# El Método Polya y la Resolución de

# Problemas Matemáticos que Contienen Operaciones Básicas

Olga Lucía Bonilla M.

Universidad de Medellín

Facultad de Ciencias Sociales y Humanas

Maestría en Educación

PhD. Víctor Daniel Gómez Montoya

2022

## Tabla de Contenido

## Resumen

La presente investigación parte de una situación empírica producto del ejercicio docente. La situación señala a las dificultades en la resolución de problemas matemáticos de los estudiantes del grado cuarto de la Institución Educativa El Corazón. Situación que tiene sus bemoles durante la pandemia generada por el Covid-19. El propósito de la investigación consiste en analizar la favorabilidad o no del Método Polya en el proceso de resolución de problemas matemáticos que contienen operaciones básicas. La forma de proceder tiene un enfoque cualitativo donde se utiliza una metodología basada en los elementos propios del Método Polya, a partir de un diagnóstico, de unos centros de aprendizaje y de una actividad de cierre. El análisis de lo recabado gira entorno a la interpretación de los datos proporcionados, a través una matriz interpretativa. La conclusión principal señala que en la medida que los estudiantes diseñan un plan de trabajo (en este caso el Método Polya) se minimiza la dificultad en la resolución de problemas matemáticos.



*Palabras clave*: resolución de problemas, Método Polya, operaciones básicas.



## Abstract

This research is based on an empirical situation resulting from the teaching practice. The situation points to the difficulties in solving mathematical problems of fourth grade students of the Institución Educativa El Corazon. A situation that has its flare-ups during the pandemic generated by Covid-19. The purpose of the research is to analyze the favorability or not of the Polya Method in the process of solving mathematical problems containing basic operations. The approach is qualitative, using a methodology based on the elements of the Polya Method, based on a diagnosis, a learning centers and a closing activity. The analysis of the data collected revolves around the interpretation of the data provided through an interpretative matrix. The main conclusion indicates that to the extent that students design a work plan (in this case the Polya Method), the difficulty in solving mathematical problems is minimized.

*Keywords:* problem solving, Polya Method, basic operations.

## Introducción

No pocas veces se ha enunciado la dificultad en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el ámbito escolar. Dificultades que en la práctica docente se asocian con problemas de todo tipo: sociales, comportamentales e incluso, académicos. Para Fernández (2013), el efecto de los múltiples problemas asociados con el aprendizaje de las matemáticas, por ejemplo, se observan en la idea del fracaso escolar, el aislamiento, la frustración o la indiferencia.

El interés por la resolución de problemas, como actividad de pensamiento que acentúa la utilidad de las matemáticas, hace pensar en la importancia de fortalecer esta competencia en los estudiantes de la básica primaria ayudándolos a comprender las nociones matemáticas y a identificar el tipo de operación matemática que requiere una situación problemática. Desde la experiencia docente y la observación directa en las clases se evidencia una incorrecta aplicación, por parte de los estudiantes, de los algoritmos en las situaciones problema, una elección de estrategias provenientes del azar y no del razonamiento sumado a la impetuosa necesidad de llegar a un resultado. De parte de los docentes, se evidencia un insistente entrenamiento en ejercicios matemáticos basados en la mecanización y la memoria.

Fue así como nació la inquietud por comprender por qué a los estudiantes del segundo ciclo de la básica primaria, se les dificulta resolver problemas matemáticos aun cuando tienen habilidades para resolver algoritmos pero que al momento de aplicarlos en un procedimiento comenten varios errores. Inicialmente, se hizo una lectura interpretativa de los resultados de las Pruebas Saber de los grados tercero y quinto de los últimos años en los que había participado la Institución Educativa El Corazón, con el fin de establecer si realmente dentro de la institución existía esta dificultad. Teniendo en cuenta los bajos resultados donde fue contundente que la mayor debilidad de los estudiantes de ambos grados fue precisamente la resolución de problemas, se procedió a hacer un rastreo por las diferentes investigaciones internacionales,

nacionales y locales basadas en dicho tema. Es en este rastreo donde empieza a retumbar el nombre del matemático George Polya quien plantea una estrategia que ayuda a los estudiantes a resolver problemas matemáticos de manera exitosa.

Varios autores, entre ellos Alan Schoenfeld, siguieron las ideas de Polya y crearon sus propios métodos de resolución y coinciden en afirmar que este método heurístico facilita la creación de un hábito que sigue una secuencia lógica que favorece en gran medida dicho proceso. Es por esto que dicho trabajo de investigación tiene como propósito analizar la posible favorabilidad de la aplicación del Método Polya en la resolución de problemas matemáticos que contienen operaciones básicas en los estudiantes del grado cuarto de la Institución Educativa anteriormente mencionada, la cual se encuentra ubicada en la comuna 13 de la ciudad de Medellín.

Debido a la situación de pandemia ocasionada por el Covid 19, se plantea esta investigación con una modalidad de trabajo en casa a través de dispositivos electrónicos, sólo con aquellos estudiantes que dispusieran de alguno. Luego con la Resolución 777 del 02 de junio del 2021 del Ministerio de Salud y Protección Social, la cual en su Artículo 5 invita a las instituciones educativas a acudir de nuevo a las aulas, la Institución Educativa El Corazón adopta dichas directrices y comienza la asistencia presencial mediada por la alternancia. Fue así como se llevó a cabo la investigación en un contacto directo con los estudiantes.

El informe de este trabajo está organizado por medio de capítulos que uno a uno lo van sustentando, así:

Capítulo I: Se presenta el planteamiento del problema donde se describen los aspectos relevantes que motivaron esta investigación, se esboza una justificación para darle un sentido y se establecen unos objetivos de estudio. El supuesto principal gira en torno a analizar la favorabilidad o no del Método Polya en el proceso de resolución de problemas matemáticos que contienen operaciones básicas.

Capitulo II: Evidencia la estructura del marco teórico el cual se compone de los antecedentes y el marco conceptual que fundamenta las categorías sobre resolución de problemas. Además de un marco legal que reglamenta la resolución de problemas matemáticos dentro del plan de estudios para el grado cuarto. En este sentido, los lugares de observación que se establecen son,  la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas el cual es un proceso intencionado de apropiación del conocimiento matemático, que se inicia con la reflexión, comprensión, construcción y evaluación de las acciones didácticas que propician la adquisición y el desarrollo de habilidades y actitudes para un adecuado desempeño matemático en la sociedad; la resolución de problemas matemáticos como estrategia que dinamiza la actividad cognitiva en tanto permite la interacción de los estudiantes entre ellos mismos, y con el profesor, a través del objeto de conocimiento, generando procesos conducentes a la adquisición sistemática de conceptos matemáticos y el Método Polya, método heurístico de cuatro pasos que se propone como estrategia pedagógica para fortalecer y mejorar los procesos en la competencia de resolución de problemas.

Capítulo III: Aborda el diseño metodológico que precisa un enfoque cualitativo con una metodología basada en los elementos propios del Método Polya con el interés de comprender los problemas educativos por medio de un ejercicio de reflexión pedagógica en busca de una transformación; y una definición operativa con sus técnicas e instrumentos de recolección de la información. Detalla además cómo se llevó a cabo cada uno de los momentos de intervención con los estudiantes y dónde se aplicaron los pasos del Método Polya.

Capitulo IV:  Contiene el análisis de los resultados obtenidos, después de la aplicación del Método Polya, a través de los instrumentos que dan cuenta de la efectividad de la intervención por medio de la comparación de dos pruebas de verificación (diagnóstica y final) y de cada una de las intervenciones en los Centros de aprendizaje. La idea general que se puede expresar luego de la intervención se centra en que plantear problemas matemáticos supone un desafío para los estudiantes, por lo cual deben ser en sí mismos un asunto de interés para resolverlo. En cuanto al Método Polya, su aplicabilidad facilita el entendimiento y comprensión del problema, a la vez que despeja el camino para determinar qué y cómo llevar a cabo el procedimiento y llegar a una solución. Algo importante para rescatar, es que los estudiantes manifestaron cambios positivos frente a la resolución de problemas, no solo en la parte actitudinal, pues a medida que se iba avanzando en las actividades estaban más atentos y menos temerosos de asumir nuevos retos, sino también en la parte cognitiva y procedimental ya que demostraron mejoría en los conocimientos y en la aplicación de la estrategia.

Capítulo V: Expresa las conclusiones surgidas a partir de lo evidenciado en los resultados de la investigación para dar cumplimiento a los objetivos trazados. Adicionalmente presenta las recomendaciones sugeridas, la bibliografía consultada y los anexos correspondientes.

## Planteamiento del Problema

### Descripción del Problema

Una de las mayores dificultades con las que se encuentra un alumno de educación primaria cuando inicia el proceso de resolución de problemas matemáticos, es el aprendizaje del método a utilizar y la interpretación del problema en sí. La tendencia habitual, por parte del estudiante, es preguntar o preguntarse después de leer el enunciado del problema, qué operación matemática debe realizar. Esto se debe en gran medida a que a pesar de que sabe decodificar el lenguaje escrito, le cuesta comprender lo que ese enunciado quiere decirle.

En la actualidad, existen tres enfoques fundamentales en el estudio de las matemáticas: el enfoque conductista, el enfoque cognitivo y el enfoque por competencias. En el enfoque conductista los autores se ocuparon por investigar cuáles aspectos podrían mejorar el rendimiento en el aprendizaje del cálculo. En el rol activo del maestro versus el rol pasivo de los estudiantes, estos últimos dominaban muy bien el procedimiento de los algoritmos, pero tenían dificultades en la resolución de problemas ya que dedicaban poco tiempo al razonamiento y esto conllevaba a que ante un determinado problema se fijaran en palabras claves, lo que le conducía a un error en cuanto a la selección de las operaciones para resolverlo. En el enfoque cognitivo, el objetivo era que el aprendizaje se diera por un proceso llamado por Piaget de asimilación y acomodación (citado por Fernández, 2013) en el que los estudiantes cuando se enfrentan a un problema lo hacen en función de sus conocimientos previos y experiencias vividas y cuando estos no son suficientes para resolverlos, buscan otras que sí les sirvan y las acomodan de forma tal que pueda darse un equilibrio. A diferencia del enfoque conductista, este enfoque no pretende la adquisición de nuevos conocimientos ni la descomposición de unos más complejos en otros más sencillos, sino que pretendía alterar las estructuras cognitivas para dar lugar a otra más amplias por medio de situaciones y problemas relacionadas con las ideas previas del estudiante que le condujeran a un aprendizaje significativo. El enfoque del trabajo por competencias está determinado por el razonamiento y la comprensión. Lo que se pretende, desde las matemáticas, es partir de actividades simples que los estudiantes puedan manipular para poder descubrir por sí mismos las posibles soluciones y para esto van a tener que razonar, extraer datos fundamentales y luego pensar en las operaciones que pueden ayudarles a resolver la situación, por lo tanto, la enseñanza y aprendizaje de los algoritmos y el cálculo vienen a consecuencia de una situación problemática donde el estudiante en un proceso de comprensión y a partir de situaciones significativas para él, pueda dar una solución correcta, descubriendo y construyendo su propio aprendizaje.

“En el proceso de resolución de problemas matemáticos una fase necesaria es la comprensión del enunciado y, más en concreto, la comprensión lectora del enunciado” (Beltrán y Repetto, 2014, p.33). Esto permite que se realice un análisis de las cuestiones planteadas en el problema y luego resolverlo por medio de operaciones básicas. Cuando el estudiante resuelve el problema sin comprenderlo, estaría desarrollando un “ejercicio” por lo cual no se estaría enfrentando a un verdadero “problema”. Este inconveniente (el de la no comprensión) surge también porque para los docentes es difícil hacer la distinción entre “ejercicio” y “problema”, es decir, basan sus clases más en la práctica de *ejercicios matemáticos* que lo que buscan es la repetición de procedimientos, reforzar conocimientos y teorías, que, en la resolución de *problemas matemáticos,* donde el alumno se detiene a reflexionar, interpretar y comprender lo que se le plantea y buscar la mejor alternativa para resolverlo.

El Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN, 1998) en los Lineamientos Curriculares, expresa que la solución de problemas matemáticos ha sido una de las principales dificultades de estudiantes y profesores. Los primeros evidencian un desempeño insuficiente en las pruebas de conocimiento tanto internas como externas y los segundos forzados a cumplir con contenidos obligatorios, destinan poco tiempo al fortalecimiento de esta competencia. Resultado de la experiencia como docente en el área de matemáticas en básica primaria, se ha observado que los estudiantes carecen de herramientas que les permitan comprender e interpretar los problemas matemáticos que se les presentan, ya que la atención se centra en la solución de algoritmos o en la búsqueda de un resultado final, sin implementar una estrategia metodológica que les permita desarrollar una competencia interpretativa. Teniendo en cuenta esto, se desea buscar métodos y estrategias para mejorar el rendimiento académico de los estudiantes y redefinir algunos de los procedimientos utilizados por los profesores.

Escudero (1999) plantea que un problema no es una cuestión que se pueda resolver por la aplicación directa de ningún resultado conocido con anterioridad, sino que es preciso poner en juego diversos conocimientos, sean estos matemáticos o no, y buscar relaciones nuevas entre ellos. Afirma además que:

> Tiene que ser una cuestión que nos interese, que nos provoque las ganas de resolverla, una tarea a la que estemos dispuestos a dedicarle tiempo y esfuerzos, Como consecuencia de todo ello, una vez resuelta nos proporciona una sensación considerable de placer. E incluso, sin haber acabado el proceso, sin haber logrado la solución, también en el proceso de búsqueda, en los avances que vamos realizando, encontraremos una componente placentera. (p.10)

Algunas investigaciones relacionadas con la resolución de problemas matemáticos, (Blanco y Blanco, 2009; Calvo, 2008; Díaz y Díaz, 2018), coinciden en afirmar que los procesos metódicos de la clase, enfatizan en los conocimientos de tipo conceptual memorístico más que en la reflexión de los conocimientos de tipo procedimental; es decir, la importancia radica en los resultados más que en los procesos; se les exigen a los alumnos que como resolutores de problemas den la solución correcta con manejo automático de los algoritmos a tal punto que cuando se les propone una situación que implique análisis, reflexión, comprensión y evaluación de resultados, encuentran dificultad para resolverla.

Tradicionalmente, el trabajo con las operaciones matemáticas en la escuela se ha limitado a que los alumnos adquieran destrezas en las rutinas de cálculo con lápiz y papel a través de los algoritmos formales, antes de saber aplicarlas en situaciones y problemas prácticos, muchas veces sin comprender ni los conceptos que los fundamentan ni el significado de las operaciones. De acuerdo con el MEN (1998) los estudiantes resuelven problemas de suma y resta antes de que haya tenido lugar cualquier tipo de aprendizaje del simbolismo aritmético y emplean dos tipos de procedimientos: uno es el uso de objetos para contar, con los que ilustran los sucesos descritos en el enunciado; el otro es por medio del cálculo, el cual se define como la oposición de contar, pues este se define como una relación directa entre las cantidades a partir de sus representaciones numéricas, sin pasar por la construcción física de las colecciones cuyos elementos se cuentan.

> La finalidad de los cálculos es la resolución de problemas. Por lo tanto, aunque el cálculo sea importante para las matemáticas y para la vida diaria, la era tecnológica en que vivimos nos obliga a replantear la forma en que se utiliza el cálculo hoy día. Hoy casi todos los cálculos complejos los hacen las calculadoras y los computadores. En muchas situaciones de la vida diaria, las respuestas se calculan mentalmente o basta con una estimación, y los algoritmos con lápiz y papel son útiles cuando el cálculo es razonablemente simple. (NCTM,1989 citado por MEN, 1998, p.34)

Según Turégano et al (2000) “la utilización del simbolismo aritmético no es indispensable para el aprendizaje del cálculo ni para la resolución de problemas” (p.304). De acuerdo con los autores, los reformadores de 1970 llevaron a cabo una crítica fundamental de esta práctica pedagógica: enseñar el signo como una simple abreviación taquigráfica de palabras como añadir o quitar, creando un obstáculo importante para el uso de la operación aritmética en el caso de que ésta no sirva para hallar el resultado de “añadir” o “quitar” una cantidad. La escritura aritmética no es una simple transcripción del lenguaje ordinario, por lo tanto, se recomienda establecer una diferencia clara entre ambos conceptos debido a que la escritura aritmética tiene cierta autonomía con respecto al lenguaje ordinario: un mismo signo no puede aplicarse a problemas que se anuncian de forma distinta en el lenguaje ordinario.

Teniendo en cuenta lo mencionado hasta el momento y considerando el contexto de la Institución Educativa El Corazón, se puede evidenciar que existen deficiencias en el rendimiento académico de los estudiantes, específicamente en el Área de Matemáticas, que se puede ver reflejado en los resultados de las Pruebas Saber, tanto para el grado tercero como para el grado quinto. Desde su participación por primera vez en el año 2015, el histórico de la Institución Educativa arroja unos resultados desalentadores, ubicando los porcentajes más altos en los niveles mínimo e insuficiente, presentando la resolución de problemas como una debilidad latente en los estudiantes de ambos grados.

Delgado, (2020), en su artículo titulado *La enseñanza de las matemáticas requiere una urgente estructuración, señala nuevo reporte,* afirma que resulta fundamental desarrollar entre la población una forma matemática de pensar que, sustentada en prácticas socialmente compartidas, permite alcanzar mejor entendimiento comunitario del fenómeno pandémico actual y orientar la toma acertada de decisiones.  Se requiere de una mayor flexibilidad del pensamiento que, habrá que decir, la instrucción habitual desafortunadamente no prioriza. Por ejemplo, las clases con contenidos memorísticos, sobrecargadas de algoritmos o “trucos” matemáticos sin que se signifiquen vivencialmente su naturaleza y posibilidades de empleo.

En este mismo artículo, la autora señala que según el Consejo Nacional de Maestros de Matemáticas (NCTM por sus siglas en inglés) y el Consejo Nacional de Supervisores de Matemáticas (NCSM por sus siglas en inglés) están de acuerdo en afirmar que durante la pandemia actual se ha hecho evidente la necesidad de cambiar la forma en que se enseña matemáticas. Para esto crearon un documento titulado: "*Moving Forward: Mathematics Learning in the Era of COVID-19*" [Avanzando: Aprendizaje de las Matemáticas en la Era de COVID-19] donde resaltan la importancia de promover la enseñanza equitativa, el razonamiento matemático y las preguntas con propósito. Dentro de las estrategias que estos organismos señalan como efectivas para que los alumnos en esta situación de época desarrollen un pensamiento matemático flexible, está el implementar tareas que promuevan el razonamiento y la resolución de problemas con aplicabilidad al contexto, constituyéndose en una herramienta para leer, interpretar y transformar la sociedad solucionando situaciones cotidianas, propósitos propios de la enseñanza de las matemáticas que busca tener más presencia en los aspectos de la vida diaria.

En atención a la problemática expuesta y teniendo en cuenta que la formación del pensamiento matemático en educación primaria debe centrarse en la correlación existente entre los conceptos y procedimientos básicos propios de la estructura matemática (por ejemplo, contar, numerar, seriar, clasificar, representar), se propone el siguiente trabajo de investigación con la finalidad de, por un lado, exponer la necesidad de que los estudiantes utilicen una estrategia o un método de resolución, en este caso el Método Polya, debido a la importancia de establecer una forma de organización y sistematización que conduzca a la comprensión y solución de problemas matemáticos. Y, por otro lado, determinar la favorabilidad del Método Polya en la resolución de problemas, con los estudiantes de cuarto grado de educación básica primaria de la Institución Educativa El Corazón y de esta manera proponerlo como estrategia para estimular el aprendizaje en la resolución de problemas matemáticos y despertar el interés de aprender matemáticas.

Esto en respuesta a las dificultades que se han presentado dentro del ámbito educativo y social actual, por lo que se espera configurar una alternativa viable que pueda ser integrada en el día a día de la institución.

**Pregunta problematizadora**

¿De qué manera favorece o no el Método Polya el proceso de resolución de problemas matemáticos, que contienen operaciones básicas, con los estudiantes de grado cuarto de la Institución Educativa El Corazón?

## Justificación

A partir de la práctica pedagógica como docente de Matemáticas en los grados tercero, cuarto y quinto de la básica primaria, y mediante el diálogo con los estudiantes sobre su percepción entorno a las matemáticas y a su aprendizaje, se concluye que, en términos generales, se asume las matemáticas y sus procesos como algo que requiere de esfuerzo y dedicación, al tiempo que se ve la forma de proceder en cada uno de los temas, un quehacer estático que no permite sino reproducir una serie de pasos; los mismos que no se comprenden o que no se preocupan en comprender. Varias investigaciones sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, enuncian que las dificultades en este aprendizaje no sólo están asociadas con factores cognitivos, sino también, con factores emocionales, socioculturales, entre otros, y pueden, además, estar relacionadas o no con dificultades en otras áreas.  De hecho, es muy frecuente que vayan unidas a dificultades en el área de lenguaje (Fernández, 2013).

La resolución de problemas matemáticos es, quizás, la competencia (en el uso del lenguaje de la legislación educativa colombiana) que mayor dificultad genera para los estudiantes. En la investigación que tiene por título *Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva evolutiva*, el autor afirma que la resolución de problemas es un proceso complejo en la medida que no sólo se requiere de dominio y destreza en operaciones básicas (en el caso de la básica primaria), sino que, además, se requiere de una adecuada comprensión de los enunciados matemáticos (Orrantia, 2006).

Conexo a lo anterior, se tiene que, en el proceso de enseñanza, los maestros, en muchos casos, reducen éste a un proceso de instrucción donde sólo se expone un método de solución y no la posibilidad de pensar cada una de las situaciones planteadas. Al respecto Echenique (2006), señala:

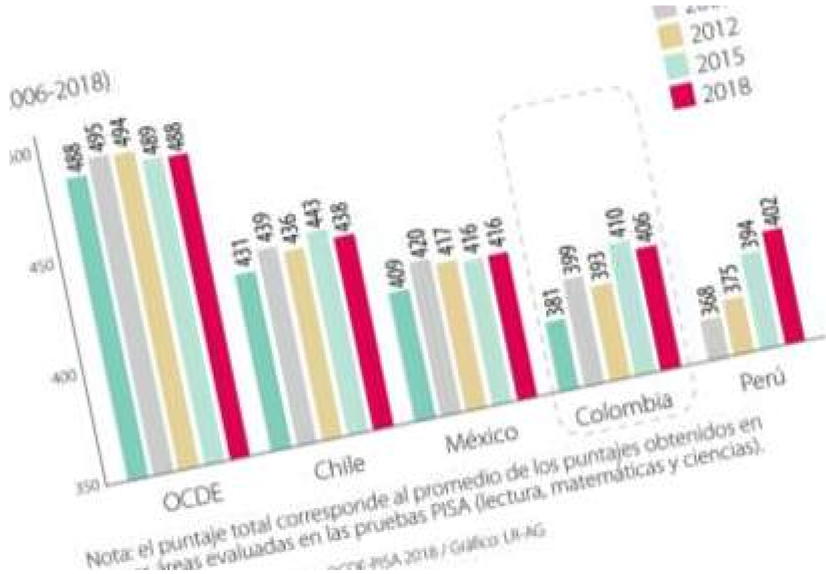
> Dichas dificultades están relacionadas en algunos casos con la falta de asimilación de contenidos propios de los diferentes bloques del área; en otras ocasiones se basan en la comprensión lectora, en el uso del lenguaje o en el desconocimiento de conceptos propios de otras disciplinas que intervienen en la situación planteada. (p.19)

El efecto de los múltiples problemas asociados con el aprendizaje de las matemáticas, por ejemplo, se observa en la idea del fracaso escolar, el aislamiento, la frustración o la indiferencia (Fernández, 2013). Entre estos problemas, en el caso colombiano, se tiene el resultado funesto (por decirlo de alguna manera), en las pruebas estandarizadas

Haciendo una lectura de la participación de Colombia en las pruebas PISA (Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes) desde el año 2006 al 2018, podemos observar que el puntaje promedio obtenido en las tres áreas evaluadas: lectura, matemáticas y ciencias, está por debajo de la media de 500 puntos que se tiene como referencia a la OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos). Los resultados más recientes de las pruebas PISA (año 2018), muestran que Colombia se encuentra rezagada respecto a los niveles observados en otros países, e incluso respecto al promedio de América Latina. En efecto, el puntaje de Colombia en esas pruebas fue de 406, inferior al promedio de la OCDE (488) y a los registros de Chile (438) y México (416), sólo se superó a Perú (402), tal y como se observa en la Figura 1.

**Figura 1**

*Puntaje promedio en las Pruebas Pisa (2006-2018).*

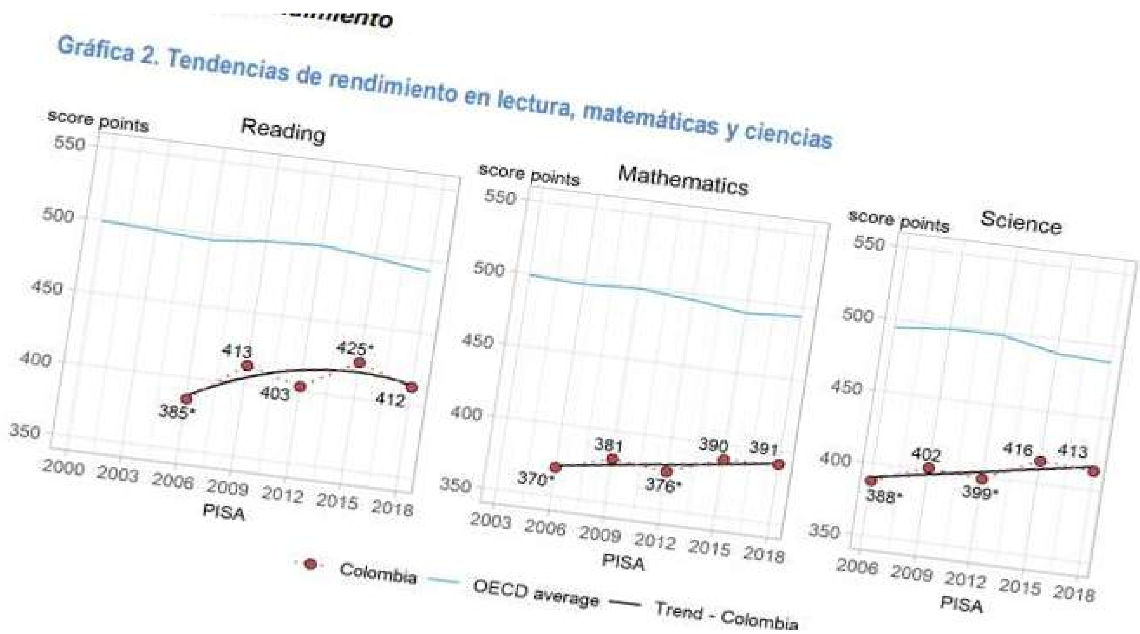



*Nota:* Promedio de los puntajes obtenidos en las tres áreas (lectura, matemáticas y ciencias) en América Latina. Reproducida de OCDE, base de datos PISA,2006 - 2018 (https://www.oecd.org/pisa/publications/PISA2018_CN_COL_ESP.pdf).

Entre los 79 países que participaron en las pruebas de 2018, Colombia continuó ocupando los últimos lugares en las tres competencias evaluadas: lectura (puntaje 412, puesto 60), matemáticas (puntaje 391, puesto 70) y ciencias (puntaje 413, puesto 63). Además, el porcentaje de estudiantes con bajo desempeño continuó en niveles elevados del 50% en lectura, 50% en ciencias y 65% en matemáticas. En este punto cabe la pregunta por la relación entre lo evaluado y los intereses educativos que, para el caso, serían los esperados dentro del sistema educativo colombiano. Pregunta que se puede escribir como: ¿qué se entiende por pensamiento matemático, científico y lectura crítica comprensiva dentro del sistema educativo colombiano? y ¿cómo es la formación de maestros para el desarrollo del pensamiento científico en Colombia? Preguntas que parecen no tener una relación con los resultados expuestos, pero que, si son de fondo al pensar en los intereses educativos de Colombia respecto a los lineamientos evaluativos internacionales, PISA en el caso analizado. (Figura 2)

**Figura 2**

*Tendencias de rendimiento en lectura, matemáticas y ciencias en Pruebas PISA 2006-2018*

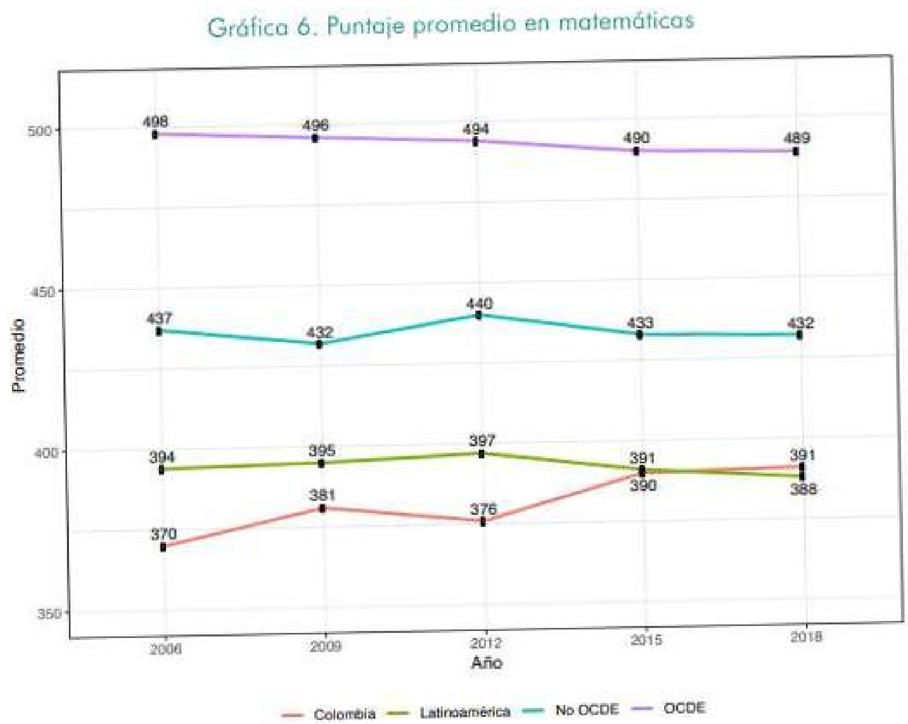



*Nota.* Informe Nacional de Resultados Para Colombia – PISA. Reproducida de OCDE, base de datos PISA, 2006 - 2018 (https://www.oecd.org/pisa/publications/PISA2018_CN_COL_ESP.pdf).

En la Figura 3, se puede observar los resultados históricos de Colombia en la prueba de matemáticas. Aquí se evidencia que el promedio pasó de 370 a 391 puntos entre 2006 y 2018, lo cual representa un aumento de 21 puntos. Sin embargo, respecto a la aplicación de 2015, el puntaje promedio pasó de 390 a 391 puntos, lo cual evidencia un incremento no significativo y equivalente a un punto. En matemáticas, respecto a la aplicación de 2006, Colombia ha sido el octavo país que mejoró más su desempeño, y el primero en Latinoamérica y el Caribe.

**Figura 3**

*Resultados Históricos de Colombia en Matemáticas PISA 2006-2018*




*Nota.* Informe de resultados Para Colombia en Matemáticas– PISA. Reproducida de OCDE, base de datos PISA, 2018 (https://www.oecd.org/pisa/publications/PISA2018_CN_COL_ESP.pdf

Además, el puntaje promedio en matemáticas de los estudiantes colombianos incrementó un punto respecto a la aplicación de 2015. No obstante, es necesario seguir mejorando en esta área, ya que las diferencias con los países asociados a la OCDE siguen siendo considerables. Así, la nueva pregunta que se puede exponer es si la educación en Colombia está pensada para las necesidades de la población o si está enfocada a responder a las necesidades evaluativas internacionales como requisito o exigencia de las diversas Instituciones como el Banco Mundial o el Banco Interamericano de Desarrollo.

En el momento actual, la reflexión por la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas tiene como escenario la Institución Educativa El Corazón ubicada en el barrio Belencito

Corazón, comuna 13 de la ciudad de Medellín. Sus 1.277 estudiantes pertenecen, en un alto porcentaje, a los estratos 1 y 2, con gran participación de la población afrodescendiente, desplazada y migrante; sus ingresos provienen de actividades económicas como la construcción, el servicio doméstico, la conducción de servicio público, entre otros. En la historia del barrio, el contexto social donde está ubicada la Institución, ha dejado sobre los estudiantes marcas negativas, con la violencia, el maltrato, la cultura de la ilegalidad, la ausencia de un proyecto de vida, la falta de interés por el estudio, escasos modelos de superación y el facilismo, lo que dificulta el proceso educativo, pues la mayoría de sus estudiantes carecen de hábitos de estudio y disciplina, reflejándose en bajos niveles de desempeño académico pero en altos índices de repitencia y ausentismo escolar. En el plano institucional, y dentro de las pruebas estandarizadas que rigen para el territorio nacional (Pruebas Saber – ICFES: Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación) desde su participación por primera vez en 2015 en las Pruebas Saber 3 y 5 en el área matemáticas y lenguaje. El desempeño de los estudiantes se encuentra en un alto porcentaje en los niveles *mínimo e insuficiente* como se muestra en la Figura 4.

**Figura 4**

*Resultados Pruebas Saber – ICFES en Lenguaje y Matemáticas 2014 – 2017*

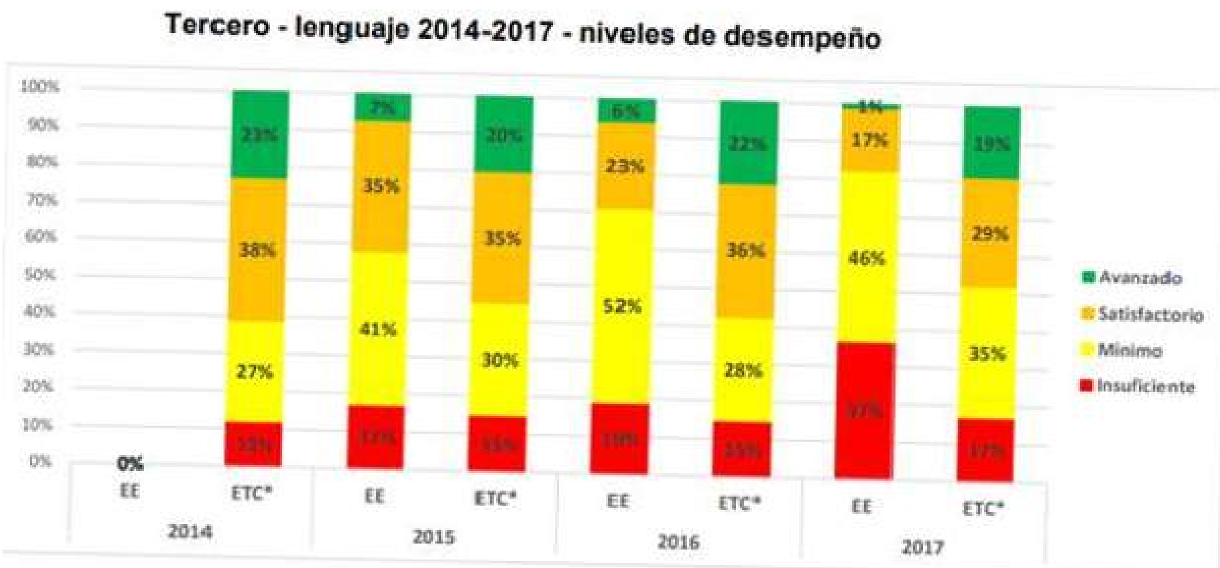
| Área | Grado | Año | Insuficiente | Mínimo | Satisfactorio | Avanzado | Satisfactorio-Avanzado |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Lenguaje | Grado 3° | 2014 | SD | SD | SD | SD | SD |
| | | 2015 | 17% | 41% | 35% | 7% | 42% |
| | | 2016 | 19% | 52% | 23% | 6% | 29% |
| | | 2017 | 37% | 46% | 17% | 1% | 18% |
| | Grado 5° | 2014 | SD | SD | SD | SD | SD |
| | | 2015 | 47% | 42% | 10% | 1% | 11% |
| | | 2016 | 42% | 36% | 16% | 6% | 66% |
| | | 2017 | 30% | 55% | 12% | 3% | 15% |
| | Grado 9° | 2014 | SD | SD | SD | SD | SD |
| | | 2015 | 33% | 50% | 16% | 1% | 17% |
| | | 2016 | 45% | 32% | 21% | 2% | 23% |
| | | 2017 | 22% | 58% | 20% | 0% | 20% |
| Matemáticas | Grado 3° | 2014 | SD | SD | SD | SD | SD |
| | | 2015 | 17% | 43% | 30% | 11% | 41% |
| | | 2016 | 47% | 36% | 13% | 4% | 17% |
| | | 2017 | 36% | 54% | 8% | 2% | 10% |
| | Grado 5° | 2014 | SD | SD | SD | SD | SD |
| | | 2015 | 65% | 29% | 6% | 1% | 7% |
| | | 2016 | 66% | 24% | 7% | 3% | 10% |
| | | 2017 | 73% | 21% | 3% | 3% | 6% |
| | Grado 9° | 2014 | SD | SD | SD | SD | SD |
| | | 2015 | 54% | 44% | 2% | 0% | 2% |
| | | 2016 | 42% | 56% | 2% | 0% | 2% |
| | | 2017 | 42% | 51% | 7% | 0% | 7% |

*Nota*: Porcentaje de Estudiantes por Nivel de Desempeño en Pruebas Saber 3°, 5° Y 9° según Área de Conocimiento 2014-2017. PEI, Institución Educativa el Corazón.

En las últimas Pruebas Saber realizadas en 2017, en el grado tercero en la prueba de lenguaje, el porcentaje más alto se encuentra en el nivel mínimo, postulando la comprensión lectora como una fortaleza, pero que no logra consolidarse. En la prueba de matemáticas, aunque el porcentaje más alto se encuentra en el nivel mínimo, el nivel insuficiente tiene un gran porcentaje lo cual ubica la resolución de problemas muy cerca de ser una debilidad. (Figuras 5 y 6).

**Figura 5**

*Porcentajes en las Pruebas Saber 3° para Lenguaje de la Institución Educativa el Corazón*

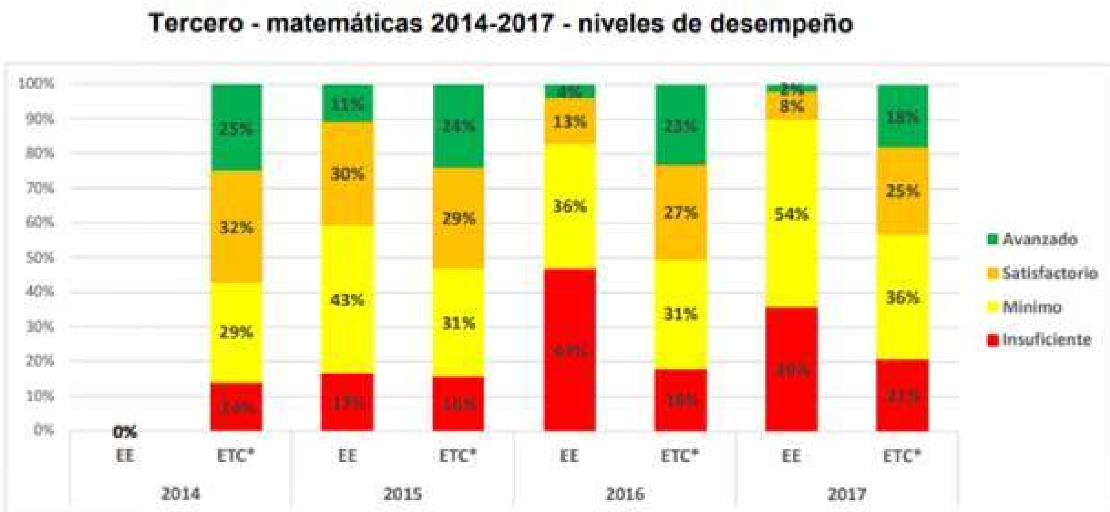



*Nota:* Informe de resultados en las Pruebas Saber 3° en Lenguaje 2017. Reproducido de Resultados Pruebas Saber – Día E, Ministerio de Educación Nacional.

https://diae.mineducacion.gov.co/dia_e/documentos/105001026352.pdf

**Figura 6**

*Porcentajes en las Pruebas Saber 3° para Matemáticas de la Institución Educativa el Corazón*

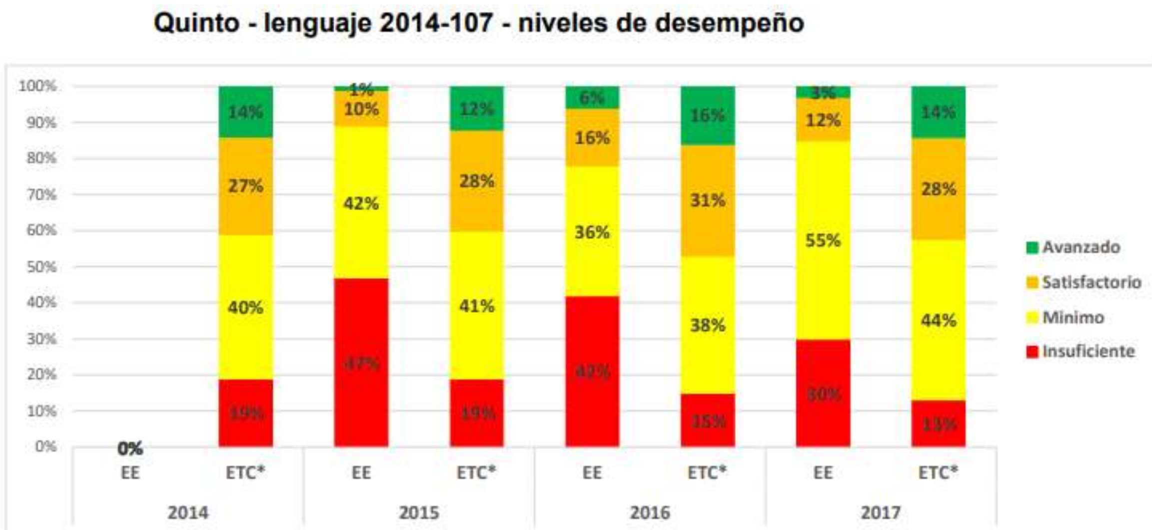



*Nota:* Informe de resultados en las Pruebas Saber 3° en Matemáticas 2017. Reproducido de Resultados Pruebas Saber – Día E, Ministerio de Educación Nacional. https://diae.mineducacion.gov.co/dia_e/documentos/105001026352.pdf

Las Figuras 7 y 8 muestran que en el grado quinto, la prueba de Lenguaje tiene su mayor porcentaje en el nivel minimo, mientras que en la prueba de Matematicas, los resultados fijan una debilidad bastante notoria en la resolucion de problemas debido a su alto porcentaje en el nivel insuficiente.

**Figura 7**

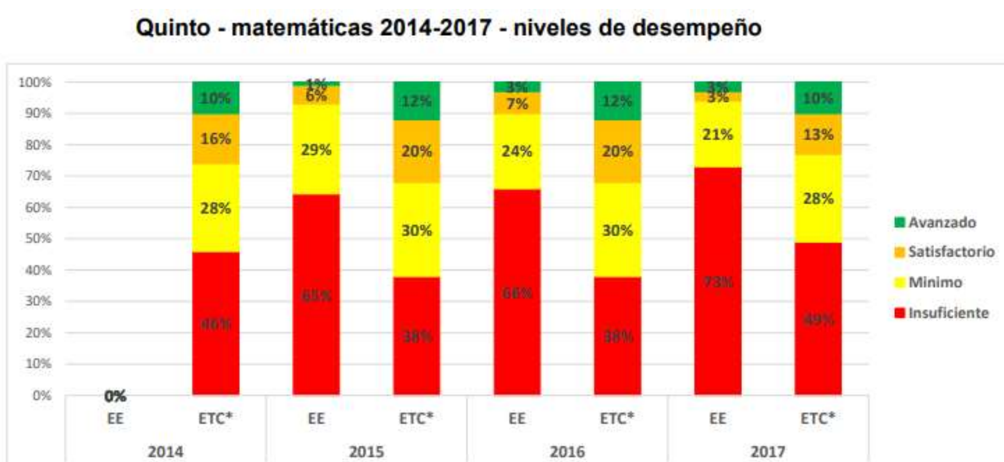
*Porcentajes en las Pruebas Saber 5° para Lenguaje de la Institución Educativa el Corazón*




*Nota:* Informe de resultados en las Pruebas Saber 5° en Lenguaje 2017. Reproducido de Resultados Pruebas Saber – Día E, Ministerio de Educación Nacional. https://diae.mineducacion.gov.co/dia_e/documentos/105001026352.pdf

**Figura 8**

*Porcentajes en las Pruebas Saber 5° para Matemáticas de la Institución Educativa el Corazón*




*Nota:* Informe de resultados en las Pruebas Saber 5° en Lenguaje y Matemáticas 2017. Reproducido de Resultados Pruebas Saber – Día E, Ministerio de Educación Nacional. https://diae.mineducacion.gov.co/dia_e/documentos/105001026352.pdf

Teniendo en cuenta los resultados obtenidos, tanto en las pruebas PISA como en las Pruebas Saber, además de las pruebas internas, surge el cuestionamiento por las relaciones que se pueden tener entre la comprensión y la resolución de problemas. Sí se tiene mejores niveles de desempeño en las competencias de lectura, porque no se logra tener unos rendimientos equiparables en las competencias matemáticas. Así, la pregunta por los resultados de los estudiantes en las pruebas es también la pregunta por el cómo orientar la reflexión por el propósito y métodos de la enseñanza, en este caso de la matemática.

La visión que nos ofrece Astolfi (1988) en *El Aprendizaje de Conceptos Científico: aspectos epistemológicos, cognitivos y lingüístico,* habla de las dificultades inherentes a los saberes, que deben ser diagnosticadas y analizadas para favorecer el aprendizaje de los estudiantes. El autor, nos muestra cómo desde un análisis superficial y simplista muchos docentes y padres atribuyen el fracaso en la adquisición de un conocimiento en ciencias, a características personales de los alumnos tales como: falta de capacidad para aprender, motivación, disciplina, esfuerzo, etc. Estas conclusiones impiden ver que existen problemas ocultos en los propios saberes que dificultan o hacen imposible un aprendizaje comprensivo, generando en el alumno un sentimiento de incapacidad y desinterés hacia el aprendizaje de las ciencias. Esto expone que no pocas veces los problemas se asocian a los resultados y no se detienen a ver y reflexionar sobre los procesos. Esto equivale a decir que se piensan los saberes aislados de las condiciones del contexto y de las posibilidades mismas que ofrece el medio (la cultura) al proceso de enseñanza y aprendizaje.

Los conocimientos que los estudiantes traen de aprendizajes previos entran en conflicto con los saberes científicos que la escuela pretende transmitir, es función de los docentes, asegurar que el proceso de asimilación y acomodación de los aprendizajes no sea, como se da a menudo, una simple sustitución de conocimientos preexistentes por otros nuevos y donde no se produce ningún tipo de progreso, pues no se da un verdadero aprendizaje, permitiendo así que con el tiempo el saber científico que se creía comprendido, sea olvidado y se corra el riesgo de que viejas creencias vuelvan a resurgir.

Por su parte, Wasserman (2019) afirma que el conocimiento engrandece la cultura y multiplica las posibilidades de desarrollo personal, la educación en ciencias debe ser una buena estrategia para ayudar a los estudiantes a entender mejor a sus congéneres y al universo, pero no formando científicos como tal, sino con una alfabetización científica que les permita formarse como seres capaces de entender recomendaciones y usarlas para decidir entre dilemas que le toque enfrentar (párr. 1).

Es decir, enseñar matemáticas y cualquier otra ciencia, no se reduce a los conceptos propios de la ciencia sino cómo con ellos se enseña a pensar. Es aquí donde el docente debe proponer situaciones de aprendizaje para que los estudiantes se pregunten por situaciones naturales que conoce y elabore explicaciones coherentes y consientes, que piensen y no sólo que reproduzcan.

El *Documento Fundamentación Teórica de los Derechos Básicos de Aprendizaje (V2) y las Mallas de Aprendizaje para el Área de Matemáticas* del Ministerio de Educación Nacional colombiano. Este documento declara como propósito el desarrollo del pensamiento crítico a través del mejoramiento de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Es aquí donde la resolución de problemas se asume como el macroproceso bajo el cual se articulan otros procesos fundamentales en lo que se nombra *ser matemáticamente competente.*

> La resolución de problemas constituye un papel importante en la adquisición de habilidades de interpretación que deben desarrollar los estudiantes no sólo en el contexto escolar sino para enfrentarse a situaciones problema que deberán resolver en la cotidianidad, es decir, que los alumnos comuniquen y expliquen su conocimiento matemático, lean, escuchen y comprendan diversos campos de problemas, imaginen

> variedad de soluciones y pongan en práctica las herramientas y conocimientos aprendidos para resolver problemas nuevos. (MEN, 2016, p. 15)

En otras palabras, es hacer matemática para la vida, que les permite construir su propio aprendizaje y les ayude a enfrentarse a su propia frustración. Es importante tener presente que la adquisición del conocimiento matemático va paralelo al desarrollo del pensamiento lógico y el eje central en torno al cual gira esta adquisición y desarrollo, es la resolución de problemas. Por su parte Calvo (2008) en *Enseñanza Eficaz de la Resolución de Problemas Matemáticos*, sostiene que:

> La resolución de problemas es un aprendizaje que ha de realizarse a lo largo de la vida, que contribuye a desarrollar en los niños y las niñas estrategias mentales básicas que les facilita resolver situaciones de la vida real aplicando los conocimientos que se han adquirido durante los diferentes niveles educativos (p.128).

Resolver problemas es “hacer matemática” y el matemático más conocido que sostiene esta idea de la actividad matemática es Polya (1965), quien introduce el término “heurística” para describir el arte de la resolución de problemas.

En los momentos actuales, no se puede pensar en ninguna reflexión para la enseñanza al margen de las condiciones que han suscitado la pandemia por el Sars-Covid 2. Pandemia que develó, entre otras, para el territorio colombiano en el sector público, la precariedad de los medios de comunicación para la enseñanza, así como las condiciones empobrecidas en la relación conocimiento y aprendizaje. Al respecto Cuervo y Martínez (2020) señalan que como docentes la tarea es replantearse lo verdaderamente relevante en cuanto a contenidos, a lo que se podría agregar, más que a los contenidos, es a los conceptos que sirven para afrontar la vida misma. Educar, ahora más que nunca, requiere, indispensablemente pensar en reformular el proceso de enseñanza y aprendizaje aprovechando los recursos informáticos para organizar el conocimiento, volver sobre el desarrollo conceptual y sobre las metodologías. Todo esto implica reformular políticas y programas en materia educativa con el fin de que sea el docente quien facilite una motivación en el estudiante para que éste adquiera conductas como la autocrítica, la automotivación y la capacidad de resolver situaciones problema, de modo que cuando fenómenos como el Covid-19 u otros vuelvan a vulnerar el mundo, las nuevas generaciones sepan que las implicaciones de un cambio en tiempos de crisis, involucran una contextualización social de las situaciones críticas para sacar el mejor provecho de ellas.

En cuanto a la enseñanza de las matemáticas, se requiere que tenga un enfoque menos convencional y más centrado en actividades, en las habilidades y actitudes, y en los ambientes digitales. Necesita, indudablemente, que contemple la resolución de una actividad de aprendizaje significativa para el estudiante, un momento de diálogo, reflexión y comprensión de las acciones realizadas, una conceptualización y construcción del nuevo conocimiento y la aplicabilidad de este aprendizaje. En este sentido y sobre todo por la condición actual a causa de la pandemia producida por el Covid19, es necesario cambiar poco a poco a otras formas de enseñar y aprender matemáticas que promuevan el desarrollo de competencias como la resolución de problemas, donde el estudiante tenga un rol más activo y dinámico.

# Objetivos

## General

Analizar la favorabilidad o no del Método Polya en el proceso de resolución de problemas matemáticos que contienen operaciones básicas en el grado cuarto de la Institución Educativa El Corazón.

## Específicos

Identificar las dificultades de los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos que contienen operaciones básicas en el grado cuarto de la Institución Educativa El Corazón.

Definir una matriz interpretativa y de aplicación del Método Polya para la comprensión y solución de problemas matemáticos en el grado cuarto de la Institución Educativa El Corazón.

Explicar las condiciones de posibilidad para la resolución de problemas mediante el Método Polya en el grado cuarto de la Institución Educativa El Corazón.

# Marco Teórico

La línea de investigación de este trabajo, es una reflexión sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas basada en las categorías sobre resolución de problemas, aprendizaje de las matemáticas y Método Polya; adicionalmente, presenta una intervención realizada en la Institución Educativa el Corazón apoyada en los documentos rectores que rigen la educación y que busca hacer significativo el proceso de enseñanza y aprendizaje desde la resolución de problemas matemáticos, los cuales requieren de una estructura procedimental, conceptual y analítica para poder llevar a cabo su solución. Para esto se hizo un rastreo minucioso y categórico de antecedentes, de referentes teóricos y de los elementos que determinan los lineamientos educativos en Colombia.

## Antecedentes

Este apartado señala las investigaciones que aportan a comprender el problema en toda su complejidad. Para lo cual se tiene una organización de acuerdo a unos intereses investigativos relacionados con: la resolución de problemas como competencia matemática, problemas de la enseñanza de las matemáticas relacionadas con el método, problemas de la enseñanza de las matemáticas relacionadas con la relación docente-estudiante y dificultades en la resolución de problemas relacionados con la comprensión lectora de los enunciados matemáticos.

### *Resolución de Problemas como Competencia Matemática.*

Molina et al. (2020) en el artículo titulado *La resolución de problemas basada en el método de Polya usando el pensamiento computacional y Scratch con estudiantes de educación secundaria.* Este trabajo tuvo como propósito analizar cómo el uso del pensamiento computacional con Scratch permite abordar el desarrollo de la competencia matemática en resolución de problemas, observando la implementación del Método Polya en la resolución de problemas aritméticos. Esta investigación se desarrolló bajo un modelo mixto con un proceso cuasi experimental, para una muestra de 18 estudiantes del grado sexto del Centro Público de

Educación Secundaria Obligatoria. Los resultados obtenidos demuestran que, en la variable principal, competencia en resolución de problemas, el 72.2% del alumnado consiguió una mejor puntuación en el postest, demostrando que el uso del pensamiento computacional para trabajar la resolución de problemas y adquirir habilidad para comprender mejor los enunciados, a través de scratch, resulta efectivo. Sin embargo; al analizar cada una de las subvariables de forma detallada se ha apreciado la dificultad de los estudiantes para plasmar de manera específica, partes del proceso de trabajo. Fueron varias las conclusiones a las que llegaron los autores, una de ellas es que el uso de patrones, la abstracción, la descomposición o el pensamiento algorítmico fueron habilidades que se desarrollaron por medio de la inclusión del pensamiento computacional como una herramienta para trabajar metodologías estructuradas; además el diseño de este tipo de estrategias despertó la motivación del alumnado, ofreciendo dinamismo a las sesiones en el aula permitiendo descubrir y realizar de manera más personal todo el proceso de aprendizaje, gracias al avance de las tecnologías. Podemos apreciar el aporte de esta investigación al observar que la inclusión de la tecnología como recurso educativo mejoró la competencia en resolución de problemas al mejorar la competencia lingüística en el proceso de lectura y comprensión del enunciado del problema.

Álvarez (2019), desarrolló una tesis titulada *Aplicación del Método Polya para el desarrollo de la competencia resuelve problemas de cantidad en estudiantes de primaria en la Institución Educativa N° 156 Lima – 2019,* tuvo como propósito determinar el efecto del Método Polya en el desarrollo de la competencia en resolución de problemas de cantidad, en estudiantes de quinto grado de primaria. En lo que respecta a la metodología utilizada, la investigación corresponde al enfoque cuantitativo, de tipo aplicada, con un diseño experimental –cuasi experimental, de alcance descriptivo. En este estudio la población representa los estudiantes de quinto grado de educación primaria de la Institución Educativa No 156 Lima – 2019 y se utilizó una muestra conformada por 60 estudiantes de quinto grado, 30 del grupo control y 30 del grupo experimental, a quienes se les aplicó dos pruebas escritas, pre y pos test, para recolectar datos sobre la competencia en resolución de problemas de cantidad. Los resultados del pre y pos test permitieron concluir que, en cuanto a la hipótesis general, se demostró que la aplicación del Método Polya permite mejorar significativamente la competencia en resolución de problemas de cantidad en estudiantes de quinto de primaria de la Institución Educativa No 156 Lima – 2019. Esta investigación concluye que el procedimiento que está orientado a la resolución de los ejercicios siguiendo una serie de pasos (4 pasos) rutinarios, permite mejorar la competencia que tienen los estudiantes para brindar soluciones a problemas o para que plantee nuevos, permitiendo en éstos la búsqueda de construcción y comprensión de las nociones numéricas, sistemas numéricos, operaciones y propiedades.

Por otra parte, Maquilón (2017), en su tesis de maestría llamada *Resolución y planteamiento de problemas matemáticos apoyados por las TIC,* desarrolló una estrategia didáctica del pensamiento numérico con el propósito de potenciar el planteamiento y resolución de problemas matemáticos mediante la utilización del método heurístico de Polya, apoyados en el trabajo colaborativo dentro del aula y por las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones (TIC), en este caso Moodle y Erudito. Los lineamientos del paradigma critico social fueron los fundamentos de esta investigación que, con un enfoque mixto, es decir, tanto cualitativo como cuantitativo, desarrolló una intervención con las características de una investigación acción educativa. Las técnicas e instrumentos de recolección de la información fueron: las pruebas (pre test y pos test), la encuesta, archivo de rendimiento académico de los estudiantes. El análisis estadístico concluyó con un nivel de confianza del 95%, que luego de la propuesta implementada bajo la modalidad de video juegos en plataformas interactivas, mejoró la competencia en cuanto a resolución de problemas matemáticos, puesto que permitió la interacción entre estudiantes y docentes, el trabajo colaborativo y el aumento en los niveles de motivación por la resolución de problemas, lo cual se reflejó en el rendimiento académico del grupo experimental en un 58.6% mejorando los niveles de creatividad y razonamiento.

La investigación realizada por Escalante (2015) titulada *Método Polya en la resolución de problemas matemáticos*, se desarrolló en la Escuela Rural Mixta Bruno Emilio Villatoro López en el Municipio de La Democracia, Departamento de Huehuetenango, Guatemala. Este trabajo tuvo un enfoque cuantitativo con diseño cuasi experimental para una muestra de 25 estudiantes del grado quinto. Los instrumentos de recolección de información utilizados fueron, la observación, prueba inicial, intermedia y final y, por último, una encuesta para medir el proceso de desarrollo del Método Polya.

Este trabajo fue realizado con la finalidad de determinar los pasos que aplica el Método Polya en la resolución de problemas matemáticos, todo con el propósito de formar estudiantes con competencias cognitivas y que a la vez adquirieran capacidades constructivas e innovadoras. Los resultados obtenidos en dicha investigación reflejaron lo siguiente: en la evaluación diagnóstica se obtuvo una media aritmética de 62.2 puntos, luego en la evaluación intermedia los estudiantes alcanzaron una media aritmética de 77.32, puntos visualizando un progreso, y en la evaluación final los alumnos alcanzaron una media aritmética de 88.48 puntos, concluyendo de esta manera que el Método Polya sí favoreció en los alumnos de quinto grado la resolución de problemas matemáticos, pues su temor a enfrentarse a esta actividad había disminuido ya que ahora contaban con una estrategia específica para esto; se obtuvieron cambios en la concentración y la capacidad de razonar, además de despertar el interés por nuevos aprendizajes.

### ***Problemas de la Enseñanza de las Matemáticas Relacionadas con el Método***

Campos (2019), quien realizó una tesis de investigación para la Universidad Nacional Hermilio Valdizán de Perú, titulada *Aplicación de estrategias de enseñanza en la resolución de problemas para el mejoramiento del aprendizaje de la matemática,* tuvo como objetivo general utilizar estrategias en la enseñanza de la matemática, basado en el Trabajo en Equipo y Método Polya, para promover habilidades científicas en los estudiantes y mejorar la práctica pedagógica. Este trabajo se llevó a cabo en la Institución Educativa “SAN JORGE” de Supte, con una población de 300 estudiantes de la básica secundaria.

La metodología utilizada tuvo un enfoque cualitativo y un diseño de investigación acción pedagógica utilizando las técnicas de Observación, Encuesta y Diario de Campo. El proceso de deconstrucción de la practica pedagógica permitió identificar que la aplicación inadecuada de estrategias para desarrollar situaciones problemáticas limita el desarrollo de esta capacidad y todo aquel aprendizaje relacionado con el mismo, por lo tanto es indispensable que los docentes, no sólo de matemáticas, sino de las diferentes áreas realicen un proceso de autorreflexión y aplicación de acciones sustentadas en el Método Polya y el trabajo en equipo, que permitan mejorar las intervenciones educativas a través de proyectos diversificados, sustentados en este enfoque en resolución de problemas, que aseguren el logro de los aprendizajes en dicha competencia seleccionada.

Gómez y Jácome (2018) desarrollaron el título *Efecto de la metodología de Polya en el desarrollo de la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de grado cuarto* en Barranquilla. Este trabajo estuvo enmarcado en los criterios metodológicos empírico – analítico, de enfoque cuantitativo, con un diseño cuasi experimental de grupos equivalentes (control y experimental). La población estuvo formada por los estudiantes de la Institución Educativa Departamental Arcesio Cáliz Amador, y la muestra se seleccionó de forma no probabilística, conformada por grupos intactos, correspondientes a los estudiantes de ambos grupos (A con 42 estudiantes) y (B con 45 estudiantes) del grado cuarto de primaria de la sede principal. Los instrumentos para recolectar la información utilizados fueron: una prueba diagnóstica o pre-test, una propuesta de enseñanza-aprendizaje de procedimientos de resolución de problemas utilizando el Método Polya, una encuesta estructurada dicotómica y una evaluación final o post-test. El objetivo de esta investigación se ubicó en determinar que el uso del Método Polya favorece el desarrollo de diversas competencias como es la resolución de problemas aditivos y multiplicativos en los estudiantes del grado cuarto. Los resultados obtenidos identificaron el efecto de la metodología de cuatro pasos de George Polya que mostró sus bondades en favor del grupo experimental, incrementando en los estudiantes la capacidad para resolver problemas.

Luego encontramos la investigación de Fonseca et al. (2018) titulada *Estrategias para resolver problemas matemáticos con ideas de Polya en grado quinto* la cual tenía como objetivo diseñar, aplicar y evaluar una propuesta pedagógica basada en el Método Polya, que favoreciera la resolución de problemas de aplicación matemática. La metodología utilizada en esta investigación fue cualitativa de tipo investigación acción, la cual está orientada hacia el cambio educativo y se caracteriza entre otras cosas por ser un proceso que se construye desde y para la práctica. La información fue recolectada a través de la aplicación de una prueba inicial y otra final y además del desarrollo de talleres donde se les inducia a utilizar el Método Polya. La población objeto de estudio fueron los estudiantes de las instituciones educativas Gustavo Rojas Pinilla y Concha Medina de Silva y la muestra fueron 22 alumnos de la primera institución mencionada y 9 de la segunda.

Meneses y Peñaloza (2017), presentaron para la Universidad Autónoma de Bucaramanga, un trabajo titulado *Método de Polya como estrategia pedagógica para fortalecer la competencia de resolución de problemas matemáticos con operaciones básicas en estudiantes de los grados tercero y cuarto del Colegio Municipal Aeropuerto*. Esta investigación que se desarrolló dentro de un enfoque cualitativo, utilizó un diseño de Investigación Acción. La población estuvo constituida por 190 estudiantes del grado tercero y 79 del grado cuarto de la sede Virgilio Barco en la jornada de la tarde; la muestra se conformó con 35 estudiantes del grado tercero y 39 del grado cuarto. Como principal instrumento de recolección de la información utilizaron el diario pedagógico acompañado de otros instrumentos como fotografías y videos de clase; adicionalmente implementaron una prueba diagnóstica y una prueba final. Este trabajo brindó a los estudiantes la posibilidad de adquirir herramientas para interpretar los problemas matemáticos y resolverlos de forma estructurada, mejorar sus competencias, adquirir disciplina y motivarlos a enfrentarse a nuevos retos, además evidenciaron un cambio en el quehacer pedagógico modificando las antiguas prácticas de enseñanza.

### ***Problemas de la Enseñanza de las Matemáticas Relacionadas con la Relación Docente-Estudiante***

La tesis de maestría de Díaz y Rodríguez (2021) con el nombre *Discurso docente desde la metodología de Polya en la resolución de problemas matemáticos,* la cual tuvo como objetivo general comprender desde el discurso docente y la metodología de Polya sus aportes a la resolución de problemas matemáticos. Esta investigación planteada para la Institución Educativa Departamental Tercera Mixta, de Fundación, Magdalena, tuvo como objetivo principal, comprender desde el discurso docente y la metodología Polya sus aportes a la resolución de problemas matemáticos. Para esto, se basaron en una metodología de enfoque cualitativo interpretativo, un paradigma critico social y un diseño de investigación acción educativa. Las técnicas utilizadas fueron revisión documental, entrevista semiestructurada, grupo focal y grupo de discusión y la encuesta a los docentes.

La población de esta investigación fueron los profesores del Área de Matemáticas y la muestra fueron cinco docentes. Partiendo de que el objeto de análisis consistió en saber realmente cuál es el conocimiento matemático que presentan los docentes de matemáticas en su enseñanza y sus creencias con base en la resolución de problemas, se pudo concluir que el correcto manejo del discurso docente, puede ser un factor determinante en la generación de conocimientos, ya que, a través de éste, se desarrolla la construcción de escenarios propicios para la reflexión, negociación, interpretación y experimentación. Deberán existir unos criterios claros de evaluación y retroalimentación que propendan por reconocer los niveles de medición de las competencias presentadas por los estudiantes; al igual que, los objetivos que se pretenden lograr en el área de matemáticas, por lo tanto, es indispensable que se unifiquen criterios pedagógicos o parámetros evaluativos en las guías de trabajo.

La Revista Espacios publicó la investigación de Gualdrón et al. (2020), titulada *Las operaciones básicas y el Método heurístico de Polya como pretexto para fortalecer la competencia matemática resolución de problemas.* Este trabajo tuvo como propósito fortalecer la competencia en resolución de problemas en estudiantes de cuarto grado de una institución pública rural del departamento de Santander, Colombia, haciendo uso en contexto de operaciones matemáticas básicas, el Método Polya y la resolución misma de problemas. El enfoque metodológico fue el cualitativo con un diseño de investigación acción, fundamentado en la observación participante y el análisis e interpretación de la información.

Las pruebas mostraron como solo el 29 % de los estudiantes aprobaron la prueba diagnóstica, mientras que el 96 %, es decir 23, aprobaron la prueba final, mejorando así su nivel de desempeño y cambiando en ellos, además, su actitud hacia el área de matemáticas, donde cobra sentido el ser, el saber y saber hacer. Se fortaleció la competencia resolución de problemas, utilizando como pretexto las operaciones básicas y el método heurístico de Polya. Esto contribuyó de forma efectiva en la disposición de los estudiantes para enfrentarse a diferentes problemas matemáticos. La muestra objeto de estudio estuvo constituida por 24 estudiantes del grado cuarto de la básica primaria. Las edades de los estudiantes se encontraban entre 9 y 11 años: 10 niñas y 14 niños, de los estratos socioeconómicos 1, 2 y 3.

Es importante resaltar de esta investigación que sus resultados sugieren que los docentes de matemáticas gestionen sus clases mediante el diseño de unidades didácticas conformadas por actividades lúdicas, recreativas e innovadoras, donde se evidencie el gusto por enseñar y que incluyan el Método de Polya. Además, los diseños instruccionales deberían integrar los conocimientos previos a los nuevos saberes, para que se aprenda haciendo. En este sentido, se debe permitir a los estudiantes: reflexionar, experimentar, comunicar y tomar decisiones en la construcción de diferentes procesos de resolución de problemas en las diversas áreas del conocimiento, en particular en el área de matemáticas.

La investigación realizada por Fuentes et al. (2019) quienes titularon su trabajo *Dificultades de la resolución de problemas matemáticos del grado 501* para la Maestría en Dificultades de Aprendizaje de la Universidad Cooperativa de Colombia de la ciudad de Bogotá, partiendo de su objetivo principal el cual era determinar las causas que generan las dificultades en la resolución de problemas matemáticos de estructura aditiva simple, se propusieron contribuir a una reflexión pedagógica que permita fortalecer los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en torno al desarrollo de habilidades y competencias de la vida cotidiana. Para esto realizaron una investigación de enfoque mixto con preponderancia cualitativa; seleccionaron como técnicas de recolección de información una prueba diagnóstica estructurada según la Taxonomía Solo de Jhon Biggs, una prueba de verificación estructurada con las preguntas de mayor dificultad según análisis de la prueba de diagnóstico, entrevista semiestructura a estudiantes y encuesta semiestructura a padres de familia.

La población estuvo conformada por 9 estudiantes y 9 padres de familia del grado 501 del Colegio La Floresta Sur sede B jornada de la tarde. De acuerdo con el análisis detallado de los resultados, se evidenció que las causas fundamentales que se presentan en los estudiantes tomados como muestra son: la baja comprensión de textos, los vacíos conceptuales y la falta de estrategias para llevar a cabo el desarrollo de las situaciones propuestas. Este trabajo concluye que es importante trabajar la comprensión de textos, la estructura de la pregunta y el contexto de las situaciones planteadas desde todas las áreas del conocimiento y desde el nivel de preescolar, dado que esto incide en cómo el estudiante comprende o no las situaciones planteadas, para adquirir el proceso en la resolución de problemas que se les planteen de acuerdo con el nivel de complejidad.

Correa (2018), titulada *Estrategia pedagógica para la enseñanza de las cuatro operaciones básicas matemáticas por medio de resolución de problemas en estudiantes del grado quinto,* esta investigación utilizó un diseño metodológico de investigación acción con enfoque cualitativo y con un método crítico social. La técnica utilizada fue la observación, y como instrumentos hicieron uso de los registros fotográficos y el desarrollo de las guías de trabajo realizadas de manera individual y grupal. Este trabajo tuvo como propósito el diseño de una estrategia pedagógica basada en la manipulación de material concreto, el uso del ábaco, de las TIC (Tecnologías de la Información y la Comunicación) y del diseño y montaje de una tienda escolar para que contribuyera a la enseñanza de las operaciones básicas por medio de situaciones problema. La población fueron los estudiantes de la Institución Educativa Villa del Socorro del Municipio de Medellín y tomó como muestra 35 estudiantes de grado quinto. Luego de la implementación de la propuesta la autora pudo establecer que la resolución de problemas es una falencia inminente en los estudiantes y que, a pesar de las intervenciones innovadoras y dinámicas, los resultados no fueron los esperados ya que se vieron afectados por situaciones complejas como la cantidad de alumnos, la dificultad para trabajar en equipo, problemas de convivencia y disciplina. No obstante, concluye que los problemas matemáticos es una competencia que se debe fortalecer ya que es la base para otros aprendizajes.

Osorio (2017), en su trabajo de grado titulado *La tienda escolar como estrategia de aprendizaje en la solución de situaciones problema de estructura aditiva en la vida cotidiana de los niños de grado segundo de educación básica primaria,* tuvo como propósito diseñar, aplicar y evaluar una secuencia didáctica como una manera de contribuir al aprendizaje de resolución de problemas matemáticos de estructura aditiva para los estudiantes del grado segundo de la Institución Educativa José Manuel Saavedra Galindo de la ciudad de Cali. Para realizar esta propuesta se basaron en una metodología con un enfoque cualitativo y de tipo descriptivo; la muestra estuvo conformada por 17 niños y 15 niñas del grado segundo de la sede Nuestra Señora de Fátima. Los instrumentos utilizados en esta investigación fueron, una prueba inicial, una prueba final y un registro de observación de clase.

Teniendo en cuenta los datos recolectados y el análisis realizado, la autora afirma que la implementación de la tienda escolar como un proyecto de aula permitió poner en juego competencias financieras básicas, ciudadanas, de lenguaje y matemáticas. Es importante para esta investigación tener en cuenta lo planteado en la secuencia didáctica del anterior antecedente, ya que permite ir observando, paulatinamente, como avanzan los estudiantes a partir de cada actividad realizada, además hace que las clases de matemáticas sean más dinámicas, creativas e innovadoras, donde los estudiantes son los verdaderos protagonistas de su propio aprendizaje.

Buendía et al. (2017), realizaron una investigación denominada Métodos y estrategias para la resolución de problemas matemáticos: una revisión desde las investigaciones en la última década. La metodología tuvo un enfoque cualitativo, con un diseño analítico de contenido de 50 artículos de investigación, clasificados de manera distributiva en 10 artículos, relacionados con el Método Polya; 2 artículos con el Método Goldin; 2 artículos con el Método Schoenfeld; 2 artículos con el Método ABP; 1 artículos con estrategias meta cognitivas y 33 artículos con métodos lúdicos y experimentales. La técnica de recolección de la información se realizó mediante el análisis de textos cuyo instrumento fue la matriz de análisis, la cual facilita clasificar los artículos de manera ordenada y estratégica. Esta investigación se propuso con el fin de describir, en la última década, los métodos y estrategias para la resolución de problemas matemáticos en un contexto educativo. Luego del análisis de los 50 textos seleccionados y clasificados, la investigación concluye que se evidencia una tendencia en el sistema educativo a enseñar métodos heurísticos para la resolución de problemas como el Método Polya ya que estos permiten usar las ciencias para estimular el pensamiento, el ingenio y la creatividad mediante el planteamiento de preguntas y respuestas que estimulan la participación dinámica de los estudiantes.

### ***Dificultades en la Resolución de Problemas Relacionados con la Comprensión Lectora de los Enunciados Matemáticos***

Sahúa (2017) y su tesis titulada *Comprensión lectora y resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de cuarto grado de la Institución Educativa Sagrado Corazón de Jesús* de la ciudad de Puno, Perú, tuvo como propósito central el determinar la relación existente entre la comprensión lectora y el proceso de desarrollo en la resolución de problemas matemáticos, para esto se basó en una investigación de tipo descriptiva y de diseño correlacional, puesto que el objetivo era determinar el grado de relación que existe entre las dos variables. La técnica de investigación que se utilizó para recoger los datos correspondientes a la comprensión lectora y a la resolución de problemas, fue la observación estructurada, siendo sus instrumentos el cuestionario estandarizado de escala Likert, respectivamente.

La muestra estuvo constituida por 35 estudiantes del grado cuarto que fueron elegidos mediante muestreo no probabilístico. Las conclusiones de esta investigación afirman que el proceso de comprensión lectora es indispensable en la resolución de problemas ya que si los estudiantes desarrollan un buen proceso lector y aplican estrategias de comprensión lectora mejoraran en la resolución de problemas además mejora el nivel de compromiso de los estudiantes al utilizar un método de cuatro pasos como el Método Polya. La resolución de problemas matemáticos requiere que el estudiante movilice la comprensión literal, inferencial y crítica que le permita al estudiante de educación primaria entender el problema y darle una solución.

Avella et al. (2016) realizaron una investigación llamada *Resolución de problemas matemáticos con fracciones enfocados al contexto escolar,* la cual se realizó con un enfoque cualitativo de tipo investigación acción y se centró en el análisis de la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos con fracciones (adición y sustracción) mediante el Método Polya. Esta investigación se llevó a cabo en el campo de la educación matemática, con un grupo del grado sexto de la Institución Educativa Técnica Carlos Alberto Olano Valderrama del municipio de Belén en Boyacá. Los procesos llevados a cabo por los estudiantes se registraron a través de los diarios de campo, la planilla de observación con la matriz FODA, videos de clase y talleres con problemas matemáticos con fracciones y contextualizados (diagnóstica, intermedia y final). Para el diseño de esta investigación se determinó un proceso lógico que facilitó al estudiante la comprensión de los enunciados de los problemas y su resolución, con el fin de formar estudiantes en las siguientes habilidades matemáticas: interpretar, analizar, resolver, probar y comunicar. De esta propuesta los autores pudieron concluir que el aprendizaje de las matemáticas guiado por la resolución de problemas en el contexto, contribuye a que los estudiantes comprendan mejor los conceptos matemáticos y desarrollen estrategias en la resolución de problemas relacionados con su vida cotidiana, esto genera en los estudiantes la reflexión constante y el aprendizaje significativo.

El trabajo de Patiño (2014), titulado *La comprensión textual como el primer momento hacia la resolución de problemas en matemáticas: una estrategia con pruebas estandarizadas*, tuvo como objetivo general implementar una propuesta metodológica en busca de fortalecer la comprensión lectora de los estudiantes de grado séptimo del colegio Agustiniano de San Nicolás Medellín, como el primer momento hacia la resolución de problemas matemáticos tipo pruebas estandarizadas. Para esto realizó una investigación de carácter cualitativo enfocada en la Investigación Acción Educativa, cuya muestra fueron 32 estudiantes del grado séptimo de dicha institución.

La conclusión obtenida, que aporta en gran medida a la investigación planteada en este documento, tiene que ver con el avance en el desarrollo de la competencia comunicativa, la cual permite que los alumnos puedan resolver de forma más rápida y sin mayor dificultad una prueba estandarizada, ya que al organizar la información que da el enunciado en un esquema o mapa, procura la optimización en el tiempo para resolver los problemas matemáticos, de forma que en la etapa de verificación se pueda lograr mayor asertividad.

Los antecedentes consultados sirvieron como referente y apoyo para esta investigación sobre el Método Polya y su efecto en la resolución de problemas matemáticos; las investigaciones evidenciaron un impacto positivo sobre los estudiantes en aspectos relacionados con el aprendizaje tales como: fortalecimiento del pensamiento matemático al desarrollar la creatividad, reflexión, análisis y razonamiento que a la postre mejoró significativamente la capacidad de resolver problemas matemáticos.

## Marco Conceptual

### *Categorías de Análisis*

Las categorías de análisis que se tuvieron en cuenta en la presente investigación fueron las siguientes: enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, resolución de problemas matemáticos y Método Polya. A continuación, se desarrollarán cada una de ellas.

***1.*** **Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas.** En el texto, *El aprendizaje de las matemáticas elementales como proceso condicionado por la cultura,* el autor señala que, las matemáticas surgen de la articulación de esquemas de acción y no de repeticiones de símbolos escritos o hablados, la pauta para una pedagogía correcta de las matemáticas, consiste en explorar las matemáticas de la cultura local; recoger el lenguaje que emplean los niños y adultos para representar los objetos, los procedimientos y las relaciones correspondientes; fomentar el juego significativo con los sistemas objeto culturalmente familiares para ayudar a los niños a construir el sistema conceptual en función de su utilidad cultural: "sólo los estudiantes que pueden construir sus propios sistemas conceptuales a pesar de sus maestros y desentrañar por su cuenta la maraña de sistemas simbólicos serán inmunes a la fobia a las matemáticas". Afirma además que, "el aprendizaje de las matemáticas es un proceso condicionado por la cultura y que es un error de los docentes creer que los niños al ingresar a las escuelas no saben nada de matemáticas" (Vasco, 1990, p. 6.). Vygotsky por su parte (1978) (como se citó en vasco, 1990 p.6) plantea que el aprendizaje de los niños sucede mucho antes de que asistan a la escuela y tienen una historia anterior. Por ejemplo, los niños empiezan a estudiar aritmética en la escuela, pero mucho antes han tenido ya alguna experiencia con las cantidades, es decir, han tenido que tratar con las operaciones básicas. En consecuencia, los niños tienen su propia aritmética preescolar. Concluye además que "las matemáticas pueden ser tan dependiente de la cultura como el aprendizaje de la literatura o la historia" (p.22).

Ya se ha mencionado que la resolución de problemas permite no sólo aprender matemáticas sino también desarrollar el pensamiento lógico de los estudiantes. No obstante, los docentes en un intento por promover este proceso matemático, se han limitado a la ejercitación repetitiva de algoritmos o a la aplicación de fórmulas, lo que resulta una práctica poco efectiva para desarrollar habilidades y destrezas asociadas al razonamiento lógico. A pesar de que la resolución de problemas sea un proceso usado para explorar y disfrutar las matemáticas, brindando oportunidades para desarrollar el pensamiento lógico, creativo y divergente, también se ha convertido en una de las grandes preocupaciones y retos a los cuales se enfrentan los docentes en el quehacer pedagógico. A propósito de esta frecuente preocupación educativa, Klafki (1991) puntualiza que la didáctica se encarga de pensar el asunto educativo como una praxis, es decir, que necesita sustentarse teóricamente en una acción para generar una transformación. Su propuesta se trata del análisis de la práctica de la enseñanza pretendiendo que el objetivo central sea la formación y no la simple transmisión de conocimientos. Con frecuencia se ven docentes y estudiantes desmotivados, experimentando cierta inseguridad que condiciona su pensar porque no saben llegar a la resolución de problemas acertadamente y como consecuencia impide el logro de aprendizajes significativos en la enseñanza de la matemática. Al respecto Polya (1965), uno de los grandes teóricos en resolución de problemas, afirma que limitar la enseñanza de la matemática a la ejecución mecánica de operaciones rutinarias es rebajarla al nivel de una simple receta de cocina, donde el cocinero no usa su imaginación ni su juicio. Que un problema implica una acción apropiada para lograr un objetivo establecido pero que el alcanzarlo no se da de manera inmediata (p.163). De acuerdo con lo anterior, es importante tener en cuenta que los docentes deben trabajar con los estudiantes, situaciones reales y cercanas a su realidad, ya que este tipo de problemas permite generar resultados a partir de la exploración, reflexión y representación; proponer conjeturas y comprobarlas, justificar y comunicar los hallazgos utilizando un lenguaje matemático adecuado.

Según Stigler, de la Universidad de Chicago (1994):

Ha encontrado que la apreciación de las mamás norteamericanas sobre el aprendizaje de las matemáticas es que algunos niños tienen una especie de don de Dios que hace que su cerebro esté hecho para aprender matemáticas, y que la mayoría no tiene ese don. En cambio, las mamás del Japón, Taiwán y Corea piensan que para aprender matemáticas basta con un trabajo duro y constante, y que el que no las aprende es porque es perezoso. (citado por vasco,1997, p. 20) Teniendo en cuenta lo anterior podríamos decir que, aprender matemáticas tiene mucho que ver con el interés y el tiempo que invierten los estudiantes en este proceso de aprendizaje y que por tanto la comparación de los resultados del rendimiento en matemáticas de diferentes culturas evidencia grandes diferencias.

***1.1. Pensamiento Matemático.*** Así como esta expresado en los Lineamientos Curriculares en el Área de Matemáticas (1998), el desarrollo del pensamiento numérico se adquiere gradualmente y va evolucionando en la medida en que los alumnos tienen oportunidad de pensar los números y de usarlos en contextos significativos, y se manifiesta de diversas maneras de acuerdo con el desarrollo del pensamiento matemático. Es decir, el pensamiento numérico está presente en las actividades de la vida cotidiana y por ende el uso de la aritmética se convierte en pilar de la educación matemática, sobre todo, en la básica primaria. Un indicador valioso del pensamiento numérico, es la utilización de las operaciones y de los números en la formulación y resolución de problemas matemáticos, a la luz de la comprensión del contexto del problema, del cálculo necesario y la determinación de los resultados, sean estos razonables o no. (MEN, p.43).

El aprendizaje del número no es sólo un problema de desarrollo cognitivo, sino que el contexto cultural en el que el estudiante se desenvuelve es determinante en los logros que puede alcanzar. Desde edades muy tempranas, incluso antes del ingreso a la escuela, el desarrollo del pensamiento numérico empieza a darse a través de la interacción con sus padres y otros adultos; se manifiesta en conteos pequeños, sin que esto signifique una relación entre el cardinal y la cantidad, intuiciones sobre lo numérico, posibles agrupaciones y desagrupaciones. Estas actuaciones no necesariamente constituyen un conocimiento amplio del número en el sentido matemático, pues la complejidad lógica del sistema numérico es aún incipiente, pero puede afirmarse que estas primeras intuiciones numéricas son la base para el posterior desarrollo de los aspectos psicológicos y matemáticos de este (MEN, 1998).

El aprendizaje de los números naturales está presente a lo largo de la vida y éstos, en la vida cotidiana, pueden ser usados de muchas maneras: para expresar orden, medir, cuantificar o como secuencia verbal. De acuerdo con Obando y Vásquez (2008) en *Pensamiento numérico del preescolar a la educación básica,* durante mucho tiempo las actividades de enseñanza del número centraron su atención en las tareas piagetianas sobre conservación, seriación y clasificación lo cual hoy en día ha evidenciado que estas no mejoran la comprensión numérica, por el contrario, centrar el trabajo sobre el conteo y las estrategias del conteo a través de la solución de problemas sencillos, trae grandes desarrollos en los procesos de conceptualización de los alumnos (p.6). Desde esta perspectiva, el pensamiento matemático no se focaliza solo en las actividades propias y exclusivas de las matemáticas como disciplina, sino que también se incluyen todas las formas de construcción de ideas matemáticas, es decir, el pensamiento matemático lo desarrollan las personas cuando se enfrentan a sus múltiples tareas cotidianas. Pensar matemáticamente es investigar soluciones, no memorizar procedimientos; explorar patrones, no memorizar formulas; formular conjeturas, no hacer ejercicios

El aprendizaje de las cuatro operaciones básicas, inicia desde los primeros años de vida escolar y se reduce al aprendizaje de los algoritmos convencionales y a la aplicación de éstos en situaciones problemas típicas, clasificadas según el tipo de operación que se esté estudiando en ese momento. Es por esto que resulta familiar que los estudiantes ante un problema matemático pregunten qué tipo de operación deben realizar y una vez obtenida la respuesta dan solución al problema correctamente, poniendo en evidencia que no comprenden el sentido y significado de las operaciones, sino que tan sólo saben utilizar un método para calcular un resultado por medio de algoritmos convencionales.

Kamii (como se citó en Obando y Vásquez, (2008) afirma que:

> Una enseñanza basada en los algoritmos perjudica en gran medida el desarrollo del pensamiento matemático, pues el estudiante antes de comprender las reglas de funcionamiento de los algoritmos básicos termina mecanizándolos y olvidándolos con facilidad. Por lo anterior, se hace necesario la distinción entre la operación y el cálculo. La operación tiene que ver con el aspecto conceptual ligado a la comprensión del sentido y significado matemático y práctico de las operaciones; mientras que el cálculo se refiere a las diferentes maneras que existen para hallar un resultado entre las que se pueden encontrar, las formas convencionales, el cálculo mental, el uso de la calculadora y otras no convencionales. (p. 17)

Es por esto que en las instituciones educativas se debe iniciar por el aprendizaje de las operaciones y no de los algoritmos como tal, apoyándose en formas distintas de cálculo como el uso de material concreto, representaciones mentales o inventadas por los propios estudiantes, de modo que estas estrategias particulares permitan una buena comprensión de los números y las operaciones, para luego, fundamentar el aprendizaje de los algoritmos convencionales

***1.2. Operaciones Básicas en las Matemáticas.*** La enseñanza tradicional hacía que los alumnos estudiaran sin mucho detalle los aspectos conceptuales de una nueva operación básica. En este caso, aprender las cuatro operaciones básicas no implicaba una base conceptual extensiva basada en una variedad de situaciones y en una diversidad de representaciones. Como consecuencia de esto, los estudiantes difícilmente podían construir una profunda comprensión de estas operaciones y sus conexiones con otras operaciones y aplicaciones al mundo real.

En el enfoque propuesto en la "matemática moderna" se prestaba más atención al apuntalamiento conceptual de las cuatro operaciones básicas que en el enfoque tradicional. Sin embargo, esta atención llevó a una determinada manera de concebir y presentar estas operaciones básicas como operaciones lógicas en conjuntos discretos, es decir, la adición como la unión de conjuntos y la sustracción como la separación de un subconjunto de un conjunto mayor. Además, las experiencias del mundo real fueron sustituidas por ejercicios de lápiz y papel con los diagramas de Venn. (Turégano et al., 2000, p. 306).

En los actuales documentos de reforma, se aboga por una fase conceptual más extensa exponiendo a los alumnos a una gama más amplia de situaciones modelo de una determinada operación básica. En la literatura de educación matemática se describen muchas formas diferentes de categorizarlas.

El Ministerio de Educación Nacional (1998), en su texto sobre los Lineamientos Curriculares es muy claro en afirmar que "el pensamiento numérico se adquiere gradualmente y va evolucionando en la medida en que los alumnos tienen la oportunidad de pensar en los números y de usarlos en contextos significativos escolares y extraescolares" (p. 26). Un indicador valioso de este pensamiento numérico es la utilización de las operaciones y de los números en la formulación y resolución de problemas y la comprensión de la relación entre el contexto del problema y el cálculo necesario.

La importancia que se está dando al desarrollo del pensamiento numérico en la educación, es una reacción al énfasis tan grande que se le ha dado a los algoritmos para efectuar cálculos, los cuales se tratan a veces de una forma mecánica sin considerar la comprensión de los conceptos que los fundamentan.

De acuerdo con lo expuesto por Turegano et al., (2000), en E*l concepto de número natural y las cuatro operaciones básicas: marco teórico:*

> *E*xisten dos formas de establecer relaciones entre cantidades: contar y calcular. Para determinar el resultado de una suma contando, los estudiantes representan una cantidad por medio de una colección de muestra de objetos antes de volver a contar el conjunto de objetos. El estudiante que calcula, en cambio, dirá directamente “nueve y cuatro son trece” o de modo menos directo “nueve y uno: diez y tres: trece”. A esta forma de cálculo se le llama, calculo pensado. (p.300)

Una parte importante del currículo de matemáticas para primaria está dedicado a la comprensión de las operaciones fundamentales (adición, sustracción, multiplicación y división), algunos aspectos básicos que se deben tener en cuenta para orientar el aprendizaje y significado de cada operación tienen que ver con:

Reconocer el significado de cada operación en situaciones concretas.

Reconocer los modelos más usuales y prácticos de las operaciones.

Comprender las propiedades matemáticas de las operaciones.

Comprender el efecto de cada operación y las relaciones entre operaciones. (MEN, 1998, p.30)

> El conocimiento de que los números se pueden representar de diferentes maneras, junto con el reconocimiento de que algunas representaciones son más útiles que otras en ciertas situaciones de resolución de problemas, es valioso y esencial para desarrollar el pensamiento numérico: Ejemplo: reconocer que 2+2+2+2 es lo mismo que 4x2 es una conexión conceptual útil entre adición y multiplicación. (p.27)

> A menudo se usan modelos para ayudar a los estudiantes a comprender la acción de la operación. Por ejemplo, entender la multiplicación como una adición repetida suministra una forma concreta de ayudar a los alumnos a pensar en la multiplicación, así como también en cómo resolverla. Reflexionar sobre las interacciones entre las operaciones y los números estimula un alto nivel de pensamiento numérico proporcionando más formas de resolver problemas. (p. 34)

***2.*** **Resolución de problemas matemático*.*** En el documento Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas se resalta la importancia del proceso de resolución de problemas: "las situaciones problemas proporcionan el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido en la medida en que las situaciones que se aborden, estén ligadas a experiencias cotidianas y, por lo tanto, sean significativas para los estudiantes" (MEN, 2006, p. 7). Las indicaciones que hace el Ministerio de Educación Nacional desde los Lineamientos Curriculares para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en Colombia buscan el desarrollo de las mismas, tanto en su investigación como en el mejoramiento de sus procesos. De acuerdo con Obando y Múnera (2003) en Las situaciones problema como estrategia para la conceptualización matemática, la cualificación de un saber como las matemáticas, implica reorganizar el currículo de manera que no se visualice como una presentación lineal y abstracta de contenidos matemáticos, sino que pueda movilizarse desde una orientación metodológica activa y participativa que integre otras alternativas diferentes.

El diseño e implementación de situaciones problema, tal como lo propone los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998), se plantea como "una alternativa metodológica que vincula a los estudiantes en un proceso de matematización que le facilita la construcción de conocimientos de manera cada vez más significativa" (p. 24)

Las situaciones problema dinamizan la actividad cognitiva en tanto permite la interacción de los estudiantes entre ellos mismos, y con el profesor, a través del objeto de conocimiento, generando procesos conducentes a la adquisición sistemática de conceptos matemáticos. Respecto a lo que es una situación problema Moreno y Waldegg (2002, como se citó en Obando y Múnera, 2003) plantean:

> La situación problema constituye el punto de partida de las situaciones didácticas. Definida como una situación didáctica fundamental, pone en juego, como instrumento implícito, los conocimientos que el alumno debe aprender.
>
> La situación problema es el detonador de la actividad cognitiva, para que esto suceda debe tener las siguientes características:
>
> Debe involucrar implícitamente los conceptos que se van a aprender.
>
> Debe representar un verdadero problema para el estudiante, pero a la vez, debe ser accesible a él.
>
> Debe permitir al alumno utilizar conocimientos anteriores. (p.185)

La situación problema es un camino fundamental en la definición de conceptos matemáticos ya que le permite al estudiante vincularse de manera activa en una actividad científica en el ejercicio de su autonomía intelectual, donde puede desarrollar procesos de exploración tales como formulación de hipótesis, validación, y si es del caso, reformulación, es decir, el estudiante puede desplegar su actividad matemática a través del desarrollo explícito de una dialéctica entre la exploración y la sistematización.

Para diseñar situaciones problema, el docente necesita dominar el saber específico que desea enseñar, recontextulizarlo de acuerdo a los saberes previos y las condiciones cognitivas de los estudiantes, es decir, se trata de tomar el saber disciplinar y reorganizarlo conforme a las condiciones del contexto. En términos de los Lineamientos Curriculares en Matemáticas (MEN, 1998):

> El acercamiento de los estudiantes a las matemáticas, a través de situaciones problemáticas procedentes de la vida diaria, de las matemáticas y de las otras ciencias es el contexto más propicio para poner en práctica el aprendizaje activo, la inmersión de

> las matemáticas en la cultura, el desarrollo de procesos de pensamiento y para contribuir significativamente tanto al sentido como a la utilidad de las matemáticas.
>
> Las aplicaciones y los problemas no deben reservarse para ser considerados solamente después de que haya ocurrido el aprendizaje, sino que ellas pueden y deben utilizarse como contexto dentro del cual tiene lugar el aprendizaje (p. 40)

Desde esta perspectiva, se pone de manifiesto que el docente debe prestar atención a los saberes de los estudiantes, no sólo los previos sino también los que se van generando durante el proceso; respetar los ritmos de aprendizaje y canalizar los errores presentes en las respuestas como agentes mediadores para provocar cambios conceptuales en los alumnos. "Una propuesta pedagógica fundamentada en las situaciones problema propicia niveles de conceptualización y simbolización de manera progresiva hacia la significación matemática" (Obando y Múnera, 2003, p.194).

La construcción del conocimiento es un proceso contextualizado por naturaleza, es decir, que el aprendizaje es un acto que se da por la interacción del individuo con el contexto. Cuando un alumno accede a la formulación de un conocimiento a través de una serie de situaciones, debe identificar y distinguir lo que es particular a cada una de las situaciones (la forma) de lo que es común a todas ellas (lo estructural) y que, por tanto, constituye lo invariante que caracteriza el conocimiento que se les quiere enseñar. Este es un objetivo primordial en toda actividad matemática, que:

> El estudiante alcance esquemas generales de pensamiento, es decir, que pueda ante una determinada situación, reconocer un caso particular de una clase general de problemas, o a la inversa, que pueda ver los casos particulares a través de casos generales de problemas (Obando y Múnera, 2003, p. 187).

Esta capacidad de reconocer y diferenciar los elementos estructurales de los particulares proviene del contacto de los estudiantes con múltiples situaciones en las que pueda confrontar las hipótesis particulares que construyen sobre cada situación y lograr así la sistematización de las características generales que estructuran el concepto que se estudia, independiente de la forma como éste le sea presentado, es mucho más que aprenderse una definición.

Continuando con estos autores, tomar en consideración el estudiante, el tiempo y el espacio para el diseño de una situación problema, obliga a tomar decisiones con respecto a la forma y los conceptos que son pertinentes para las circunstancias del momento. Es aquí donde el docente hace una reelaboración didáctica: recontextualiza, (re)personaliza y (re)temporaliza las situaciones, con el fin de propiciar para el estudiante una verdadera actividad científica en un contexto significativo, no porque recurra a los elementos físicos y familiares como es el entorno, la cultura o la sociedad sino porque permite que los alumnos analicen la situación con argumentos matemáticos.

La situación problema debe fomentar la movilización de habilidades básicas, tanto del pensamiento científico como matemático. En cuanto al primero, son generalmente reconocidas las habilidades para observar e interrogar los fenómenos, además de sistematizarlos, estructurarlos y explicarlos. En cuanto al segundo, la comprensión significativa de los conceptos, la ejercitación de algoritmos y la resolución de problemas parecen dar cuenta de lo esencial en cuanto a la habilidad matemática.

***2.1. Matemáticas y situaciones problemas***. Echenique (2006) en Matemáticas: *resolución de problemas*, afirma que "La resolución de problemas es la actividad más complicada e importante que se plantea en matemáticas" (p. 19). "Un problema es una situación que un individuo o grupo quiere o necesita resolver y para lo cual no dispone, en principio, de un camino rápido y directo que le lleve a la solución; eso produce un bloqueo" (p. 20). Aquí radica la diferencia entre "ejercicio" y "problema"; el primero es una actividad de entrenamiento, de aplicación mecánica y memorística de algoritmos que no requiere mayor esfuerzo para su resolución; los problemas en cambio no se resuelven con la aplicación de una simple regla, son situaciones desconcertantes y suponen un reto, exigen del resolutor utilizar algunas herramientas, como los conocimientos previos para tomar decisiones con respecto a lo que es más útil para resolverlo.

Son varios los autores que han reconocido la importancia del uso de los problemas para la enseñanza de las matemáticas. Halmos (1980), sugirió que resolver problemas es el corazón de las matemáticas, Kleiner (1986), enfatizo que el desarrollo de conceptos y teorías matemáticas se originan a partir de un esfuerzo por resolver un determinado problema, Descartes (siglo XVII), en su libro *El Discurso del Método* presentó estrategias generales las cuales tenían reglas específicas para resolver problemas (como se citó en Santos, 1992, p.16).

Para Polya (1965):

> El núcleo fundamental de la actividad matemática es sin duda la resolución de problemas. Resolver problemas es una cuestión de habilidad que se adquiere con la práctica y por imitación, es decir, hay que observar e imitar lo que otras personas hacen en casos semejantes y así se aprende problemas ejercitándolos al resolverlos. El profesor que desee desarrollar en sus alumnos la aptitud para resolver problemas, debe hacer que se interesen en ellos y darles el mayor número posible de ocasiones de imitación y práctica. Cuando el maestro resuelve un problema en clase, debe "dramatizar" un poco sus ideas y hacerse las mismas preguntas que emplea para

> ayudar a sus alumnos. Gracias a estos consejos, el alumno descubre la manera de utilizar las preguntas y sugerencias y adquiere así conocimientos más importantes que los de un simple hecho matemático. (p. 27)

Además, puntualiza que:

> Resolver un problema es encontrar un camino allí donde no se conocía camino alguno, encontrar la forma de salir de una dificultad, encontrar la forma de sortear un obstáculo, conseguir el fin deseado, que no es conseguible de forma inmediata, utilizando los medios adecuados. (p. 19)

Para resolver un problema tenemos que tener cierto conocimiento del tema, eligiendo entre todos los que tenemos, exactamente el que necesitamos. Para obtener la solución, debemos acordarnos de hechos esenciales sobre problemas anteriormente resueltos, de teoremas conocidos y definiciones que hayamos utilizado. A este proceso que consiste en extraer de la memoria elementos apropiados, se le llama *movilización.* Sin embargo, para resolver un problema no basta con traer de la memoria hechos aislados, hay que combinarlos entre sí, adaptándolos al problema propuesto, por ejemplo, hay que construir, con la ayuda de esos conocimientos aportados por la memoria, un razonamiento perfectamente adaptado a la situación. Esta adaptación y combinación es lo que Polya llama *organización* (Polya,1965, p. 159).

El autor plantea dos tipos de problemas: *problemas por resolver y problemas por demostrar.* En los “problemas por resolver”, el propósito principal es descubrir *la incógnita* (lo buscado) y sus principales elementos son *los datos* (lo dado) y *la condición* (la vía de solución). Este tipo de problemas tienen mayor importancia en las matemáticas elementales. En los “problemas por demostrar” el propósito es “mostrar de un modo concluyente, la exactitud o falsedad de una afirmación claramente enunciada”. Los elementos estructurales son aquí *la hipótesis y la conclusión* y son propios de las matemáticas superiores (p. 161).

George Polya ha sido inspirador de muchos otros matemáticos quienes, basados en su método, proponen los suyos. Shoenfeld (1985), por ejemplo, motivado por las ideas de Polya sobre el método para resolver problemas matemáticos, comenzó a indagar sobre los comportamientos entre expertos y estudiantes frente a la solución de un problema y reconoció que la claridad en el entendimiento del enunciado resulta determinante en el proceso. Afirma que, los problemas matemáticos están influenciados por el sistema de creencias de docentes y estudiantes, la solidez de los conocimientos previos y las estrategias que utiliza para el desarrollo de estos (como se citó en Barrantes, 2006, p.5).

El Ministerio de Educación Nacional en trabajo conjunto con la Universidad de Antioquia (2016), en el *Documento fundamentación teórica de los derechos básicos de aprendizaje (v2) y de las mallas de aprendizaje para el área de matemáticas,* sostienen que la formulación, el tratamiento y la resolución de los problemas se promueven por una situación problema y permiten desarrollar una actitud mental que despliega una serie de estrategias para resolverlos, encontrar resultados, verificar e interpretar lo razonable de ellos, modificar condiciones y originar otros problemas. Los problemas que se presentan en el aula de clase, pueden surgir del mundo cotidiano cercano o lejano, pero también de otras ciencias y de las mismas matemáticas, convirtiéndose en ricas redes de interconexión e interdisciplinariedad. Las situaciones problema proporcionan el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido, en la medida en que las situaciones que se aborden estén ligadas a experiencias cotidianas. Este es un proceso presente a lo largo de todas las actividades curriculares de matemáticas y no una actividad aislada y esporádica (MEN, 2016 p.43).

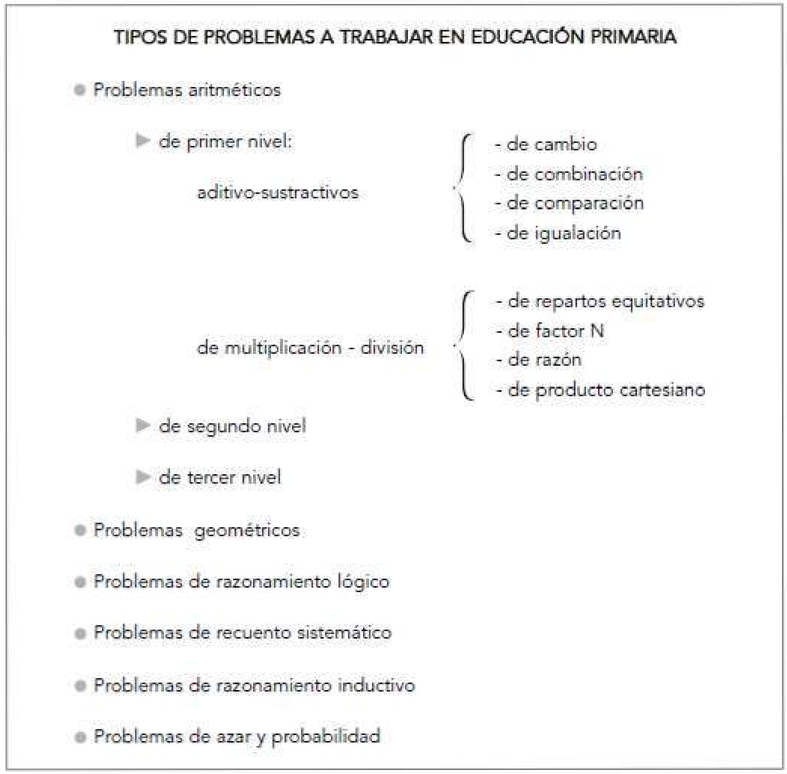
En resumen, para esta investigación el pensamiento matemático se asume como un proceso determinado por la aplicación que tiene en situaciones dentro del contexto cultural y no solo como un problema de desarrollo cognitivo. Es por esto que teniendo en cuenta que las matemáticas funcionan como un instrumento de comunicación mediante el cual es posible representar, explicar y predecir la realidad de forma rigurosa, precisa y sin ambigüedades, es preciso proporcionar a los estudiantes de herramientas básicas para descifrar, interpretar y traducir el lenguaje cotidiano al lenguaje matemático, donde la resolución de problemas tiene su esencial participación en el razonamiento matemático, porque estos lo que buscan es una forma de organización conducente a la comprensión, planificación y solución de una situación particular con la aplicación de las operaciones básicas y el uso de una estrategia de esquematización como es el Método Polya. Por lo tanto, se considera como un aspecto transversal del mismo, radicando su importancia en mantener una actitud reflexiva, analítica y decisiva frente a la realidad problemática abordada.

***2.2. Tipología de los Problemas Matemáticos.*** Lo que se pretende con la presentación de esta clasificación, es poner de manifiesto la diversidad de actividades que se pueden desarrollar en clase con relación a la resolución de problemas matemáticos y sobre todo porque no todas ellas son presentadas a los estudiantes lo que hace que no les demos oportunidades para mostrarnos sus conocimientos, actitudes y habilidades ya que unos estudiantes pueden tener mayor facilidad para resolver cierto tipo de problemas que otros. Cabe aclarar que sin importar la naturaleza del problema matemático este puede ser resuelto con la aplicación del Método Polya.

En los libros podemos encontrar diferentes clasificaciones para los problemas matemáticos, sin embargo, varios autores coinciden en afirmar que los llamados aritméticos son propios de la Educación Primaria. Por ejemplo, Gómez y Jácome (2018), plantean cuatro tipos de problemas: de cambio, de combinación, de comparación y de igualación. Mismos que fueron desarrollados por Echenique (2006, pp. 29 - 36), en su texto titulado, Matemáticas, Resolución de Problemas. La autora nos presenta esta clasificación de los problemas matemáticos aritméticos de forma más detallada y divida en tres niveles: (ver Figura 9).

**Figura 9**

*Tipología de los Problemas Matemáticos*




*Nota:* Tomado de *Matemáticas Resolución de Problemas* (p. 30), por Echenique, 2006, Gobierno de Navarra.

Problemas Aritméticos. Son aquellos que en su enunciado presentan datos en forma de cantidades y establecen entre ellos relaciones de tipo cuantitativo, cuyas preguntas hacen referencia a la determinación de una o varias cantidades o a sus relaciones y que necesitan la realización de operaciones aritméticas para su resolución.

***De Primer Nivel*.** Podrían llamarse de un sólo paso, ya que es necesaria la aplicación de una sola operación para su resolución. Se dividen en problemas aditivo – sustractivas y multiplicación – división.

***Problemas Aditivo – Sustractivos***. Son aquellos que se resuelven por medio de la adición o la sustracción. Según la situación planteada en el enunciado pueden ser.

*Problemas de cambio.* Parten de una cantidad inicial (Ci), la cual se ve modificada en el tiempo, para dar lugar a otra cantidad final (Cf); a estos problemas se les conoce como ETE: estado – transformación – estado. De las tres cantidades que deben aparecer en el enunciado, dos de ellas serán los datos y la otra será la incógnita. La modificación actúa sobre la cantidad inicial para producir aumento o disminución de su cantidad. En esta figura se puede observar todas las posibilidades que podrían darse en los problemas de cambio. Las Figuras 10 y 11 puede servir para expresar de forma más clara todas las posibilidades que podrían darse en los problemas de cambio.

**Figura 10**

*Posibilidades en los problemas de cambio*

| | $C_i$ | Modificación | $C_f$ | $C_i$ crece | $C_i$ decrece | Operación |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Cambio 1 | x | x | ? | x | | + |
| Cambio 2 | x | x | ? | | x | - |
| Cambio 3 | x | ? | x | x | | - |
| Cambio 4 | x | ? | x | | x | - |
| Cambio 5 | ? | x | x | x | | - |
| Cambio 6 | ? | x | x | | x | + |

*Nota:* El signo (x) representa a los datos dados en el enunciado y el signo (?) representa a la incógnita que se debe calcular. Tomado de *Matemáticas Resolución de Problemas* (p. 30), por Echenique, 2006, Gobierno de Navarra.

**Figura 11**

Ejemplo de problema de cambio, casuística 3

*El día 1 de Abril conté el dinero que tenía en la hucha y eran 17 euros (Ci). Hoy es el último día del mes y tengo 28 euros (Cf). ¿Cuánto dinero he ahorrado durante este mes?*

*Nota:* Tomado de *Matemáticas Resolución de Problemas* (p. 32), por Echenique, 2006, Gobierno de Navarra.

*Problemas de combinación:* En su enunciado se describe una relación entre conjuntos (P1) y (P2) que unidos forman el todo (T). la pregunta del problema hace referencia a una de las partes (P1) o (P2) o del todo (T). Las Figuras 12 y 13 resumen las posibilidades ofrecidas por este tipo de problemas es el siguiente:

**Figura 12**

*Posibilidades en los problemas de combinación*

| | $P_1$ | $P_2$ | T | Operación |
|---|---|---|---|---|
| Combinar 1 | x | x | ? | + |
| Combinar 2 | x | ? | x | - |

*Nota:* El signo (x) representa a los datos dados en el enunciado y el signo (?) representa a la incógnita que se debe calcular. Tomado de *Matemáticas Resolución de Problemas* (p. 32), por Echenique, 2006, Gobierno de Navarra

**Figura 13**

Ejemplo de problemas de combinación, casuística 2

*A una sesión de cine asistieron 153 personas ($P_1$). Si la sala tiene 185 butacas (T), ¿cuántos asientos se encontraban vacíos?*

*Nota:* Tomado de *Matemáticas Resolución de Problemas* (p. 32), por Echenique, 2006, Gobierno de Navarra.

*Problemas de comparación:* Son problemas en los que, a través de un comparativo de superioridad (más que…) o de inferioridad (menos que…) se establece una relación de comparación entre dos cantidades. La información aportada por el enunciado está en relación con la cantidad de referencia (Cr), la cantidad comparada (Cc) o bien la diferencia (D) entre ambas cantidades. Las Figuras 14 y 15 pueden servir para expresar de forma más clara todas las posibilidades que podrían darse en los problemas de cambio.

**Figura 14**

*Posibilidades en los problemas de comparación*

| | $C_r$ | D | $C_c$ | Más que | Menos que | Operación |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Comparar 1 | x | x | ? | x | | + |
| Comparar 2 | x | x | ? | | x | - |
| Comparar 3 | x | ? | x | x | | - |
| Comparar 4 | x | ? | x | | x | - |
| Comparar 5 | ? | x | x | x | | - |
| Comparar 6 | ? | x | x | | x | + |

*Nota:* El signo (x) representa a los datos dados en el enunciado y el signo (?) representa a la incógnita que se debe calcular. Tomado de *Matemáticas Resolución de Problemas* (p. 33), por Echenique, 2006, Gobierno de Navarra.

**Figura 15**

Ejemplo de problemas de comparación, casuística 5

*Miren y Javier están haciendo una colección de cromos de animales. Miren tiene 187 cromos ($C_c$), tiene 46 más que Javier (D). ¿Cuántos cromos tiene Javier?*

*Nota:* Tomado de *Matemáticas Resolución de Problemas* (p. 32), por Echenique, 2006, Gobierno de Navarra.

*Problemas de igualación:* En su enunciado incluyen un comparativo de igualdad (tantos como…) (igual que…). Son situaciones en las que se da al mismo tiempo un problema de cambio y otro de comparación. Dicho de otro modo, una de las cantidades de referencia (Cr) debe modificarse creciendo o disminuyendo (D) para llegar a ser igual a la otra cantidad comparada (Cc). Pueden considerarse tres casos de problemas, pero teniendo en cuenta que el sentido de cambio puede ser aumentando o disminuyendo dependiendo de la relación entre cantidades Cr y Cc eso duplica el número de posibilidades. Las Figuras 16 y 17 pueden servir para expresar de forma más clara todas las posibilidades que podrían darse en los problemas de igualación.

**Figura 16**

*Posibilidades en los problemas de igualación*

| | $C_r$ | D | $C_c$ | $C_r$ crece | $C_r$ decrece | Operación |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Igualar 1 | x | x | ? | x | | + |
| Igualar 2 | x | x | ? | | x | - |
| Igualar 3 | x | ? | x | x | | - |
| Igualar 4 | x | ? | x | | x | - |
| Igualar 5 | ? | x | x | x | | - |
| Igualar 6 | ? | x | x | | x | + |

*Nota:* El signo (x) representa a los datos dados en el enunciado y el signo (?) representa a la incógnita que se debe calcular. Tomado de *Matemáticas Resolución de Problemas* (p. 33), por Echenique, 2006, Gobierno de Navarra.

**Figura 17**

Ejemplo de problemas de igualación, casuística 3

*Daniel tiene 56 libros de cuentos ($C_C$). Alberto tiene 25 ($C_r$). ¿Cuántos libros más debe tener Alberto para tener los mismos que Daniel?*

*Nota:* Tomado de *Matemáticas Resolución de Problemas* (p. 34), por Echenique, 2006, Gobierno de Navarra.

*Problemas de repartos equitativos o de grupos iguales:* En el enunciado se hace referencia a tres informaciones: cantidad a repartir equitativamente, el número de grupos a formar o el número de elementos por cada grupo. Dos de estas constituirán los datos y una tercera será la incógnita a calcular. Las Figuras 18 y 19 pueden servir para expresar de forma más clara todas las posibilidades que podrían darse en los problemas de repartos equitativos.

**Figura 18**

*Posibilidades en los problemas de repartos equitativos*

| | Cantidad a repartir | Nº de Grupos | Elementos por grupo | Operación |
|---|---|---|---|---|
| REP 1 | x | x | ? | : |
| REP 2 | x | ? | x | : |
| REP 3 | ? | x | x | x |

*Nota:* El signo (x) representa a los datos dados en el enunciado y el signo (?) representa a la incógnita que se debe calcular. Tomado de *Matemáticas Resolución de Problemas* (p. 34), por Echenique, 2006, Gobierno de Navarra.

**Figura 19**

*Ejemplo de problemas de repartos equitativos, casuística 3*

*En clase hay 18 alumnos. Después de repartir una bolsa grande de caramelos entre todos los alumnos, a cada uno le han correspondido 8 caramelos. ¿Cuántos caramelos tenía la bolsa?*

*Nota:* Tomado de *Matemáticas Resolución de Problemas* (p. 34), por Echenique, 2006, Gobierno de Navarra.

*Problemas de factor N o de comparación multiplicativa:* Se caracterizan porque en el enunciado se incluyen cuantificadores del tipo "…veces más que…" o "…veces menos que…"; en ellos intervienen dos cantidades del mismo tipo las cuales se comparan, cantidad referente (Cr) y cantidad comparada (Cc) para establecer entre ellas una razón o factor (F). Al considerar que la comparación establecida entre las cantidades puede ser en términos de “veces más que” o “veces menos que”, eso duplica el número de posibilidades como se puede apreciar en el siguiente cuadro. Las Figuras 20 y 21 pueden servir para expresar de forma más clara todas las posibilidades que podrían darse en los problemas de factor N o de comparación multiplicativa.

**Figura 20**

*Posibilidades en los problemas de factor N o de comparación multiplicativa*

| | $C_r$ | F | $C_c$ | "n veces más" | "n veces menos" | Operación |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Factor 1 | x | x | ? | x | | X |
| Factor 2 | x | x | ? | | x | : |
| Factor 3 | x | ? | x | x | | : |
| Factor 4 | x | ? | x | | x | : |
| Factor 5 | ? | x | x | x | | : |
| Factor 6 | ? | x | x | | x | X |

*Nota:* El signo (x) representa a los datos dados en el enunciado y el signo (?) representa a la incógnita que se debe calcular. Tomado de *Matemáticas Resolución de Problemas* (p. 35), por Echenique, 2006, Gobierno de Navarra.

**Figura 21**

*Ejemplo de problemas de factor N o de comparación multiplicativa, casuística 2*

*Unos zapatos cuestan 72 euros ($C_r$). Un balón de baloncesto cuesta 8 veces menos (F). ¿Cuánto cuesta el balón?*

*Nota:* Tomado de *Matemáticas Resolución de Problemas* (p. 35), por Echenique, 2006, Gobierno de Navarra.

*Problemas razón o de tasa:* Este tipo de problemas incluye en el enunciado informaciones que hacen referencia a medidas de tres magnitudes diferentes. Una de ellas, la llamada magnitud intensiva o tasa (Ci), resulta de relacionar las otras dos (una de las magnitudes dadas en el problema respecto a la unidad de la otra magnitud ej. Km/h, pesos/kilos) que a su vez se llaman extensivas (Ce1 y Ce). Las posibilidades que se ofrecen son: Las Figuras 22 y 23 pueden servir para expresar de forma más clara todas las posibilidades que podrían darse en los problemas de razón o de tasa.

**Figura 22**

*Posibilidades en los problemas de razón o de tasa.*

| | $C_{e1}$ | $C_i = C_e/C_{e1}$ | $C_e$ | Operación |
|---|---|---|---|---|
| Razón 1 | x | x | ? | x |
| Razón 2 | ? | x | x | : |
| Razón 3 | x | ? | x | : |

*Nota:* El signo (x) representa a los datos dados en el enunciado y el signo (?) representa a la incógnita que se debe calcular. Tomado de *Matemáticas Resolución de Problemas* (p. 35), por Echenique, 2006, Gobierno de Navarra.

**Figura 23**

*Ejemplo de problemas de factor N o de comparación multiplicativa, casuística 2*

*Por un jamón entero hemos pagado 152 € ($C_e$). Si el precio de esa clase de jamón es de 19 €/kilo ($C_i$), ¿cuántos kilos pesa el jamón que hemos comprado?*

*Nota:* Tomado de *Matemáticas Resolución de Problemas* (p. 35), por Echenique, 2006, Gobierno de Navarra.

*Problemas de producto cartesiano:* Se trata de combinar de todas las formas posibles (T) los objetos de un tipo (C1) con los objetos de otro tipo (C2). Las Figuras 24 y 25 pueden servir para expresar de forma más clara todas las posibilidades que podrían darse en los problemas de plano cartesiano.

**Figura 24**

*Posibilidades en los problemas de plano cartesiano*

| | $C_1$ | $C_2$ | T | Operación |
|---|---|---|---|---|
| Cartesiano 1 | x | x | ? | x |
| Cartesiano 2 | ? | x | x | : |
| Cartesiano 3 | x | ? | x | : |

*Nota:* El signo (x) representa a los datos dados en el enunciado y el signo (?) representa a la incógnita que se debe calcular. Tomado de *Matemáticas Resolución de Problemas* (p. 36), por Echenique, 2006, Gobierno de Navarra.

**Figura 25**

*Ejemplo de problemas de factor N o de plano cartesiano, casuística 2 o 3*

*Combinando mis pantalones y camisas me puedo vestir de 24 formas diferentes (T). Tengo 4 pantalones ($C_1$ ó $C_2$). ¿Cuántas camisas tengo?*

*Nota:* Tomado de *Matemáticas Resolución de Problemas* (p. 36), por Echenique, 2006, Gobierno de Navarra.

Se debe considerar que ninguna clasificación puede ser exhaustiva, estableciéndose siempre intersecciones entre los diversos apartados y apareciendo actividades de difícil catalogación, y todo esto por la enorme diversidad de problemas que pueden proponerse de diferentes niveles y contenidos.

Partiendo de esta comparación y de algunos otros aportes, se han establecido los siguientes tipos de problemas en relación con la resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas (Blanco, 1993, pp.1-6):

1. Problemas de reconocimiento: Con estos se pretende resolver, recordar reconocer un factor específico, una definición o una proposición de un teorema. Ejemplo: Si a es negativo y b positivo ¿entonces a/b es negativo?
2. Problemas algorítmicos o de repetición: son los que pueden ser resueltos con un proceso algorítmico numérico para reforzar una expresión algebraica determinada o para potenciar las habilidades de cálculo. Ejemplo: resolver la ecuación x2-3x-5=0; Encontrar el factor que falta 25 • 4 = 20 •
3. Problemas de traducción simple o compleja: Son los típicos problemas de los libros de texto en los que el método de solución se reduce a interpretar correctamente el problema, es decir, supone la traducción del enunciado, oral o escrito, a una expresión matemática y elegir el algoritmo adecuado. Ejemplo: En una reunión hay 49 personas, doble número de mujeres que de hombres y el número de niños es el cuádruplo del número de hombres. Hallar cuantos hombres, mujeres y niños hay en la reunión.
4. Problema de procesos: Son problemas que se diferencian de los anteriores en que la forma de cálculo no aparece claramente definida, esto posibilita diferentes formas de abordar el problema ya que al no disponer fácilmente de un algoritmo que lo resuelva obliga a pensar sobre el mismo y buscar estrategias de solución.
5. Problemas sobre situaciones reales: Se trata de plantear actividades lo más cercanas posibles a situaciones reales que requieran el uso de habilidades, conceptos y procesos matemáticos. Estos problemas dan oportunidad a la construcción de diagramas, a la realización de estimaciones, cálculo de medidas, procesos de análisis

y síntesis, pero sobre todo ayudan a comprender el significado de las matemáticas y su relación con la realidad. Ejemplo: Queremos cambiar las baldosas de dos salones y los pasillos del colegio. ¿Cuántas baldosas necesitaremos? ¿podremos hacer una estimación del costo?

6. Problemas de investigación matemática: Son problemas con conceptos difíciles y requiere un alto conocimiento matemático, por lo que en la enseñanza elemental no son muy usuales. Están directamente relacionados con contendidos matemáticos cuyas proposiciones pueden no contener ninguna estrategia para representarlos y sugieren la búsqueda de algún modelo para encontrar la solución.

***3.*** **Método Polya.** Una actividad importante en el estudio de las matemáticas es la resolución de problemas matemáticos, sin embargo, aunque para los estudiantes obtener la solución es el propósito final, es importante hacerles saber que el proceso y el análisis de las estrategias que emplearon para resolverlo juegan un papel fundamental en el desarrollo y aprendizaje de esta disciplina. Una implicación directa para la instrucción matemática, es que el análisis de las cualidades de las diversas formas de solución de un problema ofrece para los estudiantes la posibilidad que exploren otros contextos como el geométrico, algebraico o aritmético y que establezcan las ventajas de utilizar determinados métodos.

George Polya (1965) matemático húngaro, propuso, en su texto *Cómo plantear y resolver problemas (How to solve it?)* como metodología heurística, cuatro fases:

> Primero tenemos que comprender el problema, es decir, ver claramente lo que se pide. Segundo, tenemos que captar las relaciones que existen entre los diversos elementos, ver lo que liga a la incógnita con los datos a fin de encontrar la idea de la solución y poder trazar un plan. Tercero, poner en ejecución el plan. Cuarto, volver a atrás una vez encontrada la solución, revisarla y discutirla. (p. 28)

***Comprender el Problema***

El alumno debe comprender el problema. Pero no solo debe comprenderlo sino también debe desear resolverlo. El enunciado verbal del problema debe ser comprendido mediante preguntas: ¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? ¿Cuál y cómo es la condición?

***Concebir un Plan***

En esta fase Polya sugiere encontrar algún problema similar al que se confronta. En este momento se está en los preámbulos de emplear alguna metodología y es la forma en la que se construye el conocimiento: sobre lo que alguien más ha realizado.

***Ejecutar el Plan***

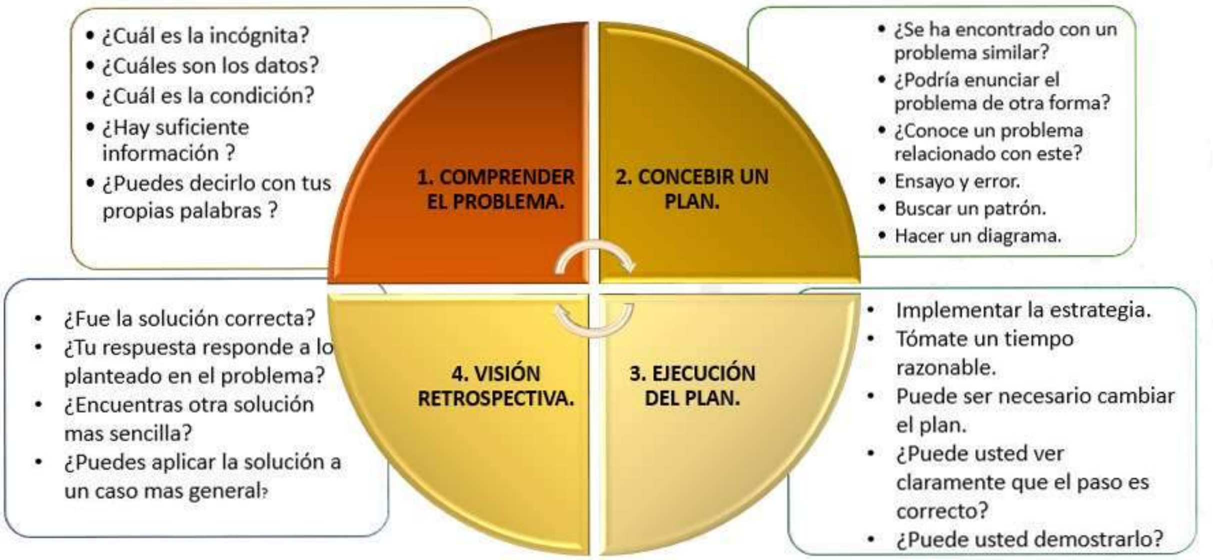
Asegurarse que se tiene plena comprensión del problema. Aquí se debe efectuar en detalle todas las operaciones matemáticas que previamente ha reconocido como factibles. Una vez se tiene claro el plan de acción se debe ejecutar y observar los resultados.

***Visión Retrospectiva***

Es en esta etapa en donde la resolución de un problema da pie a un gran descubrimiento. El autor plantea que aquí el resolutor debe considerar la solución desde varios puntos de vista y buscar los puntos de contacto con sus conocimientos previamente adquiridos. Examinar atentamente el método que le ha llevado a la solución, trate de captar su razón de ser y trate de aplicarlo a otros problemas. En la Figura 26 podemos encontrar un esquema detallado de los aspectos que se deben tener en cuenta en cada una de las fases.

**Figura 26**

*Detalle de las fases del Método Polya*




*Nota:* Elaboración propia.

**Marco Legal**

Los objetivos de la enseñanza matemática son muy amplios y todos ellos van dirigidos a desarrollar en los escolares la comprensión y las destrezas matemáticas que preparan para la vida adulta sin dejar de lado, en ningún momento, las dificultades que puedan experimentar determinados alumnos en este proceso.

La educación en Colombia está regida por unos parámetros establecidos por el Ministerio de Educación Nacional. Esta normatividad sirve como base para diseñar los planes de estudio institucionales. Su existencia representa el sustento teórico en el que se argumentan los estándares y lineamientos propios de cada área y grado.

Ley 115 de 1994, la cual en su Artículo 20 refiere los Objetivos Generales de la Educación Básica, indica en su numeral c) “Ampliar y profundizar en el razonamiento lógico y analítico para la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, la tecnología y de la vida cotidiana” (p. 6). Así mismo, en el Articulo 21 sobre los Objetivos Específicos de la Educación Básica en el ciclo de primaria, numeral e) “El desarrollo de los conocimientos matemáticos necesarios para manejar y utilizar operaciones simples de cálculo y procedimientos lógicos elementales en diferentes situaciones, así como la capacidad para solucionar problemas que impliquen estos conocimientos” (p. 7) Estos dos objetivos hablan de la importancia de las habilidades de los estudiantes para enfrentarse y resolver situaciones y problemas matemáticos que tienen que ver con su cotidianidad.

Por su parte el Decreto 1860 de 1994 cuyo Articulo 36 enfatiza en los Proyectos Pedagógicos y los relaciona como “una actividad dentro del plan de estudios que de manera planificada ejercita al estudiante para la solución de problemas cotidianos, seleccionados por tener relación directa con el entorno social, cultural, científico y tecnológico del alumno” (p.19).

Los Lineamientos Curriculares de Matemáticas de 1998 en su numeral 2.4.1 se refiere a las situaciones problemáticas como un contexto para acercarse al conocimiento matemático en la escuela. Plantea “las situaciones problema procedentes de la vida diaria, de las matemáticas y de las otras ciencias como el contexto propicio para la práctica del aprendizaje activo, la inmersión de las matemáticas en la cultura, el desarrollo de los procesos de pensamiento y acercar a los estudiantes a las matemáticas en cuanto a su sentido y utilidad” (p. 24). Dentro del numeral 2.4.2.1. sobre pensamiento numérico y sistemas numéricos, encontramos lo referente a la “comprensión del concepto de operaciones fundamentales de adición, sustracción, multiplicación y división entre números naturales, destacando que en el proceso de aprendizaje de cada operación hay que partir de las distintas acciones y transformaciones que se realizan en los diferentes contextos numéricos y diferenciar aquellas que tienen rasgos comunes, que luego permitan ser consideradas bajo un mismo concepto operatorio” (p. 26).

El Ministerio de Educación Nacional (2015) presentan los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) como un conjunto de aprendizajes estructurantes que deben aprender los estudiantes en cada uno de los grados de educación escolar, desde transición hasta once. “Estos aprendizajes se entienden como: la conjunción de unos conocimientos, habilidades y actitudes que otorgan un contexto cultural e histórico a quien aprende. Son estructurantes en tanto expresan las unidades básicas y fundamentales sobre las cuales se puede edificar el desarrollo futuro del individuo” (p. 6). Los DBA se organizan guardando coherencia con los Lineamientos Curriculares y Los Estándares Básicos de Competencias (EBC).

Si bien los DBA se formulan para cada grado, el maestro puede trasladarlos de uno a otro en función de las especificidades de los procesos de aprendizaje de los estudiantes, de esta manera se constituyen para promover la flexibilidad curricular. Para el grado cuarto se espera que los estudiantes tengan comprensión en la resolución de problemas de suma, resta, multiplicación y división (*Mallas de Aprendizaje Matemáticas grado cuarto*, 2017, p.3)

En los Estándares Básicos de Competencias (EBC, 2016) la resolución de problemas aparece como uno de los cinco procesos generales de la actividad matemática. Este proceso requiere el uso de conceptos, procedimientos y diversos lenguajes para expresar las ideas matemáticas, también integra el razonamiento, en tanto exige formular argumentos que justifiquen los análisis y procedimientos realizados y la validez de las soluciones propuestas.

## Diseño Metodológico

Abordar las problemáticas o dificultades de los estudiantes en el momento de interpretar y solucionar problemas matemáticos implica reflexionar sobre las posibles causas que las generan, además de proponer posibilidades para superar dichas dificultades. Para esta investigación, se reflexiona en torno al Método Polya como una de esas posibles alternativas para afrontar los problemas matemáticos. Consecuentemente, se presentó una propuesta metodológica a manera de urdimbre, es decir, formando un tejido que entrelaza lo que se considera tradicional y al mismo tiempo acompañado del Método Polya como consideración metodológica en sí misma.

### Contexto

La Institución Educativa El Corazón se encuentra ubicada en el barrio Belencito Corazón de la comuna 13 de Medellín, actualmente cuenta con 1.277 estudiantes aproximadamente, distribuidos en dos sedes: una principal con 871 alumnos y la sede escuela con 406. Cabe resaltar que esta población es flotante debido a diferentes circunstancias que conllevan a la deserción escolar. Ofrece desde el grado preescolar hasta el grado undécimo, con dos modalidades de formación: Académica y Media Técnica. Cuenta con Aula de Apoyo para niños con necesidades educativas especiales.

En lo que se refiere al aspecto socioeconómico, la mayoría de los estudiantes (94%) pertenecen a los estratos 1 y 2. Del total de la población estudiantil, un 2.9% (37 estudiantes) pertenecen a la comunidad afrodescendiente, un 0,23% (3 estudiantes) vienen de comunidades indígenas, el 1,8% (23 estudiantes) son desplazados y víctimas del conflicto armado y el 10,1% (129 estudiantes) son extranjeros.

Las familias que integran la comunidad educativa proceden de los sectores Belencito Corazón, La Independencia, Nuevos Conquistadores, San Javier, entre otros. Las actividades económicas predominantes de los padres de familia se centran en el comercio informal, la construcción, la conducción de servicio público, el servicio doméstico. El salario que devengan se ubica sobre un salario mínimo para el sustento de toda la familia, las cuales, a su vez, en promedio, están conformadas por 6 personas. En muchos casos no se cuenta con la presencia del padre siendo la madre cabeza de hogar quien debe encargarse, tanto del sustento económico, como del acompañamiento y educación de los hijos. Los estudiantes pertenecen a familias cuyos padres tienen bajo nivel de escolaridad (la mayoría solo cuenta con estudios de básica primaria). Los estudiantes, carentes de modelos familiares estables, ven empobrecidos sus proyectos de vida lo cual se refleja en las actividades que desarrollan en su tiempo libre: ver televisión y jugar, por ejemplo; lo que deviene en carencia en los hábitos adecuados de estudio. Carencia que refleja los resultados de desempeño académico bajos, altos niveles de repitencia y ausentismo escolar.

Históricamente, la comunidad educativa, en lo que refiere a las familias y los estudiantes, se ha visto afectada por la inseguridad, por la pobreza, el desempleo y la violencia.

**Población y Muestra**

La población que se tuvo en cuenta para dicha investigación, fueron los estudiantes del grado cuarto de la Institución Educativa El Corazón, los cuales fueron aproximadamente 73 estudiantes. El grado cuarto se toma como base y preparación para las Pruebas Saber 5, teniendo en cuenta que en las últimas pruebas en el año 2017 el desempeño de los estudiantes del grado tercero superó, (aunque no por mucho) al desempeño del grado quinto.

Teniendo en cuenta las condiciones que se presentaron en la fase preliminar al desarrollo de esta investigación, causadas por el Covid -19, se propuso seleccionar, de forma no probabilística, 20 estudiantes del grado cuarto, los cuales oscilaban entre los 8 y 10 años. Para la participación en los encuentros, en caso de que se tuvieran que realizar desde espacios de aprendizaje diferentes a los de la Institución, los estudiantes debían contar con al menos un dispositivo electrónico como computador, tableta o celular, y en lo posible conectividad (Internet o plan de datos), aunque no sería un requisito indispensable pues habría actividades que se realizarían de forma asincrónica. Para esto se realizó un sondeo a los padres de familia y se obtuvieron 17 resultados positivos. Según Hernández et al. (2014), en la medida que la *muestra es homogénea* por la similitud en las características de los estudiantes, se puede proceder a la elección de manera aleatoria dentro de las condiciones que posibilitan la situación actual, académica, social y de salubridad. Cuando ya se pensaba iniciar con las intervenciones de manera asincrónica, el Ministerio de Salud y Protección Social, expidió la Resolución número 777 del 02 de junio de 2021 cuyo Articulo 5 confirma el Retorno a las actividades laborales, contractuales y educativas de manera presencial, es decir, tanto maestros como estudiantes debíamos regresar a las instituciones educativas. Aquí entonces hubo que reestructurar la modalidad de intervención pues ya se podía contar con la presencia de los alumnos en las aulas de clase. Debido a los protocolos de bioseguridad sugeridos por el Ministerio de Salud y Protección Social, la Institución adoptó un modelo de alternancia dividiendo cada grupo en dos así: grupo A asistiría lunes y martes y el grupo B asistiría jueves y viernes, dejando el miércoles para desinfección de aulas y jornada pedagógica. El horario estaba distribuido por semanas y por días, es decir, día 1 correspondía a lunes y jueves y día 2 a martes y viernes. Además, el tiempo de cada clase se redujo en 5 minutos. Los estudiantes de cuarto grado que hicieron parte de la muestra, en total fueron 20 del grupo A, los cuales asistían sólo los lunes y martes; por lo tanto, las intervenciones se vieron un poco afectadas por varias razones: una de ellas fue, el horario: la clase de matemáticas no podía estar programa todas las semanas debido a que la asignación académica de la docente la obligaba a atender los demás grados y grupos. La otra razón tiene que ver con las actividades programadas por la Institución, como actos cívicos y demás celebraciones, que si estaban programadas para uno de estos dos días (lunes o martes) la fecha era inmodificable, por lo tanto, se requería esperar hasta el próximo encuentro. Es por esto, que, debido a esta situación de alternancia a causa de la pandemia, el tiempo y las sesiones de trabajo con los estudiantes se vieron reducidas y fue así como se tomó la decisión de dividir cada centro de aprendizaje en dos. La primera estuvo destinada a trabajar los aspectos matemáticos que se detectaron como dificultades y debilidades en la prueba diagnóstica, con la idea de desarrollarlos y potenciarlos con las actividades propuestas en los cuadernillos; y en la segunda, se aplicó el Método Polya en la resolución de problemas también propuestos en los cuadernillos.

## Enfoque

La educación como un fenómeno socio cultural, hace que el docente se replantee constantemente sobre su quehacer pedagógico y busque nuevas alternativas que conlleven a que el proceso de enseñanza y aprendizaje ayude a los estudiantes a comprender la realidad en contextos de su cotidianidad. Es así como esta investigación se enfocó bajo un paradigma cualitativo. Al respecto Bautista (2011) afirma que: “la investigación cualitativa es un método inductivo que no aprueba teorías o hipótesis, sino que genera unas sustantivas o adapta las existentes a realidades emergentes” (p.17). Lo que se pretende es comprender, cómo una realidad latente en los estudiantes de primaria como son las dificultades que presentan para afrontar el área de matemáticas, puede verse favorecida en la aplicación del Método Polya en la resolución de problemas matemáticos. Esto desde una falencia, no pocas veces evidenciada, en la comprensión e interpretación de los enunciados matemáticos, así como también en el desconocimiento del tipo de operación matemática que deben realizar en cada una de las situaciones que se enfrentan dentro del área.

**Método**

El método que se eligió para este proyecto está ajustado y apoyado en cada uno de los momentos propios del Método Polya a saber. A partir de la exposición de una problemática que se presenta en los estudiantes del grado cuarto, en el área de matemáticas y que hace referencia a la resolución de problemas matemáticos, se pretendió, en un primer momento, diagnosticar cuáles eran las dificultades y habilidades que tenían los alumnos a la hora de enfrentarse a la resolución de un problema matemático, con el fin de obtener un conocimiento real de la situación y que se veía reflejado en su rendimiento académico. Luego basada en fundamentos teóricos, se planteó la incursión de una práctica alternativa como es el Método Polya, de modo que los estudiantes pudieran interpretar los enunciados de los problemas y darle una posible solución, para luego evaluar su procedimiento; posteriormente se validó la efectividad de la nueva práctica en el contexto, con una lectura con intencionalidad de la matriz interpretativa de los registros consignados en el diario de campo producto de la observación sistemática durante el desarrollo de la investigación; para finalmente comprobar las mejoras de los cambios producidos después de la intervención propuesta.

**Técnicas de recolección**

Para esta investigación se propusieron dos técnicas de recolección. La primera fue la observación que tal como lo expone Bautista (2011): “Es una técnica que consiste en observar atentamente el fenómeno, hecho, caso, tomar información y registrarla para su posterior análisis” (p.162). La observación como técnica de investigación educativa debe tener carácter intencionado, especifico y sistemático que requiere de una planificación previa que nos posibilite recoger información referente al problema que nos preocupa o interesa. Para esta investigación, la observación se planteó como no estructurada, denominada también observación simple, ordinaria o libre la cual consiste en reconocer y anotar los hechos sin recurrir a la ayuda de medios técnicos especiales, además: el investigador se encuentra fuera del grupo que observa, es decir, no participa en los sucesos de la vida del grupo estudiado. Esta técnica de observación ordinaria sirve para afinar y comprobar hipótesis a través de la observación sistemática de los fenómenos y adoptar estrategias en la aplicación de las demás técnicas que se utilizarán en la investigación definitiva (Soriano, 2013, p. 206). Dadas las circunstancias actuales y de momento, esta observación ordinaria se definió con fines interpretativos, es decir, se analizó según las condiciones en las que fue posible llevar a cabo la investigación, bien en los espacios de la Institución o bien en el contexto propio de cada estudiante y a través de los dispositivos electrónicos.

La segunda técnica propuesta fue, el encuentro con estudiantes, la cual tiene muchas similitudes con lo que Bautista (2011) describe como taller:

> Es una técnica de particular importancia en los proyectos de Investigación Acción-Participativa ya que brinda la posibilidad de abordar, desde una perspectiva integral y participativa; problemáticas sociales que requieren algún cambio o desarrollo. Esto incluye partir del diagnóstico de tales situaciones, pasando por la identificación y valoración de alternativas viables de acción, hasta la definición y formulación de un plan específico de cambio o desarrollo. (p. 180)

Teniendo en cuenta lo anterior, el encuentro con estudiantes se concibe como un taller en el que sus integrantes, en este caso, docente y alumnos, hacen un aporte específico; permite además superar muchas limitantes de las maneras tradicionales de desarrollar la acción educativa, facilitando la adquisición del conocimiento por una más cercana inserción en la realidad y por una integración de la teoría con la práctica, a través de una instancia en la que se parte de las competencias del alumno y pone en juego sus expectativas.

Esto permitió llevar a cabo las cuatro etapas que comprenden esta técnica: “encuadre, diagnóstico, identificación-valoración, formulación de las líneas de acción y estructuración y concertación del plan de trabajo” (Sabino, 1992 como se citó en Bautista, 2011, p. 180).

Con esta técnica, se pretendió que los alumnos se sintieran estimulados a dar su aporte personal, crítico y creativo, partiendo de su propia realidad y transformándose en sujetos creadores de su propia experiencia. Es así, como desde esta investigación y a través de la realización de centros de aprendizaje, los estudiantes pudieron resolver problemas matemáticos de diferente complejidad aplicando el Método Polya como estrategia pedagógica. La aplicación a la solución de problemas, desde el conocimiento que el alumno adquiere directamente de la realidad, de su propio actuar sobre ésta, de su necesidad, podría facilitar el proceso, más que con un conocimiento que adquiere de segunda mano a través del profesor, de un texto o de cualquier otro medio.

**Instrumentos**

Uno de los instrumentos que se utilizaron para la recolección de los datos, fue en primera instancia, el Diario de Campo con una guía de observación caracterizada por una matriz de revisión, en la cual se tuvieron en cuenta los 4 pasos del Método Polya. Aquí se realizaron las anotaciones pertinentes las cuales permitieron el posterior análisis y reflexión. De acuerdo con Restrepo (2004):  Los relatos del diario de campo, interpretados o releídos luego con intencionalidad hermenéutica, producen conocimiento acerca de las fortalezas y efectividad de la práctica reconstruida, y dejan ver las necesidades no satisfechas, que habrá que ajustar progresivamente. (p.52)

La prueba diagnóstica, la cual está definida por el MEN como “un instrumento que permite identificar los niveles de desempeño que tienen los estudiantes en cada grado, generar hipótesis de dificultades en la comprensión de algunos saberes y proporcionar un material educativo para el aula y la formación de docentes” (*Evaluación diagnóstica*, 2016, párr. 2). Esta prueba contenía dos problemas matemáticos, los cuales fueron suficientes desde la parte operativa e interpretativa, para determinar las debilidades y fortalezas que tenían los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos con operaciones básicas. De igual forma, se incluyó la prueba final la cual permitió el análisis comparativo de los resultados y la estimación de mejoras en esta competencia. Ambas pruebas fueron tomadas de los cuadernillos del Ministerio de Educación Nacional titulados: *Actividad Diagnóstica grado tercero y cuarto,* respectivamente (*Todos a Aprender*, MEN, 2013).

También están como mediador de un instrumento los cuadernillos del Programa Todos a Aprender (PTA), el cual es un proyecto articulado y avalado por el Ministerio de Educación Nacional, en conjunto con la Universidad de los Andes y la organización PREST de Quebec, Canadá, y adaptado para la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria en Colombia. Con este proyecto se pretendió promover el desarrollo de competencias en matemáticas, fomentar el aprendizaje de conceptos y el uso de procesos matemáticos, en vez de un aprendizaje de tipo memorístico basado en técnicas de calculo que omiten la comprensión del sentido de los procedimientos. Este material hace referencia a lo descrito en los Estándares Básicos de Competencia (EBC) y a los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) en cuanto al proceso de formulación, tratamiento y resolución de problemas los cuales "podrían convertirse en el principal eje organizador del currículo de matemáticas, porque las situaciones problema proporcionan el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido" (MEN, 2015, p. 52).

Estas guías promueven el desarrollo de la competencia matemática a partir de la resolución de problemas. Como estrategia para ello, se utilizaron las situaciones problema que presentan un problema en un contexto determinado que se le propuso solucionar al estudiante.

La secuencia didáctica de estos cuadernillos está basada en las cuatro fases del Método Polya y a su vez está distribuida en unos centros de aprendizaje donde se realizan diferentes actividades encaminadas a desarrollar el pensamiento matemático. Estos centros están distribuidos así:

Etapa de comprensión: corresponde a las etapas 1 y 2 del Método Polya (comprensión del problema y concepción de un plan). En esta etapa se hizo la presentación de la situación problema: “A Toda Velocidad”, relacionada con una carrera automovilística. Aquí, se indagaron los conocimientos previos, se buscó claridad en el vocabulario conocido y desconocido, se hizo lectura en voz alta de la situación, se utilizó apoyo visual y finalmente se construyó en conjunto, docente y estudiantes, un esquema de la estrategia o plan de acción para llegar a la solución de manera exitosa.

Etapa de descontextualización: en esta etapa, las actividades que se desarrollaron estaban por fuera del contexto de la situación problema, pero en las que se esperó que los estudiantes construyeran y afianzaran conceptos, desarrollaran procesos, comprendieran y practicaran procedimientos necesarios para resolver la situación problema como tal; además, se hizo uso del material manipulativo como un medio para que los estudiantes alcanzaran los aprendizajes esperados.

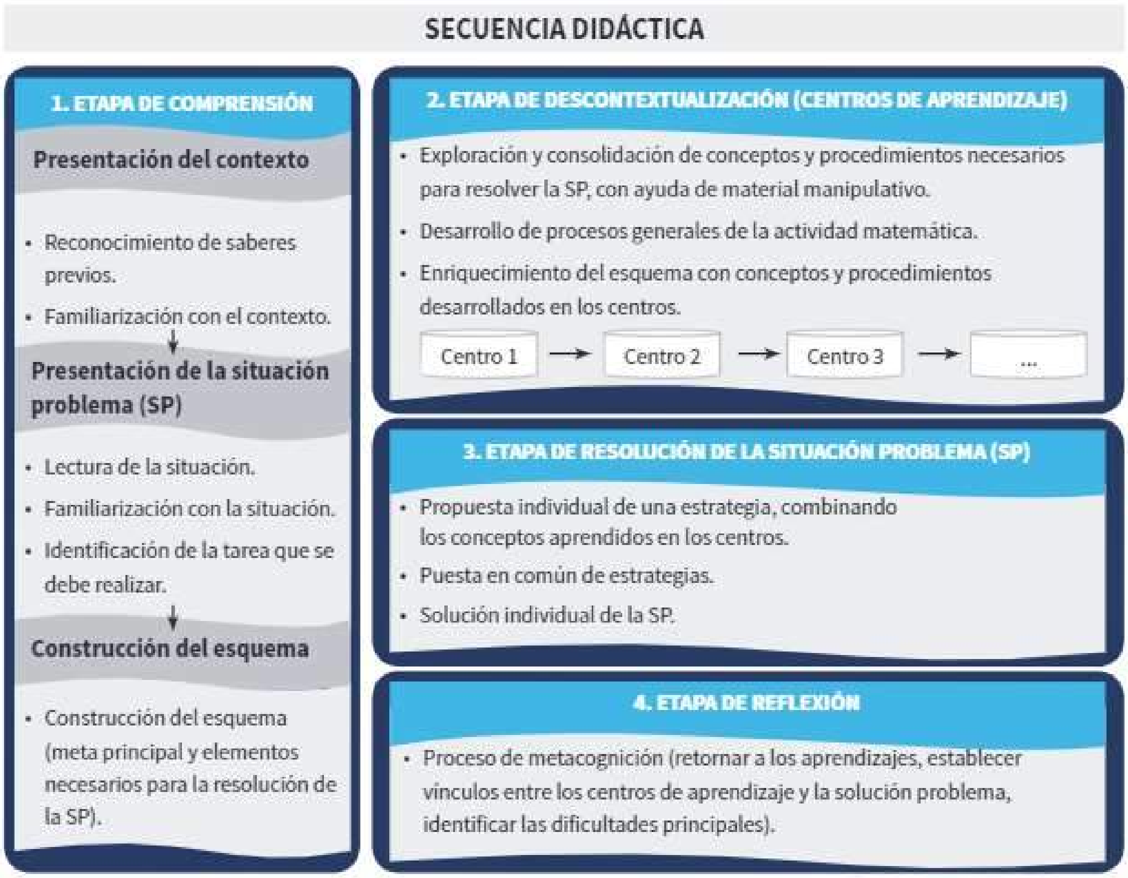
Etapa de resolución: con base en el esquema realizado en la primera etapa y lo aprendido en los encuentros (centros de aprendizaje) el estudiante diseñó una estrategia de resolución para lo cual debió definir un orden y una combinación apropiada de conceptos y procedimientos adquiridos previamente. Con las propuestas individuales se hizo una propuesta en común y se procedió a la validación de la solución. Esta etapa corresponde a la etapa 3 del Método Polya, la cual se denomina, ejecución del plan.

Etapa de reflexión: es la etapa 4 del Método Polya, conocida como visión retrospectiva donde los alumnos hicieron una autoevaluación meta cognitiva sobre el proceso de aprendizaje y reflexionaron sobre lo aprendido. Esta etapa podría facilitar la transferencia de conocimientos en posibles situaciones futuras dentro y fuera del aula.

Estas etapas se evidencian de forma clara en la siguiente Figura 27.

**Figura 27**

*Secuencia Didáctica basada en el Método Polya*




Nota: Guía de enseñanza para Docentes de Grado 4° de Básica Primaria. Reproducido de Min educación Programa Todos a Aprender (PTA) 2021, (p.8).

Tal y como se describe en los Lineamientos Curriculares, la actividad en el aula de matemáticas debe emular una actividad científica, por lo tanto, se le debe permitir al estudiante: “explorar problemas, construir estructuras, plantear preguntas y reflexionar sobre modelos; estimular representaciones informales y múltiples y, al mismo tiempo, propiciar gradualmente la adquisición de niveles superiores de formalización y abstracción” (MEN, 1998, p. 16). Es así como dentro de las sesiones se alternaron momentos de trabajo en el que el docente expuso al grupo completo, en grupos de estudiantes, y de trabajo individual, promoviendo así, la autonomía estudiantil.

## Descripción del Proceso Metodológico

### *Prueba diagnóstica*

El trabajo de campo de esta investigación comenzó con la aplicación de una prueba diagnóstica (ver anexo A), la cual planteaba una situación problema con dos problemas matemáticos basados en dicha situación y que se debían resolver por medio de operaciones matemáticas. Para iniciar esta prueba, se les expuso a los estudiantes la justificación de dicho trabajo y que el objetivo no era evaluarlos sino realizar un diagnóstico que permitiera determinar cuáles eran las dificultades que ellos presentaban a la hora de resolver un problema matemático. Se realizó una indagación de los conocimientos previos con preguntas como: ¿saben qué es un problema matemático? ¿por qué creen que se les dice “problema” ?, ¿conocen las cuatro operaciones matemáticas? Esto con el fin de saber si los alumnos estaban ubicados temáticamente para la actividad que se iba a llevar a cabo. Con las respuestas dadas se pudo evidenciar que los estudiantes sí saben que es un problema matemático, pero no tienen claro por qué se les llama “problema”, y en cuanto a las cuatro operaciones matemáticas, ninguno contestó conocerlas, pero luego de que se les mencionó que eran la suma, la resta, la multiplicación y la división, afirmaron saber de qué se trataba.

Durante la lectura en voz alta de las instrucciones no hubo muchas preguntas, sin embargo, cuando la prueba comenzó, surgieron muchas cuestiones como, por ejemplo: profe, ¿qué tengo que hacer aquí? ¿tengo que sumar o restar?, profe no entiendo el problema, profe me explica. Mientras los estudiantes iban realizando la prueba, algunos manifestaron no poder continuar pues no comprendían muy bien qué tenían que hacer; se les notó cierto sentimiento de frustración y desánimo, sin embargo, se les motivó a continuar y se les explicó que debían releer el enunciado y tratar de inferir la operación matemática que debían realizar. En el análisis de ésta prueba diagnóstica, se pudo observar que a pesar de que los estudiantes tienen buena velocidad y entonación para la lectura, lo cual es una de las fortalezas encontradas, sólo algunos leyeron comprensivamente el enunciado y pudieron dar solución al problema matemático con un procedimiento adecuado y respondiendo asertivamente al cuestionamiento.

Otras de las dificultades que se evidenciaron, tienen que ver con: la lectura de los números de más de tres cifras, con el valor posicional, con la descomposición de números y con algunos algoritmos. Lo que se pudo observar es que los estudiantes no leen correctamente algunos números, por ejemplo, el número 3.674 lo nombran así: trescientos seiscientos setenta y cuatro; les cuesta descomponer los números en unidades, decenas, centenas, unidades de mil, etc., por ende, no ubican acertadamente el lugar de determinada cifra. Esto trae consigo que cuando a los estudiantes se les pide organizar ciertas cantidades para realizar una operación matemática, no respetan este valor posicional ubicándolos incorrectamente y es así como los resultados no son los esperados. Caso contrario ocurre cuando la docente es quien organiza los números y el estudiante simplemente se limita a ejecutar la operación.

Las Tablas 1, 2, 3, 4, 5 y 6, corresponden a la matriz de observación del Diario de Campo donde aparecen los registros consignados durante la observación. Cada una de las tablas está compuesta por una descripción, desarrollo y evaluación de la actividad. Contiene el objetivo, los Estándares Básicos de Competencia y los Derechos Básicos de Aprendizaje; la descripción detallada de cada uno de los momentos (*exploración, ejecución, observación y análisis*) y una reflexión pedagógica derivada de lo acontecido en cada encuentro.

***Centros de Aprendizaje***

Luego de la aplicación de la prueba diagnóstica, se realizaron cuatro centros de aprendizaje cuya estructura estuvo diseñada de la siguiente forma: una primera parte llamada de *exploración,* donde se les contó a los estudiantes los objetivos del encuentro, se hizo indagación de los conocimientos previos, discusión sobre lo aprendido en la sesión anterior y una explicación de la actividad a realizar. Un segundo momento, llamado *ejecución*, donde se hizo entrega del material de trabajo y se desarrollaron las actividades planeadas. Y, un tercer momento de *observación y análisis* donde se hizo retroalimentación de los aprendizajes, evaluación del encuentro y se detallaron aspectos relevantes. Las actividades de los centros de aprendizaje estuvieron orientadas a desarrollar las competencias identificadas como falencias en la prueba diagnóstica y, por supuesto, la resolución de problemas como competencia principal. Es por esto, que se realizaron descomposiciones de cantidades, reagrupación de los números para realizar operaciones matemáticas respetando el valor posicional y aplicación del Método Polya como estrategia en la resolución de problemas matemáticos. Los recursos utilizados fueron: los cuadernillos del PTA y el material manipulativo, el material en base 10 el cual consistía en recortes de papel que representaban las unidades, las decenas, las centenas y las unidades de mil, y les ayudó a representar cantidades, componer y descomponer números lo cual fue muy útil para fortalecer la debilidad encontrada. Se utilizó material reciclable para elaborar la máquina de sumar en colaboración con los estudiantes, además de vasos plásticos y pitillos.

***Etapa de Resolución y Prueba Final***

Finalizando los centros de aprendizaje, se procedió con la etapa de resolución de la situación problema planteada al inicio de las intervenciones. Para esto se aplicó la prueba final, (ver anexo B) la cual tenía planteada una situación problema y de la cual se desprendían tres problemas matemáticos que debían resolverse con la aplicación de cada una de las fases del Método Polya. El esquema de resolución de estos problemas contenía los siguientes pasos: en el primer cuadro debían anotar los datos relevantes del enunciado y la incógnita, en el segundo escribir que operación matemática podían utilizar, en el tercero llevar a cabo el algoritmo y en el cuarto cuadro responder la incógnita y realizar una revisión de los pasos y determinar si podían dar por terminado la resolución del problema. Esta prueba se desarrolló en un trabajo de retroalimentación colectiva, en la que los estudiantes desde su conocimiento y saber, aportaban en su resolución.

Adicionalmente, al final de la prueba, se realizó una breve encuesta con el fin de obtener información sobre la percepción que tuvieron los estudiantes con respecto a la prueba realizada y con la aplicabilidad del Método Polya. En la Tabla 7 están registradas, de forma horizontal, las preguntas y de manera vertical se fueron escribiendo las respuestas más comunes entre los estudiantes.

**Tabla 1**

*Registro de diario de campo de la Prueba Diagnóstica*

| ETAPA DIAGNÓSTICA | | |
|---|---|---|
| **Fecha: octubre 8 de 2021** | | |
| **Descripción de la actividad** | **Desarrollo de la actividad** | **Evaluación de la actividad** |
| La prueba diagnóstica (ver anexo A) consiste en plantear una situación problema, seguidamente hay dos problemas matemáticos basados en dicha situación los cuales requieren una solución por medio de una operación matemática básica. | Entrega de la prueba a los estudiantes.<br>Lectura de instrucciones:<br>• Leer comprensivamente la situación problema.<br>• Definir la operación matemática.<br>• Resolver la operación matemática.<br>• Responder la pregunta.<br>• Escribir el procedimiento. | Dialogo con los estudiantes sobre cómo se sintieron durante la prueba por medio de preguntas: ¿Cómo te pareció la prueba? ¿Qué te pareció fácil de realizar? ¿Dónde encontraste dificultad? ¿Crees que pudiste haberlo hecho mejor? |
| **OBJETIVO** | **ESTÁNDAR BÁSICO DE COMPETENCIA (EBC)** | **DERECHOS BÁSICOS DE APRENDIZAJE (DBA)** |
| • Determinar las debilidades y fortalezas que tienen los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos con operaciones básicas. | • Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones. | • Interpreta, formula y resuelve problemas en diferentes contextos. |
| **ACTIVIDADES SESION #1** | | |
| **Exploración** | **Ejecución** | **Observación y Análisis** |
| • Explicar a los estudiantes la actividad que se va a realizar exponiendo la justificación e indicaciones pertinentes.<br>• Indagar los conocimientos previos a través de las preguntas: ¿Saben que es un problema matemático? ¿Por qué creen que se les dice | • Luego del dialogo inicial e introductorio, se les entregó a los estudiantes la prueba invitándolos a leerla libremente.<br>• Se realizó una lectura en voz alta mientras se iban explicando cada una de las instrucciones.<br>• Se resolvieron las preguntas que surgieron durante la lectura. | • Inicialmente los estudiantes estuvieron muy inquietos pensando en que la prueba era una evaluación y constantemente preguntaban si habría una nota por esto. Cuando se les dijo que sólo era un diagnóstico, se evidenció un cambio en su actitud y estuvieron más dispuestos y tranquilos. |

| | | |
|---|---|---|
| "problema" ?, ¿Conocen las cuatro operaciones matemáticas?<br>• Entregar la prueba diagnóstica y permitirles que la l[e…] libremente. | • Los estudiantes comenzaron a resolver la prueba de manera individual y la intervención de la docente fue muy escasa permitiendo que cada uno utilizara sus propias estrategias y conocimientos para resolver el problema.<br>• Al final de la prueba, se inició la autoevaluación y la coevaluación de la actividad. | • Durante la lectura en voz alta de las instrucciones realmente no hubo muchas preguntas, sin embargo, cuando la prueba comenzó, surgieron muchas cuestiones como, por ejemplo: ¿profe, que tengo que hacer aquí? ¿tengo que sumar o restar?, "profe no entiendo el problema", "profe me explica".<br>• Mientras los estudiantes iban realizando la prueba, algunos manifestaron no poder continuar pues no comprendían muy bien qué tenían que hacer; se les notó cierto sentimiento de frustración y desánimo, sin embargo, se les motivó a continuar y se les explicó que debían releer el enunciado y tratar de inferir la operación matemática que debían realizar.<br>• En el análisis de ésta prueba diagnóstica, se pudo observar que a pesar de que los estudiantes tienen buena fluidez y entonación para la lectura, lo cual es una de las fortalezas encontradas, muy pocos lograron leer comprensivamente el enunciado, conocen el código escrito, pero hay muchos vacíos interpretativos y dar solución al problema matemático con un procedimiento adecuado y respondiendo asertivamente al cuestionamiento. He aquí la primera dificultad encontrada.<br>• Otra de las dificultades que se evidenciaron, tiene que ver con la lectura de los números de más de tres cifras y con el valor posicional, es decir, les cuesta organizar adecuadamente los números para realizar las operaciones matemáticas. |

| | | |
|---|---|---|
| | | • Este análisis da cuenta de que los estudiantes no tienen una heurística definida para la resolución de los problemas, simplemente leen el enunciado y demuestran afán por saber que tienen que hacer y dar una solución rápida, al parecer tienen la creencia que lo más importante es el resultado y no el procedimiento, no se toman el tiempo necesario para analizar la situación planteada, se les dificultad identificar la pregunta, no definen un plan de acción con una operación matemática clara, en los algoritmos tienen problemas con el valor posicional y al finalizar, les cuesta dar una respuesta asertiva a la pregunta. |

| **REFLEXIÓN PEDAGÓGICA** |
|---|
| Las situaciones problema dinamizan la actividad cognitiva en tanto permite la interacción de los estudiantes entre ellos mismos, y con la profesora, a través del objeto de conocimiento, generando procesos conducentes a la adquisición sistemática de conceptos matemáticos. |

**Tabla 2**

*Registro de diario de campo de la etapa de comprensión correspondiente a los pasos 1 y 2 del Método Polya*

| **ETAPA DE COMPRENSION**: Pasos 1 y 2 del Método Polya | | |
|---|---|---|
| **Fecha: 25 de octubre de 2021** | | |
| **Presentación del contexto** | **Presentación de la situación problema** | **Construcción del plan** |
| Indagación de los saberes previos | Lectura en voz alta | Diseño del plan de acción |
| Familiarización con el contexto | Definición de la tarea | Meta principal y elementos necesarios |
| **OBJETIVOS** | **ESTANDAR BÁSICO DE COMPETENCIA (EBC)** | **DERECHOS BÁSICOS DE APRENDIZAJE (DBA)** |
| • Presentar la situación problema "A toda velocidad" con el fin de contextualizar a los estudiantes.<br>• Discutir el vocabulario propio de la situación problema.<br>• Definir a partir de la información dada, las condiciones necesarias para solucionar de manera exitosa la situación problema. | • Describo, comparo y cuantifico situaciones con números, en diferentes contextos y con diversas representaciones. | • Describe y desarrolla estrategias para calcular sumas y restas basadas en descomposiciones aditivas y multiplicativas. |
| **ACTIVIDADES SESION #2** | | |
| **Exploración** | **Ejecución** | **Observación y Análisis** |
| • Presentar la actividad a realizar. (ver anexo B)<br>• Leer la situación problema y comprender el trabajo a realizar: ¿Cuál es el problema? ¿Qué nos piden realizar?<br>• Indagar los conocimientos previos acerca del tema por medio de preguntas: ¿Hay palabras difíciles de entender?, ¿Qué saben sobre carreras de autos?, ¿Conocen algún corredor famoso?<br>• Registro de aporte de estrategias: ¿Cómo podemos realizar la tarea?, ¿Qué conocimientos son necesarios?, ¿Qué material necesitamos?, | • Se entregaron los cuadernillos a los estudiantes en los cuales pudieron visualizar la actividad a realizar.<br>• Se entabló un diálogo para indagar los conocimientos previos acerca de los conceptos relacionados con las carreras de autos. (ver anexo B)<br>• Se definieron aquellos términos desconocidos para ellos.<br>• Se realizó la lectura de la situación problema haciendo énfasis en la tarea que nos piden realizar.<br>• Se observó el catálogo de la indumentaria requerida para la carrera (casco, traje, guantes) y en conjunto con todo el grupo se definieron los precios de cada uno haciendo | • Los estudiantes demostraron saber un poco sobre las carreras de autos, así que el tema no era del todo desconocido pues hicieron aportes pertinentes.<br>• Cuando se les indagó sobre cual creían ellos era el problema a resolver, algunos atinaron a contestar que lo que el príncipe Adil quería era ganar la carrera y que para lograrlo debía comprar un auto veloz y una muy buena indumentaria, adicionalmente agregaron que también era importante escoger un camino corto y con pocos obstáculos. |

| | | |
|---|---|---|
| ¿Cuáles son las reglas que debemos tener en cuenta? | las conversiones necesarias ya que algunos venían definidos en decenas y centenas.<br>• Como estrategia de ahorro se seleccionó el automóvil y la indumentaria más económicas de modo que no sobrepasara las 14.000 monedas de oro dadas en la situación problema. | • Aunque la actividad de escoger la indumentaria y el automóvil no estaba planeada los estudiantes solicitaron realizarla debido al interés que les generó esta actividad.<br>• Inicialmente los estudiantes se inclinaron por escoger el auto y la indumentaria que por su color o forma les llamo más la atención, pero luego de comprender que debían tener en cuenta la situación financiera, es decir, no sobrepasar el dinero dado, decidieron mejor tomar los más económicos.<br>• Una de las dificultades observadas es que a los alumnos les costó mucho trabajo hacer las equivalencias de decenas y centenas en números, por ejemplo, cuando leyeron que un casco valía 56 decenas de monedas de oro, no supieron convertirlo a 560; por lo tanto, esta parte del trabajo tomó más tiempo de lo planeado.<br>• Otra debilidad encontrada estuvo relacionada con el valor posicional; la mayoría de los estudiantes no ubicaban bien los números en el lugar que les correspondía (unidades, decenas, centenas) y por consiguiente tenían dificultad para realizar las sumas. |

| **REFLEXIÓN PEDAGÓGICA** |
|---|
| Las situaciones problema dinamizan la actividad cognitiva en tanto permite la interacción de los estudiantes entre ellos mismos, y con la profesora, a través del objeto de conocimiento, generando procesos conducentes a la adquisición sistemática de conceptos matemáticos. |

**Tabla 3**

*Registro de diario de campo de la etapa de descontextualización correspondiente al centro de aprendizaje 1*

| **ETAPA DE DESCONTEXTUALIZACIÓN**: Centros de Aprendizaje | | |
|---|---|---|
| **Fecha: Noviembre 1 de 2021** | | |
| **Descripción del centro de aprendizaje** | **Regreso a los aprendizajes** | **Situaciones de aplicación** |
| Centro de aprendizaje 1<br>Los estudiantes deben representar dos números con la ayuda del material en base 10 que reagruparan para hallar el resultado de la suma.. | Discusión en grupo sobre lo aprendido en la sesión anterior. | Realización de actividades de práctica para desarrollar confianza y precisión.<br>Evaluación de los aprendizajes alcanzados. |
| **OBJETIVOS** | **ESTANDAR BÁSICO DE COMPETENCIA (EBC)** | **DERECHOS BÁSICOS DE APRENDIZAJE (DBA)** |
| • Componer y descomponer números naturales para determinar cantidades en las unidades, decenas, centenas, unidades de mil, etc.<br>• Reagrupar estos números para determinar su suma teniendo en cuenta el valor posicional.<br>• Aplicar el Método Polya en la resolución de problemas matemáticos. | • Uso diversas estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas. | • Describe y desarrolla estrategias para calcular sumas y restas basadas en descomposiciones aditivas y multiplicativas. |
| **ACTIVIDADES SESION #3** | | |
| **Exploración** | **Ejecución** | **Observación y Análisis** |
| • Introducción a las actividades y demostración del uso del material manipulativo.<br>• La máquina de sumar consiste en una caja de cartón con dos tubos (uno verde y otro amarillo) por donde los estudiantes depositaron el material en base 10 para realizar las sumas. (ver anexo C)<br>• Recortar el material manipulativo en base 10. (pp. 39, 41 y 43) | • Se recordaron los aprendizajes obtenidos en la sesión anterior.<br>• Se presentó a los estudiantes la máquina de sumar explicándoles que con ella se facilitaría realizar los cálculos.<br>• Se realizó la lectura de los números tanto de las fichas verdes como de las amarillas. | • Durante la sesión se pudo observar que, a algunos estudiantes se les facilita realizar cálculos mentales, lo que es curioso porque al intentar realizarlos sobre el papel, presentan cierta dificultad. Es decir, sí realizan análisis lógicos, pero les cuesta comprender la simbología matemática. |

| | | |
|---|---|---|
| • Realizar lecturas de los números de las cartas verdes y las cartas amarillas.<br>• Tomar una de las cartas y descomponer el numero en unidades, decenas, centenas y unidades de mil.<br>• Reagrupar dos representaciones y pedir a los estudiantes que encuentren la suma por medio de cálculos mentales. | • Con el material en base 10 compuesto por unidades, decenas, centenas y unidades de mil se representaron los números de las cartas.<br>• Se le pidió a un estudiante que escogiera una carta verde y la representara con el material en base 10 depositándolo en el tubo verde de la máquina de sumar, así mismo se le pidió a otro compañero que hiciera lo propio con una carta amarilla, luego de la reagrupación ambos niños trabajaron en el conteo del material para determinar la suma de los números.<br>• Este ejercicio se realizó varias veces dándole oportunidad a todos los estudiantes con el fin de que se fueran familiarizando con la actividad.<br>• En este punto se aprovechó la motivación de los estudiantes para hablarles sobre George Polya y su método de cuatro pasos para resolver problemas, dialogando sobre la importancia de tener una estrategia de resolución de problemas y se les planteo este método como ejemplo.<br><br>• Método de 4 pasos:<br>1. Comprensión del problema: identificar los datos y la pregunta, dialogar sobre la situación que se plantea, realizar esquemas o dibujos.<br>2. Configuración del plan: determinar la estrategia u operación matemática, descomponer el problema. | • La máquina de sumar fue un elemento llamativo para ellos. Los motivó a tener una participación activa.<br>• Debido a las dificultades evidentes en la sesión anterior sobre la descomposición de números, el material manipulativo en base 10 fue de gran ayuda para ellos pues este les ayudó a entender qué son las unidades, las decenas, las centenas y las unidades de mil.<br>• Algunos alumnos hicieron una correcta lectura de los números, pero no entendieron cuando se les preguntó cuántas decenas habían dentro de ese número. Sin embargo, a medida que se fue avanzando en la actividad se les fue facilitando determinar el valor posicional de los números y por ende realizar las sumas.<br>• Cuando se les contó sobre el Método Polya, se les explicó cada uno de los pasos, pero antes se realizó una lluvia de aportes, es decir, por cada paso el grupo exponía lo que ellos consideraban y luego la docente les contó de qué se trataba y si habían acertado o no.<br>• Se tomó un problema matemático como ejemplo y se les pidió que lo resolvieran por sí mismos. Cada uno con su estrategia trató de darle solución, por ejemplo, hicieron esquemas, dibujos, probaron con una operación y luego con otra; pero no fue nada fácil porque el problema tenía que resolverse por medio de dos |

| | | |
|---|---|---|
| | 3. Ejecución del plan: Representar los números con el material en base 10 (descomponer los números). Ejecutar la suma de los números.<br>4. Visión retrospectiva: Dar respuesta a la pregunta, revisar y comprobar el procedimiento. | operaciones matemáticas. Luego cuando todos terminaron se tomó cada uno de los pasos, empezando por el más importante que es comprender el problema: se indagaron los saberes previos, palabras desconocidas, se identificaron los datos y la incógnita, etc. Aquí muchos observaron aspectos que no tuvieron en cuenta inicialmente. Es decir, en la lectura del enunciado, pasaron por algo datos que eran importantes y que, por lo tanto, al no tenerlos en cuenta, les dificulto tener una visión amplia del problema para poder darle respuesta a la incógnita. Luego diseñaron el plan, es decir, determinaron que operación matemática iban a realizar; en este caso una suma y luego una resta. Una vez tenían claro qué hacer, se enfrentaron a la dificultad de organizar los números correctamente para poder ejecutar las operaciones. Finalmente, en la visión retrospectiva determinaron si la solución fue correcta y se llevó a cabo un buen procedimiento.<br>• Al preguntarles a los estudiantes cómo les había parecido este método; si les pareció fácil o difícil de ejecutar; si lo usarían de nuevo en próximos problemas, todos coincidieron en dar opiniones positivas sobre su facilidad para ponerlo en práctica y para utilizarlo de nuevo. |

| REFLEXION PEDAGÓGICA |
|---|
| La enseñanza del signo aritmético como una simple representación de palabras como “añadir” o “quitar” se convierte en un obstáculo para el resolutor de problemas matemáticos cuando éste se enfrenta a enunciados que hablan de una ganancia la cual se asocia con el signo “+”, pero en realidad se debe hacer es una resta en el procedimiento. Se recomienda establecer una diferencia clara entre escritura aritmética y lenguaje ordinario, debido a que la escritura aritmética tiene cierta autonomía; un mismo signo puede aplicarse a problemas que se enuncian de manera distinta en el lenguaje ordinario. |

**Tabla 4**

*Registro de diario de campo de la etapa de descontextualización correspondiente al centro de aprendizaje 2*

| **ETAPA DE DESCONTEXTUALIZACION**: Centros de Aprendizaje | | |
|---|---|---|
| **Fecha: Noviembre 8 de 2021** | | |
| **Descripción del centro de aprendizaje** | **Regreso a los aprendizajes** | **Situaciones de aplicación** |
| Centro de aprendizaje 2<br>Los estudiantes deben escoger un número y representarlo utilizando palitos (pitillos) y los vasos identificados con las unidades, decenas, centenas, etc. A continuación deben tomar una carta de resta (quitar) y calcular el resultado. | Discusión en grupo sobre lo aprendido en la sesión anterior. | Realización de actividades de practica para desarrollar rapidez, confianza y precisión.<br>Evaluación de los aprendizajes alcanzados. |
| **OBJETIVOS** | **ESTANDAR BÁSICO DE COMPETENCIA (EBC)** | **DERECHOS BÁSICOS DE APRENDIZAJE (DBA)** |
| • Representar números naturales para determinar cantidades en las unidades, decenas, centenas, unidades de mil, etc.<br>• Descomponer las cantidades dadas para luego efectuar las operaciones (ver anexo D)<br>• Aplicar el Método Polya en la resolución de problemas matemáticos. | • Uso diversas estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas. | • Interpreta, formula y resuelve problemas en diferentes contextos, tanto aditivos de composición, transformación y comparación; como multiplicativos directos e inversos. |
| **ACTIVIDADES SESION #4** | | |
| **Exploración** | **Ejecución** | **Observación y Análisis** |
| • Introducción a las actividades y demostración del uso del material manipulativo.<br>• Dialogar sobre lo visto anteriormente para determinar lo aprendido y aclarar posibles dudas. | • Los vasos se dispusieron en una mesa a la vista de todos, se comenzó la actividad representado con los pitillos los números que salían al azar, luego de esto se sacaba otra tarjeta de "Quitar" y se procedía a realizar las descomposiciones en unidades para resolver las restas. | • Durante la actividad con los pitillos los estudiantes estuvieron muy motivados y dispuestos al trabajo, al principio se evidenció de nuevo la dificultad de algunos para descomponer los números en unidades y por ende realizar las restas, pero con el paso del tiempo, se fueron |

| | | |
|---|---|---|
| • Explicar la actividad que se va a realizar y proporcionar el material requerido: cuadernillo PTA, máquina de sumar y material en base 10.<br>• Disponer de 5 vasos plásticos y marcarlos de la siguiente manera: U, D, C, UM. Suficientes palitos o pitillos y recortar el material de las páginas 47 y 49.<br>• Escoger números y representarlos poniendo las cantidades exactas de pitillos o palitos en los vasos de acuerdo a su valor posicional.<br>• Realizar restas con el material manipulativo.<br>• Leer en voz alta cada uno de los problemas matemáticos y clarificar posible vocabulario desconocido.<br>• Resolver tres problemas matemáticos por medio del Método Polya, haciendo uso del material en base 10 para representar los números. | • Los estudiantes se agruparon en tres equipos, a cada uno se le dio un problema matemático que contenía una resta para resolverlo.<br>• Para trabajar los problemas matemáticos incluidos en los cuadernillos, se aplicó de nuevo el Método Polya<br>• Uno de los miembros del equipo estuvo encargado de la lectura en voz alta del enunciado y se comenzó a llevar a cabo cada uno de los pasos del Método Polya.<br>• Como actividad adicional, se trabajó en el cuadernillo de PTA con la actividad llamada: "¿Quién subirá al podio?" La cual mostraba una tabla en la que se encontraban los corredores de cada país y los puntos acumulados durante la carrera. Los estudiantes debían resolver las sumas del trayecto uno y del trayecto dos para dar un total y con base en este resultado organizarlos de mayor a menor y determinar los tres primeros puestos. (ver anexo D). | familiarizando con la actividad y desarrollándola de forma fácil.<br>• En algunos grupos tuvieron que leer el problema varias veces pues tuvieron dificultad para comprenderlo inmediatamente.<br>• Se les sugirió que realizaran un esquema donde escribieran los datos que les daban, es decir, los aspectos importantes que debían tener en cuenta y además tener muy claro cuál era la pregunta que debían responder.<br>• Con ayuda del material manipulativo en base 10, se les pidió descomponer o representar cada una de las cantidades que se mencionaban en el problema. En este punto, se pudo observar que la dificultad inicial para entender los conceptos de unidad, decena, centena, unidad de mil estaba comenzando a superarse pues los estudiantes pudieron responder con un poco más de seguridad las preguntar referidas a esto.<br>• Una vez que realizaron la actividad anterior los estudiantes estuvieron listos para ubicar los números correctamente (valor posicional) y realizar la suma.<br>• Cada grupo dio respuesta a la pregunta planteada en el problema matemático, pero aquí se presentó un pequeño problema con uno de los equipos ya que no analizaron bien la pregunta y dieron una respuesta incorrecta a pesar de que el procedimiento realizado fue el indicado. Es aquí donde se presenta otro de los errores de los estudiantes frente a la resolución de problemas y es que en ocasiones por no tener clara la |

| | | |
|---|---|---|
| | | pregunta realizan un procedimiento incorrecto o, en otros momentos, es que no terminan de realizar todo lo necesario y por tanto no encuentran la respuesta adecuada.<br>• En la actividad adicional, los estudiantes estuvieron muy motivados para realizar las sumas; algunos hicieron uso de la máquina de sumar junto con el material manipulativo y otros con mayor confianza, realizaron cálculos mentales. |

| REFLEXION PEDAGÓGICA |
|---|
| Las dificultades que se presentan en cuanto a la numeración y el cálculo van relacionadas con la escritura de los números ya que la dirección en la que va dicha escritura es de izquierda a derecha, mientras que el valor posicional aumenta de derecha a izquierda y las operaciones se realizan siguiendo este orden, por lo tanto, el desarrollo de esta habilidad de pensamiento es primordial para que el estudiante tenga herramientas básicas que le permitan obtener resultados satisfactorios. |

**Tabla 5**

*Registro de diario de campo de la etapa de descontextualización correspondiente al centro de aprendizaje 3*

| **ETAPA DE DESCONTEXTUALIZACION**: Centros de Aprendizaje | | |
|---|---|---|
| **Fecha: Noviembre 16 de 2021** | | |
| **Descripción del centro de aprendizaje** | **Regreso a los aprendizajes** | **Situaciones de aplicación** |
| Centro de aprendizaje 3:<br>En este juego se propone a los estudiantes ejercitar su memoria a partir de una actividad en la que intentaran emparejar las cartas que representan un mismo número. | Discusión en grupo sobre lo aprendido en la sesión anterior. | Realización de actividades de práctica para desarrollar rapidez, confianza y precisión.<br>Evaluación de los aprendizajes alcanzados. |
| **OBJETIVOS** | **ESTANDAR BÁSICO DE COMPETENCIA (EBC)** | **DERECHOS BÁSICOS DE APRENDIZAJE (DBA)** |
| • Encontrar las parejas de números representados de formas diferentes.<br>• Aplicar el Método Polya en la resolución de problemas matemáticos. | • Usa diversas estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas. | • Establece comparaciones entre cantidades y expresiones que involucran operaciones y relaciones aditivas y multiplicativas y sus representaciones numéricas. |
| **ACTIVIDADES SESION #5** | | |
| **Exploración** | **Ejecución** | **Observación y Análisis** |
| • Discusión en grupo sobre lo aprendido en la sesión anterior.<br>• Introducción a las actividades y demostración del uso del material manipulativo.<br>• Recortar el material de las páginas 51 y 53 para trabajar por parejas.<br>• Realizar ejercicios de descomposición nuevamente con el material manipulativo en base 10 para recordar conceptos.<br>• Jugar con las cartas el juego “concéntrese” el cual consiste en encontrar pares de cartas que son iguales, | • La actividad comenzó disponiendo las cartas boca abajo formando un gran rectángulo. Cada jugador debía destapar una carta y anotar en una hoja el número asociado a la descomposición o a la equivalencia escrita. Luego debía destapar una segunda carta, compararla con la primera y determinar si eran equivalentes, es decir, si representaban el mismo número. Si era así, las podía tomar y continuar el turno, de lo contrario las debía dejar en el mismo lugar y continuaba el siguiente jugador. En cada pareja ganó el jugador que más pares de cartas obtuvo. | • No se puede negar que las actividades realizadas en los centros de aprendizaje, no sólo hicieron evidente las dificultades que tenían los estudiantes frente a ciertos procesos matemáticos sino también, la forma como se fueron superando poco a poco.<br>• La motivación de los estudiantes frente a las actividades planteadas fue un punto a favor pues facilitó mucho el desarrollo de los centros ya que estuvieron muy dispuestos a participar, a aprender, a colaborar, a trabajar en equipo.<br>• Se pudo observar cómo en el juego de las parejas la dificultad para hacer descomposiciones estuvo en un |

| | | |
|---|---|---|
| o en este caso, números equivalentes y que están representados de forma diferente.<br>• Resolver el problema matemático propuesto en el centro de aprendizaje haciendo representaciones con el material en base 10. | • El problema matemático a resolver trataba de una carrera en la cual el corredor se detenía en una intersección porque tenía dificultades para entender las señales, la idea era que los estudiantes le ayudaran a descifrarlas realizando las equivalencias, luego las operaciones matemáticas que mejor se ajustaban a la situación y finalmente responder la pregunta ¿Qué camino debe tomar el corredor para llegar antes y ganar la carrera? (ver anexo E).<br>• Se les sugirió a los estudiantes hacer uso del Método Polya para la resolución del problema, para lo cual debían hacer el esquema planteado con anterioridad donde separaban los datos y la incógnita, escribir cuál sería la estrategia o plan posible que podrían utilizar; ejecutar ese plan y finalmente dar respuesta a la pregunta. | grado menor. Esto no quiere decir que ya no existiera la dificultad o que haya sido superada del todo (requirieron ayuda con los números mayores) pero sí es evidente que en este aspecto hay una mejoría que podría ser mayor si hay un proceso más constante.<br>• Los estudiantes aún estaban en el proceso de familiarización con el Método Polya. La aplicación de este método se tuvo que ajustar a las condiciones del grupo, es decir, hacer cada paso de forma más sencilla a la planteada por el autor. Aun así, ha favorecido el incremento de la disposición de ellos para enfrentarse a la resolución de diferentes problemas, pues ahora cuentan con una estrategia que de cierta manera les facilita el camino, y, además, que se notó una mejoría en el fortalecimiento de esta competencia. |

| **REFLEXION PEDAGÓGICA** |
|---|
| Reflexionar sobre las interacciones entre las operaciones y los números estimula un alto nivel de pensamiento numérico proporcionando más formas de resolver problemas. |

**Tabla 6**

*Registro de diario de campo de la prueba final correspondiente a los pasos 3 y 4 del Método Polya*

| **ETAPA DE RESOLUCION**: PRUEBA FINAL pasos 3 y4 del Método Polya | | |
|---|---|---|
| **Fecha: Noviembre 22 de 2021** | | |
| **Descripción del centro de aprendizaje** | **Regreso a los aprendizajes** | **Situaciones de aplicación** |
| Esta prueba final consiste en implementar el Método Polya en el desarrollo de una situación problema de la cual se desprenden 3 problemas matemáticos que requieren para su resolución la aplicación de las operaciones básicas. | Discusión en grupo sobre lo aprendido en la sesión anterior. | Realización de actividades de práctica para desarrollar confianza y precisión.<br>Evaluación de los aprendizajes alcanzados. |
| **OBJETIVOS** | **ESTANDAR BÁSICO DE COMPETENCIA (EBC)** | **DERECHOS BÁSICOS DE APRENDIZAJE (DBA)** |
| • Probar la aplicabilidad del Método Polya en el proceso de resolución de problemas matemáticos que contienen operaciones básicas. | • Usa diversas estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas. | • Establece comparaciones entre cantidades y expresiones que involucran operaciones y relaciones aditivas y multiplicativas y sus representaciones numéricas. |
| **ACTIVIDADES SESION #6** | | |
| **Exploración** | **Ejecución** | **Observación y Análisis** |
| • Discusión en grupo sobre lo aprendido en la sesión anterior.<br>• Introducción a las actividades y demostración del uso del material manipulativo.<br>• Retorno al esquema de la situación problema realizado en la etapa de comprensión y un enriquecimiento del mismo a partir de los conceptos y procedimientos desarrollados durante los centros de aprendizaje.<br>• Los estudiantes deben diseñar una estrategia de resolución para lo cual deben definir un orden y una | • Se retomó la actividad realizada en la etapa de comprensión en la que los estudiantes analizaron la situación problema planteada en el cuadernillo.<br>• Dicha situación consistía en participar en una carrera automovilística a nivel internacional organizada por el príncipe Adil y que para prepararse debía elegir un automóvil y una indumentaria adecuada.<br>• Los alumnos comenzaron a darle solución a dicha situación y dedujeron que debían escoger el trayecto más corto, por lo tanto, debían tener muy presente las | • En la resolución de la situación problema, se evidenció que los estudiantes establecieron con mayor facilidad las equivalencias presentadas en las convenciones, es decir, si la convención decía:<br>Suma 1 centena + 12 decenas + 6 unidades a tu puntaje, ellos realizaron la composición de los números así: 100 + 120 + 6 = 226 y realizar la suma.<br>• Esta composición de números se les facilitó porque ya tenían más claro el valor de 1 unidad, 1 decena (10), 1 centena (100) y 1 unidad de mil (1000). Esto se debió a que algunos factores como el material |

| | | |
|---|---|---|
| combinación apropiada de los conceptos y procedimientos adquiridos previamente.<br>• Aplicación de la prueba final donde los estudiantes usan el Método Polya como estrategia para la resolución de los problemas matemáticos propuestos.<br>• Se realizó un proceso de meta cognición individual y colectivo en el que los estudiantes guiados por preguntas, reflexionan sobre lo aprendido y sobre su proceso de aprendizaje y toman conciencia de sus procesos mentales | convenciones para evitar aquellos trayectos que restaban puntajes.<br>• En las convenciones los estudiantes realizaron un ejercicio de composición de números, para lo cual debían tener muy claro el concepto de unidad, decena, centena y unidad de mil.<br>• Tanto para el recorrido como para el puntaje, los estudiantes debían realizar operaciones aditivas por lo tanto el conocimiento sobre valor posicional fue muy útil para esta actividad.<br>• Se les estregó la guía con la prueba final (ver anexo F), la cual consistía en una situación problema de la cual se desprendían 3 problemas matemáticos. Los estudiantes debían tener muy presente aplicar los cuatro pasos del Método Polya. En la prueba cada uno de los problemas tenía una tabla dividida en cuatro casillas para cada uno de los pasos, con el fin de permitirles una visualización más clara del método Polya: En la primera casilla estaba el paso 1: comprensión del problema, compuesto por los datos y la incógnita. En la casilla 2 estaba el paso 2: Diseñar el plan con la pregunta: ¿qué piensas hacer? La casilla 3 con el paso 3 compuesta por la frase, realiza lo que planeaste y por último la casilla 4 para el cuarto paso donde los estudiantes debían escribir la solución, revisarla y comprobarla. | concreto utilizado, las clases donde los estudiantes pudieron hacer la construcción de su aprendizaje, y la orientación docente se hicieron presentes para alcanzar estos cambios positivos.<br>• En la prueba final se observaron varios aspectos importantes.<br>• Como todo aprendizaje, el proceso de aplicación del Método Polya para la resolución de problemas matemáticos requiere tiempo, conocimiento y dedicación. Si bien los estudiantes hicieron uso de esta estrategia aun requirieron que se les recordara en qué consistía cada paso y qué acciones se debían realizar. Por ejemplo, en la lectura y comprensión del enunciado, varios estudiantes quisieron ir directo a la resolución, cometiendo errores en el procedimiento y por ende en la solución y todo porque no se tomaron el tiempo de analizar el enunciado y determinar cuál era la pregunta.<br>• Durante el desarrollo de la prueba a los estudiantes se les notó menos confundidos con respecto a lo que tenían que hacer. Algunos tuvieron que leer varias veces el enunciado y les costó un poco determinar cuáles eran los datos importantes que teníamos que tener en cuenta y cuál era la incógnita pues se pudo observar, que ellos tienden a responder lo que consideran, sin tener en cuenta lo planteado en el problema, y esto es porque se dejan llevar por la idea de otros problemas típicos resueltos con anterioridad. Sin embargo, a medida que avanzaban en la prueba |

| | | |
|---|---|---|
| | | fueron resolviendo estos inconvenientes con mayor facilidad.<br>• Se realizó un trabajo de colaboración colectiva donde hubo un proceso de retroalimentación entre compañeros.<br>• Fue notable que hubo una mejoría en cuanto a la ubicación de los números para las operaciones básicas, es decir, los alumnos ya comprendieron que respetar el valor posicional de los números es de suma importancia a la hora de realizar los algoritmos.<br>• En cuanto a la parte afectiva, aspecto relevante dentro del aprendizaje de las matemáticas, los estudiantes se mostraron más confiados y tranquilos frente a la prueba, la resolvieron con mayor seguridad y confianza. Hubo menos preguntas a la docente sobre ¿Qué hacer? y hubo buena colaboración entre ellos.<br>• Los estudiantes con más competencia matemática se adelantaron y terminaron la prueba pronto, por lo tanto, fueron tutores para aquellos compañeros que requirieron ayuda. |

**Tabla 7**

*Encuesta de percepción sobre la prueba final y la aplicacio0n del Método Polya*

| ***Escribe como te pareció la prueba:*** | ***¿Qué fue lo más fácil de realizar para ti?*** | ***¿Qué fue lo más difícil de realizar para ti?*** | ***¿Te sirvió el Método Polya para resolver el problema?*** | ***¿Sientes que has mejorado en la resolución de problemas matemáticos? ¿por qué?*** |
|---|---|---|---|---|
| • *Me pareció fácil*<br>• *Me pareció interesante*<br>• *Buena, es mucho más fácil con el Método Polya, comprendemos mejor*<br>• *Me pareció buena*<br>• *De maravilla*<br>• *Complicada pero buena*<br>• *Facilita y sencilla*<br>• *Muy divertida, me gustó mucho* | • *La suma*<br>• *Las restas y las sumas*<br>• *Lo más fácil fue ejecutar los planes*<br>• *Entender el problema y resolver las operaciones*<br>• *Todo*<br>• *Comprender el problema*<br>• *Los puntos 2 y 3*<br>• *El primer problema*<br>• *Las operaciones* | • *El ultimo problema*<br>• *multiplicar*<br>• *Las restas*<br>• *Las sumas*<br>• *Comprender un poco*<br>• *Muchas cosas*<br>• *Me confundía porque no entendía las operaciones*<br>• *Me pareció difícil restar los problemas*<br>• *Configurar un plan* | • *Si me sirvió mucho*<br>• *Si haberme enseñado a sumar*<br>• *Mucho mejor porque lo entendí*<br>• *No mucho*<br>• *Si es muy fácil resolver toda operación con el método Polya*<br>• *Si porque me ayudo a hacerlos más rápido*<br>• *Si mucho porque es de maravilla*<br>• *No me sirvió* | • *Si porque multipliqué, sumé y resté*<br>• *Si porque me dejó hacer las operaciones*<br>• *Si porque estaba fácil*<br>• *Si porque antes me parecía muy difícil pero ya comprendo*<br>• *Si porque antes era más difícil*<br>• *Si porque me ayudó a hacer más rápido las operaciones*<br>• *Si porque aprendí cosas nuevas y me gusta*<br>• *Si siento que he mejorado en los problemas matemáticos*<br>• *Si porque los hago más rápido*<br>• *Solo un poquito*<br>• *Porque uno practica y la profe explica muy bien*<br>• *Si porque la profe me ha ayudado*<br>*Si porque siento que utilizo más la mente* |

## Actividades, Técnicas e Instrumentos

La Tabla 8 corresponde al cronograma de las intervenciones realizadas, donde se presentan cada una de las actividades planteadas y su correspondiente fase del Método Polya, los objetivos planteados, y las técnicas e instrumentos utilizados para la recolección de los datos.

**Tabla 8**

*Cronograma de actividades, objetivos, técnicas e instrumentos***.**

| ACT | FECHA | ACTIVIDADES | OBJETIVOS | TÉCNICAS | INSTRUMENTOS |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Octubre 8/2021 | Fase 1 y 2 del Método Polya<br><br>Prueba diagnóstica. | Identificar las dificultades de los estudiantes en la solución de problemas matemáticos que contienen operaciones básicas. | Observación.<br><br>Encuentro con estudiantes. | Prueba diagnóstica.<br><br>Diario de Campo. |
| 2 | Octubre 25/2021 | Etapa de comprensión | Presentar la situación problema inicial “A toda velocidad” con el fin de contextualizar a los estudiantes.<br><br>Discutir el vocabulario propio de la situación problema.<br><br>Definir las condiciones necesarias para solucionar de manera exitosa la situación problema. | Observación.<br><br>Encuentro con estudiantes. | Cuadernillos de trabajo del Programa Todos a Aprender (PTA)<br><br>Diario de Campo. |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 3 | Nov. 1/2021 | Fase 3 del Método Polya<br><br>Etapa de descontextualización<br><br>Centro de aprendizaje 1 | Representar números con la ayuda del material en base 10.<br><br>Reagrupar estos números para determinar su suma.<br><br>Desarrollar el sentido de la suma.<br><br>Formar grupos de 4 estudiantes | Observación.<br><br>Encuentro con estudiantes. | Cuadernillos de trabajo del Programa Todos a Aprender (PTA)<br><br>Diario de Campo. |
| 4 | Nov. 8/2021 | Etapa de descontextualización<br><br>Centro de aprendizaje 2 | Componer y descomponer números naturales.<br><br>Representar los números naturales de diferentes formas<br><br>Desarrollar el sentido de la resta | Observación.<br><br>Encuentro con estudiantes. | Cuadernillos de trabajo del Programa Todos a Aprender (PTA)<br><br>Diario de Campo. |
| 5 | Nov. 16/2021 | Etapa de descontextualización<br><br>Centro de aprendizaje 3 | Asociar un número a una colección de objetos de dibujos.<br><br>Componer números naturales.<br><br>Comparar números naturales | Observación.<br><br>Encuentro con estudiantes. | Cuadernillos de trabajo del Programa Todos a Aprender (PTA)<br><br>Diario de Campo. |
| 6 | Nov. 22/2021 | Etapa de resolución de la situación problema. | Encontrar la solución a la situación problema a partir de la puesta en común de las estrategias | Observación. | Cuadernillos de trabajo del Programa Todos a Aprender (PTA) |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | de solución propuestas por los estudiantes | Encuentro con estudiantes. | Diario de Campo. |
| 7 | Nov. 22/2021 | Fase 4 del Método Polya<br><br>Etapa de reflexión | Resolver problemas matemáticos haciendo uso del método Polya para determinar los aprendizajes adquiridos en la resolución de problemas.<br><br>Reflexionar sobre el aprendizaje obtenido durante todo el proceso | Observación.<br><br>Encuentro con estudiantes. | Prueba final<br><br>Diario de Campo. |

## Análisis y Resultados

La siguiente matriz de análisis e interpretación (ver Tabla 9) se fundamenta en la misma estructura del Método Polya, la cual permitió dar una mirada hacia atrás como una posibilidad de volver sobre la información consignada en el Diario de Campo y saber si cada una de las subcategorías e indicadores del Método Polya, se hizo clara y evidente en la intervención en cada una de las sesiones.

Esta matriz tiene una estructura coherente en cuanto a su lectura vertical, en la que encontramos cada uno de los pasos del método, y su lectura horizontal en la cual se establece los niveles de aplicación y asertividad de los estudiantes respecto a lo que se esperaba hicieran en cada uno de los momentos de la resolución de problemas matemáticos.

**Tabla 9**

*Matriz de análisis e interpretación*

| Categoría | Subcategoría | Indicadores |
|---|---|---|
| **Paso #1**<br>**Compresión del problema** | Lee detenidamente el problema matemático.<br>Determina los datos y la incógnita.<br>Dibuja o representa la situación.<br>Comprende la situation problema. | Lee varias veces el problema.<br>Interpreta el enunciado.<br>Hace esquemas mentales o necesita dibujarlos.<br>Identifica la pregunta dentro del enunciado.<br>Puede decir el problema con sus propias palabras. |
| **Paso #2**<br>**Configuración del plan** | Utiliza un método ya conocido.<br>Conoce la operación matemática requerida<br>Recuerda si conocen una situación parecida.<br>Se siente cómodo con el problema a resolver.<br>Busca ayuda en el grupo. | Describe paso a paso el plan estratégico para la solución.<br>Descompuso el problema en otros más pequeño.<br>Pregunta que operación matemática debe realizar.<br>Lo relaciona con una situación real. |

| | | |
|---|---|---|
| **Paso #3**<br>**Ejecución del plan** | Ejecuta las acciones planeadas.<br>Explica el procedimiento y el porqué de este.<br>Soluciona el problema completamente.<br>Se siente satisfecho con el resultado.<br>Reordena las ideas y empiezan de nuevo. | Utiliza su propia estrategia o aplica el Método Polya<br>Realiza paso a paso el plan que diseño.<br>Opera los algoritmos requeridos.<br>Busca varias alternativas para resolver el problema. |
| **Paso #4**<br>**Visión retrospectiva** | La respuesta responde a la pregunta planteada.<br>Establece cual fue la clave para resolverlo.<br>Requirió ayuda.<br>Se autoevaluaron.<br>Puede replantear el problema dándole respuesta a otra pregunta.<br>El trabajo fue individual o grupal. | Revisa los procesos realizados.<br>Comprueba el procedimiento.<br>Identifica donde estuvo el error, si lo hubo.<br>Da respuesta a la incógnita.<br>Prefiere el trabajo individual o en grupo. |

Teniendo en cuenta la matriz interpretativa, este análisis de los resultados es una comparación analítica que contrasta cada uno de los momentos del Método Polya a través de las seis intervenciones realizadas incluyendo el diagnóstico y la prueba final, para lo cual se presentan los siguientes resultados y que básicamente se presentó de manera preliminar, en las reflexiones pedagógicas.

A partir del Método Polya, se presenta la síntesis de los resultados obtenidos, así:

**Paso #1: Compresión del problema**

En esta etapa de comprensión del problema tomamos como referencia la prueba diagnóstica, cuyas observaciones fueron consignadas en el Diario de Campo arrojando los siguientes resultados los cuales fueron analizados de acuerdo a los indicadores de la matriz interpretativa:

***Indicadores***

Lee varias veces el problema: hubo dificultad en la comprensión de lectura pues tuvieron que leer el enunciado varias veces y aun así no hubo una adecuada interpretación, es decir, al parecer conocen el código escrito, pero tienen muchos vacíos interpretativos;

Interpreta el enunciado: los estudiantes manifestaron premura por resolver correctamente el problema sin tomarse el tiempo suficiente para tratar de analizarlo, esto puede ser un indicador de que para los estudiantes es más importante el resultado y no tanto, el procedimiento

Hace esquemas mentales o necesita dibujarlos: iniciaron algunos cálculos matemáticos, pero no los finalizaron o no fueron los adecuados. Produjeron una solución parcial con errores conceptuales (para algunos estudiantes era igual aplicar una resta o una suma para encontrar la solución) y de proceso, por lo tanto, hubo registros incompletos e incorrectamente organizados.

Identifica la pregunta dentro del enunciado: tuvieron en cuenta muy pocos elementos del enunciado, como la pregunta y los datos. Necesitaron intervenciones por parte de la docente para aclarar ciertos aspectos de la situación problema; algunos estudiantes recurrieron a procesos y conceptos inapropiados.

Puede decir el problema con sus propias palabras: no utilizaron recursos propios para expresar de manera interpretativa el enunciado más bien recurrieron a nueva lectura literal.

De acuerdo con la categoría de análisis de ***Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas***, lo que se logra evidenciar, es que se tiene cierto desarrollo del pensamiento lógico, en la medida que el estudiante hace ver la necesidad de conocer la información necesaria y suficiente. Proceso que se sigue en la vida social, toda vez que las matemáticas, desde el problema de la concepción y comprensión del número y con ello el manejo de las operaciones matemáticas básicas, dan una forma de lograr la pertenencia a la vida social, la capacidad de recurrir a procesos básicos como el manejo del dinero o de condiciones de intercambio básicas. El aprendizaje de las matemáticas guiado por la resolución de problemas en el contexto contribuye a que los estudiantes comprendan los conceptos matemáticos y que a través de la utilización de éstos en las experiencias cotidianas logren la reflexión constante y el aprendizaje significativo.

**Paso #2: Configuración del plan**

En esta etapa de configuración del plan, tomamos como referencia las intervenciones realizadas en los centros de aprendizaje cuyas observaciones fueron consignadas en el Diario de Campo arrojando los siguientes resultados los cuales fueron analizados de acuerdo a los indicadores de la matriz interpretativa:

***Indicadores***

**Describe paso a paso el plan estratégico para la solución:** realizaron aportes colectivos para encontrar el camino que condujera a la solución del problema.

**Descompuso el problema en otros más pequeño:** en realidad no fue posible evidenciar este indicador.

**Pregunta que operación matemática debe realizar:** poco a poco se pudo ir evidenciando que hubo mayoría de aciertos en la determinación sobre cual operación matemática debían realizar.

**Lo relaciona con una situación real:** fue posible que los estudiantes visualizaran la situación como una experiencia propia.

**Paso #3: Ejecución del plan**

En esta etapa de ejecución del plan, se inició con el retorno al esquema de la situación problema realizado en la etapa de comprensión, y un enriquecimiento del mismo a partir de los conceptos y procedimientos desarrollados durante los centros de aprendizaje. Las observaciones fueron consignadas en el Diario de Campo arrojando los siguientes resultados los cuales fueron analizados de acuerdo a los indicadores de la matriz interpretativa:

***Indicadores***

**Utiliza su propia estrategia o aplica el Método Polya:** hubo una tendencia inicial por utilizar viejos patrones de solución, es decir, tratar de encontrar rápidamente la respuesta sin una comprensión adecuada, no obstante, al comprobar la efectividad del Método Polya por su estructura esquemática, no dudaron en ponerla en práctica.

**Realiza paso a paso el plan que diseño:** durante estos encuentros se pudo observar que, para algunos estudiantes resultó más fácil realizar cálculos mentales debido precisamente a la dificultad que tenían con el valor posicional en los algoritmos escritos.

**Opera los algoritmos requeridos:** se hizo evidente la gran necesidad de trabajar aspectos y conceptos importantes y necesarios que quedaron en el olvido, posiblemente, a causa de la pandemia y que de cierta manera dificultaron el proceso de resolución de problemas. Sin embargo, hubo una evidente mejoría con el uso del material manipulativo propuesto y dispuesto en los cuadernillos de PTA, donde se les permitió tener contacto directo con el conocimiento, los estudiantes alcanzaron una comprensión mayor y significativa de los conceptos tratados en el momento, además permitió mejorar la capacidad de traducir cantidades a expresiones numéricas

**Busca varias alternativas para resolver el problema**: en realidad no fue posible evidenciar este indicador.

Es de anotar que, desde la categoría de ***Resolución de Problemas***, el poder organizar el pensamiento, no es solo un proceso matemático sino cotidiano. Si el cerebro opera con la información que el niño recibe y posteriormente el hombre conoce, el poder establecer métodos y procesos matemáticos conscientes, permite que el niño y el hombre puedan instaurar una relación más práctica con el mundo y la vida social. Es así, como se observa que a pesar de que, en algunos casos, los estudiantes no lograron llevar a feliz término la resolución de problemas, si lograron hacer consciencia, o por lo menos en acercarse a la construcción de formas de proceder, a partir de la necesidad.

**Paso #4: Visión retrospectiva**

En esta etapa de visión retrospectiva, tomamos como referencia la prueba final cuyas observaciones fueron consignadas en el Diario de Campo arrojando los siguientes resultados los cuales fueron analizados de acuerdo a los indicadores de la matriz interpretativa:

***Indicadores***

**Revisa los procesos realizados:** Los estudiantes, guiados por preguntas (ver Tabla 7), reflexionaron sobre lo aprendido y sobre su proceso de aprendizaje, tomando conciencia de sus procesos mentales. Los estudiantes, en principio, creían que la dificultad para resolver problemas solo estaba relacionada con la parte matemática pero finalmente concluyeron que, en este aspecto, también interviene una buena comprensión de lectura y una heurística determinada que, en este caso, era el Método Polya.

**Comprueba el procedimiento:** durante el desarrollo del problema pocas veces se detuvieron a pensar en lo que estaban realizando y comprobar acciones correctas.

**Identifica donde estuvo el error, si lo hubo:** al resolver problemas matemáticos con el Método Polya, emergieron elementos de gran relevancia como, aquellos en los que los estudiantes planificaron su proceder, es decir, buscando formas, caminos y procesos que los llevaran a la meta, siendo más asertivos en el momento de decidir la operación matemática que debían realizar y en evitar aquellas que condujeran al error.

**Da respuesta a la incógnita:** no solo hubo asertividad en el procedimiento al resolver los problemas matemáticos por la aplicación del Método Polya, sino también en encontrar la solución correcta dando una respuesta apropiada.

**Prefiere el trabajo individual o en grupo:** el trabajo por grupos facilitó la interacción, la transmisión de conocimientos y la retroalimentación entre pares.

La aplicación del ***Método Polya*** permitió un aprendizaje constructivista, en el cual el estudiante construyó sus conocimientos de manera activa con la ayuda del docente. En la fase comprensiva del problema la mayoría de los estudiantes lograron identificar los datos y la incógnita, lo que les ayudó a visualizar de una manera más amplia el camino a seguir, sin embargo, fue claro que algunos estudiantes continuaron con viejos patrones de resolución de problemas pretendiendo llegar directo a la solución cometiendo errores en el procedimiento. En las fases diseño y ejecución del plan, determinar qué y cómo lo iban a hacer sirvió de apoyo para darle una estructura al procedimiento, que, si bien en algunos casos tuvo incongruencias, en otros momentos se evidenció mejoría en la capacidad para establecer relaciones numéricas. Finalmente, en la visión retrospectiva, los estudiantes se limitaron a dar respuesta a la incógnita dejando claro en los resultados que los estudiantes no alcanzaron a poner a prueba sus propios resultados para encontrar otras alternativas de solución.

***Prueba Final***

Antes de la intervención los estudiantes no realizaban procesos de planeación simplemente se apresuraban por llegar a la solución. Empezaron a realizar esquemas mentales para diseñar un plan, integrando los datos identificados con las operaciones que los relaciona. Adquirieron la habilidad de identificar los conocimientos que poseen, así como su forma de actuar frente a diversas situaciones. Al tener este dominio sobre los procesos que desarrollaron, fueron autónomos en su proceso de aprendizaje, pues fueron ellos quienes regularon sus conocimientos y procedimientos llevándolos a sentir satisfacción ante la solución encontrada. Demostraron haber logrado un aprendizaje significativo, pues desarrollaron la habilidad de comprender el Método Polya, utilizándolo adecuadamente, poniendo en juego los conocimientos, ideas y creencias que habían adquirido.

## Conclusiones

Después de analizar la información obtenida durante el desarrollo de la presente investigación, es necesario insistir en que, durante el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, es importante que los estudiantes comprendan la aplicabilidad que tiene la resolución de problemas matemáticos para la vida diaria y que muchas situaciones y problemas reales se resuelven con cierto conocimiento matemático. Como lo plantea Múnera (2011) quien dice que la metodología basada en situaciones problema contribuye a que los estudiantes participen de manera activa en la construcción de los conocimientos matemáticos de manera significativa propiciando niveles de conceptualización de acuerdo con los significados de los conceptos que se van construyendo, es decir, los contenidos matemáticos siempre van a estar presentes en el currículo escolar, lo que hace el enfoque problémico es abandonar la presentación lineal y acrítica de los conceptos matemáticos para darle paso a procesos de razonamiento que permiten particularizar, generalizar, conjeturar, verificar, contextualizar, formular y utilizar algoritmos como acciones exploratorias en la búsqueda de soluciones a los problemas planteados por el docente y en los que interactúan con los conceptos matemáticos encontrándoles sentido cuando tienen que utilizarlos en situaciones cotidianas. (p.181)

La favorabilidad de este método se asume como la pertinencia, adaptabilidad y beneficio que trajo consigo su aplicación en un espacio de aprendizaje en el que los estudiantes al interactuar con el objeto de conocimiento dinamizaron la actividad cognitiva cuya movilización del pensamiento permitió la construcción sistemática de nuevos conceptos matemáticos. La relación entre la resolución de problemas y el desarrollo del pensamiento matemático, se hizo evidente cuando los estudiantes al usar el Método Polya lograron emplear expresiones lógicas y concretas, usar simbología precisa y coherente, traducir el lenguaje cotidiano a lenguaje matemático, racionalizar y esquematizar procesos, flexibilizar el pensamiento. A partir de estas caracterizaciones del pensamiento matemático se identificaron tres dimensiones esenciales: el razonamiento lógico-deductivo, que se pudo evaluar con la forma en que organizaron la información que brindaba el problema, la deducción de los datos relevantes del problema, la aplicación de conceptos y la argumentación y demostración de los resultados; la heurística como recurso de búsqueda y que se evaluó con las variaciones hechas a las condiciones iniciales del problema y a la exploración de diferentes vías de solución; la meta cognición la cual permite valorar la actividad mental que se realiza, se evaluó con la identificación y reflexión de las alternativas de solución, con la estructuración de los procedimientos y con la evaluación de los pasos realizados.

Las dificultades asociadas con el desarrollo del pensamiento numérico y que fueron identificadas durante la etapa diagnóstica, generaron en el trabajo con resolución de problemas matemáticos un obstáculo adicional a la insuficiencia en la comprensión lectora de los enunciados matemáticos. La premura por llegar a la solución facilitó que los estudiantes realizaran inadecuados cálculos matemáticos debido a conceptos erróneos preconcebidos demostrando así que durante su etapa escolar aprendieron a darle importancia a los algoritmos para hacer cálculos y no a la comprensión de los aspectos conceptuales de las operaciones básicas. Por lo tanto, concebir las cuatro operaciones básicas dentro de la resolución de problemas implica una hábil comprensión de la relación entre el contexto del problema y el cálculo necesario, y, su aplicación en el mundo real.

La matriz interpretativa, la cual fue diseñada con la misma estructura del Método Polya, fue una herramienta que sirvió para hacer una lectura retrospectiva de la información registrada en el Diario de Campo con el fin de analizar la favorabilidad de la aplicación de este método. En la prueba final, los indicadores de la matriz fueron evidenciando paso a paso un alto nivel de asertividad con respecto a lo que se esperaba que hicieran en cada una de las fases, además, la aplicación de un procedimiento de resolución de los problemas efectivamente estructurado por parte de la mayoría de los estudiantes.

El Método Polya se convirtió en una herramienta estratégica que ayudó a los estudiantes a tener mejor disposición en el momento de enfrentarse a la resolución de un problema, a ser más asertivos en el procedimiento y a disminuir el temor por cometer errores conceptuales y de cálculo. Aquí el papel del error fue fundamental porque como nos lo plantea Chamorro (1992, como se citó en Múnera, 2011): “el error pone de manifiesto las concepciones erróneas o incompletas, la construcción defectuosa de conceptos o relaciones, o, simplemente, las lagunas de conocimientos, y solo tomándolos en consideración pueden reorientarse las actividades de aprendizaje” (p.6). Fue así como en los centros de aprendizaje, se crearon ambientes estimulantes donde estos errores preconcebidos no se tomaron como que el alumno no sabe, sino como punto de partida y una oportunidad para que a través de la confrontación se produjera la construcción del conocimiento correcto. La comparación analítica entre los resultados de la prueba diagnóstica y la prueba final muestra la notable mejoría en cuanto a la resolución de problemas matemáticos luego de la aplicación del Método Polya, en aspectos como:  la habilidad para extraer datos relevantes de un problema, identificar cual es la incógnita, determinar que hacer para darle estructura al procedimiento, establecer relaciones numéricas y responder preguntas de tipo interpretativo.

Al finalizar este proceso de investigación podemos concluir que en la población donde fue aplicado el Método Polya, los resultados fueron favorables debido a que también hubo unas condiciones que los posibilitaron. Estas condiciones son las que nos dicen cuáles son los potenciales susceptibles de desarrollar, que para este contexto están inicialmente relacionadas con el interés de los estudiantes por las actividades que se planearon donde en compañía de la docente y del trabajo colaborativo, se llevaron a cabo activamente. Seguidamente, aunque las condiciones de pandemia dificultaron en cierta medida las intervenciones debido a la restricción en cuanto al tiempo y la cantidad de los encuentros con los estudiantes, el ambiente fue propicio y óptimo para aplicar las pruebas y obtener resultados confiables.

Tanto las pruebas (diagnostica y final) como los cuadernillos del PTA, fueron instrumentos pertinentes de aplicación de los cuales se rescató información importante como, tener en cuenta que los estudiantes requieren conocer muy bien la aplicabilidad y definición de las operaciones básicas, pues ellos conocen la operatividad, pero se les dificulta entender el concepto. Se pudo determinar que no podemos dar por seguro que los conocimientos previos que traen los estudiantes son los adecuados, ya hemos visto que algunos tienen muchas lagunas y vacíos conceptuales y procedimentales de cursos anteriores que evidentemente dificultaron el aprendizaje de las matemáticas, puesto que esta asignatura tiene una estructura jerárquica en la que se requiere aprender los elementos básicos para adquirir otros más complejos. Los centros de aprendizaje fueron el escenario adecuado para desarrollar las actividades del quehacer matemático y a la vez posibilitar el trabajo en equipo, lo cual permitió un contacto directo entre los estudiantes contando con la mediación de la docente y, donde además se puso en juego todo aquello que hace parte de los ambientes de aprendizaje como: la colaboración entre pares, la aplicación de estrategias, la formulación de preguntas, la resolución de conjeturas y la evaluación colectica de los aprendizajes.

## Recomendaciones

Para garantizar el éxito en el fortalecimiento en la competencia sobre resolución de problemas, no basta con enseñar un método heurístico como el  Método Polya, sino que se deben valorar los conocimientos previos que pueden o no tener los estudiantes; en particular los que se refieren a dificultades o debilidades en aspectos específicos, tanto conceptuales como procedimentales de las matemáticas, para poder potenciarlos y convertirlos en habilidades por medio de un proceso de enseñanza y aprendizaje que propicie experiencias basadas en sus realidades.

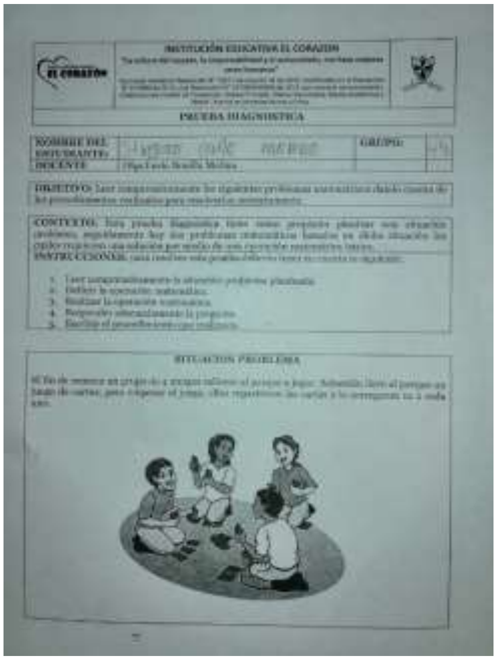
Se propone que una nueva investigación se preocupe por establecer las condiciones iniciales sobre las cuales llegan los estudiantes en lo que refiere a la resolución de problemas o sobre cómo enfrentarse a situaciones donde deban usar el pensamiento matemático; caso particular, las operaciones básicas. Esto en la medida en que la investigación que se desarrolló se basó en un diagnóstico solo para establecer un punto de enfoque sobre cómo los estudiantes resolvían problemas matemáticos, que dificultades presentaban y si tenían una estrategia para ello; es decir, si existía un punto de partida con respecto al Método Polya. Acción que se centró, posteriormente, en la aplicación y la posible favorabilidad de dicho método, pero desconociendo todas las condiciones de base que el estudiante tenía como preconcebidas, tales como el estado en la comprensión lectora, la construcción de problemas matemáticos, la estructura de un problema, las operaciones básicas y los requerimientos, necesidades y apuestas del método en sí mismo, que pudieran anclarse con lo que los estudiantes ya tenían en su sistema cognoscente. Es importante tener en cuenta para el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, que el desarrollo del pensamiento va desde lo concreto hasta lo abstracto, permitiendo al estudiante el error y, a partir de éste, generar procesos de meta cognición que lo lleven a reflexionar sobre su propio proceso de aprendizaje.

Es trascendente también establecer un punto de análisis para poder abrir investigaciones que permitan determinar la resolución de problemas en la intersección entre el pensamiento lógico - matemático y la comprensión lectora, dentro de la lengua castellana, para el estudio de la forma como se comprenden y se desarrollan los procesos de resolución de problemas, no solo matemáticos sino también de la vida cotidiana y donde confluyen otras ciencias a partir del uso de herramientas matemáticas, tal y como lo proponen los estándares y los lineamientos curriculares en matemáticas.

## Anexos

### Anexo A

*Resultados de la Prueba Diagnóstica*


INSTITUCIÓN EDUCATIVA EL CORAZÓN

PRUEBA DIAGNÓSTICA

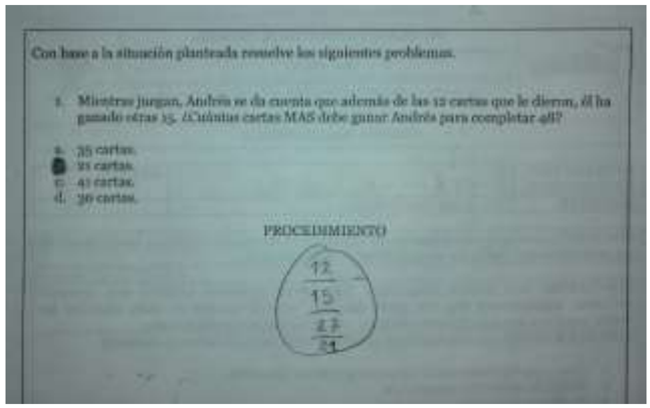
| NOMBRE DEL ESTUDIANTE: | | GRUPO: | |
|---|---|---|---|
| DOCENTE | | | |

OBJETIVO:

CONTEXTO:

INSTRUCCIONES:

SITUACION PROBLEMA

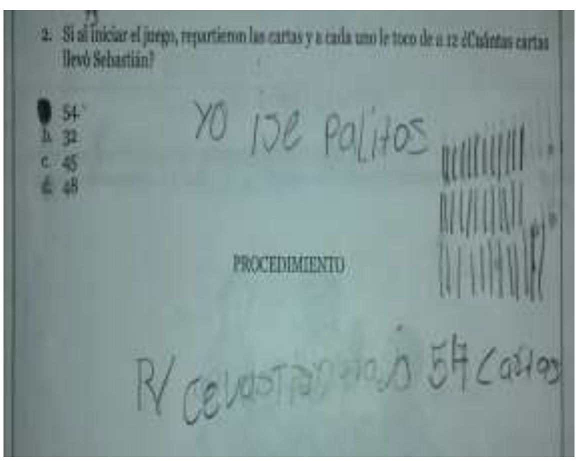

Con base a la situación planteada resuelve los siguientes problemas.

1. Mientras juegan, Andrés se da cuenta que además de las 12 cartas que le dieron, él ha ganado otras 15. ¿Cuántas cartas MAS debe ganar Andrés para completar 48?

a. 35 cartas.
b. 21 cartas.
c. 41 cartas.
d. 30 cartas.

PROCEDIMIENTO

12
15
27
21

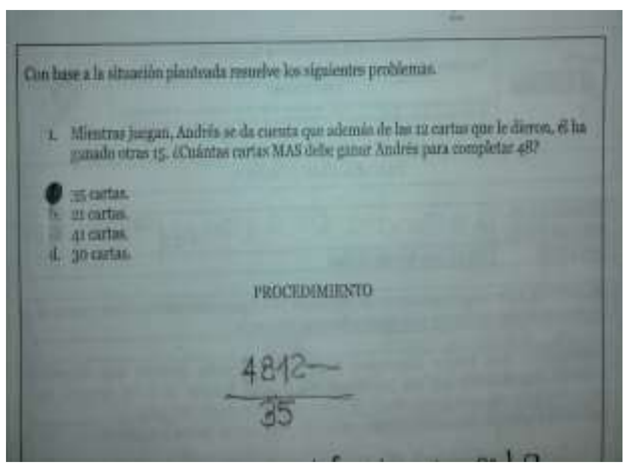

2. Si al iniciar el juego, repartieron las cartas y a cada uno le toco de a 12 ¿Cuántas cartas llevó Sebastián?

a. 54
b. 32
c. 45
d. 48

YO ije palitos

PROCEDIMIENTO

R/ cevastian llevo 54 cartas


Con base a la situación planteada resuelve los siguientes problemas.

1. Mientras juegan, Andrés se da cuenta que además de las 12 cartas que le dieron, él ha ganado otras 15. ¿Cuántas cartas MAS debe ganar Andrés para completar 48?

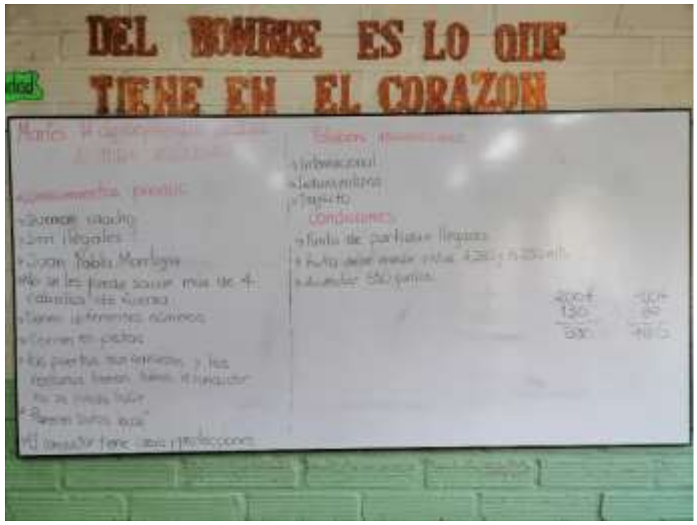
a. 35 cartas.
b. 21 cartas.
c. 41 cartas.
d. 30 cartas.

PROCEDIMIENTO

4812−
35

**Anexo B**

*Situacion problema: A toda velocidad*

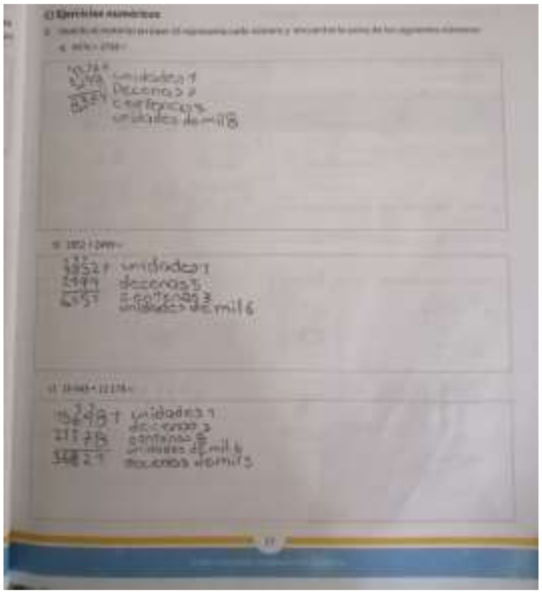


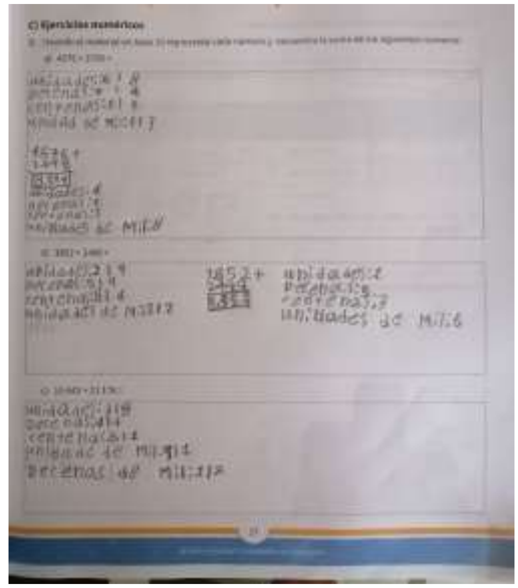

**Anexo C**

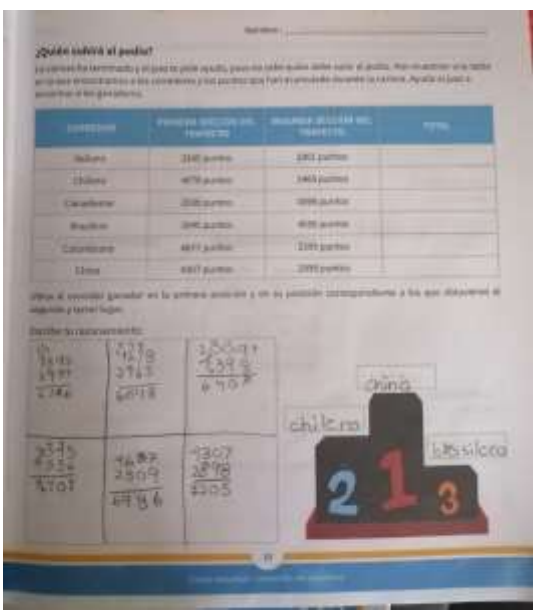
*Centro de Aprendizaje 1*

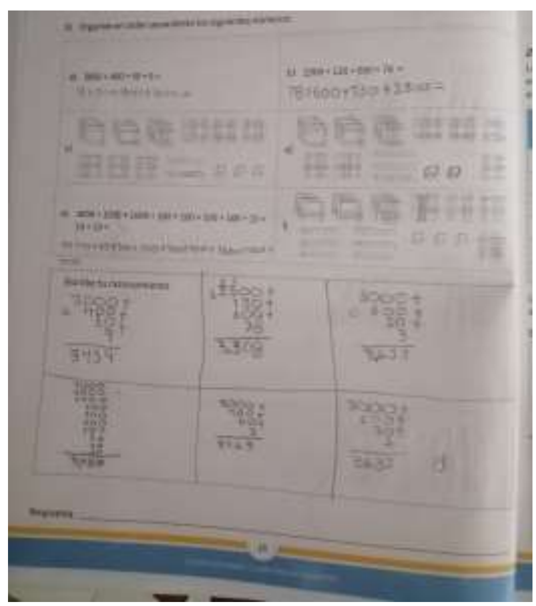
**Anexo D**

*Centro de Aprendizaje 2*



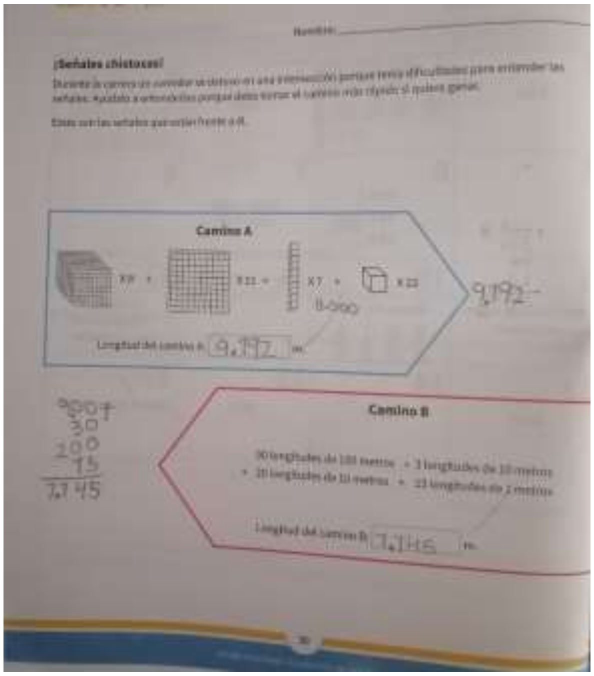


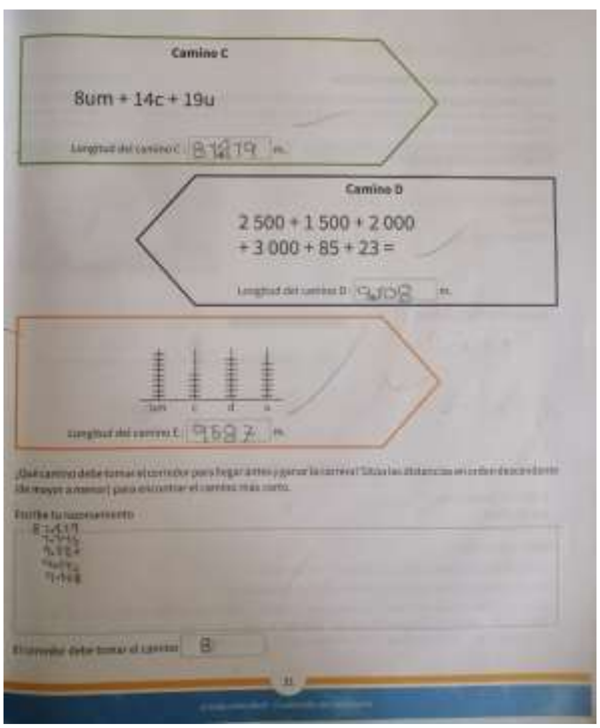




## Anexo E

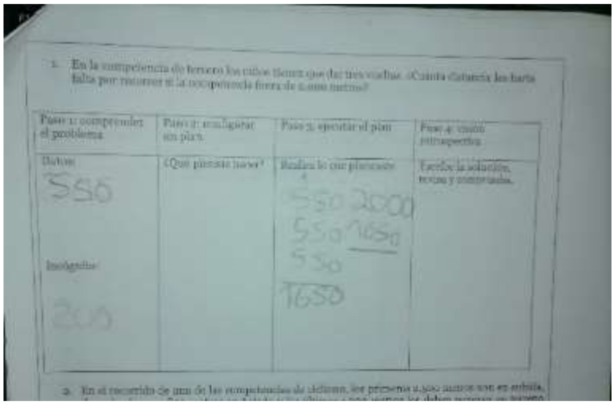
*Centro de Aprendizaje 3*

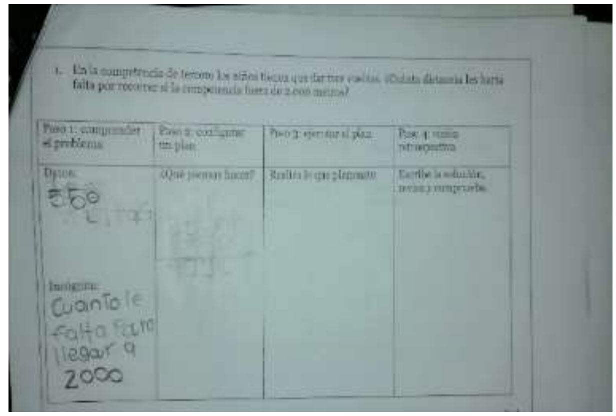


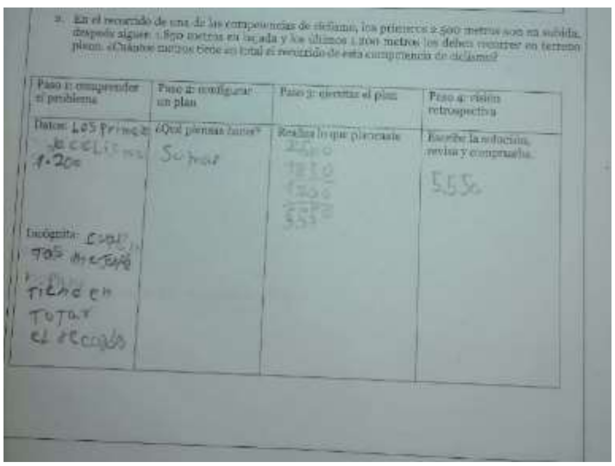



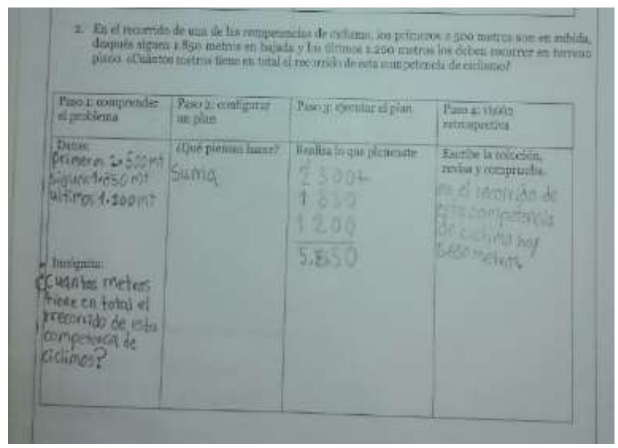
**Anexo F**

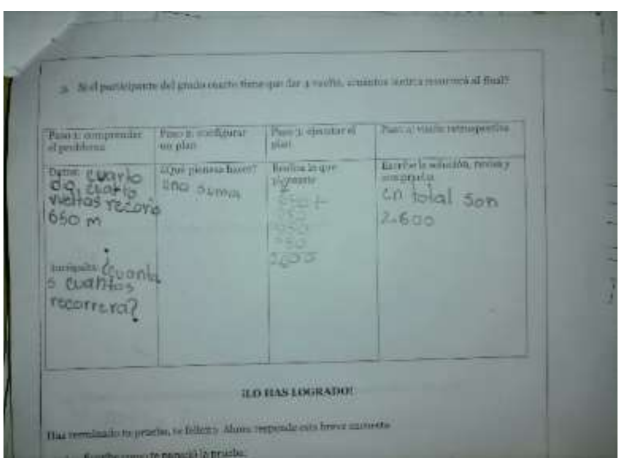
*Resultados de la Prueba Final*

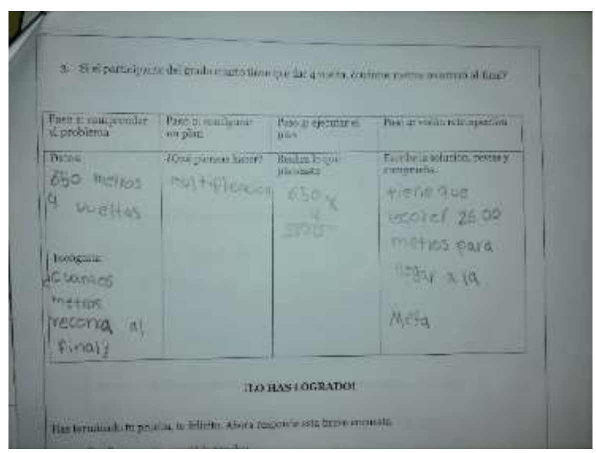












| **Semestres** | **Semestre 1/2020** | | | | | **Semestre 2/2021** | | | | | | **Semestre 3/2021** | | | | | | **Semestre 4/2022** | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Meses** | **Ago** | **Sep** | **Oct** | **Nov** | **Dic** | **Ene** | **Feb** | **Mar** | **Abr** | **May** | **Jun** | **Jul** | **Ago** | **Sep** | **Oct** | **Nov** | **Dic** | **Ene** | **Feb** | **Mar** | **Abr** | **May** | **Jun** |
| **Fase 1: Delimitación de la investigación y diseño metodológico** | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Definición del objeto de estudio | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Búsqueda de bibliografía con relación a la temática | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Planteamiento del problema | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Pregunta de investigación | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Elaboración de la justificación | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Planteamiento de objetivos | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Búsqueda y rastreo de antecedentes | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Construcción marco conceptual | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Ajustes pertinentes | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Diseño de la investigación. Definición del enfoque, tipo de investigación y población | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Definición de técnicas e instrumentos de recolección de información | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Diseño de los instrumentos | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **Fase 2: Trabajo de campo** | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Revisión y ajuste de los instrumentos | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Recolección de la información: aplicación de los instrumentos | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Organización de la información | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Cierre de trabajo de campo | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **Fase 3: Reflexión y discusión de la información** | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Análisis de la información | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Interpretación y discusión | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Conceptuali-zación | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

| **Fase 4: Informe final** | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Elaboración de conclusiones | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Organización del informe final | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Presentación y sustentación | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

**Referencias**

Álvarez, M. S. (2019*. Aplicación del método Polya para el desarrollo de la competencia resuelve problemas de cantidad en estudiantes de primaria en la Institución Educativa N° 156* [Tesis de maestría en Administración de la Educación, Universidad Cesar Vallejo]. Repositorio de la Universidad Cesar Vallejo. https://repositorio.ucv.edu.pe/handle/20.500.12692/38202

Astolfi, J. P. (1988). El aprendizaje de conceptos científicos: aspectos epistemológicos, cognitivos y lingüísticos. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, *6*(2), 147-155. https://raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/51080

Avella, D. P., Salazar, F. A. y Miguez, J. E. (2017). Resolución de problemas Matemáticos con fracciones enfocados al contexto escolar. *Educación y Ciencia,* (20), 147-167. http://repositorio.uptc.edu.co/handle/001/2461

Ávila, A., Gualdrón, E y Pinzón, L. (2020). Las operaciones básicas y el método heurístico de Polya como pretexto para fortalecer la competencia matemática resolución de problemas. *Revista Espacio, 41*(48) 106 -116. http://www.revistaespacios.com/a20v41n48/20414808.html

Barrantes, H. (2006). *Resolución de problemas. El trabajo de Allan Schoenfeld. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, *1*(1). 1-9. https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/6971

Bautista, N. P. (2011). *Proceso de la investigación cualitativa: epistemología, metodología y aplicaciones.* El Manual Moderno. https://docs.google.com/viewer?a=v&pid=sites&srcid=ZGVmYXVsdGRvbWFpbnxlZHVjYWNpb25wc2ljbGluaWNhfGd4OjM2MjgyZWNmZjhkMGJlNjU

Beltrán, S., y Repetto, E. (2006). El entrenamiento en estrategias sobre la comprensión lectora del enunciado del problema aritmético: un estudio empírico con estudiantes de

Educación Primaria. *REOP - Revista Española de Orientación y Psicopedagogía, 17*(1), 33-48 https://doi.org/10.5944/reop.vol.17.num.1.2006.11336

Blanco, L.J. (1993). Una clasificación de problemas matemáticos. *Épsilon*, 25, 1-10. https://www.eweb.unex.es/eweb/ljblanco/documentos/blanco93.pdf

Blanco, B. y Blanco, L. (2009). Contextos y estrategias en la resolucion de problemas en primaria. *Numeros, Revista Didáctica de las Matematicas*, *71*, 75-85. https://mdc.ulpgc.es/utils/getfile/collection/numeros/id/713/filename/716.pdf

Buendía, A., Cala, A. y Herrera, L. (2017). *Métodos y estrategias para la resolución de problemas matemáticos: una revisión desde las investigaciones en la última década.* [Tesis de Especialización en Docencia, Corporación Universitaria Adventista]. Repositorio Institucional UNAC. http://repository.unac.edu.co/handle/11254/491

Calvo, M. M. (2008). Enseñanza eficaz de la resolucion de problemas en matematicas. *Revista Educacion, 32*(1), 123-138. http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=44032109/

Campos, J. (2019). *Aplicación de estratégica de enseñanza en la resolución de problemas para el mejoramiento de aprendizaje de la matemática* [Tesis de segunda especialidad profesional, Universidad Nacional Hermilio Valdizán]. Repositorio Institucional UNHEVAL. https://repositorio.unheval.edu.pe/handle/20.500.13080/4178

Correa, I. (2018). *Estrategia pedagógica para la enseñanza de las cuatro operaciones básicas matemáticas por medio de resolución de problemas en estudiantes del grado quinto* [Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Colombia]. Repositorio Universidad Nacional. https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/68868

Cuervo, E. y Martínez, J. (2020). Resistir (y actuar) desde la pedagogía, en la emergencia. *El diario de la educación.* https://eldiariodelaeducacion.com/2020/04/16/resistir-y-actuar-desde-la-pedagogia-en-la-emergencia/

Decreto 1860 de 1994 [Ministerio de Educación Nacional]. Por lo cual se reglamenta parcialmente la Ley 115 de 1994, en los aspectos pedagógicos y organizativos generales. 3 de agosto de 1994.

Delgado, P. (2020). La enseñanza de las matemáticas requiere una urgente estructuración, señala nuevo reporte. *Observatorio, Instituto para el futuro de la educación.* https://observatorio.tec.mx/edu-news/ensenanza-de-las-matematicas-covid19

Díaz, J. A. y Díaz, R. (2018). Los Métodos de resolución de problemas y el desarrollo del pensamiento matemático. *Bolema Boletín de Educación Matemática, 32*(60), 57-74. https://www.scielo.br/j/bolema/a/r6wHhRqPGHkJgX7y8Jt46vF/?format=pdf&lang=es

Díaz, K. L. y Rodríguez, C. A. (2021). *Discurso docente desde la metodología de Polya en la resolución de problemas matemáticos* [Tesis de Maestría, Universidad de la Costa]. Repositorio Institucional. https://repositorio.cuc.edu.co/handle/11323/8180

Echenique, I. (2006). *Matemáticas resolución de problemas.* Gobierno de Navarra http://dpto.educacion.navarra.es/publicaciones/pdf/matematicas.pdf

Escalante, S. B. (2015). *Método Polya en la resolución de problemas matemáticos* {Tesis de Licenciatura, Universidad Rafael Landívar]. Archivo digital. http://186.151.197.48/tesisjcem/2015/05/86/Escalante-Silvia.pdf

Escudero, J. M. (1999). *Resolución de Problemas Matemáticos Vol.2.* Ministerio de Educación y Cultura. http://platea.pntic.mec.es/jescuder/BLOG-1/Resolucion%20de%20problemas%20matematicos%20(Vol%202).pdf

Fernández, C. (2013). *Principales dificultades en el aprendizaje de las Matemáticas. Pautas para maestros de Educación Primaria* [Tesis de Maestría, Universidad Internacional de La Rioja]. Repositorio digital Reunir. https://reunir.unir.net/handle/123456789/1588

Fonseca, S., Jimenez, C., y Patarroyo, M. (2019). Estrategias para resolver problemas matemáticos con ideas de Pólya, en grado quinto. *Educación y Ciencia*, (22), 427-456. https://revistas.uptc.edu.co/index.php/educacion_y_ciencia/article/view/10063

Fuentes, C., Paéz, P., Prieto, D. (2019). *Dificultades de la resolución de problemas matematicos de grado 501.* [Tesis de Maestria, Universidad Cooperativa de Colombia]. Repositorio Institucional. https://repository.ucc.edu.co/bitstream/20.500.12494/12570/6/2019_dificultades_resolucion_problemas_.pdf

Gómez, P. J. y Jácome, J. E. (2018). *Efecto de la metodologia de Polya en el desarrollo de la resolucion de problemas matematicos en los estudiantes de grado cuarto*. [Tesis de Maestria, Universidad de la Costa]. Repositorio Institucional. https://repositorio.cuc.edu.co/handle/11323/133

Gualdrón, E., Pinzón, L. y Ávila, A. (2020). Las operaciones básicas y el Método heurístico de Polya como pretexto para fortalecer la competencia matemática resolución de problemas. *Revista Espacios, 41*(48). http://www.revistaespacios.com/a20v41n48/20414808.html

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación*. (6a. ed.). McGraw-Hill. https://www.uca.ac.cr/wp-content/uploads/2017/10/Investigacion.pdf

Klafki, W. (1991) Sobre la relación entre didáctica y metódica. *Revista Educación y Pedagogía*, *2*(5), 83-108. file:///C:/Users/pc/Downloads/17024-Texto%20del%20art_culo-59042-1-10-20131018.pdf

Ley 115 de 1994. Por lo cual se expide la ley general de educación. 8 de febrero de 1994.

Maquilón, W. (2017). *Resolución y planteamiento de problemas matemáticos apoyados por las TIC* [Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Colombia]. Repositorio Universidad Nacional. https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/59015?show=full

Mena, M. y Mena, S (2014) *Correlaciones entre la resolución de problemas matemáticos y el enfoque socio crítico en el contexto de la Institución Educativa María de los Ángeles Cano Márquez* (Tesis de maestría, Universidad de Medellín). https://repository.udem.edu.co/handle/11407/2215

Meneses, M. L. y Peñaloza, D. Y. (2017). *Método de Polya como estrategia pedagógica para fortalecer la competencia resolución de problemas matemáticos con operaciones básicas.* [Tesis de Maestría, Universidad Autónoma de Bucaramanga]. Repositorio UNAB. https://repository.unab.edu.co/handle/20.500.12749/2369

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares.* https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf

Ministerio de Educación Nacional (2006). Estándares Básicos de Competencia. https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf

Ministerio de Educación Nacional. (2016). *Documento Fundamentación Teórica de los Derechos Básicos de Aprendizaje (V2) y de las Mallas de Aprendizaje para el Área de Matemáticas.* http://calameo.download/006328823145a58fa7137

Ministerio de Educación Nacional. (2016). *Derechos Básicos de Aprendizaje V.2*. http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/DBA_Matem%C3%A1ticas.pd

Ministerio de Educación Nacional. (2017). *Mallas de Aprendizaje Matemáticas grado 4*. http://aprende.colombiaaprende.edu.co/ckfinder/userfiles/files/MATEM%C3%81TICAS-GRADO-4.pdf

Ministerio de Salud y Protección Social. (2021). *Resolución 777 de 2021.* https://www.funcionpublica.gov.co/eva/gestornormativo/norma.php?i=163987

Molina, A., Adamuz, N. y Bracho, R. (2020). La resolución de problemas basada en el método de Polya usando el pensamiento computacional y Scratch con estudiantes de educación secundaria. *Aula Abierta, 49*(1), 83-90. https://dialnet.unirioja.es/metricas/documentos/ARTREV/7471618

Múnera, J. J. (2011). Una estrategia didáctica para las matemáticas escolares desde el enfoque de situaciones problema. *Revista Educación y Pedagogía, 23*(59), 179-193. https://revistas.udea.edu.co/index.php/revistaeyp/article/view/8694

Obando, G. y Múnera, J. J. (2003). Las situaciones problema como estrategia para la conceptualización matemática. *Revista Educación y Pedagogía*, *15*(35), 183-199. https://revistas.udea.edu.co/index.php/revistaeyp/article/view/5952/5362

Obando, G. y Vásquez, N. L. (2008) *Pensamiento numérico del preescolar a la educación básica.* http://funes.uniandes.edu.co/933/1/1Cursos.pdf

Orrantia, J. (2006). Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva evolutiva. *Revista Psicopedagogía*, *23*(71), 158-180. http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-84862006000200010&lng=pt&tlng=es

Osorio, E. (2017*). La tienda escolar como estrategia de aprendizaje en la solución de situaciones problema de estructura aditiva en la vida cotidiana de los niños de grado segundo de educación básica primaria* [Tesis de Maestría, Universidad ICESI de Santiago de Cali]. Repositorio Institucional. https://repository.icesi.edu.co/biblioteca_digital/handle/10906/82047

Patiño, J. J. (2014). *La comprensión textual como el primer momento hacia la resolución de problemas en matemáticas: una estrategia con pruebas estandarizadas* [Tesis de Licenciatura, Universidad de Antioquia]. Repositorio Institucional Universidad de Antioquia. https://bibliotecadigital.udea.edu.co/handle/10495/22896

Pérez, K. y Hernández, J. E. (2015). La comprensión de los problemas matemáticos en la enseñanza primaria. *Transformación 11*(2), 15-26. https://core.ac.uk/download/pdf/268093317.pdf

Polya, G. (1965). *Como plantear y resolver problemas.* (15a. ed.). Trillas. https://cienciaymatematicas.files.wordpress.com/2012/09/como-resolver.pdf

Restrepo, B. (2004) La Investigación Acción Educativa y la construcción de saber pedagógico. *Educación y Educadores,* (7), *45-55.* https://bibliotecadigital.udea.edu.co/bitstream/10495/4101/1/RestrepoBernardo_2004_investigacionaccion.pdf

Sahúa, F. (2017). *Comprensión lectora y resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de cuarto grado de la Institución Educativa Sagrado Corazón de Jesús* [Tesis de Licenciado, Universidad Nacional del Altiplano]. Repositorio Institucional http://repositorio.unap.edu.pe/handle/UNAP/11995

Santos, L. M. (1992). *Resolución de problemas; el trabajo de Alan Schoenfeld: una propuesta a considerar en el aprendizaje de las matemáticas. Educación Matemática, 04*(02), 16-24. http://funes.uniandes.edu.co/9539/1/Resolucion1992Santos.pdf

Soriano, R. (2013). *Guía para realizar investigaciones sociales*. (38a. ed.). Plaza y Valdés. https://raulrojassoriano.com/cuallitlanezi/wp-content/themes/raulrojassoriano/assets/libros/Antologia-Libros-Raul-Rojas-Soriano.pdf

Torres, M. (2004). La alfabetización en matemáticas y ciencias*.* En Unidad de Curriculum y Evaluación Ministerio de Educación de Chile, *Competencias para la vida, resultados de los estudiantes chilenos en el estudio PISA 2000* (pp. 81-126). http://archivos.agenciaeducacion.cl/Informe_Nacional_Chile2000.pdf

Turégano, P., Montañés, J., Parra, M. y Sánchez, M. (2000). El concepto de número natural y las cuatro operaciones básicas. *Ensayos: Revista de la Facultad de Educación de Albacete*. (15) 283-316. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2293023

Vasco, C., E. (1997). La Educación matemática una disciplina en formación. *Revista Paideia Surcolombiana* (5) 10-23. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7835958

Vasco, C. E. (1990). El aprendizaje de las matemáticas elementales como proceso condicionado por la cultura. *Comunicación, Lenguaje y Educación,* (6), 6-25. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=126197

Wasserman, M. (2019). La alfabetizacion cientifica general es una necesidad, incluso para los profesionales en ciencias. *El Tiempo*. https://m.eltiempo.com/opinion/columnistas/moises-wasserman/la-educacion-en-ciencias-columna-de-moises-wasserman-345958