. Y. Chung y K. P. Wong, "Optimal fuel, power and load-based emissions trades for electric power supply chain equilibrium", *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 27, n.º 3, pp. 1147-1157, 2012.

- [11] R. Weron y M. Zator, "Revisiting the relationship between spot and futures prices in the Nord Pool electricity market", *Energy Econ.*, vol. 44, pp. 178-190, julio 2014.
- [12] R. J. Hodrick y E. C. Prescott, "Postwar U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation", *Credit Bank.*, vol. 29, n.º 1, pp. 1-16, 1997.
- [13] A. Maravall y A. del Río, "Temporal aggregation, systematic sampling, and the Hodrick-Prescott filter", *Comput. Stat. Data Anal.*, vol. 52, n.º 2, pp. 975-998, octubre 2007.
- [14] M. Baxter y R. G. King, "Measuring Business Cycles: Approximate Band-Pass Filters for Economic Time Series", *Rev. Econ. Stat.*, vol. 81, n.º 4, pp. 575-593, 1999.
- [15] M. Apel, J. Hansen y H. Lindberg, "Potential Output and Output Gap", *Q. Rev. Bank Sweden*, vol. 3, pp. 24-35, 1996.
- [16] D. Backus y P. Kehoe, "International Evidence on the Historical Properties of Business Cycles", *Amer. Econ. Rev.*, vol. 82, n.º 4, pp. 864-888, 1992.
- [17] M. Ravn y H. Uhlig, "On Adjusting the Hodrick-Prescott Filter for the Frequency of Observations", *The Rev. of Econ. and Stat.*, vol. 84, n.º 2, pp. 371-375, 2002.
- [18] R. Kaiser y A. Maravall, "Estimation of the business cycle: A modified Hodrick-Prescott filter", *Span. Econ. Rev.* vol. 1, pp. 175-206, 1999.
- [19] V. M. Guerrero, "Capacidad predictiva de los índices cíclicos compuestos para los puntos de giro de la economía Mexicana", *Econ. Mex. Nueva Época*, vol. 22, n.º 1, pp. 47-99, 2013.
- [20] G. Box, G. Jenkins y G. Reinsel, *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, 4.ª ed., Wiley, 2013.
- [21] Ministerio de Minas y Energía de Colombia, "Proyección de la demanda de energía eléctrica y potencia máxima en Colombia (Marzo, 2015)", Unidad Planeación Min. Energética. Minist. Minas y Energía, Bogotá, Doc. Técnico, 2015.

## Anexos

### Anexo 1. Matriz de correlación entre ciclos vs. precios y tendencia vs. precios mensuales, por franjas horarias

Tabla 6.4. Matriz de correlación entre ciclos vs. precios y tendencia vs. precios mensuales, por franjas horarias

	D_Siete_ AM_C	D_Siete_ PM_C	D_Ocho_ PM_C	D_ Precio_C	D_Siete_ AM_P	D_Siete_ PM_P	D_Ocho_ PM_P	D_ Precio_P
D_Siete_ AM_C	1							
D_Siete_PM_C	0,728	1						
D_Ocho_PM_C	0,854	0,852	1					
D_Precio_C	0,963	0,070	0,923	1				
D_Siete_AM_P	0,701	0,517	0,604	0,679	1			
D_Siete_PM_P	0,504	0,676	0,584	0,557	0,875	1		
D_Ocho_PM_P	0,577	0,571	0,668	0,622	0,936	0,937	1	
D_Precio_P	0,639	0,537	0,613	0,664	0,983	0,915	0,969	1

	D_Siete_ AM_T	D_Siete_ PM_T	D_Ocho_ PM_T	D_ Precio_T	D_Siete_ AM_P	D_Siete_ PM_P	D_Ocho_ PM_P	D_ Precio_P
D_Siete_AM_T	1							
D_Siete_PM_T	0,985	1						
D_Ocho_PM_T	0,996	0,995	1					
D_Precio_T	0,999	0,989	0,999	1				
D_Siete_AM_P	0,754	0,736	0,748	0,752	1			
D_Siete_PM_P	0,760	0,768	0,765	0,762	0,875	1		
D_Ocho_PM_P	0,780	0,774	0,779	0,780	0,936	0,937	1	
D_Precio_P	0,788	0,774	0,783	0,786	0,983	0,915	0,969	1

Fuente: elaboración propia.

D\_Siete\_AM\_C: representa el resultado asociado al análisis diario de las siete de la mañana en la serie del ciclo obtenida a través del filtro.

D\_Siete\_AM\_T: representa el resultado asociado al análisis diario de las siete de la mañana en la serie de la tendencia obtenida a través del filtro.

## Anexo 2. Matriz de correlación entre ciclos vs. precios y tendencia vs. precios mensuales, por franjas horarias

Tabla 6.5. Matriz de correlación entre ciclos vs. precios y tendencia vs. precios mensuales, por franjas horarias

	M_Siete_ AM_T	M_Siete_ PM_T	M_Ocho_ PM_T	M_Precio_T	M_Siete_ AM_P	M_Siete_ PM_P	M_Ocho_ PM_P	M_ Precio_P
M_Siete_AM_T	1							
M_Siete_PM_T	0,980	1						
M_Ocho_PM_T	0,995	0,994	1					
M_Precio_T	0,999	0,987	0,998	1				
M_Siete_AM_P	0,731	0,722	0,729	0,733	1			
M_Siete_PM_P	0,729	0,751	0,741	0,737	0,921	1		
M_Ocho_PM_P	0,720	0,729	0,727	0,726	0,955	0,982	1	
M_Precio_P	0,708	0,710	0,711	0,713	0,970	0,967	0,993	1
	M_Siete_ AM_C	M_Siete_ PM_C	M_Ocho_ PM_C	M_ Precio_C	M_Siete_ AM_P	M_Siete_ PM_P	M_Ocho_ PM_P	M_ Precio_P
M_Siete_AM_C	1							
M_Siete_PM_C	0,876	1						
M_Ocho_PM_C	0,963	0,939	1					
M_Precio_C	0,996	0,902	0,980	1				
M_Siete_AM_P	-0,034	-0,035	-0,037	-0,038	1			
M_Siete_PM_P	0,051	0,015	0,039	0,046	0,921	1		
M_Ocho_PM_P	0,036	0,014	0,023	0,031	0,955	0,982	1	
M_Precio_P	0,017	-0,003	0,003	0,011	0,970	0,967	0,993	1

Fuente: elaboración de los autores.

M\_Siete\_AM\_C: representa el resultado asociado al análisis mensual de las siete de la mañana en la serie del ciclo obtenida a través del filtro.

M\_Siete\_AM\_T: representa el resultado asociado al análisis diario de las siete de la mañana en la serie de la tendencia obtenida a través del filtro.



## CAPÍTULO VII

# Aplicación de opciones reales en la valoración de un proyecto de inversión en infraestructura pública: un caso de estudio en la construcción de un teleférico para el transporte

*Horacio Fernández Castaño<sup>1</sup>*

*Luis Fernando Montes Gómez<sup>2</sup>*

*Viviana María Henao Castaño<sup>3</sup>*

*Emerson Pérez Díez<sup>4</sup>*

### 7.1 Antecedentes

Los métodos de valoración de proyectos de inversión mediante opciones reales, constituyen una herramienta complementaria a la valoración de proyectos. Lo anterior, debido a que las metodologías clásicas presentan ciertas limitaciones, debido a que, para su cálculo, se asumen escenarios constantes para variables que presentan volatilidad en el tiempo, tales como: tasas de interés, precios, indicadores macroeconómicos o situaciones propias del proyecto. En este capítulo se presentan los resultados de la aplicación

---

<sup>1</sup> Ingeniero civil de la Universidad EIA, Medellín, Colombia, magíster en Matemáticas Aplicadas de la Universidad Eafit, especialista en Sistemas de Administración de la Calidad de la Universidad de Medellín, especialista en Gerencia de Construcciones de la Universidad de Medellín, licenciado en Matemáticas, Universidad de Medellín. Profesor de tiempo completo del programa de Ingeniería Financiera, Universidad de Medellín, Medellín, Colombia. Miembro activo del grupo de investigación Ginif. Correo electrónico: hfernandez@udem.edu.co

<sup>2</sup> Ingeniero electricista, Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia, magíster en Finanzas, especialista en Finanzas y Mercado de Capitales de la Universidad de Medellín, Medellín, Colombia. Profesor de tiempo completo del programa de Ingeniería Financiera, Universidad de Medellín, Medellín, Colombia. Miembro activo del grupo de investigación Ginif. Correo electrónico: lfmontes@udem.edu.co

<sup>3</sup> Ingeniera financiera y magíster en Finanzas, Universidad de Medellín, Medellín, Colombia. Correo electrónico: VMHenao@valoresbancolombia.com

<sup>4</sup> Ingeniero financiero de la Universidad de Medellín, Medellín, Colombia, magíster en Finanzas de la Universidad de Medellín, Medellín, Colombia. Correo electrónico: emersonperez01@yahoo.com

de las opciones reales compra secuencial y de crecimiento valoradas con árboles binomiales, como complemento de la valoración mediante VPN (valor presente neto), partiendo de los flujos de caja de un proyecto de inversión en infraestructura pública, que consiste en la construcción de un teleférico como medio de transporte. En este artículo se evidencian las bondades de las opciones reales en la valoración de proyectos de infraestructura, ya que con los resultados obtenidos se muestran las ventajas de incorporar la incertidumbre que generan en el tiempo este tipo de proyectos que exigen plazos muy largos y grandes inversiones de capital.

El objetivo principal de este capítulo es explorar cómo podríamos integrar el análisis de opciones reales en el escenario de planificación en la construcción y puesta en marcha de un teleférico, teniendo en cuenta variables volátiles de costo de materiales, con el fin de mejorar el proceso de toma de decisiones y los escenarios consistentes ilustrado a partir de un enfoque metodológico simplificado de valoración de opciones reales.

Este capítulo proporciona una visión general del enfoque de opciones reales para la valoración de un proyecto de inversión de infraestructura de un sistema de transporte aéreo constituido por un teleférico. El caso de estudio consiste en la construcción y puesta en marcha de un teleférico en un corregimiento cercano a la ciudad de Medellín y que será usado como medio de transporte masivo. Para el estudio se tomó como referentes algunos proyectos de características similares que se han desarrollado en diferentes lugares del mundo, donde el teleférico, como medio de transporte masivo, lleva varios años en operación. Se determinó el monto de las inversiones requeridas en maquinaria y obras civiles necesarias para su puesta en marcha, así como los pronósticos de ingreso y costos para la construcción del flujo de caja libre. Para así poder determinar la viabilidad financiera, a través del valor presente neto. Finalmente, se consideró la valoración de una opción real de abandono como complemento a la valoración tradicional.

Los autores vienen trabajando en la modelación matemático-financiera como docentes y estudiantes de la Maestría en Finanzas. Después de una introducción general a los conceptos de referencia y las brechas en la literatura respecto a la integración entre escenarios y opciones reales. Se presenta la formalización matemática y se ilustra los procedimientos para valorar las opciones reales. Finalmente, se aplica la valoración mediante opciones reales a un proyecto de infraestructura de cable aéreo o teleférico, se presenta los resultados, las conclusiones y la discusión.

El término opciones reales, toma su nombre de las opciones financieras. Esta noción se viene usando en las finanzas modernas para valorar oportunidades de inversión en mercados reales, es decir, mercados de productos y servicios como el de transporte por cable aéreo o teleférico. Estas infraestructuras de transporte facilitan la movilidad en las ciudades, pero al mismo tiempo están relacionadas con la promoción del turismo. De allí lo determinante de que los teleféricos sean ecológicos, convenientes y económicos [1].

Debido a la incertidumbre y el riesgo involucrados en la adopción de nuevos proyectos de infraestructura como las soluciones de movilidad por cable aéreo en diferentes territorios a nivel nacional, bien sea ciudades, corregimientos o zonas rurales, es necesario explorar el enfoque de análisis y valoración de proyectos mediante opciones reales. La valoración financiera en tales proyectos de inversión puede tratarse como una opción real. Si los inversionistas o financiadores del proyecto deciden llevarlo a cabo, deberán tener en cuenta las opciones y decisiones futuras atendiendo al ciclo del mismo, es decir, a su fase de diseño, construcción y operación o puesta en marcha [1].

La evaluación tradicional del proyecto, basada en el análisis de flujo de efectivo descontado, ignora la incertidumbre potencial en variables financieras críticas y en la conveniencia de la inversión desde el punto de vista de la flexibilidad gerencial en la fase de construcción. Un enfoque de opción real que toma prestadas ideas de opciones financieras, ofrece una nueva perspectiva [2]. En la literatura ha sido poco abordada la integración de las opciones reales con los desafíos y deficiencias en cuanto a las prácticas y planificación de proyectos, así como el control de tiempo y costo de proyectos de infraestructura en su fase de construcción.

Con todo, este capítulo contribuye de un lado a conceptualizar cómo se podría integrar el análisis de opciones reales en el escenario de planificación en la construcción y puesta en marcha de un teleférico [2]. Por otro lado, busca realizar una contribución práctica en cuanto a la cuantificación y recomendaciones como medidas o cursos de acción críticos e importantes para mejorar la práctica de planificación y control del proyecto.

## **7.2 Marco de referencia conceptual**

La entrega de proyectos de infraestructura de movilidad y transporte a su costo presupuestado, sigue siendo un desafío para muchos inversionistas y gobiernos locales o nacionales. Un problema que ha obstaculizado el progreso realizado para abordar esta dificultad, ha sido la disponibilidad de

datos empíricos que reflejan la naturaleza cambiante de las estimaciones de costos y su diferencia con la cuenta final de un proyecto, debido a cambios en variables financieras críticas.

Por lo tanto, existen desafíos en la planificación y control durante la fase de construcción de proyectos de infraestructura a pequeña, mediana y gran escala. Esto nos lleva a auscultar en el desarrollo de la teoría y de opciones en conjunto con los retos en la planificación por escenarios, incorporando los costos de materiales como variable crítica y de análisis de riesgo del proyecto [3].

Es así como, sobre la base del criterio de conveniencia económica, además de otros aspectos como los ambientales, en la construcción y puesta en marcha de un teleférico se debe examinar variables volátiles, tales como el costo de los insumos o materiales principales de construcción —el hierro y el cemento, por ejemplo— a través de la modelación bajo opciones reales.

El término de opciones reales, que toma su nombre de las opciones financieras y que en las finanzas modernas se asocia con el modelo *Black-Scholes* (usado para opciones financieras), podría emplearse para evaluar la conveniencia o valorar oportunidades de inversión en productos reales, servicios o proyectos de infraestructura. Diversas prácticas y técnicas de evaluación y planificación de proyectos de infraestructura se han desarrollado para ayudar a hacer frente y acotar la incertidumbre por parte de los inversionistas, financiadores y administradores del proyecto a lo largo de su ciclo de vida [1].

El ciclo del proyecto, independientemente del tamaño, costo y sector, consiste en secuencias de fases a través de las cuales este evoluciona desde la idea o concepción, elección de alternativas, diseño, evaluación *ex ante*, construcción, operación o puesta en marcha y evaluación *ex post*. Dentro cada una de estas fases, tiene lugar la toma de decisiones y la necesidad de evaluar las variables críticas que afectan la conveniencia, rentabilidad y valor del proyecto [2].

Además de lo anterior, es importante dejar sentado que la planificación se entiende como la previsión empresarial, la capacidad de la organización o de los administradores del proyecto de infraestructura en sus distintas fases, para responder con éxito a los cambios externos frente a la creciente incertidumbre, en este caso principalmente, sobre los costos de los materiales de construcción [3].

De manera que, similar a los escenarios, el análisis de opciones reales ha tenido gran aceptación entre los académicos, administradores, practicantes y consultores en evaluación de proyectos. Sin embargo, la literatura existente ofrece poca indicación de cómo combinar escenarios de planificación de proyectos de infraestructura con opciones reales, para poder hacer frente a las diferencias entre el enfoque analítico cualitativo de escenarios y el cuantitativo analítico de opciones [3]. Esta brecha en la literatura, representa una gran oportunidad para quienes evalúan proyectos, pues requiere explorar cómo los escenarios y el enfoque de planificación y las opciones reales podrían integrarse para superar las limitaciones de capacidad de respuesta a la contingencia y para hacer frente a la incertidumbre [4].

Según la literatura, en forma similar a los escenarios, las opciones reales se han convertido en una visión de futuro aceptada en la planificación de proyectos de inversión en infraestructura a lo largo de su ciclo. En particular, las opciones reales permiten el cálculo monetario con base en escenarios y pronóstico financiero de las variables críticas que afectan la factibilidad del proyecto desde el punto de vista de los inversionistas, financiadores y administradores. El desarrollo de la teoría de opciones reales ha permitido la aparición de modelos cada vez más complejos para el análisis y la valoración de opciones reales como herramienta de evaluación de proyectos de inversión [5].

Planteada así la cuestión, cabe destacar que las opciones reales han evolucionado para convertirse en un área principal de investigación académica con aplicación a mejorar los aspectos de la planificación de proyectos a lo largo de su ciclo de vida, mediante la gestión de la incertidumbre [6].

No obstante, la teoría de las opciones reales no se usa ampliamente como un todo o dentro de la disciplina del desarrollo de infraestructura y la gestión de proyectos de construcción. La creación de infraestructura ocurre casi exclusivamente en un entorno basado en proyectos. No es sorprendente que los gerentes de proyecto desempeñen un papel fundamental en el éxito de estos y tomen decisiones frecuentes que moldeen y reorganicen las estrategias de implementación, planificación y control. Bien se comprende que la importancia de la difusión de la evaluación de proyectos de infraestructura mediante opciones reales, radica en mejorar la comprensión del entorno y el comportamiento de gestión [6].

Así pues, la teoría de las opciones reales ha permitido a los tomadores de decisiones, consultores en evaluación de proyectos de inversión y académicos, la incorporación de escenarios, costos y beneficios a largo plazo ante cambios

en el entorno y en cuantificación monetaria de las variables financieras críticas que afectan la conveniencia, la rentabilidad y el valor económico del proyecto de inversión [3]. Planteada así la cuestión, alguna literatura sobre opciones reales viene haciendo énfasis en la integración de escenarios a las decisiones estratégicas en proyectos de inversión o decisiones corporativas de crecimiento, ampliación o abandono de productos o servicios a través de modelos dinámicos [7].

En conclusión, este capítulo se examina la teoría de opciones y su aplicación como procedimiento para la valoración y análisis que contribuye con la previsión empresarial, la capacidad de la organización o de los administradores del proyecto [8]. Lo anterior, con miras a atender que en las prácticas actuales de planificación y gestión de la construcción en entornos bajo incertidumbre, se pueden infravalorar los proyectos al no aprovechar las oportunidades para aumentar su valor y minimizar los riesgos, contribuyendo además a mejorar la comprensión del entorno y el comportamiento de gestión [9-10].

### 7.3 Metodología

La metodología de este capítulo consiste en un estudio de caso singular en el escenario de planificación en la construcción y puesta en marcha de un teleférico, que se apoya en el método de opciones reales para evaluar la factibilidad del proyecto.

Los métodos clásicos de valoración de proyectos son utilizados para medir la viabilidad económica del mismo con los recursos financieros disponibles. Así como ayudan a tomar la decisión de comprometer los recursos financieros en comparación con otras posibilidades que se conozcan de inversión.

Dentro de la valoración clásica, se tienen metodologías como el valor presente neto (VPN), la tasa interna de retorno (TIR), la relación beneficio costo (B/C), entre otros. Estas metodologías presentan ciertas limitaciones a la hora de valorar proyectos, entre las críticas a los métodos tradicionales de valoración, específicamente al método de valoración VPN, se destacan las críticas realizadas por Trigeorgis y Mason 1987 [11], Pindyck 1988 [12] y Dixit 1989 [13], quienes explican que la metodología tradicional se queda corta al momento de capturar el comportamiento cambiante de las variables que influyen en los proyectos de inversión, así como de la estrategia empresarial.

### 7.3.1 Evaluación mediante opciones

Una opción financiera es un instrumento financiero derivado, que se establece en un contrato que da a su comprador el derecho, pero no la obligación, a comprar o vender bienes o valores a un precio predeterminado, durante un periodo o en una fecha prefijada. Los elementos que conforman una opción son el activo subyacente (activo sobre el que se instrumenta la opción), el precio de ejercicio (precio de compra o de venta garantizado en la opción), el plazo al vencimiento y la prima (compensación monetaria que recibe el vendedor de la opción). Las opciones más comunes, conocidas como *Plain vanilla*, son las opciones europeas (solo se ejercen en la fecha que fue pactada desde la negociación) y las opciones americanas [14] (se ejercen en cualquier momento desde la fecha de su adquisición hasta la fecha de vencimiento de la opción).

### 7.3.2 Modelo de Black-Schole

Busca medir cómo la tasa de descuento de la opción varía con el tiempo y con el precio de la acción. Precio de una opción de compra y venta europea según Black y Scholes [15]:

$$C(S, t) = SN(d_1) - ke^{-rt}N(d_2) \quad (1)$$

$$P = Ke^{-rt}N(-d_2) - S_0N(-d_1) \quad (2)$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)t}{\sigma\sqrt{t}}; d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t}{\sigma\sqrt{t}}$$

Donde:

$C$ : es el valor de una opción europea de compra.

$S$ : es el valor actual del activo subyacente.

$K$ : es el precio de ejercicio de la opción.

$N$ : es la función de distribución acumulativa de la distribución normal.

$\sigma$ : es la desviación estándar.

$r$ : es la tasa de interés de mínimo riesgo.

$t$ : es el tiempo en años hasta el ejercicio de la opción.

### 7.3.3 Simulación por Montecarlo

La simulación por Montecarlo consiste en hacer un muestreo aleatorio de aquellas variables estocásticas que definen la variable que se quiere pronosticar o evaluar. Se utiliza para simular un conjunto muy grande de procesos estocásticos o cuando no existen fórmulas cerradas.

### 7.3.4 Modelo binomial de formación de precios

El modelo binomial es un modelo discreto que permite observar el comportamiento de un activo a través del tiempo. Suponiendo que el precio del activo en el momento  $t$  se denota por  $S$  [16]. El modelo binomial establece que dicho activo tiende a comportarse de dos formas. Por una parte, una vez transcurrido el intervalo de tiempo  $\Delta t$  (árbol binomial a 1 paso),  $S$  puede subir hacia  $S_u$  o puede bajar al precio  $S_d$  como se observa en la Figura 7.1.

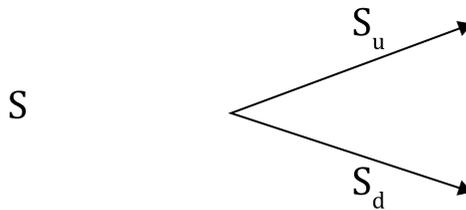


Figura 7.1. Movimiento de  $S$  (activo subyacente) en  $\Delta t$

Fuente: elaboración propia.

Sin embargo, el modelo se vuelve más complicado cuando se habla del periodo  $2\Delta t$  (árbol binomial a 2 pasos), pues como se observa en la figura 7.2, las posibilidades para  $S$  aumentan a tres, y así sucesivamente a medida que pasa el tiempo el árbol va aumentando a  $n$  pasos y arrojando  $n+1$  salidas para  $S$

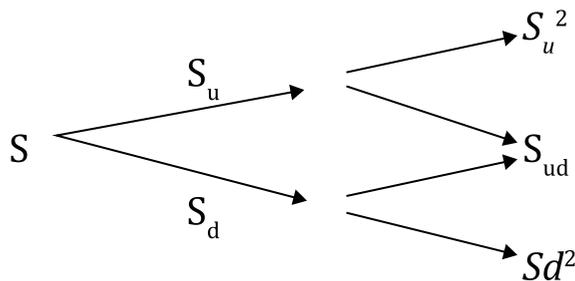


Figura 7.2. Movimiento de  $S$  (activo subyacente) en  $2\Delta t$

Fuente: elaboración propia.

El factor al alza  $u$  y el factor a la baja  $d$  se definen respectivamente como  $u = e^{\sigma\sqrt{t}}$  y  $d = \frac{1}{u}$

La probabilidad  $p$  de movimientos al alza y la probabilidad  $q$  de movimientos a la baja, están dadas respectivamente por:

$p = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d}$  y  $q = 1 - p$ , por lo tanto, el valor de una opción de compra está dado por:

$C(T-1, K, T) = (p \cdot C_u + (1-p) \cdot C_d) \cdot \frac{1}{1+r_f}$ , donde  $C_u = \text{MAX}[S_u - K, 0]$  y  $C_d = \text{MAX}[S_d - K, 0]$

Con  $T$  como tiempo al vencimiento,  $K$  precio de ejercicio,  $r_f$  tasa libre de riesgo,  $S_u$  el precio del activo al alza y  $S_d$  el precio del activo a la baja.

Para aplicar el método binomial se asumen las siguientes hipótesis:

- Mercado financiero perfecto, esto es, competitivo y eficiente, ausencia de costos de transacción, de información e impuestos, posibilidad de comprar o vender sin limitación alguna.

Existencia de una tasa de interés libre de riesgo a corto plazo ( $r_f = \text{Risk Free}$ ) conocida, positiva y constante para el período considerado (esto implica la posibilidad de prestar o tomar prestado al mismo tipo de interés).

- Todas las transacciones se pueden realizar de manera simultánea y los activos son perfectamente divisibles, la acción o activo subyacente no paga dividendos, ni cualquier otro tipo de reparto de beneficios, durante el período considerado, el precio del activo subyacente evoluciona según un proceso binomial multiplicativo a lo largo de períodos discretos de tiempo.

Los árboles binomiales son de gran utilidad en la valoración de inversiones por opciones reales. La mayoría de las opciones reales son opciones de tipo americano, y es la técnica de los árboles binomiales, la alternativa más conveniente para su valuación. En el método binomial, en cada periodo tanto el valor presente de los flujos de efectivo esperados del proyecto subyacente, como los correspondientes valores de la opción real pueden calcularse, lo que permite adelantar alguna idea que permita tomar decisiones sobre los estados futuros.

### 7.3.5 El Modelo binomial multiperíodo

Cuando el horizonte de planificación se generaliza a  $n$  períodos, la valoración de una opción se realiza calculando los valores de la misma al final de

los  $n$  períodos. Por un procedimiento recursivo (retrocediendo en el tiempo) se calcula su valor en cada nodo del diagrama o "árbol", con la expresión:

$$c_t = e^{\frac{-r(T-t)}{n}} \sum_{k=1}^n \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} c_{u^k d^{n-k}} \quad (3)$$

La extensión de este modelo binomial a un número infinito de períodos: da lugar a la formulación que presenta el modelo de *Black-Scholes*. Sin embargo, la aproximación del modelo binomial a uno de tipo continuo, como el de *Black-Scholes*, se considera que es buena cuando el número de períodos es mayor a cincuenta.

### 7.3.6 Opciones reales

Una opción real es aquella cuyo activo subyacente es un activo real, por ejemplo, un proyecto de construcción, un proyecto de inversión, una empresa, una patente, entre otros [16]. De manera que, y en sentido estricto, una opción real se puede considerar como una extensión de las opciones financieras.

El análisis de opciones reales se entiende como la aplicación de la metodología de las opciones financieras a la gestión de activos reales, esto es, a la valoración de inversiones productivas o empresariales [14]. Entre los primeros trabajos destacados que buscaban dar una explicación de opciones reales en la evaluación de proyectos de inversión, se encuentra el trabajo de Myers, partiendo de los trabajos realizados por Black y Scholes [15].

Cada vez son más los autores que destacan que las opciones reales son algo más que un instrumento de valoración de derechos contingentes sobre activos reales para acabar destacando que son una forma de pensar que une el campo de la estrategia y de las finanzas corporativas. Los componentes de esta filosofía son:

- *Los derechos contingentes.* La opción real le permite actuar en una u otra dirección, dependiendo de cómo varíen las circunstancias que rodean al activo subyacente.
- *La valoración de las opciones reales se alinea con la del mercado financiero.* Los conceptos y los datos del mercado financiero son utilizados para obtener el valor de activos reales que generan complejos flujos de caja. Cuando esto no es posible, el valor de las opciones estratégicas es obtenido a través de otras metodologías de valoración.

- *Diseño y gestión de inversiones estratégicas.* El proceso se descompone en las fases de identificación y valoración de las opciones reales en los proyectos de inversión de tipo estratégico, el rediseño del proyecto para aumentar el valor de las opciones y la gestión del proyecto a través de las opciones reales creadas.

En muchas ocasiones, el análisis de las opciones reales puede llevar a recomendar decisiones diferentes a las aconsejadas por el conocimiento económico tradicional. Entre los tipos de decisiones que pueden ser alteradas por la metodología de las opciones reales se destacan: 1. la secuencia de etapas por las que se puede ampliar o contraer la capacidad operativa de un negocio, 2. si es preferible adquirir un producto en lugar de fabricarlo para reducir los costos, 3. cuándo detener las operaciones de un activo determinado, 4. cuándo volver a reactivarlas, entre otras.

Existen diversos tipos de opciones reales que se pueden aplicar de acuerdo al proyecto que se esté desarrollando: opción real de crecimiento, opción de permanencia, opción de cambio, opción de contracción, opción de cierre temporal, opción de abandono, opciones compuestas. Para el desarrollo de la aplicación, en este artículo, se implementaron las opciones de compra secuencial y de crecimiento, considerando estas opciones como las más adecuadas a aplicar, debido a la naturaleza del proyecto.

### **7.3.7 Valuación de las opciones reales de compra secuencial y de crecimiento**

En muchos casos se opta por plantear la posibilidad de adaptar la metodología de valoración de opciones financieras para valorar opciones reales utilizando la analogía de variables, es decir, plantear la equivalencia de parámetros de valoración entre opciones financieras y opciones reales [17].

Bajo el concepto de opción de crecimiento, una empresa podría expandir el valor presente de los flujos de efectivo esperados de un proyecto en una proporción  $\alpha$ . Esta posibilidad estratégica tiene una opción asociada con el proyecto subyacente existente. Este tipo de opciones se valúan de la siguiente manera:

$f$  = factor de expansión

$VP$  = valor presente de los beneficios

$VP \times f$  = valor presente del proyecto en expansión

$I$  = inversión en el momento cero

$VP_0$  = valor presente de los beneficios sin expansión

$$\text{"Valor de la Opción"} = \text{MAX}[VP \times f - I ; VP_0] \quad (4)$$

De otro lado, bajo el concepto de opción de compra secuencial, se analiza cuando la inversión requiere inyecciones de capital cuantiosas en diferentes etapas del proyecto. Solo es significativa cuando el valor de la opción es positivo, y se valora de la siguiente forma:

$$\text{"Valor de la Opción"} = \text{Máx}[\text{"VP incremental"} - \text{"Incremental"} ; 0] \quad (5)$$

A continuación, la tabla 7.1 muestra la correspondencia entre los parámetros de una opción financiera y los de una opción real.

Tabla 7.1. Similitud de parámetros entre opciones financieras y reales

Parámetro	Opción financiera	Opción real
$S_t$	Precio del activo subyacente en $t$	Valor presente de los flujos de efectivo esperados en $t$
$K$	Precio de ejercicio de la opción	Costo de inversión en $T$
$R$	Tasa de interés libre de riesgo	Tasa de interés libre de riesgo
$\sigma$	Volatilidad de los rendimientos del activo subyacente	Volatilidad de los flujos de efectivo del proyecto
$T - t$	Vida del contrato de opción	Tiempo en que la oportunidad de invertir desaparece

Fuente: [14].

Luego de haber definido el valor de las opciones del proyecto, el valor de la inversión total será igual a [15]:

$$\text{Valor del proyecto con Flexibilidad} = \text{VPN}_{\text{proyecto}} + \text{valor de las opciones} \quad (6)$$

Se observa que, al descomponer el valor de un proyecto de inversión como la suma entre el valor presente neto de sus flujos de caja, más el valor de la opción real, los resultados obtenidos pueden ser más aproximados al comportamiento real del mercado. En la medida en que se está incluyendo en su valoración el grado de flexibilidad e incertidumbre que pueden tener los proyectos de inversión.

El componente aleatorio que comprende el valor de la opción, es lo que se incluirá para complementar el valor presente neto de un proyecto, ajustándose con el valor de las diferentes opciones aplicables a este.

## 7.4 Resultados

El proyecto del teleférico es un aporte al desarrollo vial de la región, que permite articular la dinámica de la población con el resto de la región. Mejora la oferta de infraestructura para brindar igualdad de oportunidades de desarrollo social y económico a los diversos grupos humanos. Observar la tabla 7.2.

Tabla 7.2. Ficha técnica del proyecto

<b>Objeto:</b>	<b>Construcción del sistema teleférico</b>
Valor original:	\$ 2.247.643.759,00
Valor adicional:	\$ 1.266.294.507,00
Valor total:	\$ 3.513.938.266,00

*Fuente:* contratante.

Los supuestos para el desarrollo de la aplicación son:

- El proyecto fue finalizado en el año 2010. Sin embargo, para este trabajo se asume que el proyecto inicia a principios del año 2012 y termina su fase de construcción a finales del año 2015.
- A partir del año 2015 se asumen veinte años adicionales de vida útil del proyecto (año 2035), con el fin de proyectar flujos de ingresos para poder así realizar la valoración del proyecto por la metodología tradicional de VPN.

La entidad a cargo de la obra realizó pagos al contratista en cumplimiento del contrato, los valores desembolsados en cada acta fueron tomados como flujos de caja de egresos en el proyecto.

Para organizar de forma mensual los desembolsos, se realizó una matriz (acta vs.mes de enero del año 2007 a diciembre del año 2010). Las premisas que se tuvieron en cuenta para realizar la matriz de desembolsos fueron las siguientes:

- Se trabajaron los flujos de caja mensuales.
- Se asume que el anticipo se paga tres meses antes de la fecha de pago del restante.
- Para los meses en los que hay más de un pago, se sumaron todos los pagos, con el fin de tener un único pago por mes.
- Para los meses en los que no hay pagos se asumió un valor de cero para el mes.

- Los reajustes no tienen fecha de pago, de acuerdo a esto, se asume que el reajuste corresponde al acta inmediatamente anterior.

Respecto a los flujos de caja de gastos de mantenimiento, se asumieron durante toda la vida útil del proyecto, del año 2016 al año 2035, que se incrementaban con la inflación proyectada. La inflación proyectada se tomó de la página de investigaciones económicas del Grupo Bancolombia. Teniendo en cuenta que la inflación estaba proyectada solo hasta el año 2019, para los años siguientes se supuso una inflación constante igual al último dato conocido.

En cuanto a los flujos de caja de ingresos, se consultó el número de usuarios que en promedio utilizan el servicio en el mes. Tener en cuenta que esta cifra fue tomada de estadísticas reales del funcionamiento hoy del proyecto, con el fin de proyectar ingresos futuros. Esta cifra se mantuvo constante hasta el año 2035. El valor del tiquete se calculó como el promedio de la tarifa para el año 2012, teniendo en cuenta cada uno de los tipos de viaje. Esta cifra fue calculada con las tarifas reales de los tipos de viajes que maneja hoy el proyecto, con el fin de proyectar ingresos futuros. Para no asumir un valor de tiquete constante, se supuso un crecimiento en el valor del tiquete atado a la inflación proyectada.

Para el flujo de caja neto y VPN, se descontaron los ingresos y los gastos de mantenimiento proyectados en bloques de cuatro años, con el fin de obtener un flujo de caja total (suma de ingresos menos suma de egresos) de cuatro años distribuidos mensualmente. Para la tasa libre de riesgo, se tomó la tasa de negociación de los TES de julio del 2024 para el día 3 de mayo del año 2012 de la página de la Bolsa de Valores de Colombia. Se calculó el VPN dando como resultado COP 38.882.124.172.

En cuanto a la opción de compra secuencial, el supuesto para desarrollar la opción se considera que se venderá el 50 % del proyecto en tres etapas.

Para calcular el valor de ejercicio en cada etapa, se calculó el 50 % del VPN del proyecto y se optó por distribuir este valor en las tres etapas (tabla 7.3).

Tabla 7.3. Cálculo valor de ejercicio en cada etapa

Valor de ejercicio	
VPN	38.882.124.171,68
Porcentaje de venta del proyecto (50 %)	19.441.062.085,84
Fases de v del proyecto (3)	6.480.354.028,61

Fuente: elaboración propia.

En lo referente a las distintas etapas, la primera de estas, consiste en invertir hoy mismo una cantidad, la segunda, consiste en invertir otra cantidad en dos años y la tercera y última etapa consiste en invertir otra cantidad dentro de tres años.

En la etapa dos, el inversionista tendrá la opción de invertir el monto indicado para la segunda etapa, tomará la decisión comparándose con el valor del proyecto en ese momento, que se estima estará en COP 22.489.474.405,09, valor que fue calculado como un valor futuro del 50 % del valor hoy del proyecto, con una variación estimada mensual del 7,02 %. La volatilidad se obtuvo como la desviación típica de las variaciones logarítmicas de los precios históricos mensuales de las barras de acero del 2 de mayo de 2006 al 15 de junio de 2012, precios tomados de la página del Grupo Aval.

En la etapa tres, el inversionista tendrá la opción de invertir el monto indicado para la tercera etapa, tomará la decisión comparándose con el valor del proyecto en ese momento que se estima estará en un 20 % mayor que su valor de mercado al final de la etapa dos, con una variación estimada mensual del 4 %, un 3 % menos que la variación estimada para la fase dos (tabla 7.4).

Tabla 7.4. Supuestos para el desarrollo de la aplicación

<b>Supuestos</b>	
Porcentaje de venta del proyecto	50 %
Fases de venta del proyecto	3
Fase 1. Invertir ahora mismo	5.000.000.000,00
Fase 2. Invertir dentro de dos años	6.000.000.000,00
Fase 3. Invertir dentro de tres años	7.000.000.000,00
Estimación del valor del porcentaje vendido al alcanzar la Fase 2 (50 %)	22.489.474.405,09
Dispersión de la media estimación Fase 2	7,02 %
Estimación del valor del porcentaje vendido al alcanzar la Fase 3 (20 % mayor que al final de la Fase 2)	20 %
Dispersión de la media estimación Fase 3	4 %

*Fuente:* elaboración propia.

Así pues, la valoración de la opción de compra secuencial mediante árboles binomiales se muestra en la tabla 7.5.

Tabla 7.5. Parámetros de valoración de la opción mediante árboles binomiales

Parámetros	
Volatilidad	7,02 %
Rate Free Risk anual compuesta continuamente	7,28 %
Número de pasos	4
Delta T	0,25

Fuente: elaboración propia.

Luego, se calculan los parámetros de la opción  $u$ ,  $d$ ,  $p$  y  $q$  ( $1 - p$ ) como se puede apreciar en la tabla 7.6.

Tabla 7.6. Parámetros Árbol

Parámetros árbol		
Volatilidades	7,02 %	4 %
$u$	1,036	1,020
$d$	0,966	0,980
$p$	75,29 %	95,20 %
$q$	24,71 %	4,80 %

Fuente: elaboración propia.

Se desarrolla el árbol binomial del comportamiento del activo subyacente, que para la aplicación corresponde al valor futuro del 50 % del valor hoy del proyecto (ver tabla 7.7).

Tabla 7.7. Trayectoria del valor del proyecto a partir de la fase 2

0	1	2	3
			29.537.694.342,53
		24.124.941.973,77	28.373.862.178,40
	23.292.858.670,49		27.535.287.820,55
		22.489.474.405,09	26.450.353.660,06
22.489.474.405,09			27.535.287.820,55
		22.489.474.405,09	26.450.353.660,06
			27.535.287.820,55
	21.713.799.331,04		25.668.627.570,18
		20.964.877.742,18	24.657.242.794,21
			24.657.242.794,21

Fuente: elaboración propia.

Para calcular el valor de la opción (ver tabla 7.8), se utilizó un modelo de opción americana, donde en cada nodo del árbol binomial se calculó el máximo entre el valor estimado del proyecto para dicho nodo menos la inversión en esta etapa y cero.

Tabla 7.8. Valor de la opción de compra secuencial

0	1	2	3
			22.537.694.342,53
		16.076.229.551,95	21.373.862.178,40
	15.310.006.430,97		20.535.287.820,55
		14.113.668.469,53	19.450.353.660,06
9.574.031.244,66			20.535.287.820,55
		4.113.668.469,53	19.450.353.660,06
	13.415.135.223,63		18.668.627.570,18
		12.284.152.474,04	17.657.242.794,21

Fuente: elaboración propia.

Como resultado, se obtuvo un valor de la opción de compra secuencial de COP 9.574.031.244,66, con el cual se calculó un VPN ajustado del proyecto de COP 8.456.155.416,34.

La opción de compra secuencial, como se mencionó anteriormente, se analiza cuando la inversión requiere desembolsos de capital considerables en diferentes etapas del proyecto. Para quien adquiere una opción de compra secuencial, representa la opción de hacerse dueño de un porcentaje del proyecto, pagando hoy una prima y desembolsando diferentes sumas en diferentes etapas del mismo, siempre y cuando el valor estimado del proyecto en dicho periodo sea superior a la inversión a realizar. Para quien vende una opción de compra secuencial, representa la obligación de vender una participación a otro socio, siempre y cuando este tome la decisión de ejercer, beneficiándose al recibir una prima hoy por vender dicha opción.

La aplicación de la opción de compra secuencial en el proyecto, dio como resultado un valor de opción de COP 9.574.031.244,66, un valor muy superior a la inversión que se debe realizar para el desarrollo de la totalidad del proyecto, COP 3.652.458.474. Sin embargo, en caso de que se presenten situaciones favorables de mercado, el VPN del proyecto es de COP 38.882.124.171,68; un VPN atractivo para el inversionista. De ahí que el valor de la opción sea alto, ya que de darse este VPN, el inversionista podrá hacerse a una participación de dicho VPN si decide comprar la opción.

Luego, los supuestos para desarrollar la opción de crecimiento tenidos en cuenta son:

- Opción de crecer un 50 % del valor presente neto del proyecto inicial.
- Llevar a cabo esta opción de crecimiento representará el 50 % del valor de las actas o desembolsos del proyecto inicial.
- La inversión crecerá anualmente a una tasa del 4 %.
- Se estima una volatilidad del valor presente neto de 40 % anual.
- Se estima que la opción real tiene un tiempo de ejercicio de cinco años.
- Iniciando con una participación adicional en el mercado del 25 %, se espera que durante cada año se pierda un 5 % de posibilidad de crecimiento, debido a la entrada de nuevos proyectos de transporte público en el sector (ver tabla 7.9).

Tabla 7.9. Supuestos para el desarrollo de la aplicación

<b>Supuestos</b>	
VPN (50 % del valor presente neto del proyecto inicial)	19.441.062.086
Inversión (50 % del valor de las actas o desembolsos del proyecto inicial)	1.826.229.237
Crecimiento de la inversión	4 %
Volatilidad	40 %
Pérdida de crecimiento	5 %
Número de pasos	5

*Fuente: elaboración propia.*

Posteriormente, la opción de crecimiento se llevará a cabo al terminar el proyecto de cable. Para la valoración de la opción de crecimiento, se parte del valor presente neto del proyecto. De modo que, la valoración de la opción de crecimiento mediante árboles binomiales se muestra a continuación en la tabla 7.10.

Tabla 7.10. Parámetros de valoración de la opción mediante árboles binomiales

Parámetros	
Volatilidad	40,00 %
Rate Free Risk anual compuesta continuamente	7,03 %
Número de pasos	5
Delta T	1,00

Fuente: elaboración propia.

Luego, se calculan los parámetros de la opción  $u$ ,  $d$ ,  $p$  y  $q$  ( $1 - p$ ) tal como se muestra en la tabla 7.11.

Tabla 7.11. Parámetros árbol

Parámetros árbol	
$u$	1,49
$d$	0,67
$p$	49 %
$q$	51 %

Fuente: elaboración propia.

Finalmente, se desarrolla el árbol binomial del comportamiento del activo subyacente, que para la aplicación corresponde al 50 % del valor presente neto del proyecto (tabla 7.12).

Tabla 7.12. Trayectoria del valor del proyecto de crecimiento

0	1	2	3	4	5
19.441.062.086	29.002.656.568	43.266.879.365	64.546.599.227	96.292.210.876	143.651.098.375
	13.031.733.632	19.441.062.086	29.002.656.568	43.266.879.365	64.546.599.227
		8.735.432.288	13.031.733.632	19.441.062.086	29.002.656.568
			5.855.535.374	8.735.432.288	13.031.733.632
				3.925.082.741	5.855.535.374
					2.631.061.644

Fuente: elaboración propia.

Para calcular el valor de la opción, se utilizó un modelo de opción americana, donde en cada nodo del árbol binomial se calcula el máximo entre el valor estimado del proyecto para dicho nodo menos la inversión proyectada para el periodo correspondiente y cero, ponderando este resultado con el porcentaje de crecimiento para dicho periodo (tabla 7.13).

Tabla 7.13. Valor de la opción de crecimiento

0	1	2	3	4	5
4.403.708.212	5.420.675.632	6.193.744.473	6.249.233.970	4.707.789.049	0
	2.226.491.045	2.619.871.881	2.694.839.704	2.056.522.473	0
		1.014.027.412	1.097.747.411	865.231.609	0
			380.127.585	329.950.119	0
				89.432.642	0
					0

Fuente: elaboración propia.

La opción de crecimiento se analiza cuando se espera o se tiene en el momento una expectativa de expandir favorablemente el valor presente de los flujos de efectivo esperados de un proyecto.

La aplicación de la opción de crecimiento, dio como resultado un valor de la opción de crecimiento de COP 4.403.708.212,21, con el cual se calculó un VPN ajustado del proyecto de COP 43.285.832.383,89. Lo que implica que el comprador de esta opción, tiene la posibilidad de participar en el 50 % del VPN que puede llegar a generar el proyecto, desembolsando inicialmente solo el 50 % de la inversión inicial, teniendo en cuenta un crecimiento anual del 4 % en dicha inversión. Cabe anotar que para el análisis de esta opción de crecimiento se tuvo en cuenta el porcentaje de participación de mercado y la pérdida de posibilidad de crecimiento.

## 7.5 Conclusiones

Los resultados obtenidos para el proyecto, nos muestran un valor presente neto de COP 38.882.124.172, dicho valor se calcula sin incorporar volatilidad a ninguna de las variables del proyecto. Por lo tanto, es un valor que puede variar significativamente en el tiempo de acuerdo a situaciones de mercado que se pueden presentar, es allí donde es importante la inclusión de las opciones reales, en este trabajo se analizaron dos opciones: la opción de compra secuencial y la opción de crecimiento.

Para la opción de compra secuencial, se obtuvo un valor de COP 9.574.031.244, ajustando el valor del proyecto a COP 48.456.155.416, lo que generó un proyecto mucho más rentable y competitivo en el mercado frente a otros proyectos con el mismo objeto social. Esto se puede reflejar en más inversionistas interesados en estos. Para el inversionista que está comprando la opción se aprecia una posibilidad de inversión bastante atractiva, ya

que está adquiriendo la opción de participar en cada una de las etapas de construcción del proyecto, siempre y cuando las condiciones de mercado le sean favorables, en cada punto está teniendo la posibilidad de elegir si sigue participando o no en la próxima etapa del proyecto; lo que es muy favorable para él, ya que si en alguna etapa del proyecto las condiciones económicas no le son favorables, simplemente abandona el proyecto y destina sus recursos a otro tipo de inversión.

Para la opción de crecimiento en el proyecto, se observa que el valor de la opción, que para este caso es de COP 4.403.708.212, ajusta el VPN tradicional del proyecto a COP 43.285.832.383. Lo cual, similar al caso anterior, genera un proyecto competitivo, dando la posibilidad de que inversionistas interesados en el proyecto puedan entrar a participar de él comprando dicha opción, adquiriendo estos la posibilidad de expandir el proyecto. Es decir, generar nuevas líneas de conexión que abarquen una mayor población, siempre y cuando el entorno económico en el momento de tomar la decisión, le es favorable, o de abandonar dicha expansión si las condiciones son adversas, como por ejemplo, dificultades del sector construcción en ese momento, o decisiones por parte del gobierno que impacten negativamente la movilidad en el sector, que lo lleven a decidir por destinar su capital a otro tipo de proyectos y abortar el proyecto de expansión sin ningún costo adicional que la prima ya pagada.

Cualquiera de las dos opciones estudiadas en este trabajo mejora considerablemente el VPN del proyecto. Sin embargo, la decisión de implementar una u otra dependerá del tipo de proyecto que se esté desarrollando y de la situación actual de mercado.

## Referencias

- [1] C. Battistella, "A methodology of technological foresight: A proposal and field study", *Technological Forecasting and Social Change*, Vol. 78, n° 6, p. 29, 2011.
- [2] H. Dimitriou, E. Ward y M. Dean, "Presenting the case for the application of multi-criteria analysis to mega transport infrastructure project appraisal", *Research in Transportation Economics*, n° 58, p. 13, 2016.
- [3] G. Favato and R. Vecchiato, "Embedding real options in scenario planning: A new methodological approach", *Technological Forecasting and Social Change*, n° 124, p. 14, 2017.

- [4] R. Vecchiato, "Creating value through foresight: First mover advantages and strategic agility", *Technological Forecasting and Social Change*, Vol. 101, p. 11, 2015.
- [5] H. T. J. Smit y L. Trigeorgis, "Real options and games: Competition, alliances and other applications of valuation and strategy", *Review of Financial Economics*, Vol. 15, n° 2, pp. 95-112, 2006.
- [6] M. J. Garvin y D. N. Ford, "Real options in infrastructure projects: theory, practice and prospects", *Engineering Project Organization Journal*, Vol. 2, n° 1, pp. 97-108, 2012.
- [7] A. Triantis, "Realizing the potential of real options: does theory meet practice?", *Journal of Applied Corporate Finance*, Vol. 8, n° 16, pp. 8-16, 2005.
- [8] D. N. Ford, D. M. Lander y J. J. Voyer, "A real options approach to valuing strategic flexibility in uncertain construction projects", *Construction Management & Economics*, Vol. 20, n° 4, pp. 343-351, 2002.
- [9] A. S. Suárez Suárez, *Decisiones Óptimas de Inversión y Financiación en la Empresa 20 Edición*, Madrid: Ediciones Pirámide, 2003.
- [10] S. C. Myers, "Determinants of Corporate Borrowing", *Journal of Financial Economics*, pp. 145-175, 1977.
- [11] L. Trigeorgis y S. Mason, "Valuing Managerial Flexibility," *Midland Corporate Finance Journal* , pp. 14 - 21, 1987.
- [12] R. Pindyck, "Irreversible Investment, Capacity Choice, and the Value of the Firm," *American Economic Review*, pp. 969 - 985, 1988.
- [13] A. Dixit, "Entry and Exit Decisions under Uncertainty," *Journal of Political Economy*, pp. 620 - 638, 1989.
- [14] J. Mascareñas, P. Lamothe, F. J. López Lubián y W. de Luna, *Opciones Reales y Valoración de Activos*, Madrid: Pearson Educación, S.A., 2004.
- [15] Black, F., & Scholes, M. (1973). The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy*, 81, 637 - 659.
- [16] Suárez Suárez, A. S. (2003). *Decisiones Óptimas de Inversión y Financiación en la Empresa 20 Edición*. Madrid: Ediciones Pirámide.
- [17] Venegas Martínez, F., & Fundia Aizenstat, A. (2006). Opciones Reales Valuación Financiera de Proyectos y Estrategias de Negocios. *El Trimestre Económico*. Vol. LXXIII (2), num. 290., 363 - 405.

El presente texto aborda problemáticas de modelación de fenómenos económico-financieros y prácticas de gestión en torno al campo de conocimiento de la Ingeniería Financiera en un marco de diálogo de saberes y como práctica social organizada e institucionalizada para apoyar la gestión y la toma de decisiones complejas bajo riesgo o incertidumbre en el mercado de capitales, la gestión financiera empresarial y la gestión de riesgos.

Este libro es un esfuerzo conjunto de los programas académicos de Ingeniería Financiera y la Maestría en Finanzas, el Grupo de Investigación en Ingeniería Financiera (Ginif) y el Laboratorio Financiero de la Universidad de Medellín. Esperamos que lo aquí desarrollado contribuya a ahondar en las tendencias de modelación y gestión de riesgos, lineamientos, metodologías y técnicas de medición y valoración de activos, aspectos que precisan del estudio, la rigurosidad técnica, la intervención y aportes desde la academia en su espíritu de una formación incluyente y en ambientes de aprendizaje innovadores, trabajo colaborativo, acceso al conocimiento y a la tecnología, procurando condiciones de innovación abierta y apropiación social del conocimiento en el contexto de la relación universidad-empresa-Estado-sociedad.

